

声空化场中球状泡团的结构稳定性分析*

刘睿 黄晨阳 武耀蓉 胡静 莫润阳 王成会†

(陕西师范大学, 陕西省超声学重点实验室, 西安 710062)

(2023 年 12 月 24 日收到; 2024 年 2 月 1 日收到修改稿)

利用高速摄影机对驱动频率分别为 28 kHz 和 40 kHz 的超声空化场中距离水面约 $1/4$ 波长范围内的球状气泡团的上浮生长和演化过程进行实验观察, 分析了声软界面附近驻波场声压幅值变化对泡团结构变化的影响, 以及泡团从球状向伞状和层状结构演化的行为特征. 为分析空化场中球状泡团生长演化机理, 利用镜像原理构建了一个考虑边界(水-空气)影响的球状泡团模型, 得到了修正的球状泡团内气泡动力学方程. 利用等效势数值分析了两个频率下驱动声压幅值、气泡数密度、距离水面深度以及气泡平衡半径对球状泡团最佳稳定半径的影响. 结果表明, 球状泡团的最佳稳定半径在 1—2 mm 的范围, 且随着驱动声压幅值和气泡数密度的增大, 球状泡团最佳稳定半径有减小的趋势, 但差异不显著; 驱动频率为 40 kHz 条件下的球状泡团稳定尺寸略小于驱动频率为 28 kHz 情形; 在弱声场中若能形成气泡聚集, 仍可观察到较小尺寸的球状泡团, 但当声压低于某临界值, 泡团将不能存在. 理论分析与实验观察结果具有很好的一致性. 球状泡团的生长和结构稳定特性分析有助于理解声场和边界对气泡的行为调控.

关键词: 球状泡团, 空化结构, 界面影响, 稳定性**PACS:** 43.35.+d, 43.25.+y, 47.55.dp**DOI:** 10.7498/aps.73.20232008

1 引言

液体中的微小气泡核在负压的作用下可以生长为空化泡, 这些空化泡在外界压力作用下会经历膨胀、压缩乃至崩溃等一系列动力学过程. 气泡的急剧崩溃可能产生局部高温高压等极端条件^[1], 并在其周围产生冲击波与微射流等效应, 形成在化工、医学等领域具有广泛应用的物理基础^[2,3]. 为更好地理解空化机理, Rayleigh 等^[4-6]发展了单气泡动力学模型, 描绘了液体中空化泡运动变化的物理图景. 在实际应用中, 液体空化场中气泡分布以及声场十分复杂, 声波激励气泡振荡产生的次级声辐射^[7]影响局域声场分布, 进而影响周围气泡的振动行为, 形成耦合振动效应, 气泡间还存在彼此吸引或排斥等物理效应, 促使气泡自发聚集成各种复杂形状的多气泡结构. Bai 等^[8]研究了频率在 20—

50 kHz 的超声场中存在的典型声空化结构的产生和控制方法, 观察了锥形泡结构、烟状泡结构、ALF (acoustic lichtenberg figure)、尾泡结构和射流诱导泡群等结构的形成和演化过程, 发现在声辐射面近场区空化气泡有沿压降方向运动的趋势, 为强声空化结构形成奠定了基础. 为解释多气泡结构耦合动力学行为, An^[9]从规则形状的气泡结构入手进行研究, 利用巧妙的数学关系, 推导了一维气泡链和球状泡群中气泡动力学方程, 并利用等效势^[10]对一维气泡链结构稳定性进行了分析. Hansson 和 Mctrch^[11]构建了半球状和柱形气泡团的边界振荡模型等, 分析了潜在的动力学影响. 因此, 基于复杂的空化结构中的气泡聚集特征, 通过构建合理的理论模型来解释空化场中的气泡耦合特征是可行的. Wu 等^[12]通过实验观察到液体薄层中的空化结构, 发现在实验条件不变的情况

* 国家自然科学基金 (批准号: 12374441, 11974232) 和榆林市科技局基金 (批准号: CXY-2022-178) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wangld001@snmu.edu.cn

下,空化结构(气泡云的形状和气泡的数量)具有稳定性和记忆特征.李凡等^[13]发展了环链状气泡分布理论模型,基于气泡间次 Bjerknes 力效应分析结构稳定性的物理机制.在超声空化场中,具有典型自组织行为的多分枝状的 ALF 是一种非常常见的结构^[14-16].Li 等^[17]结合实验观察,分析 ALF 结构特点,通过构建一个球状泡团和气泡链组成的理论模型,解释了 ALF 结构内部气泡运输机理.Li 等^[18]基于实验观察到的超声清洗槽水面附近层状结构,通过构建一个 Y 分岔模型,结合气泡间次级 Bjerknes 力分析解释了空化场中层状气泡团中的气泡运输机制.可见,通过分析复杂空化结构特征,合理构建简化模型解释复杂空化结构形成机理是一种有效的方法.

在实验中可发现,气泡聚集的自组织行为较为复杂,如球状泡团在向低声压区移动的过程中逐渐散开转变成层状结构或环状结构等^[18],泡团内气泡分布密度变化以及声场局域分布的影响可能是结构演化的主要影响因素.因此,认识球状泡团结构稳定性特征对解释结构演化机制极为重要.基于 An^[9]提出的球状泡群模型,徐珂等^[19]考虑水蒸气蒸发和冷凝,建立了超声驱动下群状聚集气泡的动力学方程,研究了球状气泡团内气泡的动力学特征.Nasibullaeva 和 Akhatovb^[20]忽略球状气泡团内液体的可压缩特性,发展了与气泡径向振动相关的泡群界面振荡动力学的数学模型.Wang 等^[21]基于气泡群振动模型考虑气泡间耦合振动的影响,得到了均匀球状泡群内振动气泡的动力学方程和非线性声响应特征.由于实际空化场的复杂性,球状泡群结构的平衡尺寸往往是变化的,其演化机理有待深入研究,特别是计入边界条件对泡群聚集行为的影响.利用镜像原理发展真实气泡与镜像气泡

的双气泡系统^[22],可为考虑边界效应提供支持.

本文基于球状泡群内气泡的动力学方程^[9],考虑边界对主声场以及气泡次级声辐射的影响,发展考虑边界影响的球状泡团动力学模型,利用等效势分析不同声场条件下空化场中球状泡团可以存在的最佳稳定半径;结合高速摄影机观察清洗槽水面下不同声场条件下的空化泡群结构,分析其演化行为动力学机制.

2 空化场中球状泡团结构变化的实验观察

利用高速摄像机(i-SPEED 727,英国)观察工作频率分别为 28 kHz 和 40 kHz 的清洗槽(320 mm × 300 mm × 200 mm)内气泡的演化行为,清洗槽输入功率可在 0—360 W 范围内调节.为了捕捉气泡团运动以及气泡团与水面的相互作用,在槽内放置一个 100 mm × 100 mm × 300 mm 的玻璃水箱,盛有不同深度去离子水,水深为声波波长的整数倍,记录水中不同类型的空化结构,实验装置如图 1 所示.

图 2 给出了 28 kHz 清洗槽内球状泡团的上浮过程,具体演化行为可参考补充材料视频 1(online),整个观察区在气泡上升方向的高度约为 1/4 波长.球状泡团最大半径小于 2 mm,远小于水中声波波长,泡团内气泡振动可以近似看作同步振动.红色虚线圆标出的球状泡团刚开始出现时,结构尺寸约为 0.4 mm,其颜色较深,意味着具有较高的数密度.泡团以约 0.6 m/s 的速度上浮(图 3 所示),在上浮过程中,泡团可能吸引周围离散分布的空化气泡并生长,且随着尺度的增大而上浮速度略微减慢.不仅如此,随着泡团的生长,泡团内气泡分布

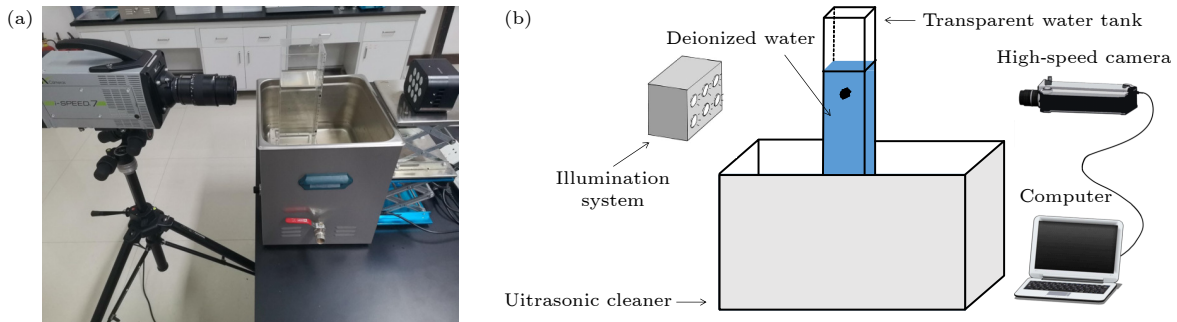


图 1 实验装置 (a) 原型图; (b) 示意图

Fig. 1. Experimental setup: (a) Experimental devices; (b) schematic diagram.

