

《物理学报》创刊 90 周年

## 量子多体系统中的拓扑序与分数化激发

顾昭龙<sup>1)</sup> 李建新<sup>1)2)†</sup>

1) (南京大学物理学院, 固体微结构物理国家重点实验室, 南京 210093)

2) (南京大学, 人工微结构科学与技术协同创新中心, 南京 210093)

(2024 年 2 月 2 日收到; 2024 年 3 月 12 日收到修改稿)

朗道费米液体理论和金兹堡-朗道相变理论是传统凝聚态物理两座重要的基石, 在处理 BCS 超导体和液氦超流体的形成机制等重要物理问题中取得了巨大成功. 然而, 以 20 世纪 80 年代量子霍尔效应和高温超导的发现为开端, 人们逐渐认识到, 对于一大类新的量子态, 比如分数量子霍尔态和量子自旋液体, 其性质超越了朗道费米液体理论和金兹堡-朗道相变理论. 拓扑序及其所具有的长程多体量子纠缠和分数化激发成为我们理解这些奇异量子态的关键概念. 在量子材料和量子模拟系统中设计并寻找具有拓扑序的物态、探测并操控其分数化激发是当代凝聚态物理重要的研究方向. 近期, 在里德伯原子体系、超导量子处理器和二维摩尔超晶格等具有高度可控性的量子实验平台中, 拓扑序的量子模拟和操控得到了快速发展并取得了重要成果. 本文将简要论述拓扑序在传统凝聚态材料体系和量子模拟体系中最近的研究进展和挑战, 并对该领域未来可能的发展方向做出展望.

**关键词:** 拓扑序, 长程多体量子纠缠, 分数化激发**PACS:** 03.65.Vf, 03.65.Ud, 05.30.Pr**DOI:** 10.7498/aps.73.20240222

## 1 引言

凝聚态物理研究的对象通常包含了海量相互耦合的自由度, 这使我们无法从其基本物质构成单元如原子、电子等所遵守的量子力学薛定谔方程直接出发, 对之进行严格求解以获得对其性质的计算、理解和预测. 正如凝聚态物理领军学者安德森所秉持的“演生论”<sup>[1]</sup>所启示的, 我们需要发展新的基本概念、基本原理和基本定律来解决凝聚态物理领域的问题.

基于准粒子图像的朗道费米液体理论和基于对称性与局域序参量的金兹堡-朗道相变理论构成了传统凝聚态物理两座重要的基石<sup>[2]</sup>. 在朗道费米液体理论中, 准粒子作为相互作用电子系统的低能激发, 与自由电子之间存在一一对应关系. 电子之

间的相互作用只会重整准粒子的有效质量, 并导致其具有有限的寿命, 体系与准粒子相关的性质可以在微扰论的框架下获得. 在金兹堡-朗道相变理论中, 相变前后两个物相具有不同的对称性, 并且其中一个相的对称群为另一相对称群的子群. 系统从高对称性相连续相变到低对称性相时, 会自发产生一个非零的破坏原始高对称性的局域序参量, 亦即发生自发对称性破缺, 而该序参量的量子涨落或热涨落决定了体系在相变点附近的物理性质. 朗道费米液体理论与金兹堡-朗道相变理论, 在处理传统金属的电磁学响应、BCS 超导体和液氦超流体的形成机制与物理特性, 以及量子磁体中磁有序相与顺磁相之间的相互转变等重要物理问题中取得了巨大的成功.

以 20 世纪 80 年代量子霍尔效应<sup>[3,4]</sup>和高温超导<sup>[5]</sup>的发现为标志性开端, 人们逐渐认识到, 对于一大类新的量子态, 比如分数量子霍尔态<sup>[4,6]</sup>、量子

† 通信作者. E-mail: jxli@nju.edu.cn

自旋液体<sup>[7]</sup>和奇异金属<sup>[8]</sup>,其性质无法用朗道费米液体理论和金兹堡-朗道相变理论来描述.实际上,对于分数量子霍尔态和量子自旋液体,拓扑序这一超越上述两个理论的全新概念是描述其性质的核心<sup>[9,10]</sup>.在这些具有拓扑序的体系中,不同的量子相可以具有完全相同的未破缺的对称性,因此没有任何局域序参量能够描述和区分它们的基本特征,它们的根本区别在于不同的长程多体量子纠缠结构;体系的低能激发也不再是朗道费米液体理论描述的准粒子,而是只带有其部分量子数的分数化激发,比如分数电荷和分数自旋.拓扑序及其所具有的长程多体量子纠缠和分数化激发,已经成为我们理解各种分数量子霍尔态和量子自旋液体的关键概念.值得注意的是,对于奇异金属,目前依然缺乏广泛接受的理论理解,全新的物理概念依然有待发掘.

