幂律流体顶盖驱动流中的颗粒运动*

杨晓峰 1)2)3) 刘姣 4) 单方 1)2)3) 柴振华 1)2)3)† 施保昌 1)2)3)

1) (华中科技大学数学与统计学院, 武汉 430074)

2) (华中科技大学, 工程建模与科学计算湖北重点实验室, 武汉 430074)

3) (华中科技大学数学与应用学科交叉创新研究院, 武汉 430074)

4) (南昌大学数学与计算机学院, 南昌 330031)

(2024 年 1 月 25 日收到; 2024 年 5 月 13 日收到修改稿)

采用扩散界面格子 Boltzmann 模型研究了圆形颗粒在幂律流体方腔流中的运动, 重点分析了初始位置、幂律指数、颗粒大小对圆形颗粒在幂律流体顶盖驱动流中的运动的影响. 数值结果表明不同初始位置的圆形颗粒最终均能稳定在极限环上运动. 不同幂律指数的幂律流体对圆形颗粒运动的极限环有明显影响, 对于剪切增稠流体, 颗粒的运动速度明显增大, 极限环半径明显缩小; 对于剪切稀化流体, 左下角和右下角的次级涡收缩, 极限环向方腔的右下角移动. 圆形颗粒较小时, 颗粒的运动速度较快, 运动半径较大, 运动轨迹更接近流体的流线; 圆形颗粒较大时, 受到边界的限制, 极限环半径较小, 运动速度较慢. 此外, 还讨论了颗粒对顶盖驱动流主涡涡心位置的影响, 颗粒会将主涡涡心推向远离颗粒的方向.

关键词: 格子 Boltzmann 方法, 圆形颗粒, 幂律流体, 顶盖驱动流

PACS: 47.11.–j, 47.15.Rq, 47.85.–g **DOI:** 10.7498/aps.73.20240164

1 引 言

幂律流体的黏性依赖于应变率张量[1], 其广泛存在于与人类生活密切相关的各个领域, 如石油工业、化学工业、食品工业、纺织工业、地质、医学及生物工程等. 人身上血液、淋巴液、囊液等多种体液都属于幂律流体. 与牛顿流体相比, 幂律流体具有较为复杂的本构方程[2], 因此使用原有的数值方法研究幂律流体的问题时面临诸多困难. 为此, 一些学者发展了一些新的处理格式[3], 如 Neofytou[4] 提出了一种三阶迎风有限体积法来研究广义幂律流体在顶盖驱动腔中的流动, 并通过与现有的数值结果进行对比验证了方法的有效性; Rafie[5] 使用光滑粒子流体动力学方法研究了顶盖驱动流中的幂律流体问题; 此外, 其他一些方法也被用于研究幂律流体流动[6–9].

各种流动问题中, 顶盖驱动流因其简单的几何结构且涉及复杂的流体动力学行为而受到广泛关注[10]. Schreiber 和 Keller[11] 模拟了高雷诺数下 ($Re=10000$) 二维不可压顶盖驱动流. Botella 和 Peyret[12] 使用 Chebyshev 配点法计算了顶盖驱动流的高精度解, 并利用 Navier-Stokes (NS) 方程的渐近展开提高了解的精度. Erturk 和 Corke[13] 模拟了 $Re \leqslant 21000$ 的顶盖驱动流, 并观察到随着雷诺数增加, 方腔的左下角和左上角出现新的次级涡. Mendu 和 Das[14] 使用基于 Bhatnagar-Gross-Krook 碰撞算子的格子 Boltzmann 方法模拟了双拖动方腔流

* 国家自然科学基金 (批准号: 12072127, 123B2018)、华中科技大学交叉研究支持计划 (批准号: 2023JCJY002, 2024JCYJ001) 和中央高校基本科研业务费 (批准号: YCJJ20241101, 2023JY-CXJJ046) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: hustczh@hust.edu.cn

© 2024 中国物理学会 Chinese Physical Society

中的幂律流体流动, 分析了幂律指数和雷诺数对流体速度和涡心位置的影响. Li 等[15] 利用多松弛格子 Boltzmann 方法研究了幂律流体顶盖驱动流, 给出了不同雷诺数和幂律指数下流体流动的复杂现象. Aguirre 等[16] 使用变分多尺度有限元方法对高雷诺数下的幂律流体顶盖驱动流问题进行了数值研究. Alleborn 等[17] 采用有限体积法研究了顶盖驱动流中的二维稳态不可压缩流体, 并给出了几种稳态解.

然而在很多情况下, 如泥石流[18]、沙尘暴[19]、火山灰输送[20]、煤炭燃烧[21] 和钢铁冶炼[22], 流体流动与固体颗粒的运动同时发生. 由于固体颗粒的运动受到顶盖驱动流的显著影响, 因此如何预测和控制固体颗粒在顶盖驱动流中的运动已成为一个重要的研究课题. Sidik 和 Attarzadeh[23] 模拟了一个小尺寸刚性固体颗粒在顶盖驱动流作用下的运动, 分析了腔体纵横比和雷诺数对颗粒运动的影响. 对于 $Re = 400$ 和 $Re = 1000$, 他们观察到固体颗粒先是向内螺旋运动, 然后是向外螺旋运动, 腔体纵横比的降低导致颗粒被困在次级涡中. Romanò和 Kuhlmann[24] 将不连续的 Galerkin 有限元方法与光滑轮廓法相结合, 研究了颗粒在顶盖驱动流中的运动. 结果表明由于离心力和边界斥力之间的相互作用, 颗粒最终在极限环上周期运动. Hu 等研究了圆形颗粒在顶盖驱动流[25]、平行双拖动[26] 和顺时针双拖动[27] 方腔流中的运动, 考虑了颗粒初始位置、颗粒尺寸和雷诺数的影响. 他们发现随着颗粒尺寸的增大, 壁面排斥力增强. Safdari 和 Kim[28] 用格子 Boltzmann 方法研究了一些球形颗粒在立方体腔中的运动行为, 他们发现球形颗粒的轨迹取决于球形颗粒的大小和涡的结构. Francesco 和 Hendrik[29] 用有限元方法模拟了圆形颗粒在顶盖驱动流中的运动, 并考察了颗粒尺寸和方腔边界对圆形颗粒运动的影响, 研究表明颗粒的尺寸越大, 其极限环越小. 然而, 需要指出的是, 上述研究工作都仅限于牛顿流体, 关于幂律流体顶盖驱动流中的颗粒运动研究鲜有报道.

近年来, 格子 Boltzmann (LBM) 方法作为一种介观数值方法, 在复杂流体动力学问题的研究中得到广泛关注[30–33]. 与传统数值方法相比, LBM 具有一些明显优势, 如清晰的物理背景、易于实现复杂的边界条件、算法的天然并行性和编程的简便性[32]. 由于 LBM 的这些优点, 它也被用于研究颗粒流[34–36]. Noble 和 Torczynski[37] 提出了与 LBM 相结合的部分饱和 (PS) 方法 (PS-LBM), 在 PS-LBM 的基础上, Liu 等[38,39] 通过引入光滑函数和新的力项, 发展了一种用于研究流体与颗粒相互作用问题的扩散界面 LBM (DI-LBM). 结果表明, DI-LBM 比基于叠加模型的 PS-LBM 更有效、更准确. 因此, 本文将采用 DI-LBM 来研究圆形颗粒在幂律流体顶盖驱动流中的运动.