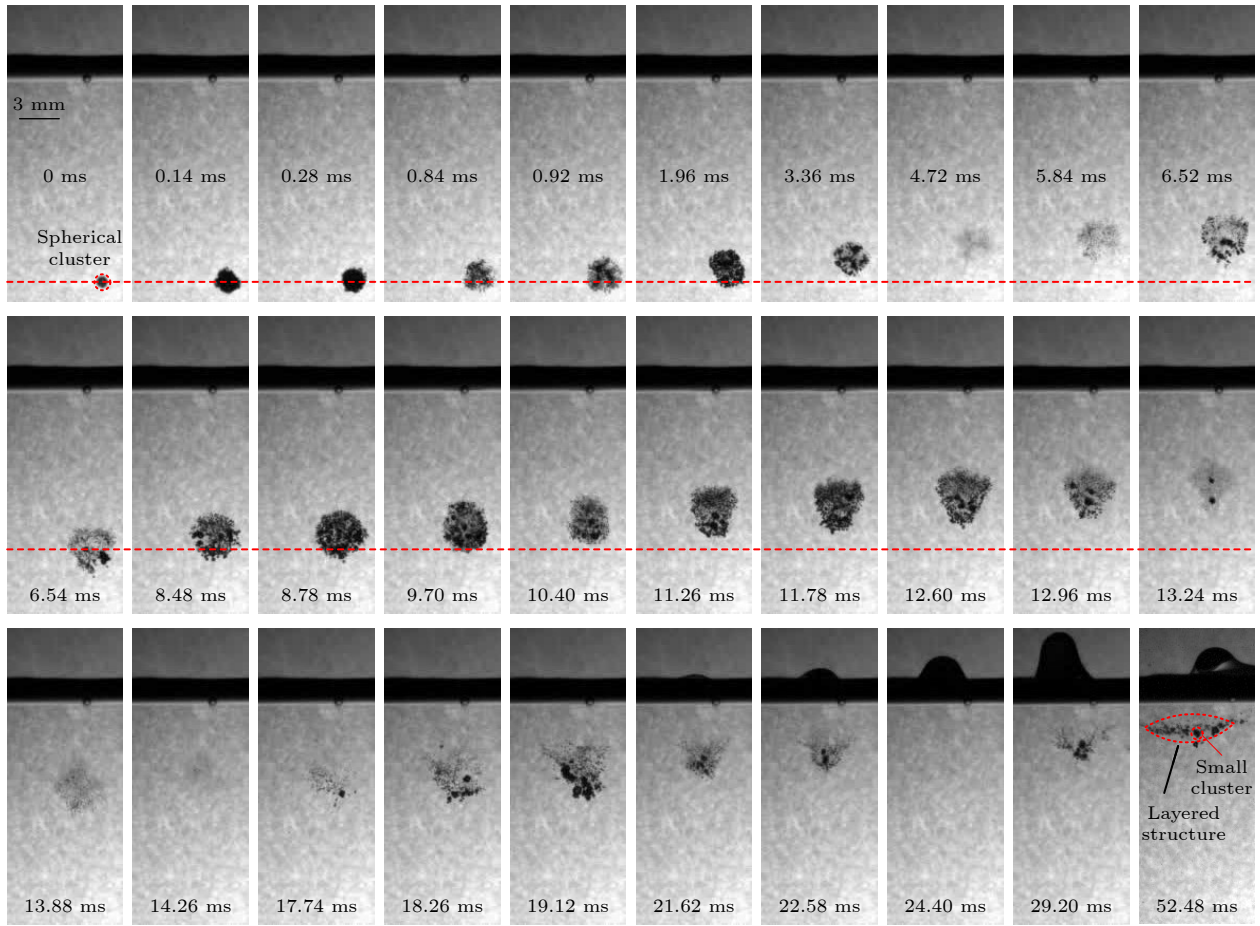


图 2 驱动频率为 28 kHz 球状泡群上浮并向层状结构演化的过程, 清洗槽输入电功率 360 W

Fig. 2. Evolution of a spherical bubble cluster to a layer structure at a driving frequency of 28 kHz, with an input power of 360 W to the cleaning tank.

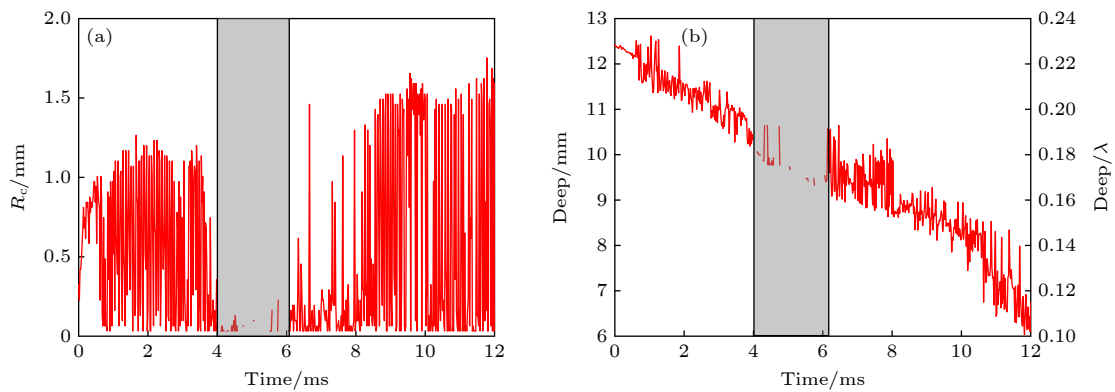


图 3 驱动频率为 28 kHz 声场中球状泡团形状和上浮位置变化 (a) 泡团半径; (b) 泡团相对水面深度

Fig. 3. Variation of the shape and uplift position of a spherical bubble cluster in the 28 kHz sound field: (a) Radius of the cluster; (b) depth of the cluster below the water surface.

结构逐渐变稀疏, 且逐渐演变为泡团上部气泡分布密度低于其下部分布密度, 气泡缓慢偏离球形向伞状结构 (如 6.52 ms 时刻所示) 演化. 泡团的上浮速度可能与主声场分布以及周围空化泡或泡群结构密切相关. 泡团向水面移动, 水面是声软界面,

声波在水面反射形成驻波场, 在距离水面 $1/4$ 波长的范围内, 声压梯度随泡团靠近水面而增大, 而声压不断减小. 泡团受到的主 Bjerknes 力方向向下、黏性阻力方向向下, 二者的合力与浮力接近, 故泡团具有较为稳定的上浮速度. 随着上浮泡团尺寸的

增大,其顶部和底部的压力差更为明显,当内外压力差周向分布不均匀,泡团球状结构将无法维持,且泡团上部液体压力幅值小,因此,泡团上部向外扩张更为迅速,如图 1 中 6.52—13.24 ms 的代表性照片所示。