在量子材料和量子模拟系统中设计并寻找具有拓扑序的物态、探测并操控其分数化激发是当代凝聚态物理重要的研究方向.在传统的凝聚态材料体系中,低温强磁场下二维电子气中实现的分数量子霍尔态是已经确认的具有拓扑序的物态;而对量子自旋液体而言,虽然有很多候选材料,但是由于样品性质和探测方法的限制,这些候选材料是否真正实现了量子自旋液体态,依然存在争议.另一方面,在最新实现的量子模拟实验平台包括里德伯原子体系<sup>[11]</sup>、超导量子处理器<sup>[12]</sup>和二维材料摩尔超晶格<sup>[13-16]</sup>中,得益于平台高度的可调控性和丰富的实验探测手段,拓扑序的量子模拟与操控在近期得到了快速发展并取得了重要成果.本文将概述这方面几项重要进展并讨论可能的发展方向.

## 2 拓扑序:长程多体量子纠缠与分数化激发

拓扑序<sup>[9,10]</sup>不具有任何破缺体系对称性的局域序参量,其本质特征为长程多体量子纠缠和分数化激发.

量子纠缠描述系统中两个子系统的总状态无法表示成各自状态的直积态,其大小可以用纠缠熵来衡量.对于一个量子多体系统,其基态往往具有一定程度的多体量子纠缠.比如对于一个平庸的具有能隙的系统,体系基态纠缠熵 $S$ 满足面积率,即如果将其划分为两部分,则在这两部分均趋于无穷

大时,它们之间的纠缠熵 $S$ 正比于它们的接触面积 $A$ , $S = \alpha A$ ,其中 $\alpha$ 与体系的具体细节有关.该定律表明,体系两部分之间的多体量子纠缠全部来源于接触面附近的自由度,这反映的其实是一种短程纠缠.实际上,这些短程纠缠态都可以通过局域幺正演化等效为一个直积态.对于具有拓扑序的体系,其基态纠缠熵在面积率贡献项之外,还有一个常数修正项,即 $S = \alpha A - \gamma$ ,其中 $\gamma$ 被称为拓扑纠缠熵,它反映了体系基态的长程纠缠特性,与体系的具体细节无关而只与其拓扑序的种类有关.这些长程纠缠态是无法通过局域幺正演化等效为直积态的.值得指出的是,本文讨论的拓扑序与拓扑绝缘体<sup>[17]</sup>等拓扑物态具有本质的区别.拓扑绝缘体仍然属于短程纠缠态,其拓扑纠缠熵为零.但是,当我们要求体系的局域幺正演化不能破坏某种对称性比如时间反演对称性时,这些短程纠缠态将无法演化为直积态.换言之,这些拓扑物态受相应的对称性保护,因此它们也被称作对称性保护的拓扑序<sup>[10]</sup>.有时为了区分拓扑序和对称性保护的拓扑序,前者也往往被称作本征拓扑序.此外需要指出的是,以上的讨论只适用于具有能隙的系统.如何将拓扑序的概念推广到无能隙系统,依然是方兴未艾的前沿课题.

拓扑序态的元激发往往是分数化的激发,满足阿贝尔或非阿贝尔任意子统计,可以用于容错量子计算.分数化激发一般具有拓扑稳定性,它们无法通过局域扰动而单独产生或消灭.相反,局域扰动往往同时产生或消灭两个或多个分数化激发.这些同时产生的分数化激发可以通过依次作用的局域扰动而逐渐相互远离,并在体系基态上留下类似于“弦”的痕迹.事实上,每个独立的分数化激发表现为这些弦的端点,而这些弦的交织则给分数化激发带来了非平庸的阿贝尔或非阿贝尔任意子统计.

## 3 传统凝聚态体系中拓扑序的探测与争议

分数量子霍尔态和量子自旋液体是凝聚态物理中拓扑序态最重要的两个实例.

分数量子霍尔态在由半导体异质结形成的二维电子气中得到实现,需要低温、强磁场、高电子迁移率以及电子之间的强库仑排斥等苛刻条件<sup>[4]</sup>.然而,得益于时间反演对称性破缺以及其激发携带

分数电荷, 体系具有分数量子化的霍尔电导, 这成为实验探测其存在的决定性证据. 因此, 分数量子霍尔态是目前凝聚态材料体系中确定存在的拓扑序态.

