# 二维激子-极化子凝聚体中冲击波的产生与调控*

王金玲[1)] 张昆[1)] 林机[1)†] 李慧军[1)2)‡]

1) (浙江师范大学, 非线性物理研究所, 金华 321004)

2) (浙江师范大学, 浙江光电子研究院与浙江先进光源研究院, 金华 321004)

(2024 年 2 月 2 日收到; 2024 年 2 月 27 日收到修改稿)

由于半导体微腔中形成的激子-极化子凝聚体能在室温实现, 且具有非平衡、强相互作用等特性, 其成为研究非平衡量子系统非线性特性的一个理想平台. 本文采用谱方法与四阶龙格库塔法, 探究二维极化子凝聚体中产生和调控冲击波的方案. 发现, 若在高凝聚率时淬火凝聚体与热库之间的交叉相互作用, 可将初始制备的亮孤子调制成两种波速不同的旋转对称型冲击波, 而初始的类暗孤子只能转变成单一波速的旋转对称型冲击波; 若淬火外势, 则可将类暗孤子转化成各向异性的超声速冲击波, 并给出冲击波对外势宽度的依赖关系. 若在低凝聚率时调控外势和非相干泵浦, 可在均匀凝聚体中激发出多种各向异性冲击波, 还可通过它们的振幅调控冲击波的波数和振幅, 并展示了激发冲击波所需外势或非相干泵浦的宽度范围. 文中方案不仅为激子-极化子凝聚体中产生和调控冲击波提供理论指导, 找到了与实验相似的对称型冲击波, 而且为非平衡或不可积系统中激发冲击波开辟了一条普适捷径, 可能成为调控孤子向冲击波转变的一种范式.

**关键词:** 冲击波, 孤子, 激子-极化子凝聚体, 非相干泵浦

**PACS:** 96.50.Fm, 91.30.Mv, 71.36.+c, 03.75.Kk **DOI:** 10.7498/aps.73.20240229

## 1 引 言

光子和激子强耦合可形成一种新的玻色准粒子-极化子, 其具有光子和激子的双重特性, 即质量小与非线性效应强[1–5]. 质量小这一特性使其在常温下发生玻色-爱因斯坦凝聚 (Bose-Einstein condensation, BEC) 成为可能[6–8]. 1992 年, Weisbuch 等[9] 开始利用半导体微腔研究极化子 BEC. 2006 年, Kasprzak 等[10] 首次在微腔中实现了 19 K 的极化子 BEC. 随后的科学家将凝聚温度进一步提升至室温或更高温度[11–15]. 由于极化子 BEC 中损耗的存在, 需持续泵浦来达到系统的动态平衡. 若研究系统支持的非线性模, 则需考虑非线性增益与线性损耗之间的平衡, 引入由均匀泵浦与高斯泵浦构成的复合型泵浦成为一种解决方案. 通过复合型泵浦, 可以找到稳定的亮孤子、暗孤子、涡旋等非线性模[16], 还可调控孤子轮廓[17]. 此外, 还可以利用不同形式的泵浦与外势找到带隙孤子[18]、多极孤子[19]、空间斑图[20] 及旋量暗孤子链[21] 等非线性模. 然而, 由于极化子 BEC 模型的非平衡与不可积特性, 其中的怪波、冲击波等非线性模的研究尚处于尝试阶段.

1887 年, 物理学家马赫发现了冲击波, 并引入物体运动速度与声速之比的马赫数. 1860 年, 黎曼在研究激波管问题即间断初值函数问题时, 构造出含有冲击波与稀疏波的四类解[22–26]. 随后的惠瑟姆调制理论成为可积模型中寻找冲击波的标准方法[27–31]. 目前人们已在等离子体[32]、光学[33]、水波[34]、里德伯气体[35]、BEC[36] 等多个物理领域发现冲击波, 并

* 国家自然科学基金 (批准号: 12074343, 12375006) 和浙江省自然科学基金重点项目 (批准号: LZ22A050002) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: linji@zjnu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: hjli@zjnu.cn

© 2024 中国物理学会 Chinese Physical Society 

将其应用到医疗[37,38]、工程[39–42]、生物科学等领域. 然而, 极化子 BEC 系统作为研究非平衡量子物理体系非线性特性的一个理想平台, 其中的冲击波研究不仅需要实验发现, 更需要理论的发展与完善.