综上所述, 虽然目前的研究对于颗粒在顶盖驱动流中的运动有一定的认识, 但对于幂律流体中颗粒运动的研究尚不充分. 本文采用 DI-LBM 对幂律流体顶盖驱动流中的颗粒运动进行研究, 并重点关注初始位置、幂律指数、雷诺数、颗粒尺寸的影响, 讨论了圆形颗粒对顶盖驱动流主涡涡心位置的影响.

2 幂律流体的流固耦合 LBM 模型

2.1 幂律模型

对于幂律流体, 动力学黏性是剪切速率 $\dot{\gamma}$ 的函数, 具体由下式给出[40]:

$$\mu = \mu_{\mathrm{p}}|\dot{\gamma}|^{n-1}, \tag{1}$$

其中, μ_{p} 和 n 分别为黏性系数和幂律指数, $|\dot{\gamma}| = \sqrt{2(\varepsilon:\varepsilon)}$, ε 为应变速率张量[41]:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left[\nabla u + (\nabla u)^{\mathrm{T}}\right]. \tag{2}$$

根据幂律指数 n 的取值, 可以将幂律流体分为三类: 剪切稀化或假塑性流体 ($n < 1$)、剪切增稠或膨胀流体 ($n > 1$) 和牛顿流体 ($n = 1$).

2.2 幂律流体的扩散界面格子 Boltzmann 模型

流体运动的质量和动量守恒方程可表示为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho \boldsymbol{u}) = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \rho \boldsymbol{u}}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho \boldsymbol{u}\boldsymbol{u}) = -\nabla P + \nabla\cdot\left[\mu\left(\nabla \boldsymbol{u} + \nabla \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\right)\right] + \boldsymbol{F}, \tag{4}$$

其中 ρ 为流体密度, $\boldsymbol{u}$ 为流体速度, P 为压力, $\boldsymbol{F}$ 为外力, μ为动力学黏性, ∇ 为梯度算子.

圆形颗粒的运动方程如下:

$$m_{\mathrm{p}}\frac{\partial \boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}}{\partial t} = \boldsymbol{F}_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{w}}; \tag{5}$$

$$I_{\mathrm{p}}\frac{\partial\omega_{\mathrm{p}}}{\partial t}=T_{\mathrm{f}}\,; \tag{6}$$

其中 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}$ 是颗粒运动的平动速度, $\boldsymbol{F}_{\mathrm{w}}$ 是颗粒与壁面的相互作用力.

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{w}}=\begin{cases}0, & d_{\mathrm{p}}>2r+\xi,\\ \dfrac{1}{\varepsilon}(X_{\mathrm{p}}-X_{\mathrm{w}})(2r-d_{\mathrm{p}}), & 2r<d_{\mathrm{p}}\leqslant 2r+\xi,\\ \dfrac{1}{\varepsilon}(X_{\mathrm{p}}-X_{\mathrm{w}})(2r-d_{\mathrm{p}}+\xi)^2, & d_{\mathrm{p}}\leqslant 2r,\end{cases} \tag{7}$$

其中 $\varepsilon=5\times10^{-8}$, $d_{\mathrm{p}}=|X_{\mathrm{p}}-X_{\mathrm{w}}|$, ξ 为一个格子的长度, X_{p} 是颗粒中心的位置坐标, X_{w} 是壁面距离颗粒中心最近点的坐标, ω_{p} 是颗粒运动的角速度, 颗粒的边界速度 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}$ 为

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}=\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}+D\omega_{\mathrm{p}}/2, \tag{8}$$

其中 D 为颗粒直径.

在 DI-LBM 中, 分布函数的演化方程具有如下形式:

$$\begin{aligned}&f_i\left(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{c}_i\delta_t,t+\delta_t\right)-f_i(\boldsymbol{x},t)\\&=-\frac{1}{\tau}\left[f_i(\boldsymbol{x},t)-f_i^{\mathrm{eq}}(\boldsymbol{x},t)\right]+\phi F_i,\end{aligned} \tag{9}$$

其中 $f_i(\boldsymbol{x},t)$ 表示在位置 $\boldsymbol{x}$ 和时间 t 处的分布函数, $\boldsymbol{c}_i$ 是离散速度, δ_t 是时间步长, τ 是无量纲松弛时间, $f_i^{\mathrm{eq}}(\boldsymbol{x},t)$ 是平衡态分布函数:

$$f_i^{\mathrm{eq}}(\boldsymbol{x},t)=\omega_i\rho\left[1+\frac{\boldsymbol{c}_i\cdot\boldsymbol{u}}{c_{\mathrm{s}}^2}+\frac{(\boldsymbol{c}_i\cdot\boldsymbol{u})^2}{c_{\mathrm{s}}^2}-\frac{\boldsymbol{u}^2}{2c_{\mathrm{s}}^2}\right], \tag{10}$$

其中 c_{s} 是格子声速, ω_i 是权重系数. $\boldsymbol{c}_i$ 和 ω_i 的值取决于离散速度模型的选择. 本文考虑 D2Q9 模型, 权重系数 ω_i 、离散速度 $\boldsymbol{c}_i$ 和格子声速 c_{s} 可以由下式给出:

$$\boldsymbol{c}_i=\begin{pmatrix}0&1&0&-1&0&1&-1&-1&1\\0&0&1&0&-1&1&1&-1&-1\end{pmatrix}c, \tag{11}$$

$$\omega_i=\begin{pmatrix}\frac{4}{9}&\frac{1}{9}&\frac{1}{9}&\frac{1}{9}&\frac{1}{9}&\frac{1}{36}&\frac{1}{36}&\frac{1}{36}&\frac{1}{36}\end{pmatrix}, \tag{12}$$

$$c_{\mathrm{s}}^2=c^2/3, \tag{13}$$

这里 $c=\delta_x/\delta_t$ 是格子速度, δ_x 表示格子距离. 参数 ϕ 是双曲正切函数, 定义为

$$\phi=\frac{1+\tanh(2l/\lambda)}{2}, \tag{14}$$

其中 l 是到颗粒边界的距离, λ 是扩散界面厚度. 离散外力 F_i 为[38]

$$\begin{aligned}F_i=&\left(1-\frac{1}{2\tau}\right)w_i\rho\left[\frac{\boldsymbol{c}_i\cdot(\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}-\boldsymbol{u}^*)}{c_{\mathrm{s}}^2}\right.\\&\left.+\frac{(\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}-\boldsymbol{u}^*\boldsymbol{u}^*):(\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{c}_i-c_{\mathrm{s}}^2\boldsymbol{I})}{2c_{\mathrm{s}}^4}\right],\end{aligned} \tag{15}$$