量子自旋液体是一类基态不具有磁性序的莫特绝缘体. 为了避免磁性序的形成, 其候选材料具有几何或者交换阻挫. 具有几何阻挫的候选材料包括三角晶格的  $\kappa$ -(ET)<sub>2</sub>Cu<sub>2</sub>(CN)<sub>3</sub> 和 YbMgGaO<sub>4</sub> 等材料以及笼目晶格的 ZnCu<sub>3</sub>(OH)<sub>6</sub>Cl<sub>2</sub> 等材料<sup>[7,18]</sup>. 具有交换阻挫的候选材料则包括六角晶格的  $\alpha$ -RuCl<sub>3</sub> 等 Kitaev 材料<sup>[18]</sup>. 由于量子自旋液体不导电, 并且其元激发如马约拉纳费米子和自旋子等分数化的粒子并不携带电荷, 人们一般利用体系的磁激发或者热激发对其进行实验探测, 包括非弹性中子散射和热输运实验等. 特别地, 基态没有磁性序且其中子散射谱为连续谱曾经被认为是量子自旋液体存在的直接实验证据. 因为在自旋液体中, 中子作为一种局域扰动, 将激发成对的分数量子化粒子, 各自具有不同能量和动量的分数化粒子对, 其总的能量和动量都可以与非弹性中子转移的能量和动量相同, 从而形成连续谱. 然而, 这些实验不能直接探测出由拓扑序导致的分数化激发最本质的特征, 比如自旋子携带的分数自旋以及不同分数化激发之间的分数统计, 它们探测的实际是体系低能激发的色散和态密度, 而这些信息本身往往只是量子自旋液体存在的必要条件而非充分条件. 人们进一步研究发现, 中子散射实验得到的连续谱特征可能有其他的起源. 实际上, 众多的量子自旋液体候选材料都存在着由元素替换和晶格缺陷等因素而带来的无序, 这些无序可能会对体系的基态和低能激发有重要的影响. 比如在 ZnCu<sub>3</sub>(OH)<sub>6</sub>Cl<sub>2</sub> 中, 磁性原子 Cu 会替换笼目晶格平面之间的非磁原子 Zn, 进而形成一些随机单重态, 而这些随机单重态的激发可能主导了体系的低能磁激发中的连续谱<sup>[19]</sup>; 在 YbZnGaO<sub>4</sub> 中, 非磁原子 Zn 和 Ga 之间的相互替换会导致磁性原子 Yb 之间的交换相互作用产生无序, 进而可以导致系统形成类似量子自旋液体中的连续谱<sup>[20]</sup>. 这表明, 我们需要可以直接揭示出拓扑序和分数化激发本质特征的实验手段来确认量子自旋液体的存在. 一个重要的结果为磁场下  $\alpha$ -RuCl<sub>3</sub> 的霍尔热导实验, 人们观测到了半整数量子化的平台, 而这被认为是手性马约拉纳费米子边界态存在的独有证据<sup>[21]</sup>. 然而, 该实验结果尚未被重复.

## 4 量子模拟系统中拓扑序研究进展

### 4.1 里德伯原子体系

里德伯原子是一类处于高激发态的原子, 其价电子具有很大的主量子数  $n$ . 里德伯原子一般利用激光通过相干双光子过程从基态原子激发得到. 由于  $n$  很大, 其原子半径也很大, 可以达到微米量级, 这使得它相对于低激发态原子, 具有一些独特的性质. 一方面, 里德伯态波函数很大的半径使得它与原子基态波函数之间的交叠很小, 因此里德伯原子发生自发辐射回到基态的几率也很小, 可以具有较长的与  $n^3$  成正比的寿命. 另一方面, 很大的半径使得它具有较大的电偶极矩, 因而其能级易受外部光场的调控, 这也使得束缚在光镊阵列中的里德伯原子之间存在丰富的相互作用, 包括不同态之间呈  $n^4/R^3$  关系的偶极-偶极相互作用和相同态之间呈  $n^{11}/R^6$  关系的范德瓦耳斯相互作用, 其中  $R$  为原子间距. 这些相互作用使得里德伯原子系统具有丰富的多体物理. 特别地, 相互靠近的里德伯原子的能级能量将会升高, 进而使得激发单个里德伯原子的激光能量不足以在已被激发的原子周边激发第二个原子, 这就是著名的里德伯阻塞效应. 该效应发生的半径, 同样可以利用光场调控. 近年来, 可编程光镊技术的发展使得人们可以实现各种各样无缺陷的里德伯原子阵列, 而光场可控的里德伯阻塞效应的存在使得人们可以制备各种多体量子态<sup>[22,23]</sup>. 因此, 里德伯原子系统成为理想的量子多体模拟实验平台.