2013 年, Dominici 小组[43,44] 在相干泵浦的极化子 BEC 系统中观测到二维对称型冲击波. 但由于该系统的非平衡与不可积特性, 理论研究相对滞后. 在一维极化子 BEC 中, 2012 年 Kamchatnov 和 Kartashov[45] 忽略极化子与热库之间的交叉相互作用并引入外势后, 数值上找到一种不对称的冲击波. 2017 年, Belounis 和 Kessal[46] 忽略体系的交叉相互作用和色散效应, 采用微扰方法简化模型后亦得到一种不对称的冲击波. 2023 年, 我们课题组仅采用绝热近似, 不仅找到系统的稀疏波、对称型与不对称型冲击波解, 而且还揭示了对称型冲击波是由交叉相互作用导致的机理[47,48]. 但对二维极化子 BEC 系统中冲击波的理论研究, 目前还未见相关报道.

本文在不采用任何近似情况下, 不仅给出在均匀凝聚体中激发冲击波的方案, 而且还开辟调控孤子向冲击波转变的新路径. 文中以引入复合型泵浦产生的亮孤子和类暗孤子作为激发冲击波的初态, 在高凝聚率情况下, 淬火交叉相互作用找到对称型超声速冲击波, 发现强交叉相互作用会增大冲击波的波数和振幅, 并揭示二维极化子凝聚体中交叉相互作用是对称型冲击波产生的原因之一; 淬火外势找到各向异性的对称型冲击波, 给出冲击波对外势宽度的依赖关系, 并发现冲击波波数随外势振幅的增强而变大. 在低凝聚率时以均匀凝聚体为初态, 调控高斯外势或复合型泵浦激发出各向异性的对称型冲击波, 确定能激发冲击波的外势与泵浦的宽度范围, 亦发现冲击波的波数随外势或泵浦振幅的增大而变大. 本文的探索一方面为激子-极化子凝聚体中产生和调控冲击波提供理论指导, 找到了与实验[43,44] 相似的对称型冲击波; 另一方面也探寻了非平衡或不可积系统中激发冲击波的可行路径, 为调控孤子向冲击波转变提供了一种可操作、可复制、可推广的模式.

本文安排如下: 第 2 节介绍理论模型与声速计算公式; 第 3 节以孤子为初态, 淬火外势或交叉相互作用产生不同类型冲击波; 第 4 节调控外势或泵浦, 在均匀凝聚体中激发不同类型的冲击波, 并确定激发冲击波的相关参数范围; 第 5 节总结研究结果.

## 2 理论模型

考虑平均场理论, 极化子 BEC 可用极化子场 $\Psi$ 和热库密度 $n_{\mathrm{R}}$ 组成的耦合模型描述. 极化子场满足的 Gross-Pitaevskii 方程和热库密度满足的速率方程如下:

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)+g_{\mathrm{C}}\left|\Psi\right|^2+g_{\mathrm{R}}n_R+\mathrm{i}\frac{\hbar}{2}\left(Rn_{\mathrm{R}}-\gamma_{\mathrm{C}}\right)+V\left(x,y\right)\right]\Psi, \tag{1}$$

$$\frac{\partial n_{\mathrm{R}}}{\partial t}=P_{\mathrm{i}}\left(x,y\right)-\left(\gamma_{\mathrm{R}}+R\left|\Psi\right|^2\right)n_{\mathrm{R}}, \tag{2}$$

式中 $m^*$ 表示极化子 BEC 的有效质量, $g_{\mathrm{C}}$ 表示极化子之间的相互作用, $g_{\mathrm{R}}$ 表示极化子与热库之间的相互作用, $R$ 表示由热库到凝聚体的凝聚率, $\gamma_{\mathrm{C}}$ 和 $\gamma_{\mathrm{R}}$ 分别表示凝聚体和热库的损耗率, $V(x,y)$ 为系统外势, $P_{\mathrm{i}}\left(x,y\right)$ 为非相干泵浦.

引入特征时间 $\tau_0$、空间长度 $R_0$、凝聚体密度 $\psi_0^2$、热库密度 $n_{\mathrm{R}}^0$、外势强度 $V_0$ 以及泵浦强度 $P_0$, 可将方程 (1) 和 (2) 无量纲化为

$$\mathrm{i}\frac{\partial u}{\partial s}=-\frac{1}{2}\nabla_\perp^2u-\sigma_1\left|u\right|^2u-\sigma_2nu+\mathrm{i}\left(\sigma_3n-\sigma_4\right)u+\sigma_5v\left(\xi,\eta\right)u, \tag{3}$$

$$\frac{\partial n}{\partial s}=\sigma_6P\left(\xi,\eta\right)-\sigma_7\left(1+\sigma_8\left|u\right|^2\right)n, \tag{4}$$