其中 $\boldsymbol{u}^*$ 为不考虑流固相互作用的速度, $\boldsymbol{u}$ 为修正后的速度, 定义为[35]

$$\boldsymbol{u}^*=\frac{1}{\rho}\sum_i\boldsymbol{c}_if_i, \tag{16}$$

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}^*+\frac{1}{2}\phi(\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}-\boldsymbol{u}^*). \tag{17}$$

通过离散外力的一阶矩可以计算出流固相互作用力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{f}}$ 和扭矩 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{f}}$:

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{f}}=-\frac{\Delta x^2}{\Delta t}\sum_n\phi_n\sum_iF_i\boldsymbol{c}_i, \tag{18}$$

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{f}}=-\frac{\Delta x^2}{\Delta t}\sum_n(\boldsymbol{x}_n-\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}})\left(\phi_n\sum_iF_i\boldsymbol{c}_i\right). \tag{19}$$

此外, 宏观变量 ρ 可以由下式计算:

$$\rho=\sum\nolimits_i f_i. \tag{20}$$

通过 Chapman-Enskog 分析, 可以得到动力学黏性与松弛时间之间的关系:

$$\mu=(\tau-1/2)\,c_{\mathrm{s}}^2\delta_t. \tag{21}$$

这里需要指出的是, 正如前人的工作[37,38]所述, 在幂律流体流动的 LB 方法中, 应变率张量 $\varepsilon_{\alpha\beta}$ 可以用以下二阶格式局部计算[42]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\alpha\beta}=&\frac{1}{2}\left(\partial_\alpha u_\beta+\partial_\beta u_\alpha\right)=-\frac{1}{2\rho\tau\delta_tc_{\mathrm{s}}^2}\\&\times\sum\nolimits_i\left[\boldsymbol{c}_{i\alpha}\boldsymbol{c}_{i\beta}\left(f_i\left(\boldsymbol{x},t\right)-f_i^{\mathrm{eq}}\left(\boldsymbol{x},t\right)\right)\right].\end{aligned} \tag{22}$$

3 模型验证

本节将使用两个经典算例来验证当前的 DI-LBM, 即幂律流体顶盖驱动流和圆形颗粒在顶盖驱动流中的运动.

3.1 幂律流体顶盖驱动流

对于该问题, 计算域为一边长为 $L=1$ 的方腔, 网格大小为 $N_x\times N_y=256\times256$, 上壁面拖动速度为 $U=1.0$, 其他壁面为无滑移速度边界条件. 在本文的模拟中, 四个边界的边界条件均采用非平

衡外推格式[43]. 对于顶盖驱动的幂律流体流动, 定义雷诺数为

$$Re = \rho L^n U^{2-n}/\mu_{\rm p}. \tag{23}$$

在数值模拟中, $Re = 100$, 幂律指数取为 $n = 0.5$, 1.0, 1.5, 分别对应剪切稀化流体、牛顿流体和剪切增稠流体. 图 1 给出了沿方腔垂直和水平中心线的速度分布, 从图中可以看出本文的数值结果与已有数据符合较好[4,42].

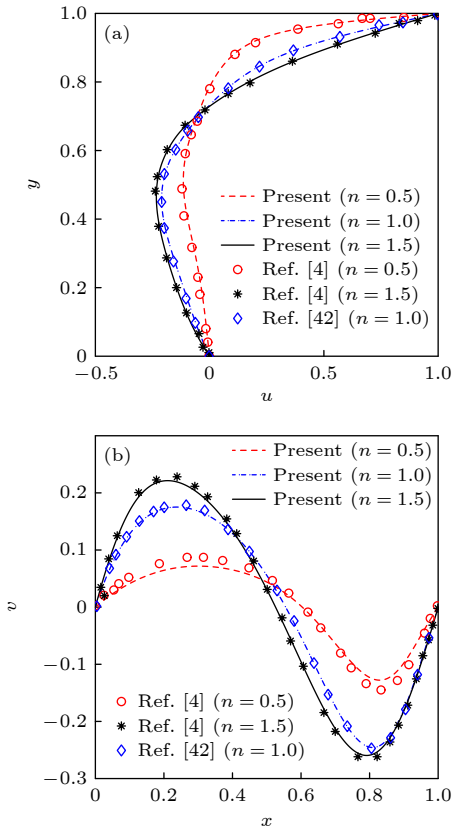

图 1 不同幂律指数下的中心线速度分布 ($Re = 100$) (a) 垂直速度; (b) 水平速度

Fig. 1. The velocity profiles along the centerlines at different power-law indices ($Re = 100$): (a) The vertical velocity profile; (b) the horizontal velocity profile.

3.2 圆形颗粒在顶盖驱动流中的运动

接下来, 以圆形颗粒在顶盖驱动流中的运动为算例, 如图 2 所示, 其他参数和边界条件与 3.1 节相同. 颗粒相对大小为 $r = D/L = 0.1$, 圆形颗粒初始位置为 $(0.25L, 0.25L)$. 为了忽略重力对圆形颗粒运动的影响, 假设颗粒与流体的密度相同. 如前人所述, 在上壁面拖动速度作用下, 圆形颗粒经过一段时间后会沿着一个稳定的轨迹运动, 这个轨迹被称为极限环. 图 3 和图 4 分别给出了不同雷诺数 ($Re = 500$, 1000, 2000) 下颗粒运动的极限环以及沿方腔中心线的速度分布. 从这两幅图可以看出, 本文的数值结果与前人的结果符合较好[25], 这也表明 DI-LBM 可以准确地捕捉颗粒运动.

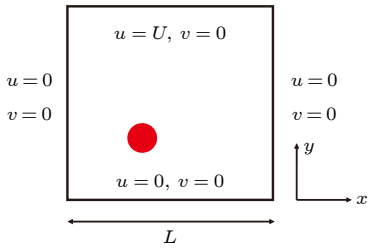

图 2 圆形颗粒在顶盖驱动流中运动的示意图

Fig. 2. The schematic of a circular particle moving in a lid-driven square cavity.

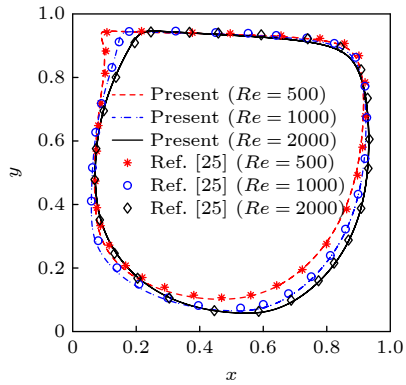

图 3 不同雷诺数下圆形颗粒的极限环

Fig. 3. The limit cycles of a circular particle at different Reynolds numbers.

