

磁场、流体特性及几何参数对液态金属双扩散对流的影响*

尹超男¹⁾ 郑来运²⁾ 张超男¹⁾ 李许龙¹⁾ 赵秉新^{1)3)†}

1) (宁夏大学数学统计学院, 银川 750021)

2) (宁夏大学机械工程学院, 银川 750021)

3) (宁夏力学交叉与科学计算重点实验室, 银川 750021)

(2024 年 1 月 14 日收到; 2024 年 3 月 2 日收到修改稿)

磁场作用下导电流体热对流是当前研究的热点问题, 本文采用高精度高分辨率的数值方法对二维腔体内液态金属双扩散对流进行直接数值模拟, 研究了在水平或垂直磁场作用下, 磁场强度、Prandtl 数、Lewis 数以及高宽比对流动和传热传质的影响. 研究结果表明: 磁场主要表现为对流动和传热传质的抑制作用. 在相同强度下, 水平磁场比垂直磁场的抑制作用更大, 但在较弱磁场和较强磁场时, 二者对传热传质的影响效果相近. 对于不同方向和强度的磁场, 传热传质效率总是随着 Prandtl 数的增大而增大, 并且在 $Pr = 0.9$ 附近存在解的分岔现象. 随着 Lewis 数的增大, 流动从定常流动过渡到周期流动, 且传质效率受到的影响更大. 在所考虑的高宽比范围内, 随着高宽比的增大, 无磁场及弱磁场时传热传质效率振荡变化, 而强磁场下传热传质效率受高宽比的影响较小. 对相同涡卷数量的流动, 高宽比越小, 传热传质越强.

关键词: 双扩散对流, 高精度, 磁流体, 直接数值模拟

PACS: 44.25.+f, 47.20.Bp, 47.15.-x, 47.54.-r

DOI: 10.7498/aps.73.20240089

1 引言

磁场作用下的双扩散对流涉及流场、温度场、浓度场以及磁场的多物理场耦合, 这种多物理场耦合的对流现象广泛存在于自然界和工业生产之中. 例如, 磁对流下太阳黑子的形成^[1], 磁约束下的受控核聚变^[2,3], 电磁冶金^[4,5] 以及磁场辅助下的材料焊接^[6,7] 等. 对磁场作用下液态金属双扩散自然对流现象的研究不仅有利于揭示磁场对流动和传热传质的影响机理, 也对实际的工业运用有着重要的意义.

关于磁场强度对流动的影响, 有研究指出, 磁场的作用导致等温线趋向于热传导曲线^[8], 磁场通

过降低流速来抑制流动和传热^[8,9]. 对于左右两侧施加正弦波形的封闭腔体, 等温线向垂直侧壁移动, 并形成两条对称的等温线^[9]. 对于左侧壁面上 3 个不同位置的热源的热对流情形, Manogaran 和 Anbalagan^[10] 获得了类似的结论, 发现传热传质效率随哈特曼数 (Ha , 表征磁场强度的无量纲参数) 的增大而减小. 无论对于高宽比为 2:1 矩形腔体^[11] 还是梯形腔体^[12] 内的热对流问题, 研究者们均发现磁场抑制了流体的总动能, 抑制程度与磁场强度成正比^[11], 传热传质效率随着磁场强度的增大而降低^[12]. 关于磁场下双扩散毛细对流, 文献^[13] 研究发现当磁场强度足够大时能实现晶体生长所需要的条件. Uddin 等^[14] 还发现不同类型的磁场

* 国家自然科学基金 (批准号: 12272196)、宁夏自然科学基金 (批准号: 2022AAC03011, 2022AAC03074)、宁夏大学生创新创业项目 (批准号: G202210749011) 和宁夏大学研究生创新项目 (批准号: CXXM2023-09) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhao_bx@nxu.edu.cn

对传热的影响不同,如均匀磁场下对流的传热传质效果优于非均匀磁场.磁场方向对流动也有一定的影响,表现在流型上导致了腔内多涡的存在^[15].通过对比气体、水、液态金属镓,研究者发现磁场方向和强度对腔内流动影响很大,但相比于其他两种流体,液态金属镓对磁场强度的变化响应最小^[16].Makayssi 等^[17]发现磁场方向在 0° — 180° 范围内变化时,传热和传质效率随磁场方向的变化呈倒三角形,且在 180° — 360° 的范围内重现.随后, Liao 等^[18]通过数值研究不同瑞利数和磁场强度下的对流换热模式,给出了用以描述磁场方向影响的关联式,但其并不是普适的.对于带热源的情形,前人发现通过固定腔体倾斜角,传热效率在磁场角度平行于流体流动方向时达到最大^[19].最近, Moolya 和 Satheesh^[20]发现在浮力比 $N = 1$ 时,传热最强对应的磁场角度是 60° ,而浮力比 $N = -1$ 时,最佳角度为 30° .后来,他们使用方差分析方法确定了所考虑参数的显著性,并优化了所选定参数对传热和传质的影响^[21].针对三维立方体和锥形体,研究均发现磁场显著抑制流体运动,从而抑制热传递,且抑制程度与磁场方向有关^[22,23].随后,通过探讨左右壁面平行、上下壁面为波纹壁的腔体内的热对流, Yasin 等^[24]发现热传递速率在较大和垂直磁场处达到最大.

事实上,大多数研究是针对特定磁场方向进行的,特别是常见的水平磁场或垂直磁场.对于水平磁场,研究者发现磁场会产生和法向相反方向的力从而阻碍对流,当瑞利数较小且磁场强度相对较小时,传热效率强烈地依赖于腔体倾角^[25].振荡发生在足够大的雷诺数下,并且会引起涡对的不稳定性^[26].Ghosh 等^[27]模拟研究了低 Prandtl 数下导电流体热对流的转变,尝试揭示热运输增强的原因和不同流型的起源. Listratov 等^[28]研究揭示了雷诺数和哈特曼数对异常高振幅温度波动的影响. Ren 等^[29]还计算了洛伦兹力的分布,以解释实验中所观察到的复杂对流现象.针对垂直磁场,在某些特定情形下,流体介质的最大传热量与瑞利数无关^[30]. Han 等^[31]发现随着瑞利数的增大,系统经历了两个连续的过渡,一种是叉形分岔,一种是根据系统参数不同而决定的.对于低 Prandtl 数下的磁对流, Zürner 等^[32]给出了 4 种不同的磁对流区域,分别用磁场强度和流动中的湍流水平来进行区分.研究者还在强磁场下模拟获得了 3 种磁对流状态,即胞

状、柱状和湍流形式,发现前两种状态是磁约束的,第 3 种状态中受洛伦兹力的影响较小^[33].

综上所述可以发现,前人对于强磁场的流动问题进行了大量研究,并取得了丰富的研究成果,但已有研究表明,在对流发生的临界磁场强度附近,流动模态更难预测,流动结构更加复杂有趣,且水平磁场与垂直磁场的对比研究鲜见报道.本文针对水平磁场和垂直磁场两种磁场情形,在较大的磁场强度范围内,探讨磁场强度、Prandtl 数、Lewis 数和腔体尺寸等对流动和传热传质的影响,通过对比研究揭示磁场对流动和传热传质的影响机制.