本文测量了 28 kHz 时 12.60 ms 时刻气泡结构距离水面的距离,结构中心距离水面约 7 mm (0.13λ)。结构上端距离水面约 5.5 mm (0.1λ),结构下端距离水面约 8.5 mm (0.15λ)。粗略估计驻波场中结构上下侧对应的声压幅值分别为 $1.1P_a$ 和 $1.6P_a$ (P_a 为驱动声场的声压幅值),幅值差约为 $0.5P_a$,因此,泡团下半部分外侧液体声压高,气泡聚集密度高,而上半部分声压较弱,气泡扩张更加显著。并且随着结构的上浮,声压幅值会继续减弱,结构内部压力可能大于外部驱动的声压,从而导致结构分散,不能保持较好的球状聚集结构。当泡团上升到其中心与自由液面距离小于 6 mm 时,泡团上部气泡逐渐扩散开来,且整个泡团将逐渐向层状结构演化并保持在液面下一定深度移动(如图 1 中 52.48 ms 的代表性照片所示)。在球状泡团气泡数密度较为稀疏的情形下,还观察到泡团内有小的聚集泡团向泡群中心移动,说明泡团内部液体压力分布不均匀。

利用视频分析程序,我们追踪了补充材料视频 1(online) 中球状泡团上升过程中球形保持较好时间段内的泡团半径以及位置随时间变化曲线,如图 3 所示,其中声波频率为 28 kHz。从图 3(a) 给出的半径演化曲线可以看出,在声场波腹附近,由于液体声压较强,泡群数密度高,泡团径向振荡较弱,但尺寸生长较为迅速,在较短的时间内从约 0.4 mm 增长到 0.7 mm,随后继续振荡生长且振荡幅度增大,与声周期形成较好的对应关系,即与泡团内气泡的生长和溃灭同步变化。受调制波影响^[18],声压幅值周期变化,当幅值接近或低于空化阈值,气泡振动幅度减弱,球状泡团无法显现,故图 3 中 4—6 ms 时间段内几乎无法探测泡团形状和位置。泡团径向振荡的周期性变化引起其平动位置的起伏变化,二者相互影响。由于气泡间耦合相互作用的影响,本文所观察到的聚集成团的球状或类球状泡群结构的最大半径小于 2 mm。

对频率为 40 kHz 的清洗槽而言,其波长比 28 kHz 小,因此,高速摄像机观察范围变大,球状泡群结构首先出现在距离水面约 11 mm ($\sim 0.31\lambda$)

位置处,尺寸大约为 0.3 mm,且泡团生长规律和频率为 28 kHz 的清洗槽内的泡团相似,即泡团会迅速生长,相比而言,在前 4 ms 内,频率为 40 kHz 声场内出现的泡团尺寸生长达到的最大半径略小于频率为 28 kHz 声场内的泡团,其半径约为 0.5 mm。虽然图 4 中 4.68 ms 时刻泡团结构处于波腹位置附近,按驻波场分析,此时声压幅值应是最大,但是换能器的振动受到市电信号的调制,声压幅值周期变化^[18],当声压幅值接近或低于空化阈值,气泡振动幅度减弱,球状泡团无法显现,故图 4 和图 5 中约 4.68 ms 后的一小段时间内泡团较模糊,不易观察,几乎无法探测泡团形状和位置。从补充材料视频 2 (online) 的代表帧视频可以看出,在 12.60 ms 还可以观察到较好的球状结构,之后空化场中的声压可能到了低压范围,气泡振动较弱,较难观察气泡结构,当气泡结构再次被观察到时,其不能保持较好的球状结构,其下部气泡较密集,上部较稀疏。图 4 给出的代表性照片显示随着泡团上部的扩散,尺寸追踪误差逐渐增大,图 5 中曲线可能已无法较好地反映 16.20 ms 后的气泡尺寸和位置变化。由图 5(b) 知,视频前 10 ms 泡团处在距离水面 $1/4$ 波长外的位置,其能够较好地保持球形,随后,偏离球形越来越显著。可见,泡团形状变化可能主要源于声软界面(水面)的影响。在球状泡团上浮的过程中,靠外围气泡会往气泡团中心汇聚,如图 4 中 3.62 ms 时刻对应的情形,可在中心位置看到气泡汇聚成的较密集小的气泡团。向中心汇聚的同时,结构中心位置会往上缓慢移动,并且吸引周围的气泡补充结构本身。随后扩展成较为完整的球状结构,如图 4 中 10.04 ms 时刻对应的情形。对于驻波场而言,越靠近波节位置,声压幅值变化越快,随着上浮泡团尺寸的增大,越来越靠近水面(波节位置),结构顶部和底部压力差更大,泡团球状结构将无法维持,且泡团上部液体压力幅值小,气泡振荡会较弱,并且更容易向外扩张,结构下部分颜色较深,振荡较强,形成下面小,上面大的类似于伞壮结构。如图 4 中 19 ms 和 21.38 ms 对应的情形。

为探究超声清洗机输入电功率对球状气泡团形成和演化过程的影响,从最大功率 360 W 逐次降低 36 W 进行拍摄,发现当功率降低到 252 W 时,空化场中几乎无法观测到汇聚成的球状气泡团结构。图 6 选取了功率为 360, 324 和 288 W 三种

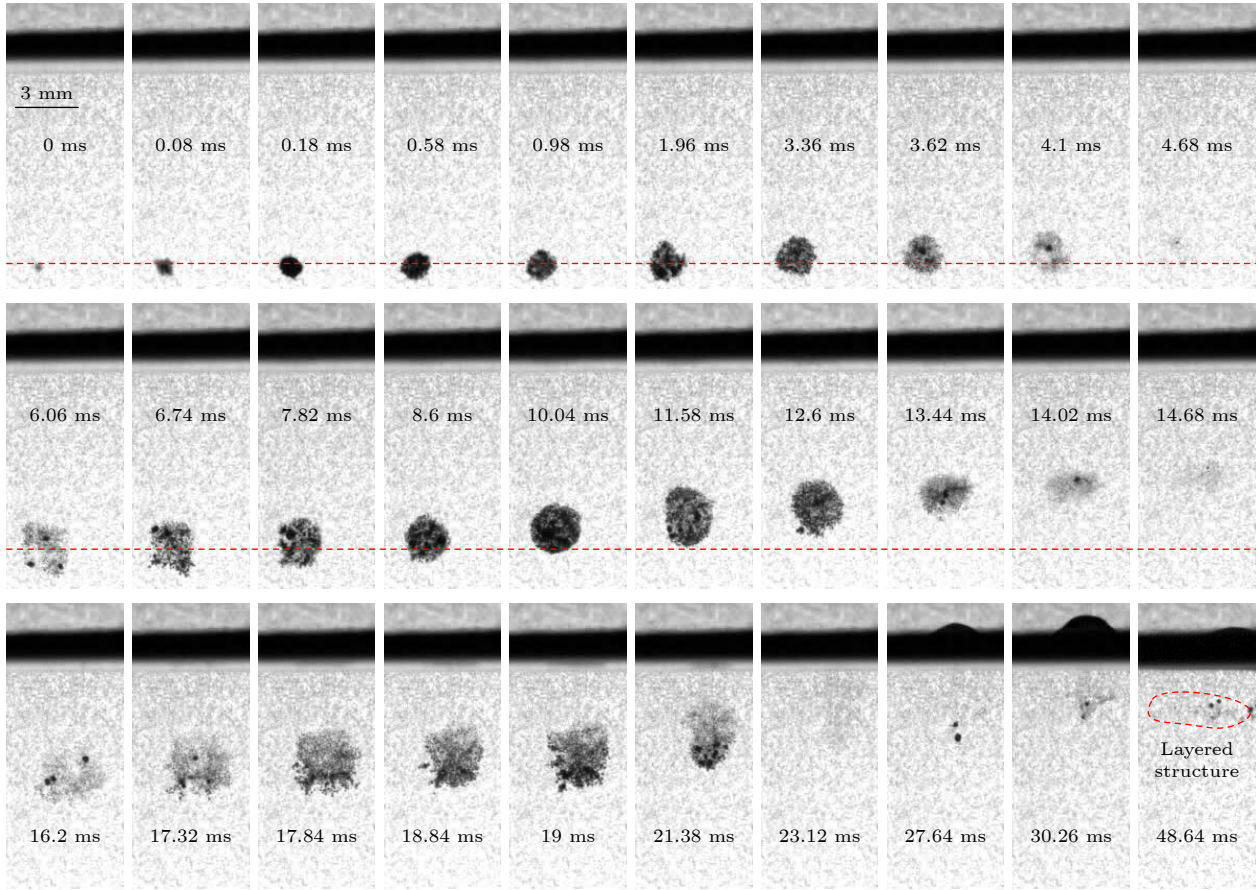


图 4 驱动频率为 40 kHz 球状泡群上浮并向层状结构演化的过程, 清洗槽输入电功率为 360 W

Fig. 4. Evolution of a spherical bubble cluster to a layer structure at 40 kHz, with an input power of 360 W to the cleaning tank.