4 数值实验结果分析

本节采用 DI-LBM 来研究圆形颗粒在幂律流体顶盖驱动流的运动, 主要研究初始位置、幂律指数、雷诺数和颗粒尺寸对颗粒运动的影响. 首先进行网格无关性测试, 其中雷诺数固定为 $Re = 1000$, 幂律指数为 $n = 0.5$, 其他参数和边界条件均与 3.2 节相同. 使用三种不同的网格尺寸 ($N_x \times N_y = 256 \times 256$, 512×512 和 1024×1024) 进行了模拟, 并在图 5 中展示了颗粒的运动轨迹, 其中圆形颗粒初始位置为 $(0.25L, 0.25L)$. 从图中可以看出, 随着时间的增加, 颗粒逐渐稳定在极限环上运动. 对于网格尺寸为 $N_x \times N_y = 512 \times 512$ 和 1024×1024 的两种情况, 颗粒的运动轨迹和极限环几乎相同. 考虑到 DI-LBM 的计算效率和精度, 之后的模拟实验采用的网格尺寸为 $N_x \times N_y = 512 \times 512$.

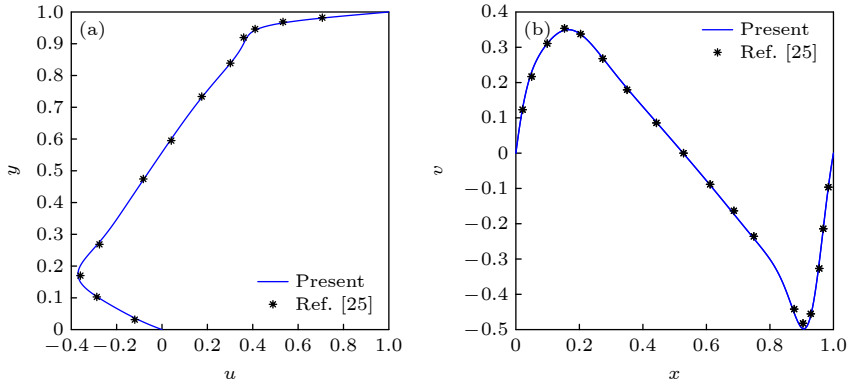

图 4 $Re = 1000$ 时中心线速度分布对比 (a) 垂直速度; (b) 水平速度

Fig. 4. The comparisons of the velocity profiles along the centerlines at $Re = 1000$: (a) The vertical velocity profile; (b) the horizontal velocity profile.

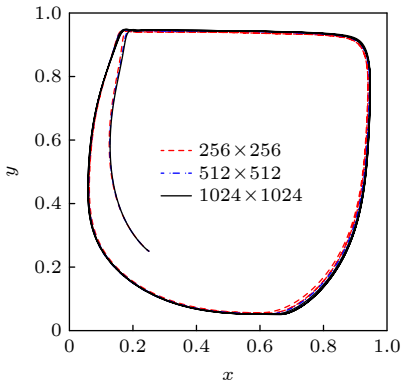

图 5 圆形颗粒在不同网格尺寸顶盖驱动流中的运动轨迹 ($N_x \times N_y = 256 \times 256$, 512×512 , 1024×1024)

Fig. 5. The trajectories of a circular particle moving in a lid-driven cavity with three different grid sizes ($N_x \times N_y = 256 \times 256$, 512×512 , 1024×1024).

4.1 颗粒初始位置的影响

幂律流体在顶盖驱动流中的流动具有强烈的不均匀性, 并呈现出较为复杂的涡流, 这可能影响圆形颗粒的运动. 首先通过考虑 3 个不同的初始位置, 即 $(0.25L, 0.25L)$, $(0.5L, 0.5L)$ 和 $(0.75L, 0.75L)$, 研究初始位置对圆颗粒运动的影响. 图 6 给出了在 $Re = 1000$ 和 $n = 0.5$, 1.0 , 1.5 的情况下圆形颗粒在幂律流体中运动的轨迹. 颗粒的运动与流体对颗粒作用的力有关, 该力与幂律流体中局部剪切速率成正比. 当颗粒的运动速度大于流体的流速时, 作用力表现为阻力; 当颗粒的运动速度小于流体的流速时, 作用力表现为动力. 如图 6 所示, 圆形颗粒首先在惯性作用下进行离心运动, 最后在方腔边界的限制下在极限环上稳定运动, 三种情况的极限环相同, 表明颗粒的初始位置对极限环没有影响.

4.2 雷诺数和幂律指数的影响

考虑到圆形颗粒受到流体流动的影响, 幂律指数和雷诺数对颗粒的迁移至关重要. 为了研究幂律指数和雷诺数的影响, 对不同幂律指数 ($n = 0.5$, 1.0 , 1.5) 和不同雷诺数 ($Re = 500$, 1000 , 2000) 的

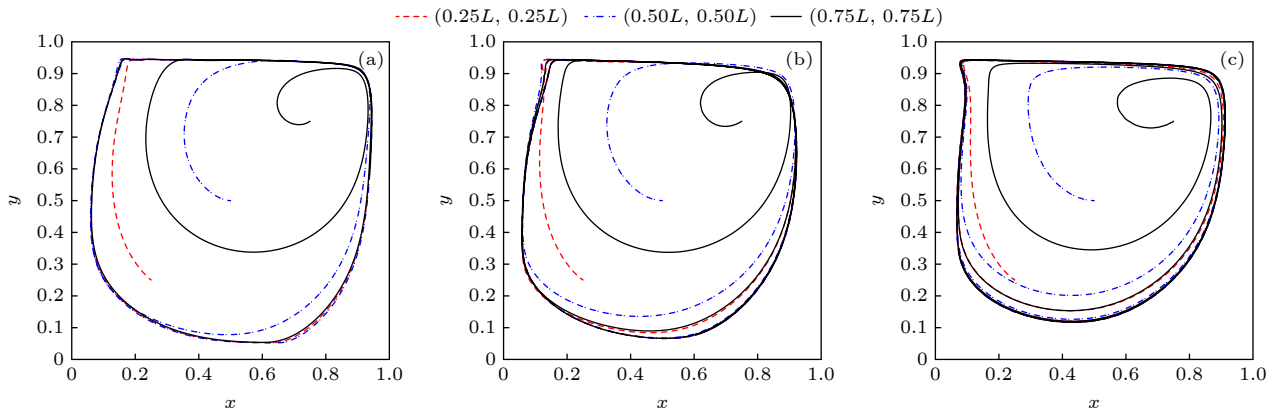

图 6 圆形颗粒在幂律流体顶盖驱动流中的运动轨迹 (a) $n = 0.5$; (b) $n = 1.0$; (c) $n = 1.5$

Fig. 6. The trajectories of the circular particle moving in the lid-driven cavity flows under different power-law indices and different initial positions: (a) $n = 0.5$; (b) $n = 1.0$; (c) $n = 1.5$.