2 物理模型及控制方程

2.1 物理模型

物理模型如图 1 所示,其中腔体高为 H ,宽为 W ,高宽比为 $A = H/W$.上、下壁面是绝热的,左侧壁面温度 (T_h) 和浓度 (C_h) 高于右侧壁面的温度 (T_l) 和浓度 (C_l), B 表示水平和垂直方向施加的磁场.假设感应磁场和总外磁场 B 之比的磁雷诺数远小于 1,则可以忽略电磁感应现象产生的感应磁场.

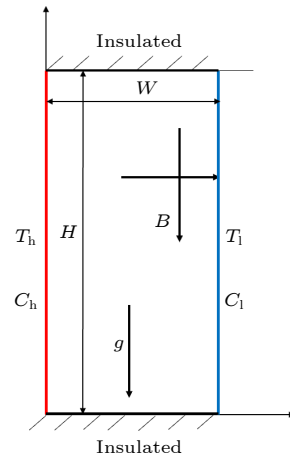


图 1 物理模型

Fig. 1. Physical model.

2.2 控制方程

假设流体满足 Boussinesq 假设,则流体密度 ρ ,温度 T 和浓度 C 的关系状态方程为

$$\rho = \rho_0 [1 - \varphi_T (T - T_0) + \varphi_C (C - C_0)], \quad (1)$$

其中 $\varphi_T = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_{C_0}$, $\varphi_C = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial C} \Big|_{T_0}$ 分别为热

膨胀系数和浓度膨胀系数, 式中 T_0, C_0, ρ_0 分别为参考温度、参考浓度和参考密度. 选取 W 为特征长度, W^2/κ_T 为特征时间 (其中 κ_T 为热扩散系数), 只考虑水平和垂直磁场的情形, 引入以下无量纲量:

$$(x, y) = \frac{(X, Y)}{W}, (u, v) = \frac{(U, V)W}{\kappa_T},$$

$$T^* = \frac{T - T_l}{T_h - T_l}, C^* = \frac{C - C_l}{C_h - C_l}, p^* = \frac{pW^2}{\rho_0\kappa_T^2},$$

可得描述磁场作用下的双扩散对流系统的无量纲方程为^[11,16](为书写方便, 这里去掉无量纲量的上标*号):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + Pr \nabla^2 u - u Ha^2 Pr \sin^2 \beta, \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + Pr \nabla^2 v + Pr Ra (T - NC) - v Ha^2 Pr \cos^2 \beta, \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T, \quad (5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{Le} \nabla^2 C, \quad (6)$$

其中 u, v 分别表示 x, y 方向的速度, p 为流体压力, β 为磁场方向 (取值 $\beta = 0^\circ$ 或 90°). 无量纲参数瑞利数 Ra , Prandtl 数 Pr , Lewis 数 Le , 浮力比 N , 以及哈特曼数 Ha 的定义为

$$Ra = \frac{g \varphi_T (T_h - T_l) W^3}{\kappa_T \nu}, Pr = \frac{\nu}{\kappa_T}, Le = \frac{\kappa_T}{\kappa_C},$$

$$N = \frac{\varphi_C (C_h - C_l)}{\varphi_T (T_h - T_l)}, Ha = WB \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \nu}},$$

其中 ν 为运动学黏性系数, κ_C 为浓度扩散系数, B 为磁感应强度, σ 为电导率. 为消除压力 p 引入流函数 ψ 和涡量 ω , 具体表达式为

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = u, \frac{\partial \psi}{\partial x} = -v, \omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (7)$$

由此方程 (2)—(6) 可写为

$$\nabla^2 \psi = -\omega, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = Pr \nabla^2 \omega + Pr Ra \left(\frac{\partial T}{\partial x} - N \frac{\partial C}{\partial x} \right) + Ha^2 Pr \left(\frac{\partial u}{\partial y} \sin^2 \beta - \frac{\partial v}{\partial x} \cos^2 \beta \right), \quad (9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T, \quad (10)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{Le} \nabla^2 C. \quad (11)$$

相应的无量纲边界条件为

$$x = 0, 0 \leq y \leq A, \psi = u = v = 0, T = C = \frac{1}{2},$$

$$x = 1, 0 \leq y \leq A, \psi = u = v = 0, T = C = -\frac{1}{2},$$

$$y = 0, 0 \leq x \leq 1, \psi = u = v = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial C}{\partial y} = 0,$$

$$y = A, 0 \leq x \leq 1, \psi = u = v = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial C}{\partial y} = 0. \quad (12)$$

用 Nusselt 数表示传热效率, Sherwood 数表示传质效率, 热壁上的传热传质分别用平均 Nu 和 Sh 来描述:

$$Nu = \frac{1}{A} \int_0^A \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} dy,$$

$$Sh = \frac{1}{A} \int_0^A \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x=0} dy. \quad (13)$$

3 数值方法及网格无关性验证

3.1 数值方法

本文采用高精度高分辨率的差分方法进行直接数值模拟^[34]. 该方法针对非线性对流项的离散采用了优化的四阶迎风紧致格式, 扩散项的离散采用四阶 Pade 格式, 流函数泊松方程采用四阶高精度格式进行离散并使用多重网格进行加速, 用三阶 TVD 型 Runge-Kutta 方法进行时间推进, 方法的理论分析和检验已在前面的工作中完成^[34,35].

3.2 网格无关性验证

为了选取合适的网格, 针对不同的磁场大小 ($\beta = 0^\circ, \beta = 90^\circ$), 以及不同磁场强度 ($Ha = 5, Ha = 10$) 进行网格无关性验证, 时间步长取 10^{-5} , 其他参数固定为 $Ra = 10^4, Pr = 0.025, N = 0.8$,

表 1 $\beta = 90^\circ, Ha = 10$ 的网格无关性验证
Table 1. Grid independence verification of $\beta = 90^\circ, Ha = 10$.

网格尺寸	$u_{\max}$	Error/%	$v_{\max}$	Error/%	Nu	Error/%	Sh	Error/%
21×41	7.928265	4.70	10.26546	4.84	1.27839	1.13	1.609945	0.98
31×61	8.166999	1.83	10.60808	1.66	1.287215	0.44	1.619112	0.42
41×81	8.269498	0.59	10.73112	0.52	1.291532	0.11	1.624656	0.08
51×101	8.318981		10.78753		1.292946		1.625911	

表 2 $\beta = 0^\circ, Ha = 5$ 的网格无关性验证
Table 2. Grid independence verification of $\beta = 0^\circ, Ha = 5$.

网格尺寸	$u_{\max}$	Error/%	$v_{\max}$	Error/%	Nu	Error/%	Sh	Error/%
21×41	9.799929	8.07	11.37238	7.23	1.307235	1.76	1.618727	1.29
31×61	10.29227	3.45	11.89485	2.97	1.318517	0.91	1.625802	0.86
41×81	10.51703	1.34	12.11855	1.15	1.326589	0.31	1.635453	0.27
51×101	10.6599		12.25902		1.330674		1.639908	

$Le = 2, A = 2$. 通过表 1 和表 2 可以看出, 选取 41×81 的网格进行计算, 其与精细网格的误差小于 2%, 误差相对较小, 考虑计算精度以及计算效率, 故选用 41×81 的网格. 后续计算若未特别提及, 均使用上述参数进行计算.