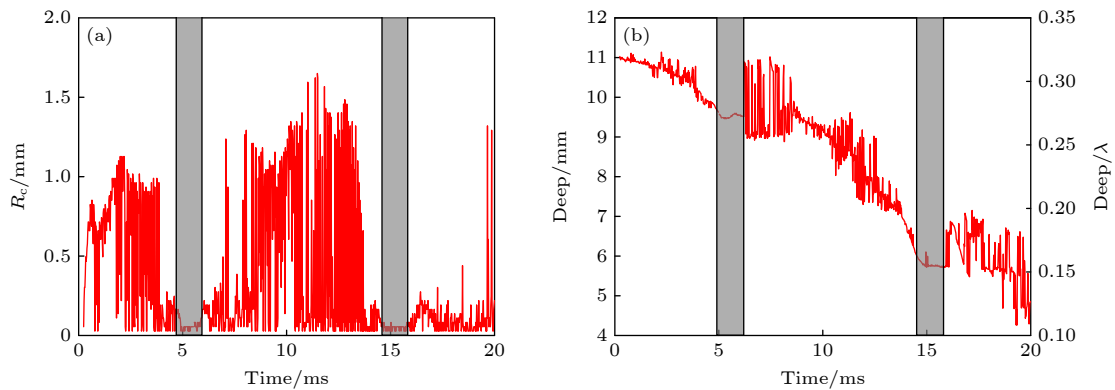


图 5 驱动频率为 40 kHz 声场中球状泡团形状和上浮位置变化 (a) 泡团半径; (b) 泡团相对水面深度

Fig. 5. Variation of the shape and uplift position of a spherical bubble cluster in the 40 kHz sound field: (a) Radius of the cluster; (b) depth of the cluster below the water surface.

功率下声场中的泡团上升过程的代表帧, 对比发现, 随着输入电功率的减小, 水中泡团数量有减少的趋势, 从泡团形成的机制看, 主要源于离散的气泡的局部聚集, 如图 6(c) 中 0—1 ms 的代表帧所示. 形成的泡团在上浮过程除了在声波的影响下经历形状振荡外, 还存在尺寸的生长, 由于泡团内气泡间相互作用的影响, 结构具有一定的稳定性, 但

随着到水面距离的减小, 横向和纵向形变越来越显著. 总体看来, 功率越小, 形状稳定性越差, 越易受扰动. 声场中多泡团共存也会影响其结构演变, 当两泡团相互靠近时, 可观察到图 6(a) 的 7.55 ms 代表帧蓝色线圈标注的泡团存在拖尾气泡分布, 随后二者在水面附近融合成一个结构并在崩溃期形成射向水面的气泡冲流. 从比较图 6(a) 的 12 ms

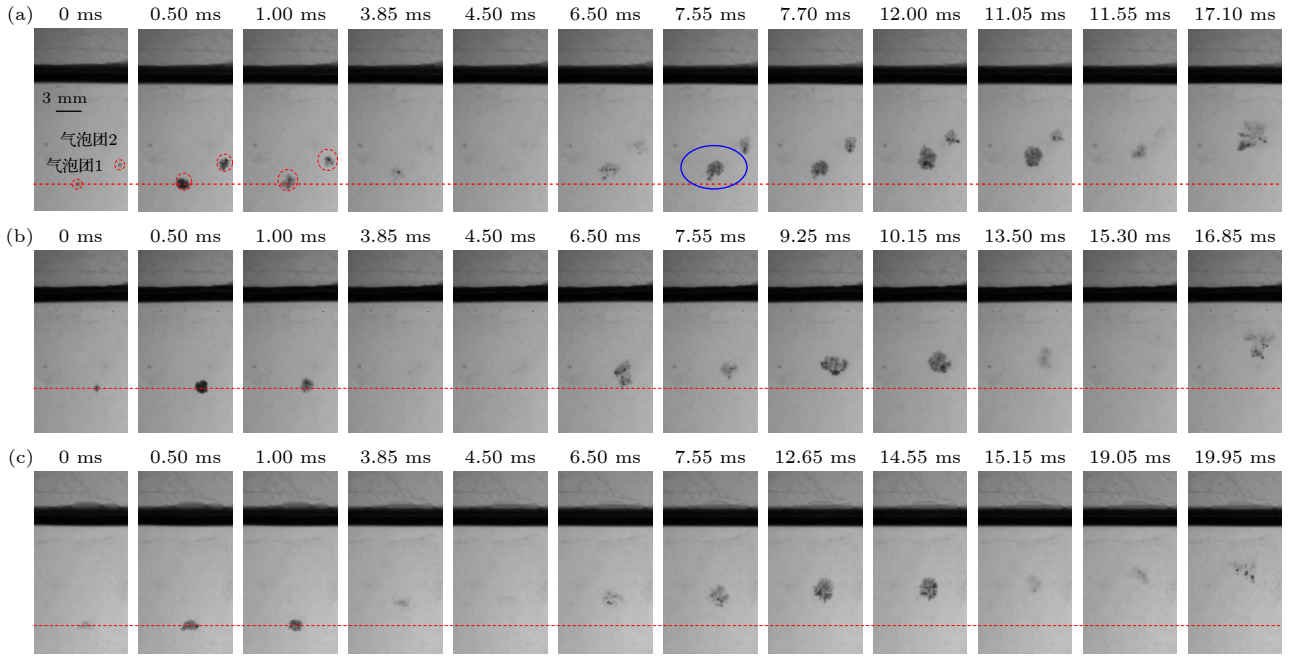


图 6 驱动频率为 40 kHz, 不同清洗槽输入电功率条件下球状泡群上浮过程代表帧照片 (a) 360 W; (b) 324 W; (c) 288 W

Fig. 6. Photographs of representative frames of the upwelling process of spherical bubble cluster under different power conditions with driving frequency of 40 kHz: (a) 360 W; (b) 324 W; (c) 288 W.

代表帧、图 6(b) 的 10.15 ms 代表帧和图 6(c) 的 14.55 ms 代表帧所示的目标气泡团可达到的最大可视尺寸发现, 此 3 种功率条件下水中类球状气泡团最大稳定尺寸差异不大。

3 理论模型

为研究水面下球状泡群结构演变机理, 引入考虑边界影响的球状泡群理论模型. 水-空气界面的声反射系数 $A_R = -1$ (软边界). 根据镜像原理^[22], 构建真实泡团和镜像泡团组成的双球状泡团系统, 如图 7 所示, 其中镜像气泡团中气泡的振动与真实气泡团中的气泡错相振荡, 为简化分析, 在方程中引入自由液面声反射系数考虑像泡团的影响, 如方程 (5) 所示. 若换能器声辐射超声场振幅为 P_a , 则

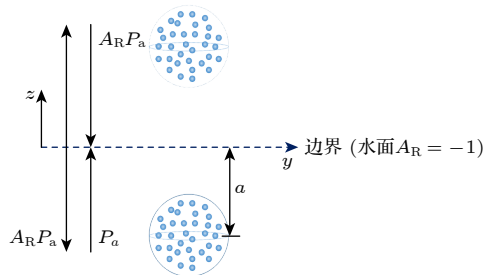


图 7 模型示意图

Fig. 7. Schematic diagram of the model.

反射场振幅为 $A_R P_a$, 形成驻波场.