2021 年, 在包含 219 个 <sup>87</sup>Rb 原子的可编程光镊阵列中, 人们实现了  $Z_2$  量子自旋液体的模拟<sup>[11]</sup>. 在这个实验中, <sup>87</sup>Rb 原子被束缚在笼目晶格中键的中点上, 当键上的 <sup>87</sup>Rb 原子被激发到里德伯态时, 可以等效认为该键上形成了一个二聚体 (dimer). 实验上通过激光调控使每个 <sup>87</sup>Rb 原子最近的 6 个原子都处于里德伯阻塞效应的半径之内, 这样, 笼目晶格的每个格点至多只会被一个二聚体覆盖. 实际上, 体系至多只有 1/4 的原子可以被激发到里德伯态, 此时, 笼目晶格上每个格点恰好只被一个二聚体覆盖, 而系统的基态就是所有这类二聚体覆盖构型的等几率相干叠加态——这实际上是一种短程共振价键态, 它描述的就是  $Z_2$  量子自旋液体的基态.  $Z_2$  量子自旋液体有两种特征的拓

扑弦算符, 它们实际上构成了系统的一组非局域序参量: 在基态上, 所有不同长度的拓扑开弦的期待值都为零, 而所有不同长度的拓扑闭弦的期待值都不为零. 在实验中, 通过对光镊阵列中里德伯原子的测量, 人们观测到了符合理论预期的拓扑弦算符的期待值. 这表明, 借助于里德伯阻塞效应, 人们确实制备了  $Z_2$  量子自旋液体基态, 实现了其模拟.

## 4.2 超导量子处理器

以超导量子电路为基础的超导量子处理器是目前实现通用量子计算的主要技术路径之一. 原则上, 利用包含  $N$  个逻辑量子比特的通用量子计算机, 可以实现任意包含  $N$  个自旋的量子多体系统的模拟, 这一般需要  $N$  的指数量级的单比特门和双比特受控非 (CNOT) 门操作<sup>[10]</sup>. 然而, 在目前的技术条件下, 实用化的逻辑比特与量子纠错并未实现. 人们只能在体系的相干时间内, 通过对物理量子比特直接进行较高保真度的门操作, 实现量子态的制备、测量和操控. 体系的相干时间和量子门的保真度限制了可以操控的量子门的数量和对应量子电路的深度, 这构成了对量子多体系统模拟的限制.

2021 年基于超导量子处理器, 人们在由 31 个超导量子比特构成的正方晶格阵列上, 实现了  $Z_2$  拓扑序的制备及其拓扑纠缠熵的测量和任意子统计的模拟<sup>[12]</sup>. 在实验中, 人们利用单比特阿达马 (Hadamard) 门和双比特受控非门从平庸的直积态出发制备了具有  $Z_2$  拓扑序的环面编码哈密顿量的基态. 该制备过程的电路深度与晶格的宽度呈线性关系, 可以拓展到包含其他数量量子比特的量子处理器中. 由于环面编码哈密顿量基态的关联长度是零, 体系的拓扑纠缠熵可以在只包含少量格点的子晶格中获得. 实际上, 通过随机单比特门采样, 并采用迭代贝叶斯方法降低错误, 人们获得了分别包含 2、4、6 和 9 个格点子晶格的二阶 Renyi 熵, 发现它们的拓扑纠缠熵都接近  $\ln 2$ <sup>①</sup>, 这证明了  $Z_2$  拓扑序的存在. 随后人们用一系列门操作实现了  $Z_2$  拓扑序任意子激发之间的编织过程, 通过多比特 Ramsey 干涉测量法, 把编织过程积累的相位转移到辅助比特上进行测量, 测量结果符合  $Z_2$  拓扑序所具有的阿贝尔任意子统计.  $Z_2$  拓扑序简并的

基态可以用来构建逻辑量子比特, 其具有对局域扰动不敏感的特性, 支持量子纠错. 在分别包含  $3 \times 3$  和  $5 \times 5$  个物理量子比特的正方晶格阵列中, 人们构建了由  $Z_2$  拓扑序简并基态组成的逻辑量子比特, 它们分别对应码距为 3 和 5 的表面码. 在这两个体系中人们演示了逻辑比特的测量和纠错, 其错误率略低于物理比特错误率的平均值. 不过, 还需要进一步提高体系的相干时间并缩短测量与纠错周期, 才能实现实用化的量子纠错.