4 结果与讨论

4.1 磁场强度的影响

不同方向磁场下热壁面 Nusselt 数随磁场强度哈特曼数的变化情况如图 2 所示. 由图可以看出, Nusselt 数随着 Ha 的增大而逐渐减小, 表明外加磁场起到抑制对流的作用, 且随着磁场强度的增大, 这种抑制作用增强且使传热逐渐减弱. 水平磁场 ($\beta = 0^\circ$) 和垂直磁场 ($\beta = 90^\circ$) 作用下对流换热的效率有明显的不同, 水平磁场下 Nusselt 数曲线始终位于垂直磁场 Nusselt 数曲线的下方, 意味着同等强度下水平磁场对流动和传热的抑制作用强于垂直磁场. 这是因为在水平磁场下, 磁场力的方向与流体速度方向相反, 从而减小了流体运动的速度, 这种阻尼作用会抑制涡旋的形成, 使热对流减弱. 而在垂直磁场下, 磁场引起的洛伦兹力导致流体发生横向的位移和加速度分布的变化, 也会对流体运动产生一定的阻尼作用, 但与水平磁场相比, 垂直磁场对流动的阻尼作用较小、热对流较强.

在本文关注的磁场强度范围内 ($0 \leq Ha \leq 100$), 随着磁场强度 Ha 的增大, 两条 Nusselt 数曲线表现为先分开后合并的变化过程. 磁场较弱时 ($0 \leq Ha \leq 10$), 由于弱磁场产生的洛伦兹力较小, 此时

温度和浓度梯度引起的浮力占主导地位, 磁场方向对流动和传热的影响较小, 故两种方向磁场下 Nusselt 数相近, 区别不明显. 随着 Ha 的增大, 当 $10 < Ha \leq 60$ 时, 水平磁场下传热 Nusselt 数和垂直磁场下传热 Nusselt 数之间的差距逐渐拉大,

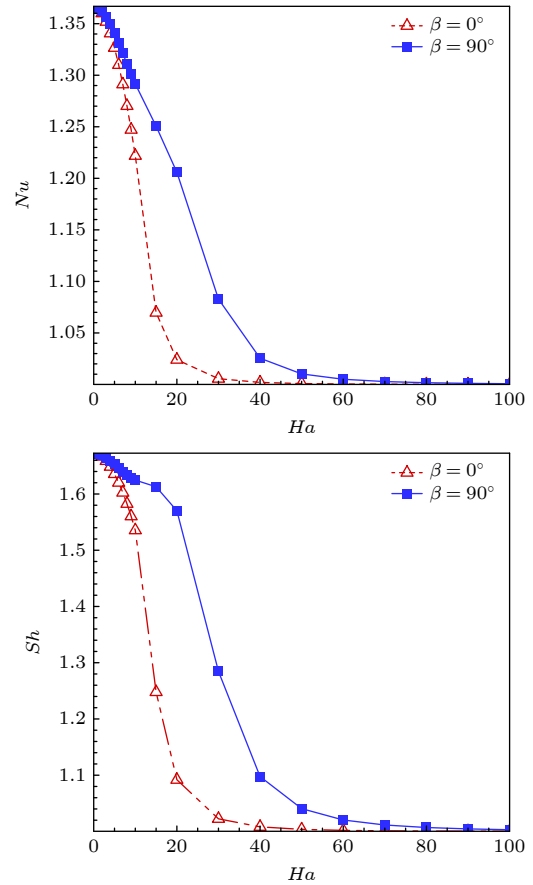


图 2 Nu, Sh 随 Hartmann 数的变化

Fig. 2. Variation of Nusselt number and Sherwood number as a function of Hartmann number.

在 $15 \leq Ha \leq 20$ 之间二者差距最大, 此时磁场方向对流动和传热的影响最大; 在此哈特曼数范围内, 浮力和洛伦兹力的竞争最为激烈, 往往导致流动十分复杂、不易稳定, 从而发展为时间依赖的非定常对流状态. 随着哈特曼数的进一步增大 ($Ha > 60$), 磁场洛伦兹力进一步增强, 磁场占主导地位, 强磁场的抑制作用使得流动较弱, 相对于磁场强度, 此时磁场方向对流动的影响相对较小. 因此, 在实际应用中为有效实现抑制流动, 在中等强度磁场时, 可以考虑通过改变磁场角度进行调控.

4.2 Prandtl 数的影响

整体上而言, 随着 Pr 数的增长, 传热传质效率均随着 Pr 数的增大而增大, 如图 3 所示. 在 $0.01 < Pr < 0.1$ 的范围内, 传热传质效率增长剧烈, 如在较小的磁场强度下 ($\beta = 90^\circ, Ha = 10$), Nu 增长了 25.5%, Sh 增长了 36.7%. 对于 $Ha = 10$ 的影响相对较大.

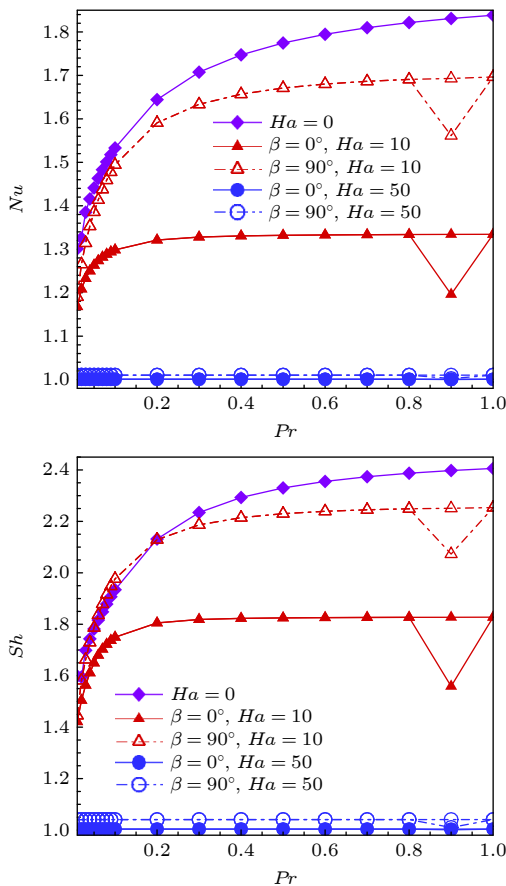


图 3 不同磁场下 Nu 和 Sh 随 Prandtl 数的变化

Fig. 3. Variation of Nusselt number and Sherwood number as a function of Prandtl number for different magnetic fields.

在 $Pr = 0.1$ 的时候, 垂直磁场较水平磁场的传热传质效率分别高出了 15% 和 13%. 这说明垂直磁场作用下, 腔内对流更加激烈, 洛伦兹力和腔内浮力耦合作用更强. 当 $Pr > 0.1$ 时, 传热传质效率受到磁场强度和磁场方向影响的增长速度缓慢. 无磁场时, 传热效率始终优于有磁场的情况, 表明磁场起到了抑制传热的作用; 传质效率在 $Pr < 0.2$ 时与弱垂直磁场 ($Ha = 10$) 下的传质效率相当, 在 $Pr > 0.2$ 时则高于有磁场时的传质效率. 与有磁场时不同, 无磁场时 Nu 和 Sh 曲线是光滑的, 且不存在解的分岔现象.