考虑空化气泡次级声辐射影响, 其辐射声压可表示为^[23]

$$P_{rd} = \frac{\rho}{r} (2R\dot{R}^2 + \ddot{R}R^2), \quad (1)$$

其中 ρ 是液体密度, r 是气泡中心和空间中任一点之间的距离, R 是气泡的瞬时半径. 为简化分析, 考虑球状泡团内气泡为全同振荡^[9], 球状泡群中气泡动力学方程为

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{\dot{R}}{c} + \frac{3}{2}M_0\right) R\ddot{R} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\dot{R}}{3c} + 2M_0\right) \dot{R}^2 \\ & = \left(1 + \frac{\dot{R}}{c}\right) \frac{P_b - P_l}{\rho} + \frac{R}{\rho c} \frac{d}{dt} (P_b - P_l), \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $M_0 = N \frac{R}{r_c} \left(1 - \frac{r_0^2}{3r_c^2}\right)$, r_0 为气泡在球状泡团中的相对位置, N 为泡团内气泡的数目, r_c 为球状泡团的半径, P_b 为泡内气体压力, P_l 为气泡壁外侧液体压力, 其表达式分别为

$$P_b = \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_0}\right) \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\eta\dot{R}}{R}, \quad (3a)$$

$$P_l = P_0 - P_s, \quad (3b)$$

式中 P_0 为环境压力, γ 为气体绝热指数, η 和 σ 分别为黏滞系数和表面张力, 声压 P_s 可以表示为

$$P_s = P_a \sin(2\pi ft - kz) + A_R P_a \sin(2\pi ft + kz) - S(2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R}), \quad (4)$$

其中前两项表示驱动声场和经过水面反射后的声场, 第3项为镜像泡团次级声辐射, P_a 和 f 分别为驱动声压幅值和频率. 耦合系数 S 为^[24]

$$S = \sum \frac{A_R \rho}{d_i} \approx \frac{N A_R \rho}{2a}, \quad (5)$$

式中 d_i 是镜像泡团中气泡与真实泡团中气泡之间的距离, N 为泡团中气泡总数, a 为泡团中心到水面的距离. 参考等效势分析气泡链结构稳定性的研究方法^[10], 本文将分析球状气泡团最佳稳定半径. 等效势 U 可以表示为^[10]

$$U = \langle V P_{\text{int}} \rangle, \quad (6)$$

式中 V 为气泡的体积, P_{int} 为气泡受到其他泡的次级辐射压强, $\langle \cdot \rangle$ 表示时间平均.

4 数值分析

4.1 模型对比

基于气泡动力学方程 (2) 可分析气泡的声响应. 数值分析所用参数设为: $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$, $\sigma = 0.0725 \text{ N/m}$, $c = 1500 \text{ m/s}$, $\eta = 0.001 \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$, $P_0 = 101 \text{ kPa}$, $\gamma = 1.4$. 考虑边界和不考虑边界情形下气泡归一化半径随时间变化曲线, 如图 7 所示. 根据实验观察, 设定声波频率 28 kHz 时, 泡群与水面间距 $a = 11 \text{ mm}$; 而 40 kHz 时, $a = 9 \text{ mm}$. 根据实验视频粗略估计了泡团内气泡数密度约在 10^{13} m^{-3} 的数量级. 估计方法如下: 根据每一帧照片中气泡团的轮廓估计气泡团的半径, 根据气泡团内部黑色像素点的个数以及每个像素点的大小估计泡团内气泡的个数, 然后用个数除以气泡团的体积.

泡团越靠近波腹 (距离水面 $1/4$ 波长), 驱动声压越大, 气泡的振荡越剧烈; 越靠近水面位置, 声压幅值越小, 气泡的振动越弱, 如图 8 所示. 在考虑边界影响时, 尽管可能存在彼此的振动抑制效应, 但在不考虑其他影响因素的情形下, 驻波场内最大声压幅值可达行波场的 2 倍, 因此, 可观察到同样的驱动压力幅值下考虑边界影响时气泡振动更强 (图 8(a)). 同时还发现, 在驱动压力差异不大的情形下, 中心气泡达到最小半径的时刻差异不大, 意味着在低声压区气泡可能存在同步崩溃的现

象, 但随着驱动压力增大到 150 kPa, 崩溃时刻后移, 即存在相位落后. 泡群内气泡崩溃相位差异可能源于高气泡数密度导致的强耦合效应. 驱动声波频率 40 kHz 时, 气泡振动行为与 28 kHz 时基本一致 (图 8(c), (d)).

4.2 形状稳定性分析

根据 (6) 式分析球状泡团结构稳定性. 在频率为 28 kHz 的驻波场中, 泡群处在距离液面深度分别为 7, 8, 9 和 10 mm 位置时泡群内中心位置气泡振动对应的等效势随泡群半径的分布情况如图 9(a) 所示, 在半径小于 3 mm 的范围内, 等效势呈现出起伏变化的特征, 势能的最低点出现在 1—2 mm 之间, 此即为泡群可能出现的最佳稳定半径; 在小于 1 mm 的范围内, 起伏变化较为密集; 因此, 在此范围内分布的泡群极不稳定, 易于生长为大泡团, 且随着深度减小, 红色椭圆虚线标度的不稳定平衡点右移, 即泡群具有生长的趋势, 从整体变化情形看, 球状泡团的稳定平衡半径可能处在小于 2 mm 的范围内. 对声波为 40 kHz 的驻波场而言, 其泡群等效势变化和 28 kHz 声场结果具有相似性, 但对应最佳稳定半径略小, 与实验观察到的球状泡团半径尺寸变化趋势以及范围具有很好的一致性. 因此, 尽管在分析过程中选取泡群内气泡半径为 $5 \mu\text{m}$, 数密度为 9×10^{12} , 驱动声压为 150 kPa, 但结论仍具有典型代表性.

由于泡群在上浮过程中泡群内气泡数密度和声波压力幅值都会发生变化, 因此, 有必要考虑压力幅值变化可能形成的影响, 数值分析结果如图 10 所示. 随着驱动声压从 80 kPa 增大到 180 kPa, 对应的最佳稳定半径整体有减小的趋势; 但当驱动声压幅值为 80 kPa 时, 由于气泡振动相对弱, 其等效势较小, 且 28 kHz 声场内等效势的起伏变化主要分布在小于 1.5 mm 的范围内, 这和我们距离水面附近的层状结构内仍可观察到较小的聚集气泡团行为具有很好的一致性, 即在较弱的驱动声场中的多气泡分布区域仍可观察到较小尺寸的球状泡团聚集行为发生, 且这类球状泡团极不稳定, 在形成后很快向声压更小的区域移动, 如图 2 中 52.48 ms 的代表帧中红色虚线圆标识的泡团, 以及图 4 中 48.64 ms 椭圆虚线包围的范围内的颜色较深的团状物所示. 驱动压力越高, 气泡的振动越强, 等效势的绝对值越大, 且在驱动压力为 180 kPa 是