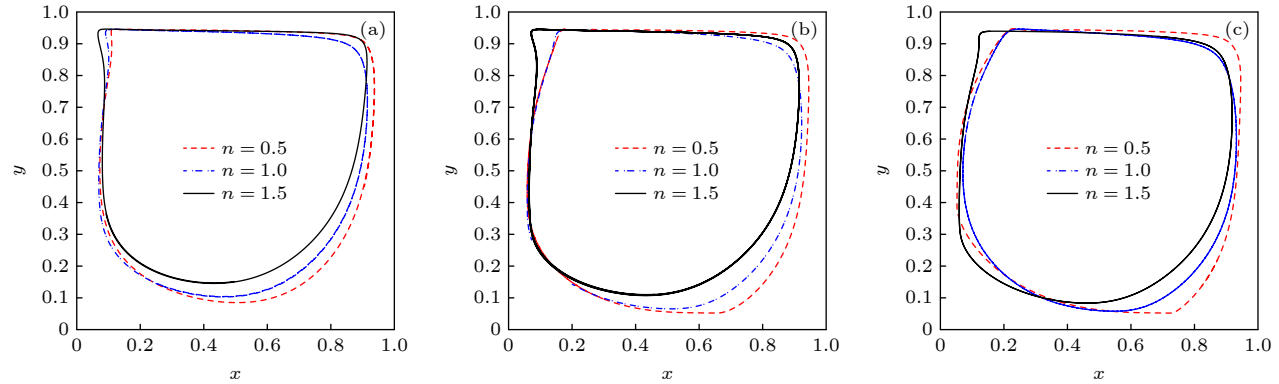

图 7 圆形颗粒在幂律流体顶盖驱动流中运动的极限环 (a) $Re = 500$; (b) $Re = 1000$; (c) $Re = 2000$

Fig. 7. The limit cycles of the circular particle moving in the power-law lid-driven cavity flows with different power-law indices and Reynolds numbers: (a) $Re = 500$; (b) $Re = 1000$; (c) $Re = 2000$.

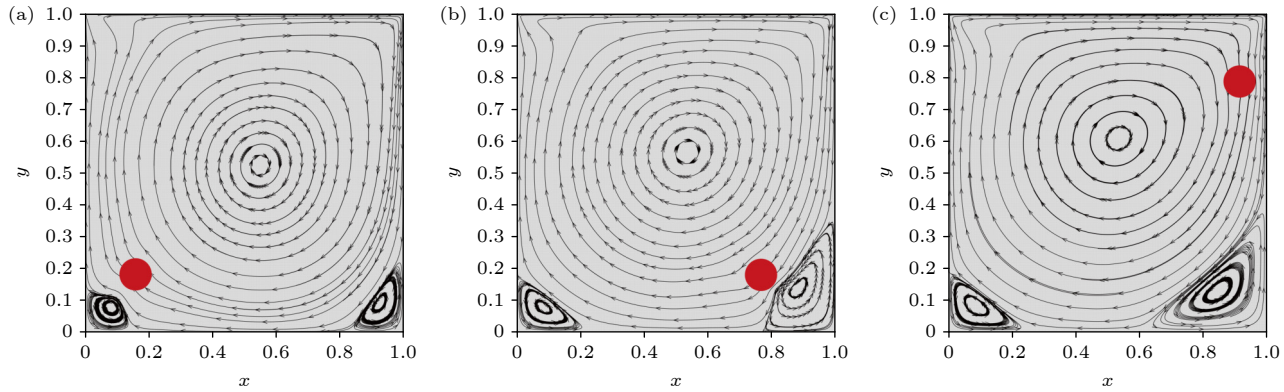

图 8 幂律流体顶盖驱动流的流线及圆形颗粒的位置 (a) $n = 0.5$; (b) $n = 1.0$; (c) $n = 1.5$

Fig. 8. The streamlines of power-law fluid flows and the positions of the circular particle under different power-law indices: (a) $n = 0.5$; (b) $n = 1.0$; (c) $n = 1.5$.

颗粒运动进行了模拟. 从图 7 可以看出, 极限环会受到幂律指数和雷诺数的显著影响. 首先, 对于剪切稀化流体, 极限环向方腔的右下角移动, 而对于剪切增稠流体, 极限环向方腔的左上角移动. 其次, 随着雷诺数的增加, 极限环向方腔的右下角移动, 这与牛顿流体的情况一致. 此外, 圆形颗粒的运动也会对涡产生影响. 图 8 给出了不同幂律指数和 $Re = 1000$ 时幂律流体的流线和颗粒位置. 与牛顿流体相比, 剪切稀化流体 ($n = 0.5$) 位于方腔左下角和右下角的次级涡收缩, 极限环向方腔右下角移动. 而对于剪切增稠流体, 位于方腔左下角和右下角的次级涡充分发展, 极限环向方腔的左上角移动.

另外还考虑不同幂律指数下颗粒的运动速度, 如图 9 所示, 其中 $Re = 500$, $Re = 1000$ 和 $Re = 2000$. 从图可以看出, 与颗粒在极限环上运动相对应, 颗粒的运动速度也具有周期性. 此外, 颗粒运动的周期受到幂律指数的影响. 当 $n = 1.5$ 时, 颗粒速度较大, 运动周期较短, 当 $n = 0.5$ 时, 颗粒速度较小, 运动周期较长. 最后, 随着雷诺数的增加, 流体流动对颗粒运动的影响更加显著, 使得颗粒运动速度增大, 运动周期变短.

4.3 圆形颗粒尺寸的影响

进一步考虑了圆形颗粒尺寸的影响. 图 10 给出了不同尺寸 ($r = 0.05,\ 0.1,\ 0.2$) 和幂律指数 ($n = 0.5,\ 1.0,\ 1.5$) 下颗粒运动的极限环. 随着 r 的增大, 颗粒运动受到方腔边界的限制, 更加靠近方腔中心区域, 极限环向中心收缩. 随着 r 的减小, 颗粒受流体流动的影响更明显, 颗粒在不同幂律指数的情况下均会先向左上方运动, 接触壁面后向右运动, 其运动轨迹更接近图 8 中方腔左上角的流线.

不同颗粒大小和幂律指数下的颗粒运动速度如图 11 所示. 从图中可以看出, 半径较小的颗粒的峰值速度较大, 并且极限环更靠近方腔的边界. 这是因为随着颗粒半径的减小, 颗粒的质量减小, 颗粒更容易被流体拖动.

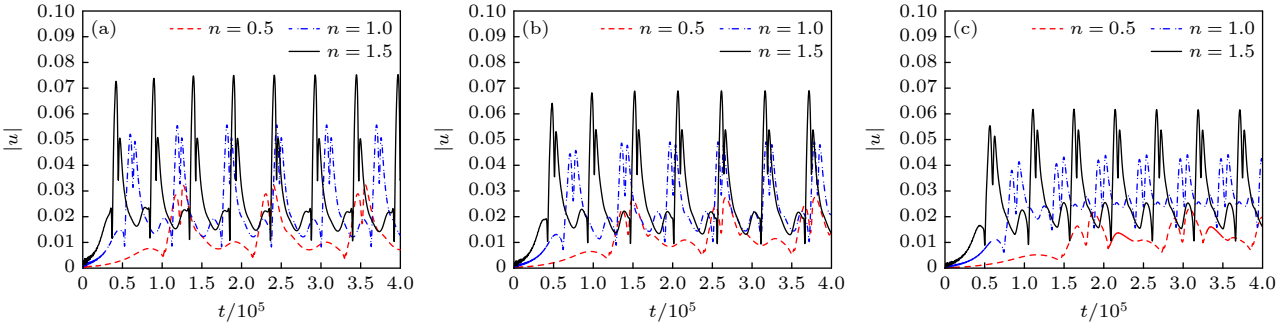

图 9 不同幂律指数 ($n = 0.5$, 1.0 和 1.5) 下圆形颗粒的速度 (a) $Re = 500$; (b) $Re = 1000$; (c) $Re = 2000$

Fig. 9. The evolutions of particle velocity under different power-law indices: (a) $Re = 500$; (b) $Re = 1000$; (c) $Re = 2000$.