有磁场时, 在 $Pr = 0.9$ 处系统出现了两个不同的解, 选取 $\beta = 0^\circ, Ha = 10$ 对这种多解的情况进行了探讨, 如图 4 所示. 随着 Prandtl 数的增大, 传热效率呈现递增的趋势. 当使用较小 Prandtl 数为初值向更高 Prandtl 数计算时, 结果为图 4 中的下部分支, 计算至 $Pr = 0.9$ 时传热效率出现了显著的减小, 最大流函数的值为 -5.5, 此时流场结构对应图 4(b). 沿着该分支继续增大 Prandtl 数到 $Pr = 1$ 时, 解的分岔消失; 从 $Pr = 1$ 减小 Prandtl 数到 $Pr = 0.9$, 在 $Pr = 0.9$ 处得到另一解如图 4 中的上部分支, 最大的流函数值为 -5, 流场结构如图 4(a) 所示, 沿着上部分支继续减小 Prandtl 数, 在 $Pr = 0.8$ 时, 上下两分支重合, 解的分岔消失. 此外, 我们还发现, $Pr = 0.01$ 时, 当 $\beta = 90^\circ, Ha = 10$ 时,

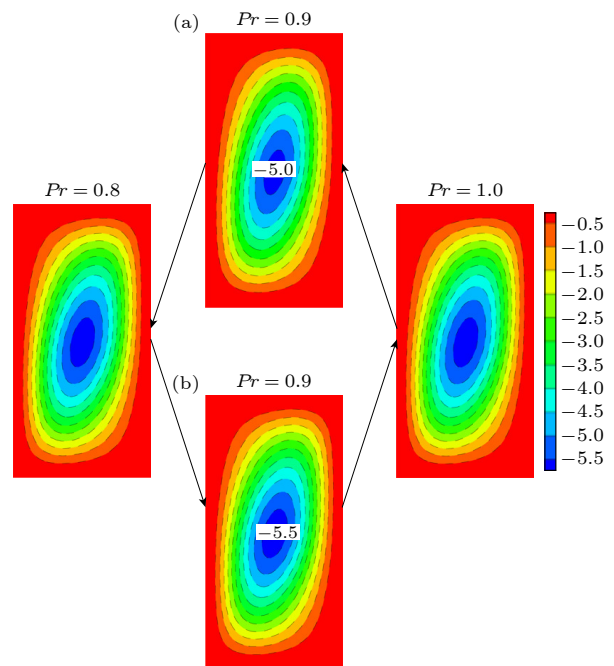


图 4 解的分岔现象

Fig. 4. Bifurcation of the solution.

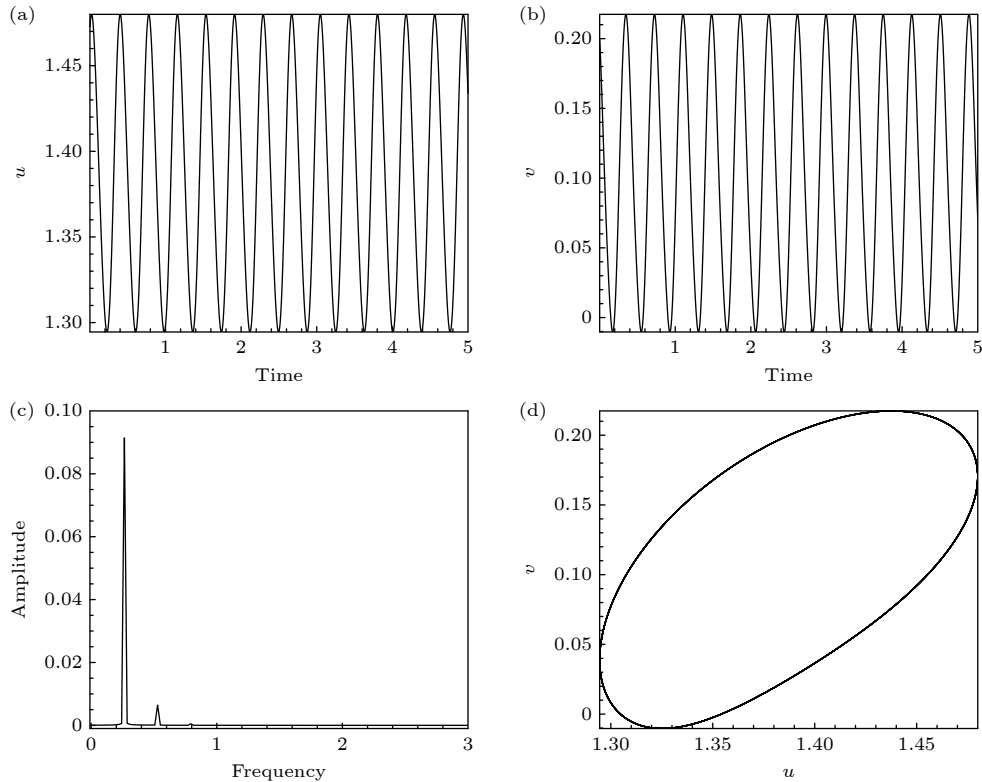


图 5 $Pr = 0.01$ 时流场各特征量的变化情况 (a) u 随时间 t 变化; (b) v 随时间 t 变化; (c) 速度 u 的频谱分析; (d) u - v 相位图
Fig. 5. Variations of flow field characteristics when $Pr = 0.01$: (a) Time trace of the u -velocity; (b) time trace of the v -velocity; (c) Fourier frequency spectrum of the u -velocity; (d) phase-space trajectories.

流场结构为周期流动. 这种流动的代表性情形的各特征量变化如图 5 所示 ($Ha = 10, \beta = 0^\circ$), 速度分量 u, v 的时间序列呈周期变化 (见图 5(a), (b)), 相位图为如图 5(d) 所示一个封闭的环, 此时周期演化的主频为 0.264, 倍频为 0.528, 如图 5(c), 周期为 3.7825.

图 6(a)–(f) 给出了一个周期内不同时刻流场的瞬时结构. 整个周期变化过程的特征是: 来自左侧壁面的高温流体向上向右流动, 来自右侧壁面的低温流体向下向左流动, 从而在中心形成一个顺时针涡卷 (主涡). 由于腔体竖直方向的空间更大, 中心主涡在竖直方向洛伦兹力的作用下被拉长, 为椭圆形状 (见图 6(a)); 尽管如此, 主涡仍不足以覆盖整个腔体, 于是在剪切力和壁面黏性的作用下, 流场中出现了两个逆时针旋转的二次涡 (见图 6(b)); 二次涡逐渐成长 (见图 6(c)), 其覆盖区域逐渐增大, 并挤压中心主涡 (见图 6(d)); 最终使中心主涡在竖直方向受限并被压回到圆形 (见图 6(e)); 与此同时, 二次涡控制的区域达到最大, 但其强度不足以维持这种状态, 在竖直方向洛伦兹