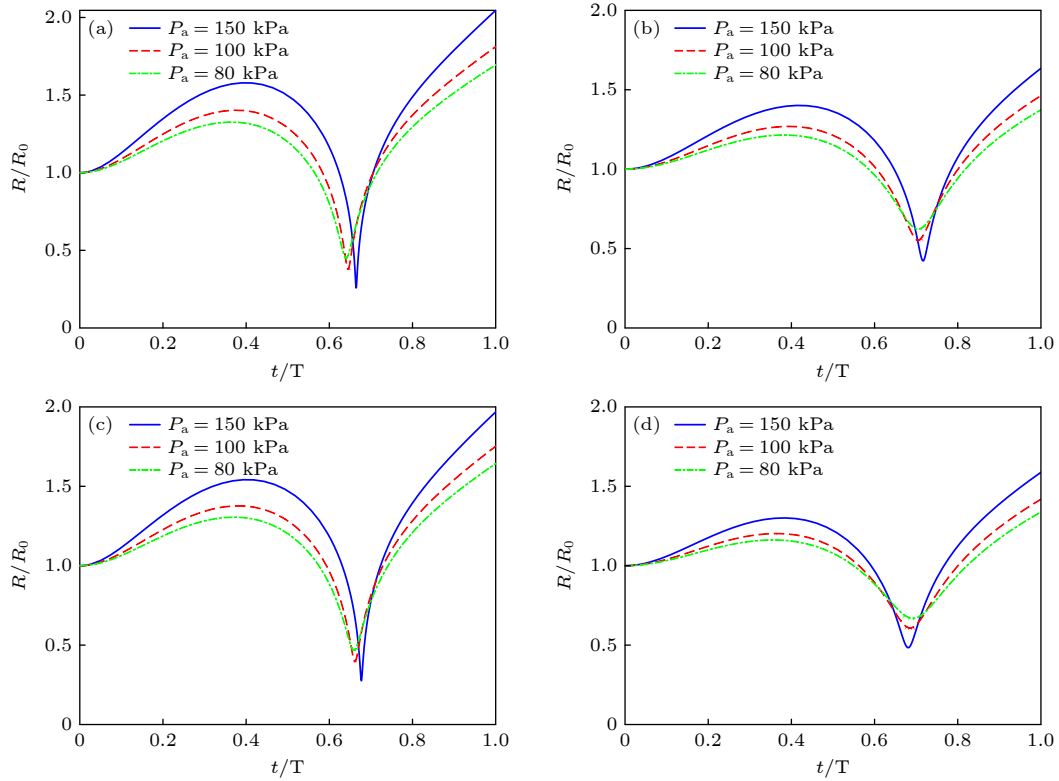


图 8 泡团中心处气泡半径随时间变化曲线, $n = 9 \times 10^{12}$, $f = 28$ kHz, $a = 11$ mm, $R_0 = 6 \mu\text{m}$ (a) 考虑边界; (b) 不考虑边界. $f = 40$ kHz, $a = 9$ mm, $R_0 = 5 \mu\text{m}$ (c) 考虑边界; (d) 不考虑边界

Fig. 8. Bubble radius at the center of the bubble cluster versus time, $n = 9 \times 10^{12}$: (a) With and (b) without considering the impacts of soft boundary, $f = 28$ kHz, $a = 11$ mm, $R_0 = 6 \mu\text{m}$; (c) with and (d) without considering the impacts of soft boundary, $f = 40$ kHz, $a = 9$ mm, $R_0 = 5 \mu\text{m}$.

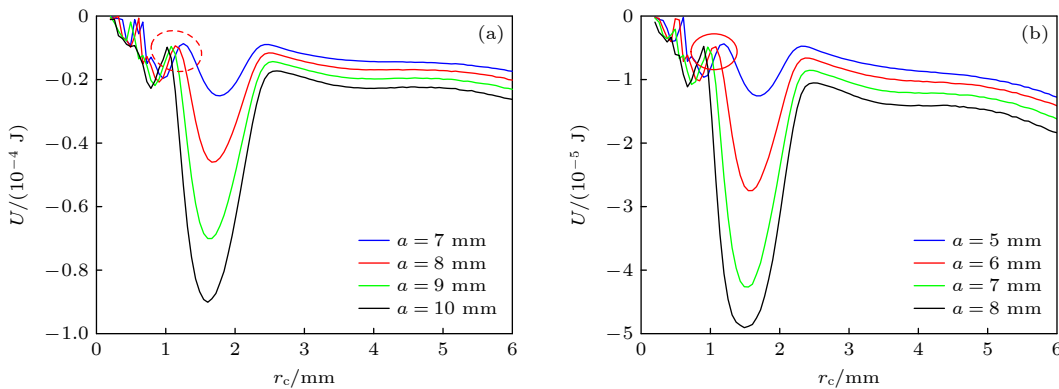


图 9 等效势随球状泡群半径变化曲线, $R_0 = 5 \mu\text{m}$, $n = 9 \times 10^{12}$, $P_a = 150$ kPa (a) 声波频率 28 kHz; (b) 声波频率 40 kHz

Fig. 9. Equivalent potential versus radius of the bubble cluster, $R_0 = 5 \mu\text{m}$, $n = 9 \times 10^{12}$, $P_a = 150$ kPa: (a) $f = 28$ kHz; (b) $f = 40$ kHz.

在 1—2 mm 范围出现双谷点现象, 说明高声压环境下由于强非线性影响, 球状泡团的稳定尺寸可能存在多值性, 因此, 在强声场中球状泡团的演化行为更加复杂. 驱动频率为 40 kHz 的驻波场而言, 在同样的气泡数密度和气泡初始半径情形下, 虽然泡群内气泡的振动减弱, 但是与等效势变化相关的非线性有增强的趋势, 因为在驱动压力幅值为 150 kPa 时即可观察到“双谷点”现象. 随着驱动压

力的增大, 虚线表示的不稳定平衡半径有右移的趋势, 说明在高声压区更易形成高密度的大尺寸泡团, 这与实验观察到的驱动频率在 40 kHz 时泡团结构在靠近波腹位置 (图 4 前 10 ms) 过程中迅速生长的实验观察结论一致, 因此, 尽管是近似的理论分析, 仍能够较好地反映实验变化趋势, 基于等效势分析泡群结构能够稳定存在可能机制具有可行性.

声压条件不同, 声场中气泡数密度不同, 泡团内的气泡总量也可能不同, 因此, 在给定驱动声场条件下分析气泡数密度变化可能形成的影响, 如图 11 所示. 对 28 kHz 和 40 kHz 声场而言, 气泡数密度的影响具有相似的趋势, 即随着气泡数密度的增大, 对泡群内气泡振动的抑制作用增强, 气泡振动减弱, 因此等效势减小, 故等效势谷点处的值越小, 谷点对应的泡群稳定半径越小, 说明高密度泡团具有更小的稳定半径, 这与实验观察结果也具有很好的一致性, 即泡团最初出现时颜色更深, 气泡数密度更大, 泡团半径越小. 气泡数密度越高, 最大不稳定平衡的临界半径也越小, 即更容易生长. 气泡数密度与声压通常呈正相关关系^[25], 因此, 驱动声压幅值越大, 气泡数密度越高, 对应的最佳稳定半径会越小, 也更易于受周围声场和气泡分布环境的影响. 同样, 从数密度影响也可以看出, 40 kHz 情形下等效势变化的非线性可能增强, 可

能存在更大范围的稳定泡团半径区.

在实际的空化场中, 由于气泡的初始半径在微米量级, 通过高速摄影技术较难分辨多气泡聚集而成的泡团结构内气泡的大小. 然而, 由于气泡的非线性振动对初始条件非常敏感, 因此, 气泡平衡半径对其动力学行为的影响不能忽略. 为便于比较, 选择控制声场条件和气泡占空比, 分析气泡平衡半径的影响, 如图 12 所示. 在频率 28 kHz 和 40 kHz 的声波驱动下, 随着气泡初始半径的减小, 等效势的低谷点对应的气泡团半径有增大的趋势, 这说明对于较小的气泡更容易形成较大的稳定的气泡团结构, 即在水中游离的小气泡或泡核容易在声波的驱动下聚集但不完全聚合成大气泡^[13]. 通过对比图 12(a), (b) 发现, 驱动频率为 40 kHz 时, 随着气泡初始半径的增大, 谷点位置虽右移但并不显著, 因此, 可以推断尽管球形泡团内可能因为局部气泡的小的团簇聚集或者因碰撞或溃灭引起的尺度

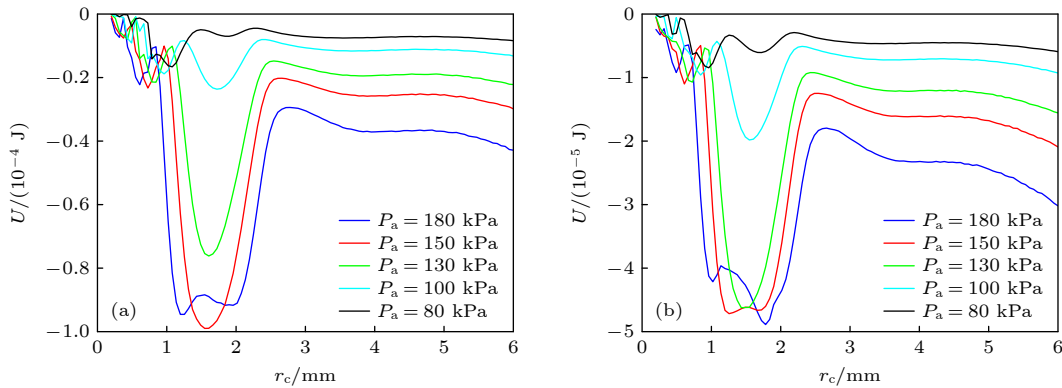


图 10 驱动声压幅值对等效势的影响 ($n = 9 \times 10^{12}$) (a) $f = 28$ kHz, $R_0 = 6 \mu\text{m}$, $a = 11$ mm; (b) $f = 40$ kHz, $R_0 = 5 \mu\text{m}$, $a = 9$ mm
Fig. 10. Effect of driving sound pressure amplitude on equivalent potential ($n=9 \times 10^{12}$): (a) $f = 28$ kHz, $R_0 = 6 \mu\text{m}$, $a = 11$ mm; (b) $f = 40$ kHz, $R_0 = 5 \mu\text{m}$, $a = 9$ mm.