## 4.3 二维材料摩尔超晶格体系

二维材料摩尔超晶格体系是近年来实现的一类新型强关联电子系统实验平台<sup>[24]</sup>. 与传统的强关联电子材料不同, 二维摩尔超晶格体系的构成材料, 比如单层的石墨烯、硒化钨、碲化钼等, 本身属于典型的半金属或半导体, 并非强关联电子系统. 二维摩尔超晶格利用分子间的范德瓦尔斯力将两层或者多层二维材料堆叠起来, 这样, 当不同层材料的晶格常数存在微小差异, 或当其晶格取向存在一个小转角时, 不同层材料的原子位置就会产生失配, 从而形成具有大平移周期性的摩尔超晶格, 进而为系统带来新的能量尺度. 特别地, 层间的电子跃迁项以及单层电子所感受到的晶格周期势都会受到超晶格大平移对称性的影响, 从而在低能处形成新的摩尔电子能带. 这些摩尔电子能带形成近似的平带, 因而使得电子之间相互作用与带宽的相对强度得到加强. 于是, 在新衍生出的超晶格能量尺度上, 系统便成为了强关联电子材料.

二维材料摩尔超晶格体系相对于传统凝聚态材料体系的特点在于其强大的可调控性. 借助于可控的实验条件比如转角角度和栅极电压等参数, 摩尔电子能带的带宽和填充数可以连续调节. 另一方面, 依赖于具体的材料和堆叠方式, 摩尔电子能带也可以具有丰富的拓扑性质. 这些特性使得十余年前提出的一类重要的理论构想, 即分数陈绝缘体<sup>[25,26]</sup>, 有了实现的可能性.

分数陈绝缘体是一类无需外加磁场但破坏时间反演对称性的分数量子霍尔态. 虽然无需外磁场, 但是与二维电子气中的分数量子霍尔态依赖于具有非零陈数的朗道能级相似, 分数陈绝缘体依赖于具有非零陈数的电子平带. 这样, 在电子之间的

① 由于定义不同, 这里拓扑纠缠熵与参考文献<sup>[12]</sup>中相差了一个负号.

强库仑排斥势作用下, 分数填充的拓扑平带同样可以产生分数量子霍尔态, 即分数陈绝缘体. 在传统凝聚态材料中, 拓扑平带的实现是分数陈绝缘体的最大障碍, 而摩尔超晶格体系的出现带来了新希望. 摩尔超晶格体系一般具有时间反演对称性, 当其具有非平庸的能带拓扑时, 不同自旋的电子能带具有相反的陈数. 借助于电子强关联效应导致的平带铁磁性机制, 体系可以自发磁化以破坏时间反演对称性, 进而为实现分数陈绝缘体提供先决条件. 最近, 在转角双层碲化钼摩尔超晶格体系中<sup>[13-16]</sup>, 人们观测到, 在没有外磁场的情况下, 当平均每个摩尔晶格元胞填充  $2/3$  和  $3/5$  个空穴时, 体系自发产生铁磁性从而破坏了时间反演对称性, 并且体系的霍尔电阻分别为量子化的  $\frac{3}{2}h/e^2$  和  $\frac{5}{3}h/e^2$ . 这是无需外磁场的分数量子霍尔态的首次实现.

## 5 总结与展望

拓扑序及其所具有的长程量子多体纠缠和分数化激发, 是我们理解各种分数量子霍尔态和量子自旋液体等奇异量子相的核心, 构成了当代凝聚态物理重要的研究内容.

在传统的凝聚态材料体系中, 分数量子霍尔态已被确认存在. 量子自旋液体因为其是严格可解模型 (如 Kitaev 模型<sup>[27]</sup>) 的基态而在理论上得到确认. 实验上, 虽然有很多候选材料, 但是尚没有一种被确认. 这些候选材料的磁交换作用的能量尺度都很小, 因此可供实验研究的温度窗口很小, 排除极低温磁序或研究极低温元激发性质很难. 而且, 这些候选材料一般都含有杂质与缺陷, 它们可以导致类似于量子自旋液体的连续激发谱, 使相关的实验解释存在其他可能, 也使单一实验测量难以给出它是否存在的确定结论. 对于 Kitaev 量子自旋液体候选材料, 其中除 Kitaev 相互作用外还存在其他相互作用, 使得这些材料的基态实际上常常具有磁序. 所以, 发现具有交换耦合强、本征无序少, 或者 Kitaev 作用强的理想量子自旋液体候选材料是材料探索的发展方向. 而多种互补的磁激发测量手段对同一材料的综合研究也可以促进量子自旋液体的确定. 同时, 探索量子自旋液体新的实验判据是努力的新方向, 比如构筑相关材料的二维异质结, 利用隧道效应从电输运或从光电导谱学进行研究.