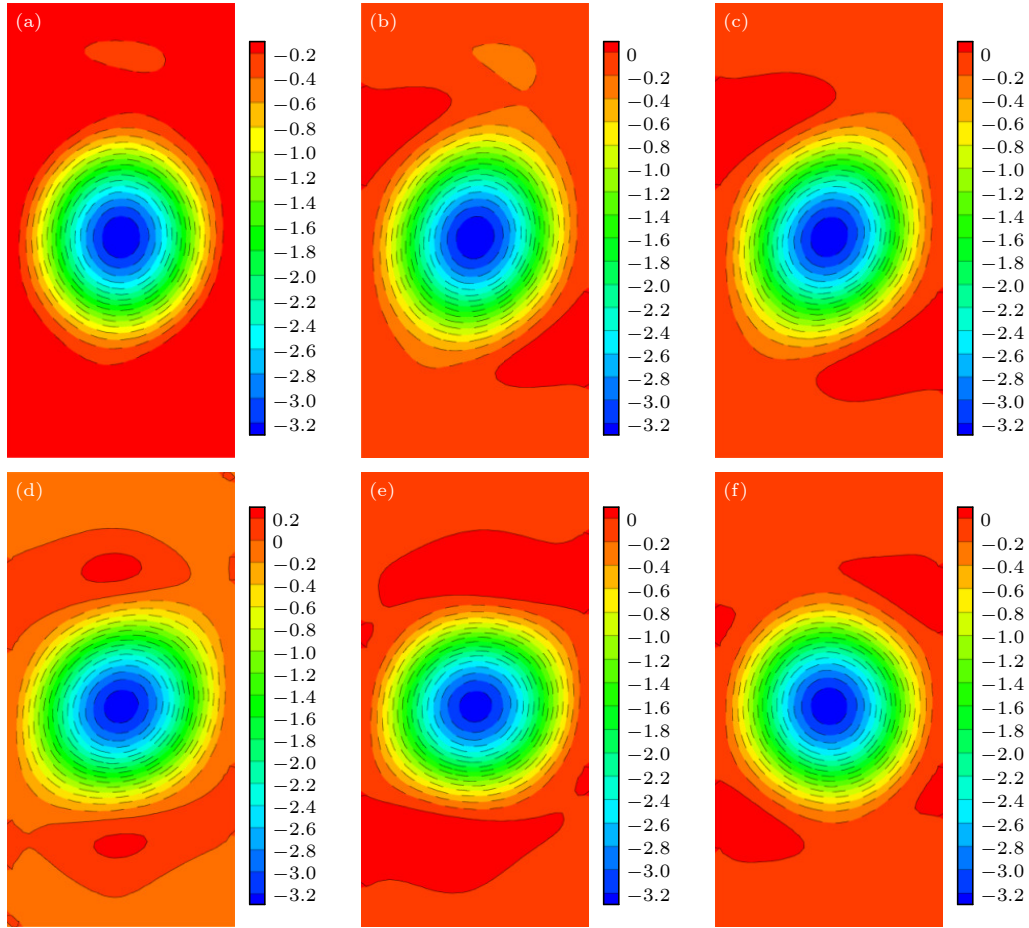
力的作用下, 二次涡逐渐衰退、中心主涡再次成长, 如图 6(f) 所示, 进入了下一个循环.

4.3 Lewis 数的影响

本节给出了流动和传热传质特性随 Lewis 数的变化情况. 由前面的分析可知, 磁场较弱 (如 $Ha = 10$) 时流动往往更为复杂, 随着 Lewis 数的增大, 流动从定常状态过渡到周期状态. 具体地, 如表 3 所示, 水平磁场下, 随着 Lewis 数的增大, 在 $1 \leq Le \leq 8$ 时, 流动是定常的, $Le \geq 9$ 时流动是周期的; 垂直磁场下, 在 $1 \leq Le \leq 6$ 时, 流动是定常的, $Le \geq 7$ 时是周期的. 相比于水平磁场, 施加的垂直磁场加速了周期解的到来, 流动从定常向周期状态过渡的临界 Lewis 数更小.

表 3 弱磁场 ($Ha = 10$) 下 Lewis 数对流动的影响
Table 3. Effect of Lewis number on the flow for $Ha = 10$.

磁场方向	定常解范围(Le)	周期解范围(Le)
$\beta = 0^\circ$	[1, 8]	[9, 100]
$\beta = 90^\circ$	[1, 6]	[7, 100]

图6 $Pr = 0.01$ 时一个周期内的流场结构Fig. 6. The evolution of the flow pattern over a period for $Pr = 0.01$.

Nusselt 数随 Lewis 数的变化如图 7 所示. 在无磁场的情况下, 当 Le 数较小时 ($Le < 20$), 传热效率随 Lewis 数的变化表现出较大的波动, 但在 $Le > 30$ 变得相对稳定, 这表明低 Le 数对传热的影响更为显著, 而高 Le 数的影响较小. 对较弱磁场 ($Ha = 10$) 而言, 当 $1 < Le < 20$ 时, 不论是水平磁场还是垂直磁场, Nusselt 数曲线均呈现一定程度的振荡, 垂直磁场下的振荡更为剧烈. 而 $Le > 20$ 时, Nu 呈现先增大后减小的趋势, 在 $Le = 80$ 附近达到最小. 对于较强磁场 ($Ha = 50$), 在本文所研究的 Lewis 数范围内, 两种方向磁场下 Nusselt 数单调增大, 且垂直磁场下 Nu 的增速快于水平磁场. 传质效率的变化更为复杂, 主要表现在: 无磁场时, 传质效率与弱垂直磁场下的传质效率接近, 而在 $Le > 50$ 之后, 无磁场的传质效率总是低于弱磁场的传质效率. 对于弱磁场, 当 $Le \leq 70$ 时, 传质效率随 Lewis 数的增大整体上呈增大的趋势, 两条 Sherwood 数曲线离得很近, 在 $30 < Le < 70$ 的范

围内几乎重合, 表明磁场方向对传质的影响并不显著; 当 $Le > 70$ 时, 水平磁场下的传质效率急速下降之后再缓慢增大, 而垂直磁场下仍然是递增的. 对于较强磁场, 在整个 Le 数范围内, 两种磁场下传质效率总是随着 Le 的增大而增大; 在 $1 < Le < 20$ 的范围内, 垂直磁场下流动的传质效率相对更强 (Sh 数更大), 在 $Le = 25$ 附近二者接近, 之后则水平磁场下的传质效率更强. 值得注意的是, $Le = 80$ 处 Nu 和 Sh 突然下降, 这是因为尽管 $Le = 70$ 和 $Le = 80$ 时流动均是周期性的, 且都是从单涡结构发展到三涡结构、再回到单涡结构的循环往复, 但是 $Le = 80$ 时单涡结构存在的时间长, 而 $Le = 70$ 时三涡结构存在的时间长. 由于涡卷数目越多则传热传质效率更强, 于是 $Le = 80$ 的 Nu 和 Sh 值比 $Le = 70$ 时的小很多, 从而导致了 $Le = 80$ 处 Nu 和 Sh 的突然下降. 如果继续增大 Lewis 数时, 三涡结构存在的时间又会缓慢增加, 故 $Le > 80$ 之后, Nu 和 Sh 随着 Le 的增大而缓慢增大.

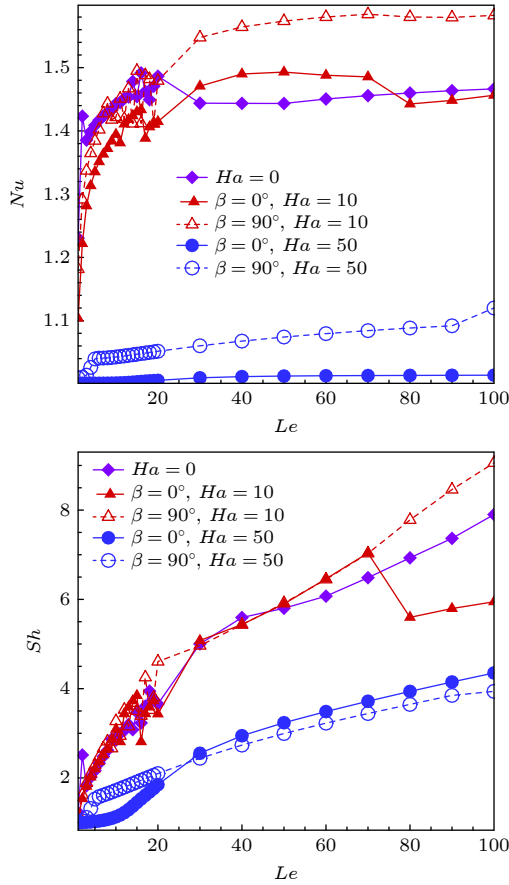
图 7 不同磁场下 Nu 和 Sh 随 Le 的变化

Fig. 7. Variation of Nusselt number and Sherwood number as a function of Lewis number for different magnetic fields.