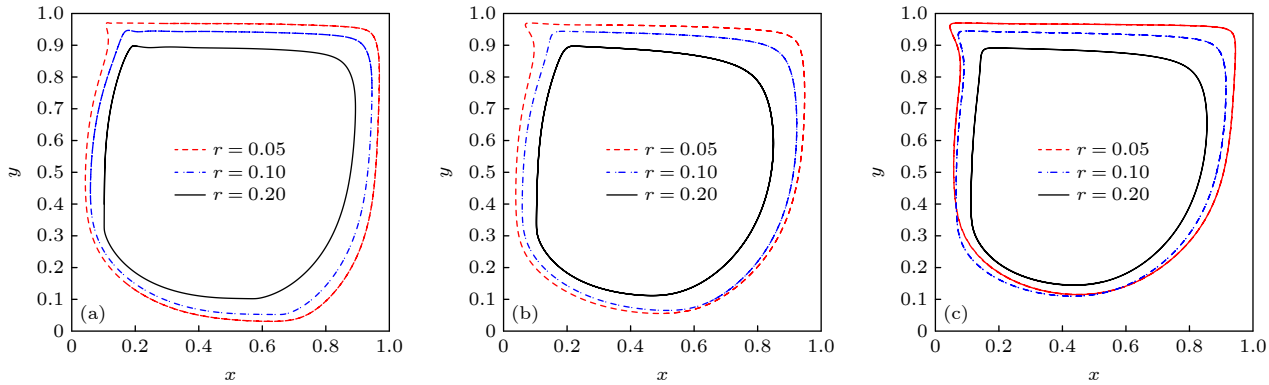

图 10 不同颗粒尺寸和幂律指数下颗粒运动的极限环 (a) $n = 0.5$; (b) $n = 1.0$; (c) $n = 1.5$

Fig. 10. The limit cycles of the moving particle in the power-law lid-driven cavity flows with different particle sizes and power-law indices: (a) $n = 0.5$; (b) $n = 1.0$; (c) $n = 1.5$.

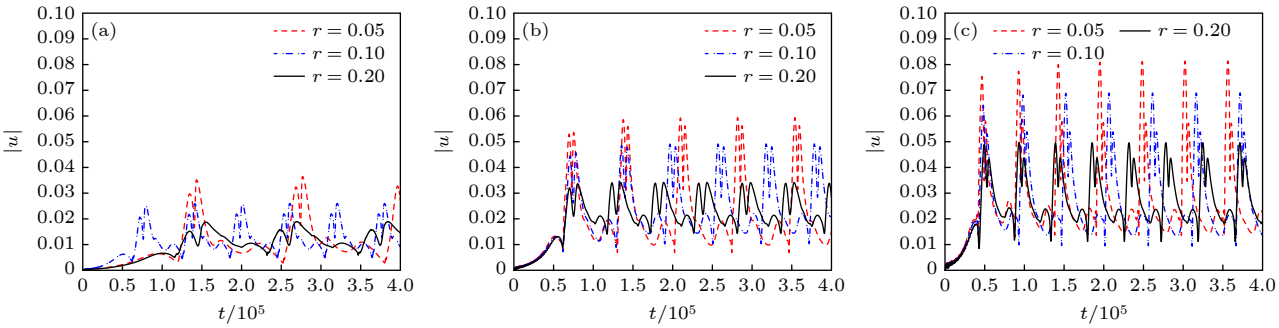

图 11 不同颗粒尺寸和幂律指数下颗粒的运动速度 (a) $n = 0.5$; (b) $n = 1.0$; (c) $n = 1.5$

Fig. 11. The evolutions of particle velocity under different particle sizes and power-law indices: (a) $n = 0.5$; (b) $n = 1.0$; (c) $n = 1.5$.

图 12 给出了不同幂律指数下的流线, 其中 $Re = 1000$ 和 $r = 0.2$. 可以观察到, 圆形颗粒对主涡涡心和次级涡有挤压作用, 特别是当圆形颗粒位于左下角、右下角和左上角时, 这种现象较为明显.

4.4 圆形颗粒运动对主涡涡心的影响

接下来研究圆形颗粒运动对主涡涡心位置的影响. 为了得到更精确的涡心位置, 将网格尺寸更改为 $N_x \times N_y = 1024 \times 1024$. 从图 13 可以看出, 圆形颗粒的运动对主涡涡心的位置有一定的影响, 会挤压主涡涡心并使其围绕在原涡心位置附近做周期运动, 特别当幂律指数 $n = 0.5$ 时, 这种影响更为明显. 当雷诺数不变, 颗粒大小 $r = 0.2$ 时, 随着颗粒的运动轨迹更靠近涡心, 颗粒运动对涡心位置的影响进一步增强, 此时主涡涡心的位置坐标变化幅度较大.

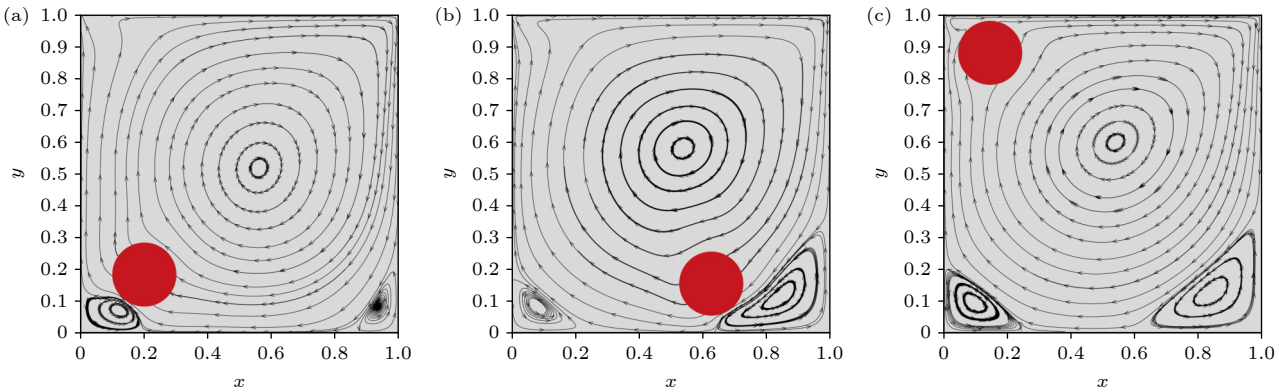

图 12 不同幂律指数下幂律流体顶盖驱动流 ($Re = 1000$, $r = 0.2$) 的圆形颗粒位置和流线 (a) $n = 0.5$; (b) $n = 1.0$; (c) $n = 1.5$

Fig. 12. The positions of circular particle and the streamlines of the power-law lid-driven cavity flows ($Re = 1000$, $r = 0.2$) with different power-law indices: (a) $n = 0.5$; (b) $n = 1.0$; (c) $n = 1.5$.