另一方面, 在新近实现的量子模拟实验平台包括里德伯原子体系、超导量子处理器和二维材料摩尔超晶格系统中, 得益于平台高度的可调控性和相关的实验探测手段, 拓扑序的量子模拟与操控在近期得到了快速发展并取得了重要成果. 借助于里德伯阻塞效应, 人们在具有几何阻挫的光镊阵列中实现了对  $Z_2$  量子自旋液体的模拟, 并且通过非局域特征弦的测量, 确认了该自旋液体的存在及性质<sup>[11]</sup>. 在超导量子处理器中, 人们利用浅电路制备了环面编码哈密顿量的基态, 通过随机测量技术获得其拓扑纠缠熵, 同时利用门操作模拟了任意子之间的编织过程, 从而确认了该多体态具有  $Z_2$  拓扑序<sup>[12]</sup>. 在转角双层碲化钼摩尔超晶格体系中, 人们实现了具有非平庸拓扑性质的强关联电子平带, 进而观测到体系在分数填充时存在分数量子化的霍尔电导, 实现了无需外磁场的分数量子霍尔态<sup>[13-16]</sup>. 里德伯原子体系和超导量子处理器是当下主流的实现通用量子计算的技术路径, 这些体系中拓扑序的量子模拟对于实现拓扑保护的量子纠错具有指导意义, 提供了新的容错量子计算的可能性. 同时, 它们作为可编程的量子多体模拟实验平台, 可以实现凝聚态中重要的物理模型包括相互作用费米子模型和掺杂的莫特绝缘体. 这对于理解其中长期悬而未决的物理问题如奇异金属态的起源和本质等, 具有启发意义. 二维材料摩尔超晶格系统在实现方法和探测手段上更类似传统的凝聚态材料体系. 除已被观测到的分数陈绝缘体外, 理论上, 二维材料摩尔超晶格也可以实现量子自旋液体. 特别地, 在转角双层碲化钼体系中<sup>[28]</sup>, 当最高摩尔电子能带半满时, 人们观测到了莫特绝缘体相. 该绝缘相在栅极电压的调控下, 通过摩尔电子能带带宽的变化, 可以连续转变为金属. 现有理论认为该体系实现了三角晶格上的推广哈伯德模型<sup>[29]</sup>, 而后者在中间耦合区域, 可能存在量子自旋液体. 当然, 与传统凝聚态材料体系一样, 如何在摩尔超晶格体系中探测量子自旋液体仍存在困难. 如果在这些体系中确认了量子自旋液体, 由于其掺杂浓度可以通过栅极电压连续调节, 同时又不会产生因掺杂而导致的额外无序, 这将为掺杂的量子自旋液体的研究提供绝佳的实验平台.