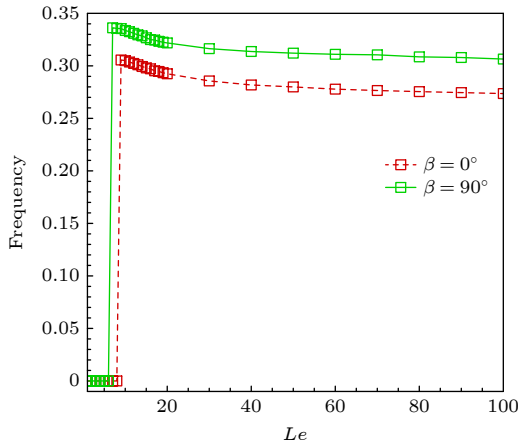
图 8 速度 u 的频率随 Le 数的变化

Fig. 8. Variation of the frequency of the u -velocity as a function of Lewis number.

根据图 7 中所呈现的变化趋势并结合表 3 中定常解和周期解的范围, 我们给出了腔体几何中心处速度 u 的频率随 Lewis 数的变化, 如图 8 所示. 可以看出, 不论何种方向的磁场, 速度 u 的频率均是随着 Le 数的增大而单调递减, 表明流体的热扩

散系数越大, 则周期性流动的周期越长; 相同 Le 数时, 相比于垂直磁场, 水平磁场下的频率更小, 表明水平磁场通过有效地抑制流动的速度和速度波的传播频率, 实现了对传热的更强抑制作用 (Nusselt 数更小, 见图 7). 事实上, Lewis 数和磁场强度、磁场方向等对流动的耦合作用机制较为复杂, 这里仅给出了初步的结果, 未来需进一步深入研究.

4.4 高宽比的影响

在高宽比为 $1 \leq A \leq 12$ 的范围内研究了腔体尺寸对流动和传热传质的影响, 腔体尺寸对传热传质的影响如图 9 所示. 无磁场时, 传热传质曲线随着高宽比的增大出现振荡现象, 且基本都高于对应的有磁场的情形. 较弱磁场 ($Ha = 10$) 时, 传热传质效率也呈现一定程度的上下摆动. 在 $1 < A < 3$ 的范围内, 水平磁场比垂直磁场下的传热传质效率高, 而 $A \geq 3$ 时, 垂直磁场比水平磁场下的传热

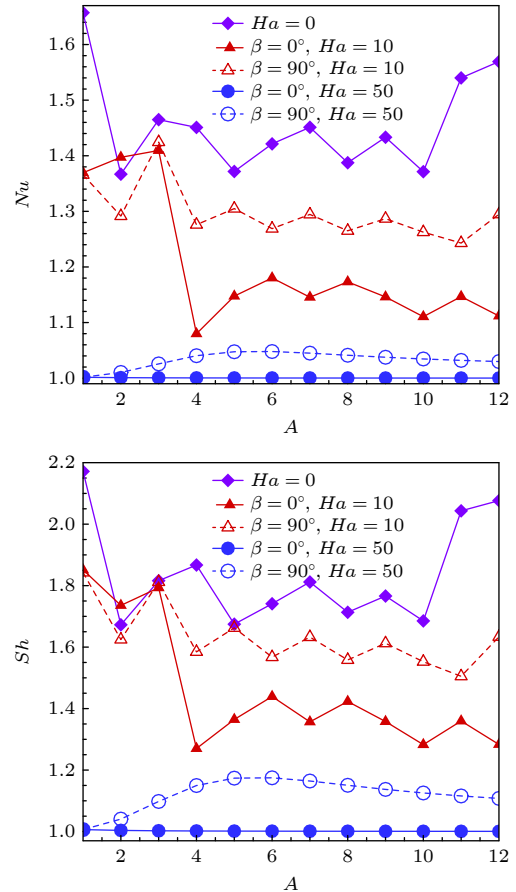
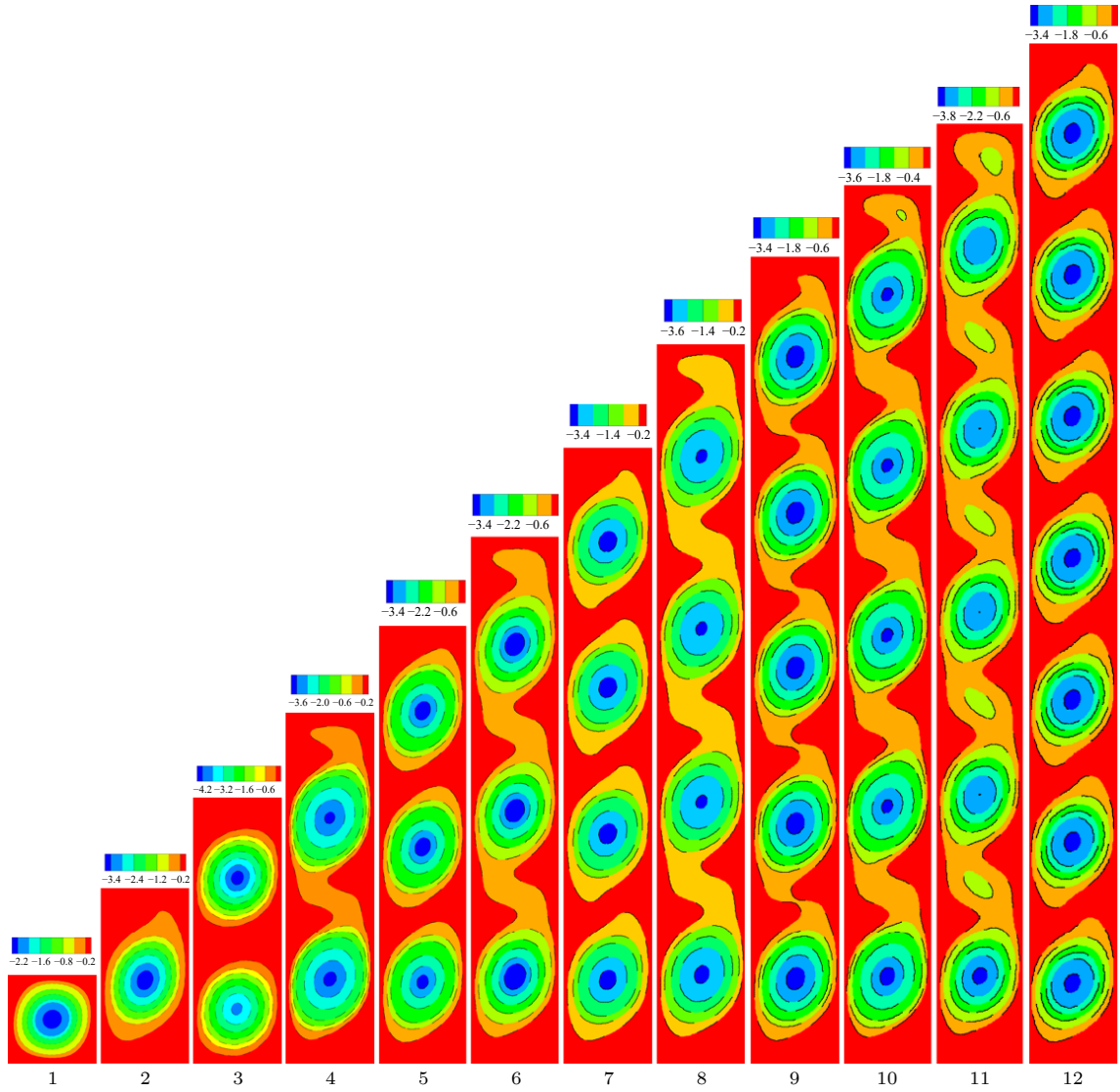
图 9 不同磁场下 Nu 和 Sh 随高宽比的变化

Fig. 9. Variation of Nusselt number and Sherwood number as a function of the aspect ratio for different magnetic fields.