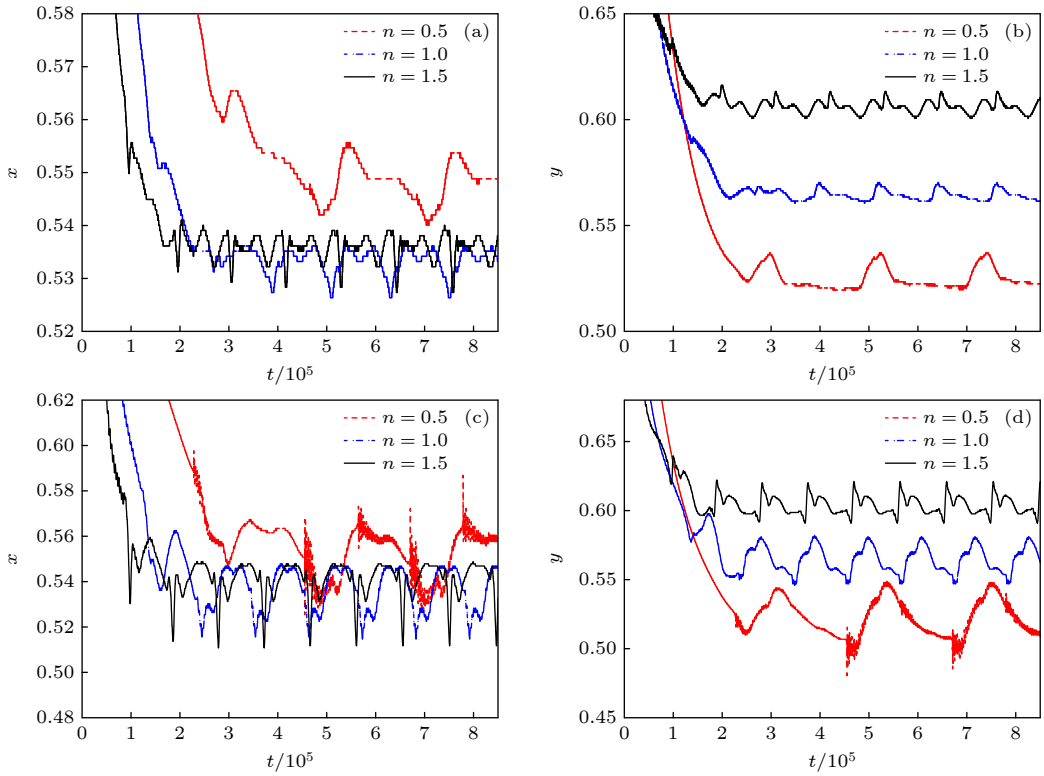

图 13 主涡涡心位置的水平、竖直坐标坐标随时间变化图 (a) x 轴坐标, $r = 0.1$; (b) y 轴坐标, $r = 0.1$; (c) x 轴坐标, $r = 0.2$; (d) y 轴坐标, $r = 0.2$

Fig. 13. The evolutions of the x-axis and y-axis coordinates of position of primary vortex: (a) x-axis, $r = 0.1$; (b) y-axis, $r = 0.1$; (c) x-axis, $r = 0.2$; (d) y-axis, $r = 0.2$.

5 结 论

本文利用 DI-LBM 研究了圆形颗粒在幂律盖驱动腔体流动中的运动, 分析了初始位置、幂律指数、雷诺数和颗粒尺寸对圆形颗粒运动的影响. 根据数值实验结果, 得到以下结论.

1) 圆形颗粒在惯性作用下先做离心运动, 最后在极限环上稳定运动. 此外, 颗粒的初始位置对极限环没有影响.

2) 与牛顿流体相比, 剪切稀化流体情形的颗粒极限环向方腔的右下角移动, 并且颗粒运动速度减小, 运动周期变长. 然而对于剪切增稠流体, 极限环向方腔的左上角移动, 颗粒运动速度增大, 运动周期变短.

3) 随着雷诺数的增加, 极限环向方形腔的右下角移动, 颗粒速度增大, 运动周期变短.

4) 随着颗粒尺寸的增大, 方腔边界的约束效应更为明显, 颗粒被推向方腔中心, 极限环向方腔的中心收缩.

参考文献

[1] Chhabra R P 2006 *Bubbles, Drops, and Particles in Non-Newtonian Fluids* (Boca Raton: CRC Press) pp40-74

[2] Zhu K Q 2006 *Mech. Eng.* **28** 1 (in Chinese) [朱克勤 2006 力学与实践 **28** 1]

[3] Saramito P, Roquet N 2001 *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **190** 5391

[4] Neofytou P 2005 *Adv. Eng. Software* **36** 664

[5] Rafiee A 2008 *Anziam J.* **49** 411

[6] Bell B C, Surana K S 1994 *Int. J. Numer. Methods Fluids* **18** 127

[7] Papanastasiou T C, Boudouvis A G 1997 *Comput. Geotech.* **64** 677

[8] Papanastasiou T C 1987 *J. Rheol.* **31** 385

[9] Roquet N, Saramito P 2008 *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **155** 101

[10] Tazangi H R, Goharrizi A S, Javaran E J 2021 *Korea-Aust. Rheol. J.* **33** 293

[11] Schreiber R, Keller H B 1983 *J. Comput. Phys.* **49** 310

[12] Botella O, Peyret R 1998 *Comput. Fluids* **27** 421

[13] Erturk E, Corke T C 2005 *Int. J. Numer. Methods Fluids* **48** 747

[14] Mendu S S, Das P K 2012 *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **175–176** 10

[15] Li Q X, Hong N, Shi B C, Chai Z H 2014 *Commun. Comput. Phys.* **15** 265

[16] Aguirre A, Castillo E, Cruchaga M, Codina R, Baiges J 2018 *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **257** 22

[17] Alleborn N, Raszillier H, Durst F 1999 *Int. J. Heat Mass Trans.* **42** 833

[18] Stephen T, Nathan E 2007 *Geology* **35** 1027

[19] Zhong H C, Zhou J, Du Z X, Xie L 2018 *J. Aerosol Sci.* **121** 31

[20] Madankan R, Pouget S, Singla P, Bursik M, Dehn J, Jones M, Patra A, Pavolonis M, Pitman E B, Singh T, Webley P 2014 *J. Comput. Phys.* **271** 39

[21] Yue G X, Cai R X, Lu J F, Zhang H 2017 *Powder Technol.* **316** 18

[22] He W C, Lv X W, Pan F F, Li X Q, Yan Z M 2019 *Powder Technol.* **356** 1087

[23] Sidik N A C, Attarzadeh S M R 2011 *Int. J. Mech.* **5** 123

[24] Romanò F, Kuhlmann H C 2017 *Theor. Comput. Fluid Dyn.* **31** 427

[25] Hu J J, Sun D K, Mao S H, Wu H M, Yu S Y, Xu M S 2022 *J. Comput. Theor. Transp.* **51** 222