## 参考文献

- [1] Anderson P W 1972 *Science* **177** 393

- [2] Lifshitz E M, Pitaevskii L P 1980 *Statistical Physics Part 2: Theory of the Condensed State* (New York: Pergamon Press) p1
- [3] Klitzing K V, Dorda G, Pepper M 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 494
- [4] Tsui D C, Stormer H L, Gossard A C 1982 *Phys. Rev. Lett.* **48** 1559
- [5] Bednorz J G, Müller K A 1986 *Z. Phys. B.* **64** 189
- [6] Laughlin R B 1983 *Phys. Rev. Lett.* **50** 1395
- [7] Broholm C, Cava R J, Kivelson S A, Nocera D G, Norman M R, Senthil T 2020 *Science* **367** eaay0668
- [8] Keimer B, Kivelson S A, Norman M R, Uchida S, Zaanen J 2015 *Nature* **518** 179
- [9] Wen X G 1990 *Int. J. Mod. Phys. B* **4** 239
- [10] Zeng B, Chen X, Zhou D L, Wen X G 2019 *Quantum Information Meets Quantum Matter: From Quantum Entanglement to Topological Phases of Many-Body Systems* (New York: Springer) p1
- [11] Semeghini G, Levine H, Keesling A, Ebadi S, Wang T T, Bluvstein D, Verresen R, Pichler H, Kalinowski M, Samajdar R, Omran A, Sachdev S, Vishwanath A, Greiner M, Vuletić V, Lukin M D 2021 *Science* **374** 1242
- [12] Satzinger K J, Liu Y J, Smith A, Knapp C, Newman M, Jones C, Chen Z, Quintana C, Mi X, Dunsworth A, Gidney C, Aleiner I, Arute F, Arya K, Atalaya J, Babbush R, Bardin J C, Barends R, Basso J, Bengtsson A, Bilmes A, Broughton M, Buckley B B, Buell D A, Burkett B, Bushnell N, Chiaro B, Collins R, Courtney W, Demura S, Derk A R, Eppens D, Erickson C, Faoro L, Farhi E, Fowler A G, Foxen B, Giustina M, Greene A, Gross J A, Harrigan M P, Harrington S D, Hilton J, Hong S, Huang T, Huggins W J, Ioffe L B, Isakov S V, Jeffrey E, Jiang Z, Kafri D, Kechedzhi K, Khattar T, Kim S, Klimov P V, Korotkov A N, Kostrița F, Landhuis D, Laptev P, Locharla A, Lucero E, Martin O, McClean J R, McEwen M, Miao K C, Mohseni M, Montazeri S, Mruczkiewicz W, Mutus J, Naaman O, Neeley M, Neill C, Niu M Y, O'Brien T E, Opremcak A, Pató B, Petukhov A, Rubin N C, Sank D, Shvarts V, Strain D, Szalay M, Villalonga B, White T C, Yao Z, Yeh P, Yoo J, Zalcman A, Neven H, Boixo S, Megrant A, Chen Y, Kelly J, Smelyanskiy V, Kitaev A, Knap M, Pollmann F, Roushan P 2021 *Science* **374** 1237
- [13] Cai J, Anderson E, Wang C, Zhang X, Liu X, Holtzmann W, Zhang Y, Fan F, Taniguchi T, Watanabe K, Ran Y, Cao T, Fu L, Xiao D, Yao W, Xu X 2023 *Nature* **622** 63
- [14] Zeng Y, Xia Z, Kang K, Zhu J, Knüppel P, Vaswani C, Watanabe K, Taniguchi T, Mak K F, Shan J 2023 *Nature* **622** 69
- [15] Park H, Cai J, Anderson E, Zhang Y, Zhu J, Liu X, Wang C, Holtzmann W, Hu C, Liu Z, Taniguchi T, Watanabe K, Chu J H, Cao T, Fu L, Yao W, Chang C Z, Cobden D, Xiao D, Xu X 2023 *Nature* **622** 74
- [16] Xu F, Sun Z, Jia T, Liu C, Xu C, Li C, Gu Y, Watanabe K, Taniguchi T, Tong B, Jia J, Shi Z, Jiang S, Zhang Y, Liu X, Li T 2023 *Phys. Rev. X* **13** 031037
- [17] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [18] Wen J, Yu S L, Li S, Yu W, Li J X 2019 *npj Quantum Mater.* **4** 1
- [19] Shimokawa T, Watanabe K, Kawamura H 2015 *Phys. Rev. B* **92** 134407
- [20] Ma Z, Wang J, Dong Z Y, Zhang J, Li S, Zheng S H, Yu Y, Wang W, Che L, Ran K, Bao S, Cai Z, Čermák P, Schneidewind A, Yano S, Gardner J S, Lu X, Yu S L, Liu J M, Li S, Li J X, Wen J 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 087201
- [21] Kasahara Y, Ohnishi T, Mizukami Y, Tanaka O, Ma S, Sugii K, Kurita N, Tanaka H, Nasu J, Motome Y, Shibauchi T, Matsuda Y 2018 *Nature* **559** 227
- [22] Scholl P, Schuler M, Williams H J, Eberharter A A, Barredo D, Schymik K N, Lienhard V, Henry L P, Lang T C, Lahaye T, Läuchli A M, Browaeys A 2021 *Nature* **595** 233
- [23] Ebadi S, Wang T T, Levine H, Keesling A, Semeghini G, Omran A, Bluvstein D, Samajdar R, Pichler H, Ho W W, Choi S, Sachdev S, Greiner M, Vuletić V, Lukin M D 2021 *Nature* **595** 227
- [24] Cao Y, Fatemi V, Demir A, Fang S, Tomarken S L, Luo J Y, Sanchez-Yamagishi J D, Watanabe K, Taniguchi T, Kaxiras E, Ashoori R C, Jarillo-Herrero P 2018 *Nature* **556** 80
- [25] Tang E, Mei J W, Wen X G 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 236802
- [26] Neupert T, Santos L, Chamon C, Mudry C 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 236804
- [27] Kitaev A 2006 *Ann. Phys.* **321** 2
- [28] Ghiotto A, Shih E M, Pereira G S S G, Rhodes D A, Kim B, Zang J, Millis A J, Watanabe K, Taniguchi T, Hone J C, Wang L, Dean C R, Pasupathy A N 2021 *Nature* **597** 345
- [29] Pan H, Wu F, Sarma S D 2020 *Phys. Rev. Res.* **2** 033087