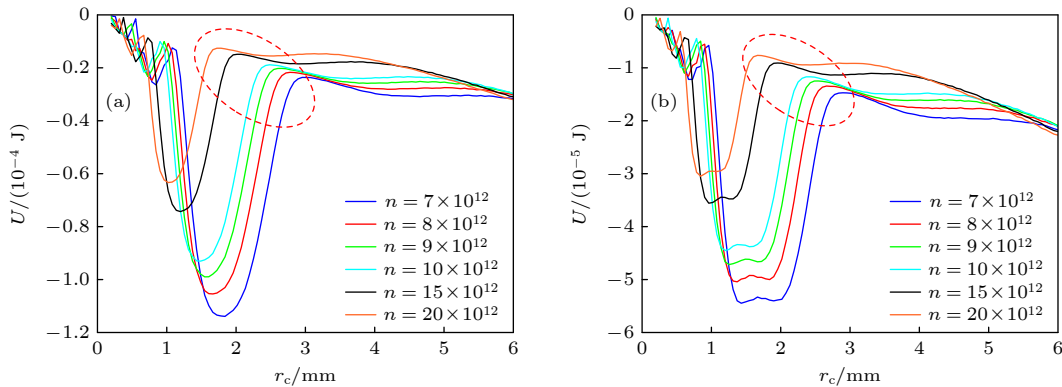


图 11 气泡团数密度对等效势的影响 ($P_a = 150$ kPa) (a) $f = 28$ kHz, $R_0 = 6 \mu\text{m}$, $a = 11$ mm; (b) $f = 40$ kHz, $R_0 = 5 \mu\text{m}$, $a = 9$ mm
Fig. 11. Effect of bubble cluster number density on equivalent potential ($P_a=150$ kPa): (a) $f = 28$ kHz, $R_0 = 6 \mu\text{m}$, $a = 11$ mm; (b) $f = 40$ kHz, $R_0 = 5 \mu\text{m}$, $a = 9$ mm.

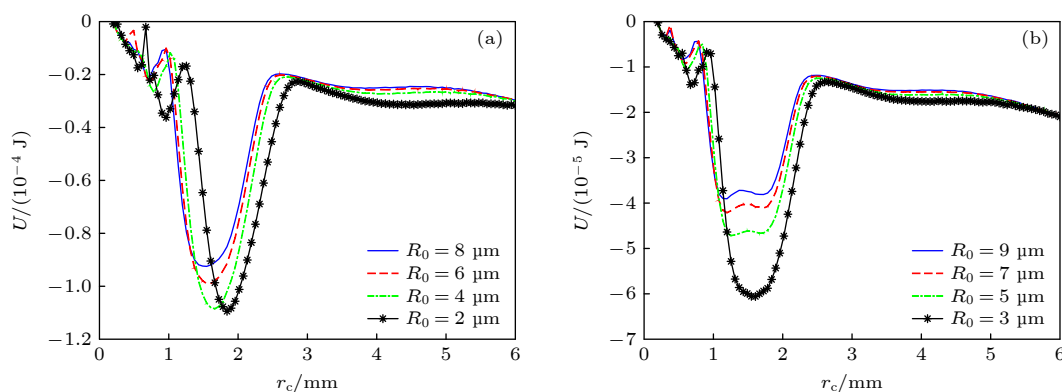


图 12 球状泡团内气泡平衡半径对等效势的影响 ($P_a = 150$ kPa) (a) $f = 28$ kHz, $a = 11$ mm, 泡团内气泡占空比为 0.0081; (b) $f = 40$ kHz, $a = 9$ mm, 泡团内气泡占空比为 0.0047

Fig. 12. Influence of the equivalent radii of small bubbles within the cluster on the equivalent potential ($P_a = 150$ kPa): (a) $f = 28$ kHz, $a = 11$ mm, and void ratio of the cluster is 0.0081; (b) $f = 40$ kHz, $a = 9$ mm, and void ratio of the cluster is 0.0047.

分布变化对球状气泡团聚稳定性影响较小. 在实验中观察到大的球状泡团内还有局部聚集的小气泡团簇朝向泡群内部运动的实验现象, 这类运动从某种角度讲增强了球状泡群聚集结构的稳定性, 因此, 实验结果和理论预测具有较好的一致性. 图 12(b) 显示随着气泡半径的增大, 同样的泡群半径情形下在等效势绝对值有减小的趋势, 且存在较为平坦的势能谷点分布区, 说明若泡团气泡平衡尺寸较大, 泡团可能更易于扩张, 但是随着扩张程度的增大, 也极易过度到不稳定平衡区, 进而影响泡团的整体稳定性. 因此, 结合数值分析, 在球状泡团内气泡最可几平衡半径分布在小于 $10 \mu\text{m}$ 范围内, 与文献 [26, 27] 预测一致.

5 结果与讨论

基于声空化场中气泡聚集泡团上浮过程演化行为的实验观察, 对距离自由液面附近 $1/4$ 波长范围内的球状泡团向伞状和层状结构的演化过程进行了分析, 发现软界面附近驻波场声压分布对结构演化起主导作用, 频率的影响相对较小. 在声压波腹附近, 泡群结构致密且能够保持较好的球形结构, 在随着到水面距离的减小, 泡群内上部气泡数密度减小, 气泡分布较为稀疏. 为更好地认识水面软界面对泡团演化行为的影响, 本文基于镜像原理发展了双气泡团理论模型, 并基于等效势对球状泡团结构稳定性进行了分析, 考虑了泡团距离水面位置、驱动声压幅值和频率、气泡数密度以及气泡平衡半径的影响, 发现理论预测的最佳稳定半径在 $1\text{--}2$ mm 范围内, 且随着驱动声压幅值的增大, 球

状泡团的最佳稳定半径有减小的趋势, 但差异不显著, 即在高压区域容易形成较小的气泡团结构, 但是当压强增大到一定程度时, 非线性增强, 可能出现稳定半径的多值性, 即更容易生长. 当压强减小到一定程度时, 也易于在气泡聚集区出现较小的泡团结构. 气泡数密度与声压幅值呈正相关关系, 二者对等效势影响趋势相同. 相比而言, 频率越高, 等效势变化的非线性可能会增强. 空化场内声压变化十分复杂, 球状泡群除在上浮过程中还可能演化为环状结构等, 同时其行为还可能受到周围存在的其他气泡聚集结构的影响. 值得一提的是, 本文虽然考虑了泡团上浮过程中位置变化的声场分布影响, 但是并未将泡团平动动力学计入理论模型中, 以此, 本文的理论分析仍然是一定程度上的理论近似, 在后续的工作中, 我们将继续发展考虑平动泡团动力学模型, 以期更好地解释声场中气泡的聚集行为. 球状泡团生长和稳定特性分析有助于理解声场内的气泡团聚行为和边界效应, 对气泡聚集行为的调控以及在生物医学超声等领域空化场的应用具有重要意义.