[26] Hu J J 2021 *Int. J. Mod. Phys. C* **32** 1

[27] Hu J J 2020 *Phys. Fluids* **32** 222

[28] Safdari A, Kim K C 2014 *Comput. Math. Appl.* **68** 606

[29] Francescò R, Hendrik H C 2017 *Theor. Comput. Fluid Dyn.* **31** 1

[30] Chen S, Doolen G D 1998 *Rev. Fluid Mech.* **30** 329

[31] Succi S 2001 *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond* (Oxford: Oxford University Press) pp3-38

[32] Guo Z L, Shu C 2013 *Lattice Boltzmann Method and Its Applications in Engineering* (Singapore: World Scientific Publishing Co.) pp10-21

[33] Krüger T, Kusumaatmaja H, Silva G, Shardt O, Kuzmin A, Viggen E M 2017 *The Lattice Boltzmann Method: Principles and Practice* (Switzerland: Springer International Publishing) pp61-65

[34] Feng J, Hu H H, Joseph D D 1994 *J. Fluid Mech.* **277** 271

[35] Inamuro T, Maeba K, Ogino F 2000 *Int. J. Multiphase. Flow* **26** 1981

[36] Shao X, Yu Z, Sun B 2008 *Phys. Fluids* **20** 103307

[37] Noble D R, Torczynski J R 1998 *Int. J. Modern Phys. C* **9** 1189

[38] Liu J, Huang C S, Chai Z H, Shi B C 2022 *Comput. Fluids* **233** 105240

[39] Liu J, Chai Z H, Shi B C 2022 *Phys. Rev. E* **106** 015306

[40] Boyd J, Buick J, Green S 2006 *J. Phys. A* **39** 14241

[41] Tang G H, Li X F, He Y L, Tao W Q 2009 *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **157** 133

[42] Chai Z H, Shi B C, Guo Z L, Rong F M 2011 *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **166** 332

[43] Guo Z L, Zheng C G, Shi B C 2002 *Chin. Phys.* **11** 366

Motion of a circular particle in the power-law lid-driven cavity flow*

Yang Xiao-Feng [1)2)3)] Liu Jiao [4)] Shan Fang [1)2)3)]
Chai Zhen-Hua [1)2)3)†] Shi Bao-Chang [1)2)3)]

1) (*School of Mathematics and Statistics*, *Huazhong University of Science and Technology*, *Wuhan* 430074, *China*)

2) (*Hubei Key Laboratory of Engineering Modeling and Scientific Computing*, *Huazhong University of Science and Technology*, *Wuhan* 430074, *China*)

3) (*Institute of Interdisciplinary Research for Mathematics and Applied Science*, *Huazhong University of Science and Technology*, *Wuhan* 430074, *China*)

4) (*School of Mathematics and Computer Sciences*, *Nanchang University*, *Nanchang* 330031, *China*)

(Received 25 January 2024; revised manuscript received 13 May 2024)

Abstract

In this paper, the motion of a circular particle in a lid-driven square cavity with the power-law fluid is studied by using the diffuse interface lattice Boltzmann method, and the study mainly considers the effects of the particle's initial position, the power-law index, the Reynolds number, and the particle size. The numerical results show that the circular particle is first in a centrifugal motion under the effect of inertia, and it finally moves steadily on the limit cycle. Furthermore, it is also found that the initial position of the particle has no influence on the limit cycle. For a shear-thinning fluid flow, the limit cycle moves towards the bottom right corner of the square cavity. Moreover, the particle velocity is small, and the period of the particle motion is long. On the other hand, in the case of shear-thickening fluid flow, the limit cycle moves towards the top left corner of the cavity. In addition, the particle velocity is large, and the period of the particle motion is short.With the increase of Reynolds number, the limit cycle moves towards the bottom right corner of the square cavity, which is caused by a strong fluid flow field. Meanwhile, the particle velocity becomes larger, and the period of the particle motion is shorter. With the increase of particle size, the effect of confinement of the cavity boundary becomes significant, and the circular particle is pushed towards the center of the cavity. In this case, the limit cycle shrinks towards the center of the cavity. The circular particle squeezes the secondary vortices, especially when the circular particle is located in the bottom left, bottom right and top left corners. Additionally, the appearance of the circular particle has a significant influence on the position of the primary vortex, which changes periodically near the position of the primary vortex without the particle. It is also observed that the influence of the circular particle becomes more significant as its size increases and the power-law index decreases.

Keywords: lattice Boltzmann method, circular particle, power-law, lid-driven cavity

PACS: 47.11.–j, 47.15.Rq, 47.85.–g **DOI:** 10.7498/aps.73.20240164

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12072127, 123B2018), the Interdisciplinary Research Program of Huazhong University of Science and Technology, China (Grant Nos. 2023JCJY002, 2024JCYJ001), and the Fundamental Research Fund for the Central Universities, China (Grant Nos. YCJJ20241101, 2023JY-CXJJ046).

† Corresponding author. E-mail: hustczh@hust.edu.cn

物理学报 Acta Physica Sinica

Chinese Physical Society

Institute of Physics, CAS

幂律流体顶盖驱动流中的颗粒运动

杨晓峰 刘姣 单方 柴振华 施保昌

Motion of a circular particle in the power-law lid-driven cavity flow

Yang Xiao-Feng Liu Jiao Shan Fang Chai Zhen-Hua Shi Bao-Chang

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 73, 144701 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240164

在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.73.20240164

当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于格子Boltzmann方法的幂律流体二维顶盖驱动流转捩研究

Transitions of power-law fluids in two-dimensional lid-driven cavity flow using lattice Boltzmann method

物理学报. 2021, 70(18): 184703 https://doi.org/10.7498/aps.70.20210451

剪切增稠幂律流体中单气泡上升动力学行为的格子Boltzmann方法研究

Lattice Boltzmann method for studying dynamics of single rising bubble in shear-thickening power-law fluids

物理学报. 2024, 73(13): 134701 https://doi.org/10.7498/aps.73.20240394

变截面微管道中高zeta势下幂律流体的旋转电渗滑移流动

Rotational electroosmotic slip flow of power-law fluid at high zeta potential in variable-section microchannel

物理学报. 2022, 71(13): 134701 https://doi.org/10.7498/aps.71.20212327

运动颗粒流中的摩擦起电

Triboelectrification in moving particle flow

物理学报. 2022, 71(8): 084501 https://doi.org/10.7498/aps.71.20211647

倾斜多孔介质方腔内纳米流体自然对流的格子Boltzmann方法模拟

Numerical simulation of natural convection of nanofluids in an inclined square porous enclosure by lattice Boltzmann method

物理学报. 2020, 69(16): 164401 https://doi.org/10.7498/aps.69.20200308

基于GPU的二维梯形空腔流的格子Boltzmann模拟与分析

GPU based lattice Boltzmann simulation and analysis of two-dimensional trapezoidal cavity flow

物理学报. 2023, 72(15): 154701 https://doi.org/10.7498/aps.72.20230430