The 90th Anniversary of *Acta Physica Sinica*

# Topological order and fractionalized excitations in quantum many-body systems

Gu Zhao-Long<sup>1)</sup> Li Jian-Xin<sup>1)2)†</sup>

1) (*National Laboratory of Solid State Microstructures, Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093, China*)

2) (*Collaborative Innovation Center of Advanced Microstructures, Nanjing University, Nanjing 210093, China*)

( Received 2 February 2024; revised manuscript received 12 March 2024 )

## Abstract

The Landau Fermi liquid theory and the Ginzburg-Landau phase transition theory stand as two pivotal cornerstones in traditional condensed matter physics, achieving significant success in addressing crucial physical phenomena such as BCS superconductors and liquid helium superfluids. However, marked by the discoveries of the quantum Hall effect and high-temperature superconductivity in the 1980s, it gradually became evident that for a broad class of novel quantum states, such as fractional quantum Hall states and quantum spin liquids, their properties transcend the Landau Fermi liquid theory and Ginzburg-Landau phase transition theory. Topological order and its related concepts of long-range many-body quantum entanglement and fractionalized excitation have become the key concepts to understand these exotic quantum states. Designing and identifying topologically ordered states of matter in quantum materials and quantum simulation systems, and probing and manipulating their fractionalized excitations, are important research directions in modern condensed matter physics. In recent years, great progress has been made in the quantum simulation and manipulation of topological order on highly controllable quantum simulation platforms, such as Rydberg atomic systems, superconducting quantum processors, and two-dimensional moiré superlattices. This article provides a brief overview of recent research advances and challenges in the study of topological order in traditional condensed matter systems and quantum simulation experimental platforms. It also provides prospects for the future developments of this field.

**Keywords:** topological order, long-range many-body quantum entanglement, fractionalized excitations

**PACS:** 03.65.Vf, 03.65.Ud, 05.30.Pr

**DOI:** [10.7498/aps.73.20240222](https://doi.org/10.7498/aps.73.20240222)

---

† Corresponding author. E-mail: [jxli@nju.edu.cn](mailto:jxli@nju.edu.cn)



## 量子多体系统中的拓扑序与分数化激发

顾昭龙 李建新

### Topological order and fractionalized excitations in quantum many-body systems

Gu Zhao-Long Li Jian-Xin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 070301 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240222

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240222>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

含有Dzyaloshinskii–Moriya相互作用的自旋1键交替海森伯模型的量子相变和拓扑序标度

Quantum phase transition and topological order scaling in spin-1 bond-alternating Heisenberg model with Dzyaloshinskii–Moriya interaction

物理学报. 2020, 69(9): 090302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191773>

一维扩展量子罗盘模型的拓扑序和量子相变

Topological orders and quantum phase transitions in a one-dimensional extended quantum compass model

物理学报. 2018, 67(19): 190301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180855>

自旋-1/2量子罗盘链的量子相与相变

Quantum phases and transitions of spin-1/2 quantum compass chain

物理学报. 2022, 71(3): 030302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211433>

具有全局对称性的强关联拓扑物态的规范场论

Gauge theory of strongly-correlated symmetric topological Phases

物理学报. 2020, 69(7): 077102 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200197>

离子阱中以声子为媒介的多体量子纠缠与逻辑门

Phonon-mediated many-body quantum entanglement and logic gates in ion traps

物理学报. 2022, 71(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220360>

非厄米临界动力学及其在量子多体系统中的应用

Non-Hermitian critical dynamics and its application to quantum many-body systems

物理学报. 2022, 71(17): 174501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220914>