参考文献

- [1] Ying C F 2007 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **37** 129 (in Chinese) [应崇福 2007 中国科学: 物理学 力学 天文学 **37** 129]
- [2] Cheng X R, Zhang S Y, Fang N 2018 *Appl. Chem. Ind.* **47** 1753 (in Chinese) [程效锐, 张舒研, 房宁 2018 应用化工 **47** 1753]
- [3] Ehsan Z S, Christian G, Helmut P, Christian J, Michael B, Cheistian B, Niels J, Christoph F D 2022 *Ultrasound Med. Biol.* **48** 598
- [4] Plesset S M, Prosperetti A 1977 *Ann. Rev. Fluid Mech.* **85** 145

- [5] Chen W Z 2014 *Acoustic Cavitation Physics* (Beijing: Science Press) pp231–236 (in Chinese) [陈伟中 2014 声空化物理 (北京: 科学出版社) 第 231—236 页]
- [6] Keller B J, Miksis M 1998 *J. Acoust. Soc. Am.* **68** 628
- [7] Rasoul S B, Nastaran R, Homa E, Mona M 2010 *Phys. Rev. E* **82** 016316
- [8] Bai L X, Xu W L, Deng J J, Gao Y D 2014 *Ultrason. Sonochem.* **21** 1696
- [9] Yu A 2011 *Phys. Rev. E* **83** 066313
- [10] Zhang W J, An Y 2013 *Phys. Rev. E* **87** 053023.
- [11] Hansson I, Metrch K A 1980 *J. Appl. Phys.* **51** 4651
- [12] Wu P F, Bai L X, Lin W J, Yan J C 2017 *Ultrason. Sonochem.* **38** 75
- [13] Li F, Zhang X M, Tian H, Hu J, Chen S, Wang C H, Guo J Z, Mo R Y 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 084303 [李凡, 张先梅, 田华, 胡静, 陈时, 王成会, 郭建中, 莫润阳 2022 物理学报 **71** 084303]
- [14] Parlitz O, Lauterbor W 1994 *J. Acoust. Soc. Am.* **96** 3627
- [15] Akhatov I, Parlitz U, Lauterborn W 1996 *Phys. Rev. E* **54** 4992
- [16] Appel J, Koch P, Mettin R, Krefting D, Lauterborn W 2004 *Ultrason. Sonochem.* **11** 39
- [17] Li F, Zhang X M, Tian H, Hu J, Chen S, Mo R Y, Wang C H, Guo J Z 2022 *Ultrason. Sonochem.* **87** 106057
- [18] Li F, Huang C Y, Zhang X M, Wang C H, Guo J Z, Lin S Y, Tian H 2023 *Ultrasonics* **132** 106992
- [19] Xu K, Xu L, Zhou G P 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 194301 [徐珂, 许龙, 周光平 2021 物理学报 **70** 194301]
- [20] Nasibullaeva E S, Akhatov I S 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **133** 3727
- [21] Wang C H, Mo R Y, Hu J, Chen S 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 234301 [王成会, 莫润阳, 胡静, 陈时 2015 物理学报 **64** 234301]
- [22] Elwin W V, Christopher F 2021 *J. Acoust. Soc. Am.* **149** 2477
- [23] Joseph B, Keller, Ignace I, Kolodner 2004 *J. Appl. Phys.* **27** 1152
- [24] Christian V, Cleofé C P 2012 *Ultrason. Sonochem.* **19** 217
- [25] Kyuichi Y, Yasuo I, Toru T, Teruyuki K, Atsuya T 2008 *Phys. Rev. E* **77** 016609
- [26] Fabian R, Sergey L, Khadija A-B, Gunther B, Robert M 2019 *Ultrason. Sonochem.* **55** 383
- [27] Mettin R, Akhatov I, Parlitz U, Ohl C-D, Lauterborn W 1997 *Phys. Rev. E* **56** 2924

Structural stability analysis of spherical bubble clusters in acoustic cavitation fields*

Liu Rui Huang Chen-Yang Wu Yao-Rong Hu Jing
Mo Run-Yang Wang Cheng-Hui †

(*Institute of Shaanxi Key Laboratory of Ultrasonics, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China*)

(Received 24 December 2023; revised manuscript received 1 February 2024)

Abstract

The upwelling growth and evolution of spherical bubble clusters appearing at one-quarter wavelength from the water surface in ultrasonic cavitation fields at frequencies of 28 kHz and 40 kHz are studied by high-speed photography. Due to the interactions among bubbles, the stable bubble aggregation occurs throughout the rise of the bubble cluster, whose vertical pressure difference leads to a more significant spreading in the upper part of the cluster in the standing-wave field. At 28 kHz, the rising speed is about 0.6 m/s, controlled by the primary acoustic field. After a violent collapse of the bubble clusters, the aggregating structure begins to hover near the water surface. The size and stability of the structure are affected by the frequency and pressure of the primary acoustic field. If two clusters are close to each other, the clusters deviate from the spherical shape, even trailing off, and eventually merge into a single bubble cluster. By considering the influence of water-air boundary, based on the mirror principle, a spherical bubble cluster model is developed to explore the structure stability of the clusters, and the modified dynamics equations are obtained. The effects of driving acoustic pressure amplitude, bubble number density, water depth, and bubble equilibrium radius on the optimal stable radius of the spherical bubble cluster are numerically analyzed by using the equivalent potentials at 28 kHz and 40 kHz. The results show that the optimal stabilizing radius of spherical bubble cluster is in a range of 1–2 mm, and it tends to decrease slightly with the increase of the driving acoustic pressure and bubble number density. It is worth noting that the nonlinearity is enhanced by increasing acoustic pressure, which may promote the stability of the cluster structure. The smaller the unstable equilibrium radius, the easier it is to grow, and the stable size at 40 kHz is slightly smaller than that at 28 kHz. Generally, spherical clusters first appear in a high-pressure region and then move to a low-pressure region. If the acoustic pressure drops below a certain critical value, bubble clusters disappear. The theoretical analysis is in good agreement with the experimental observation. The analysis of the growth and structural stability of spherical bubble cluster is helpful in understanding the behavioral modulation of bubbles.

Keywords: spherical bubble cluster, cavitation structure, interfacial influence, stability

PACS: 43.35.+d, 43.25.+y, 47.55.dp

DOI: [10.7498/aps.73.20232008](https://doi.org/10.7498/aps.73.20232008)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12374441, 11974232) and the Science and Technology Bureau of Yulin, China (Grant No. CXY-2022-178).

† Corresponding author. E-mail: wangld001@snnu.edu.cn



声空化场中球状泡团的结构稳定性分析

刘睿 黄晨阳 武耀蓉 胡静 莫润阳 王成会

Structural stability analysis of spherical bubble clusters in acoustic cavitation fields

Liu Rui Huang Chen-Yang Wu Yao-Rong Hu Jing Mo Run-Yang Wang Cheng-Hui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 084303 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20232008

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20232008>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

液体薄层中环链状空化泡云结构稳定性分析

Structure stability of cyclic chain-like cavitation cloud in thin liquid layer

物理学报. 2022, 71(8): 084303 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212257>

中性和阳离子丁酮团簇的结构及稳定性的理论研究

Theoretical study on the structure and stability of neutral and cationic butanone clusters

物理学报. 2018, 67(3): 033601 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171862>

不同类型气泡组成的混合泡群声空化特性

Acoustic cavitation characteristics of mixed bubble groups composed of different types of bubbles

物理学报. 2020, 69(18): 184301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200381>

磁场对二元合金凝固过程中糊状层稳定性的影响

Effect of magnetic field on stability in mushy layer during binary alloy solidification

物理学报. 2021, 70(6): 066401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201748>

硅和钇双掺杂对 γ -TiAl 基金属稳定性和抗氧化性的影响

Effects of Si and Y co-doping on stability and oxidation resistance of γ -TiAl based alloys

物理学报. 2019, 68(19): 196101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190490>

空化多泡中大气泡对小气泡空化效应的影响

Influence of large bubbles on cavitation effect of small bubbles in cavitation multi-bubbles

物理学报. 2019, 68(23): 234302 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191198>