图 10 $Ha = 10$, $\beta = 90^\circ$ 时不同高宽比下的流场结构Fig. 10. Flow patterns in cavities of different aspect ratio for $Ha = 10$, $\beta = 90^\circ$.

传质效率高. 对于较强磁场 ($Ha = 50$), 对于任意高宽比的腔体, 水平磁场下流动几乎被完全抑制 ($Nu \approx 1.0$, $Sh \approx 1.0$), Nusselt 数和 Sherwood 数曲线近乎为一条直线; 垂直磁场下传热传质效率则呈现先增大后减小的变化趋势, 见图 9 中蓝色实线, 在 $A = 5$ 附近达到最强. 无论何种高宽比的腔体, 对于相同的磁场强度, 垂直磁场下的传热传质效率强于水平磁场, 例如 $A = 5$ 时, 垂直磁场下的传热效率相较水平磁场下传热效率增长了约 13%.

图 10 给出了 $Ha = 10$ 垂直磁场下不同高宽比腔体内的流场结构. 当 $A = 1, 2$ 时流场为单涡结构, 对应的模态为单涡奇模态, $A = 3, 4$ 时为双涡结构 (两涡偶模态), $A = 5, 6$ 为三涡结构, $A = 7, 8$ 为四涡结构, $A = 9-11$ 为五涡结构, $A = 12$ 时流场为

七涡结构. 可以看出, 在不同的高宽比范围内, 流场中涡卷的个数不同, 对应的临界模态的奇偶性不同, 且奇偶性随着高宽比的增加而交替变化^[36]. 结合图 9 进一步发现, 对于相同涡卷数量的流动, 高宽比 A 较小时传热和传质效率最强, 这也意味着, 保持在相同的涡卷数情况下, 增大腔体比例, 流动的传热传质能力会减弱.

5 结 论

本文对磁场作用下二维腔体内液态金属双扩散对流进行了高精度数值模拟, 研究了磁场、流体特性参数、以及高宽比对流动和传热传质的影响. 发现随着磁场强度的增大, 流动逐渐被抑制, 传热

传质逐渐减小, 同等强度下水平磁场对流动和传热传质的抑制作用强于垂直磁场. 在本文关注的磁场强度范围内, 强磁场下的传热比无磁场时减小了 36%, 而传质减小了约 60%. Lewis 数会影响周期解的存在范围, 施加垂直磁场时, 会在较小的 Lewis 数达到周期解的状态. 此外, Lewis 数对传质的影响十分明显, 如水平弱磁场下最大 Lewis 数的传质效率约为最小 Lewis 数的 6 倍, 垂直弱磁场下约为 9 倍; 相比而言, 对传热的影响作用要小得多.

Prandtl 数对传热和传质的影响规律相同, 无磁场时传热传质效率随 Prandtl 数单调增大, 最大 Prandtl 数下的传热传质效率比最小 Prandtl 数时增大了约 45%; 施加磁场会降低传热传质的增幅, 且当磁场强度达到一定程度后, 洛伦兹力占绝对主导地位, Prandtl 数对传热传质的影响变得非常小. 虽然磁场具有抑制对流的作用, 但也会导致在某些 Prandtl 数时出现解的分岔现象, 这在实际应用中需特别关注. 高宽比对流场结构和临界模态有明显的影响, 涡卷数量的变化也会影响传热传质效率, 相同涡卷数时, 腔体尺寸越小传热传质效率越大. 这些结果对有助于深入揭示二元流体双扩散对流的动力学特性, 并可推广到混合流体 Rayleigh-Bénard 对流等其他情况.

参考文献

- [1] Degl'Innocenti E L 2003 *The Differential Saturation Mechanism: An Application of the Zeeman Effect to the Diagnostic of Magnetic Fields* Toulouse, France, September 17–21, 2002 pp71–75
- [2] Ni M J 2013 *Sci. Sin-Phys Mech As* **43** 1570 (in Chinese) [倪明玖 2013 中国科学: 物理学 力学 天文学 **43** 1570]
- [3] Ihli T, Basu T K, Giancarli L M, Konishi S, Malang S, Najmabadi F, Nishio S, Raffray A R, Rao C V S, Sagara A, Wu Y 2008 *Fusion Eng. Des.* **83** 912
- [4] Sun Z H I, Guo M, Vleugels J, Van der Biest O, Blanpain B 2012 *Curr. Opin. Solid ST M* **16** 254
- [5] Zhao R X, Wang J, Cao T W, Hu T, Shuai S S, Xu S Z, Chen C Y, Ren Z M, Qian M 2023 *Mat. Sci. Eng. A-Struct* **871** 144926
- [6] Bachmann M, Avilov V, Gumenyuk A, Rethmeier M 2013 *Int. J. Heat Mass Tran.* **60** 309
- [7] Zhu X O, Liu Z Q, Yin G L, Wang H J, Ren J T 2023 *Mater. Res. Express* **10** 096502
- [8] Bendaraa A, Charafi M M, Hasnaoui A 2019 *Eur. Phys. J. Plus* **134** 468
- [9] Hussain S H, Hussein A K, Mohammed R N 2012 *Comput. Math. Appl.* **64** 476
- [10] Manogaran G, Anbalagan S 2024 *Therm. Sci.* online first
- [11] Yu P X, Xiao Z C, Wu S 2017 *Int. J. Heat Mass Tran.* **110** 613
- [12] Teamah M A, Shehata A I 2016 *Alex. Eng. J.* **55** 1037
- [13] Li W, Jiang Y N, Yan J Y, Chen Q S 2012 *Chin. J. Theor. Appl. Mech.* **44** 481 (in Chinese) [李炜, 姜燕妮, 颜君毅, 陈启生 2012 力学学报 **44** 481]
- [14] Uddin M B, Rahman M M, Khan M A H 2015 *Numer. Heat TR A-Appl.* **68** 205
- [15] Mondal S, Sibanda P 2016 *Int. J. Comp. Meth-Sign.* **13** 1641015
- [16] Reddy N, Murugesan K 2017 *Numer. Heat TR A-Appl.* **71** 448
- [17] Makayssi T, Lamsaadi M, Kaddiri M 2021 *Eur. Phys. J. Plus* **136** 996
- [18] Liao C C, Li W K, Chu C C 2022 *Int. Commun. Heat Mass* **130** 105817
- [19] Sivaraj C, Sheremet M A 2017 *J. Magn. Magn. Mater.* **426** 351
- [20] Moolya S, Satheesh A 2020 *Int. Commun. Heat Mass* **118** 104814
- [21] Moolya S, Anbalagan S 2021 *Int. Commun. Heat Mass* **126** 105358
- [22] Singh R J, Gohil T B 2019 *Comput. Fluids* **179** 476
- [23] Singh R J, Chandy A J 2020 *Int. J. Heat Mass Tran.* **157** 119823
- [24] Yasin A, Ullah N, Nadeem S, Ghazwani H A 2022 *Int. Commun. Heat Mass* **135** 106066
- [25] Pirmohammadi M, Ghassemi M 2009 *Int. Comm Heat Mass* **36** 7766
- [26] Tasaka Y, Yanagisawa T, Fujita K, Miyagoshi T, Sakuraba A 2021 *J. Fluid Mech.* **911** A19
- [27] Ghosh M, Ghosh P, Nandukumar Y, Pal P 2020 *Phys. Fluids* **32** 024110
- [28] Listratov Y, Ognerubov D, Zikanov O, Sviridov V 2018 *Fluid. Dyn. Res.* **50** 051407
- [29] Ren D W, Wu S, Yang J C, Ni M J 2020 *Phys. Fluids* **32** 053311
- [30] Parsaee S, Payan S, Payan A 2021 *Int. J. Therm Sci* **169** 107072
- [31] Han D Z, Hernandez M, Wang Q 2018 *Chaos Soliton. Fract.* **114** 370
- [32] Zürner T, Liu W J, Krasnov D, Schumacher J 2016 *Phys. Rev. E* **94** 043108
- [33] Yan M, Calkins M A, Maffei S, Julien K, Tobias S M, Marti P 2019 *J. Fluid Mech.* **877** 1186
- [34] Yang J Q, Zhao B X 2021 *Comput. Math. Appl.* **94** 155
- [35] Zhao B X, Yang J Q 2022 *Phys. Fluids* **34** 034120
- [36] Zhao B X, Tian Z F 2015 *Phys. Fluids* **27** 074102

Effects of magnetic field, fluid properties, and geometric parameters on double-diffusive convection of liquid metals^{*}

Yin Chao-Nan¹⁾ Zheng Lai-Yun²⁾ Zhang Chao-Nan¹⁾

Li Xu-Long¹⁾ Zhao Bing-Xin^{1)3)†}

1) (*School of Mathematics and Statistics, Ningxia University, Yinchuan 750021, China*)

2) (*School of Mechanical Engineering, Ningxia University, Yinchuan 750021, China*)

3) (*Ningxia Key Laboratory of Interdisciplinary Mechanics and Scientific Computing, Yinchuan 750021, China*)

(Received 14 January 2024; revised manuscript received 2 March 2024)

Abstract

Thermal convection in conducting fluids under the influence of a magnetic field is a hot research topic. In this study, a high-precision and high-resolution numerical method is used to directly simulate the double-diffusive convection of liquid metal in a two-dimensional cavity. The study covers the effects of magnetic field strength (Ha), Prandtl number (Pr), Lewis number (Le), and aspect ratio on the dynamics of flow and heat/mass transfer under both horizontal magnetic field and vertical magnetic field. The study considers magnetic field intensities ranging from 0 to 100, Prandtl numbers from 0.01 to 1, Lewis numbers varying from 1 to 100, and aspect ratios spanning from 1 to 12. Within these specified parameter ranges, the outcomes under conditions of no magnetic field ($Ha = 0$), weak magnetic field ($Ha = 10$), and strong magnetic field ($Ha = 50$) are compared with each other.

The results show that the magnetic field primarily suppresses flow, heat transfer, and mass transfer. Under the same strength of the magnetic field, the horizontal magnetic field has a greater suppressing effect than the vertical magnetic field. However, the cases of weak magnetic field and strong magnetic field, their effects on heat and mass transfer are similar. Regardless of the orientation and strength of the magnetic field, the heat transfer efficiency and mass transfer efficiency always increase with Prandtl number increasing. The application of a magnetic field can reduce the increase in heat and mass transfer, and when the magnetic field strength reaches a certain level, the Lorentz force predominates, making the influence of the Prandtl number on heat and mass transfer very small. In the presence of a magnetic field, a bifurcation phenomenon is observed around $Pr = 0.9$.

Additionally, as the Lewis number increases, the flow transforms from steady flow to periodic flow, and the influence on mass transfer efficiency becomes more significant. For example, under a horizontal magnetic field, the mass transfer efficiency at the maximum Lewis number is about six times that at the minimum Lewis number. Similarly, under a weak vertical magnetic field, the mass transfer efficiency is about nine times higher. The influence of Lewis number on heat transfer efficiency is relatively minor.

Within the range of considered aspect ratios, the heat transfer efficiency and mass transfer efficiency exhibit oscillatory behavior under no magnetic field and weak magnetic field as the aspect ratio increases. However, the heat transfer efficiency and mass transfer efficiency under a strong magnetic field are less affected by the aspect ratio. For flows with the same number of vortices, lower aspect ratio can lead to stronger heat and mass transfer.

Keywords: double-diffusive convection, high-accuracy, magnetic fluid, direct numerical simulation

PACS: 44.25.+f, 47.20.Bp, 47.15.-x, 47.54.-r

DOI: 10.7498/aps.73.20240089

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12272196), the Natural Science Foundation of Ningxia, China (Grant Nos. 2022AAC03011, 2022AAC03074), the College Students' Innovation and Entrepreneurship Project of Ningxia, China (Grant No. G202210749011), and the Graduate Innovation Project of Ningxia University, China (Grant No. CXXM2023-09).

[†] Corresponding author. E-mail: zhao_bx@nxu.edu.cn

磁场、流体特性及几何参数对液态金属双扩散对流的影响

尹超男 郑来运 张超男 李许龙 赵秉新

Effects of magnetic field, fluid properties, and geometric parameters on double-diffusive convection of liquid metals

Yin Chao-Nan Zheng Lai-Yun Zhang Chao-Nan Li Xu-Long Zhao Bing-Xin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 114401 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240089

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240089>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

倾角对方腔内热对流非线性演化与分岔的影响

Effect of inclination on nonlinear evolution and bifurcation of thermal convection in a square cavity

物理学报. 2021, 70(11): 114401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201513>

流向磁场抑制Kelvin–Helmholtz不稳定性机理研究

Mechanism of suppressing Kelvin–Helmholtz instability by flowing magnetic field

物理学报. 2021, 70(15): 154702 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202024>

磁流体管内“泡对”在磁声复合场中的振荡行为

Oscillation behavior of bubble pair in magnetic fluid tube under magneto–acoustic complex field

物理学报. 2022, 71(8): 084302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212150>

纵向磁场抑制Richtmyer–Meshkov不稳定性机理

Mechanism of longitudinal magnetic field suppressed Richtmyer–Meshkov instability

物理学报. 2020, 69(18): 184701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200363>

弱Soret效应混合流体对流系统的分岔与非线性演化

Bifurcation and nonlinear evolution of convection in binary fluid mixtures with weak Soret effect

物理学报. 2020, 69(7): 074701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191836>

倾斜多孔介质方腔内纳米流体自然对流的格子Boltzmann方法模拟

Numerical simulation of natural convection of nanofluids in an inclined square porous enclosure by lattice Boltzmann method

物理学报. 2020, 69(16): 164401 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200308>