其中 $u=\Psi/\psi_0$, $s=t/\tau_0$, $\nabla_\perp^2=\partial^2/\partial\xi^2+\partial^2/\partial\eta^2$, $(\xi,\eta)=(x,y)/R_0$, $n=n_{\mathrm{R}}/n_{\mathrm{R}}^0$, $v=V\left(\xi,\eta\right)/V_0$, $P\left(\xi,\eta\right)=P_{\mathrm{i}}/P_0$, 并考虑 $\tau_0=m^*R_0^2/\hbar$. 方程 (3) 和 (4) 中的系数 $\sigma_1=-g_{\mathrm{C}}\psi_0^2\tau_0/\hbar$, $\sigma_2=-g_{\mathrm{R}}n_{\mathrm{R}}^0\tau_0/\hbar$, $\sigma_3=Rn_{\mathrm{R}}^0\tau_0/2$, $\sigma_4=\gamma_{\mathrm{C}}\tau_0/2$, $\sigma_5=\tau_0V_0/\hbar$, $\sigma_6=\tau_0P_0/n_{\mathrm{R}}^0$, $\sigma_7=\gamma_{\mathrm{R}}\tau_0$, $\sigma_8=R\psi_0^2/\gamma_{\mathrm{R}}$. $\sigma_1$ 表示凝聚体之间的排斥相互作用, $\sigma_2$ 表示凝聚体与热库之间的交叉相互作用, $\sigma_3$ 表示非线性增益, $\sigma_4$ 表示线性损耗, $\sigma_5$ 和 $\sigma_6$ 分别表征外势和泵浦强度, $\sigma_7$ 和 $\sigma_8$ 分别表示热库密度损耗率和凝聚率. 不失一般性, 选取参数 $\sigma_1=-1$, $\sigma_3=0.3$, $\sigma_4=0.1$, $\sigma_5=1$, $\sigma_6=1$, $\sigma_7=1$.

为计算系统声速, 采用绝热近似 $\partial n/\partial s=0$ ($n=P(\xi,\eta)/(1+\sigma_8|u|^2)$) 并且忽略外势, 同时取 $\sigma_6=\sigma_7=1$, 可将方程 (3) 简化为

$$\mathrm{i}\frac{\partial u}{\partial s}=-\frac{1}{2}\nabla_{\perp}^{2}u-\sigma_1\left|u\right|^2u-\frac{\sigma_2 Pu}{1+\sigma_8\left|u\right|^2}+\mathrm{i}\frac{\sigma_3 Pu}{1+\sigma_8\left|u\right|^2}-\mathrm{i}\sigma_4 u+\sigma_5 vu, \tag{5}$$

设方程 (5) 有平面波解 $u=a\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_0\xi+n_0\eta-\mu s)}$, 代入 (5) 式可得 $a=\sqrt{(\sigma_3P-\sigma_4)/(\sigma_4\sigma_8)}$ 和 $\mu=\frac{1}{2}\phi_0^2+\frac{1}{2}n_0^2-\sigma_1a^2-\frac{\sigma_2P}{1+\sigma_8a^2}$, 其中 $\phi_0$, $n_0$ 分别表示凝聚体在 $\xi$ 和 $\eta$ 方向上的流速.

设 $u=\left[a+a_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_\xi\xi+k_\eta\eta-\omega s)}+b_1\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(k_\xi\xi+k_\eta\eta-\omega s)}\right]\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_0\xi+n_0\eta-\mu s)}$, $a_1,b_1\ll1$, 可得系统的色散关系 $2G_1\omega=\pm\sqrt{G_1^2k_\eta^4+4G_1k_\eta^2[G_1k_\xi^2/2+a^2G]+G_1^2k_\xi^4+4G_1a^2k_\xi^2G-4P^2a^4\sigma_3^2\sigma_8^2}+2k_\xi G_1\phi_0+2\mathrm{i}\left(P\sigma_3-\sigma_4G_1\right)+2k_\eta G_1n_0$ 和声速 $C_\xi=C_\eta=a\sqrt{-\sigma_1+P\sigma_2\sigma_8/G_1}$, 其中 $G=\sigma_2P\sigma_8-\sigma_1G_1$, $G_1=\left(\sigma_8a^2+1\right)^2$.

## 3 高凝聚率时孤子向冲击波的转变

首先考虑高凝聚率 $\sigma_8=6$ 的情况, 引入复合型泵浦 $P(\xi,\eta)=\sigma_9+\sigma_{10}\exp\left[-(\xi^2/d_\xi^2+\eta^2/d_\eta^2)\right]$ [16], 且 $v(\xi,\eta)=0$. 利用平方算子迭代法 [49] 可找到亮孤子、类暗孤子等非线性模 [17]. 这部分将以孤子作为凝聚体的初态, 通过淬火外势或交叉相互作用, 利用谱方法和四阶龙格库塔法寻找冲击波并对其进行调控.

### 3.1 淬火交叉相互作用产生冲击波

取 $\sigma_2=1,\sigma_9=1,\sigma_{10}=1,d_\xi=d_\eta=2$, 可获得图 1(a) 所示的亮孤子. 该孤子是极化子 BEC 体系固有的非线性模, 以此亮孤子作为初始入射波,

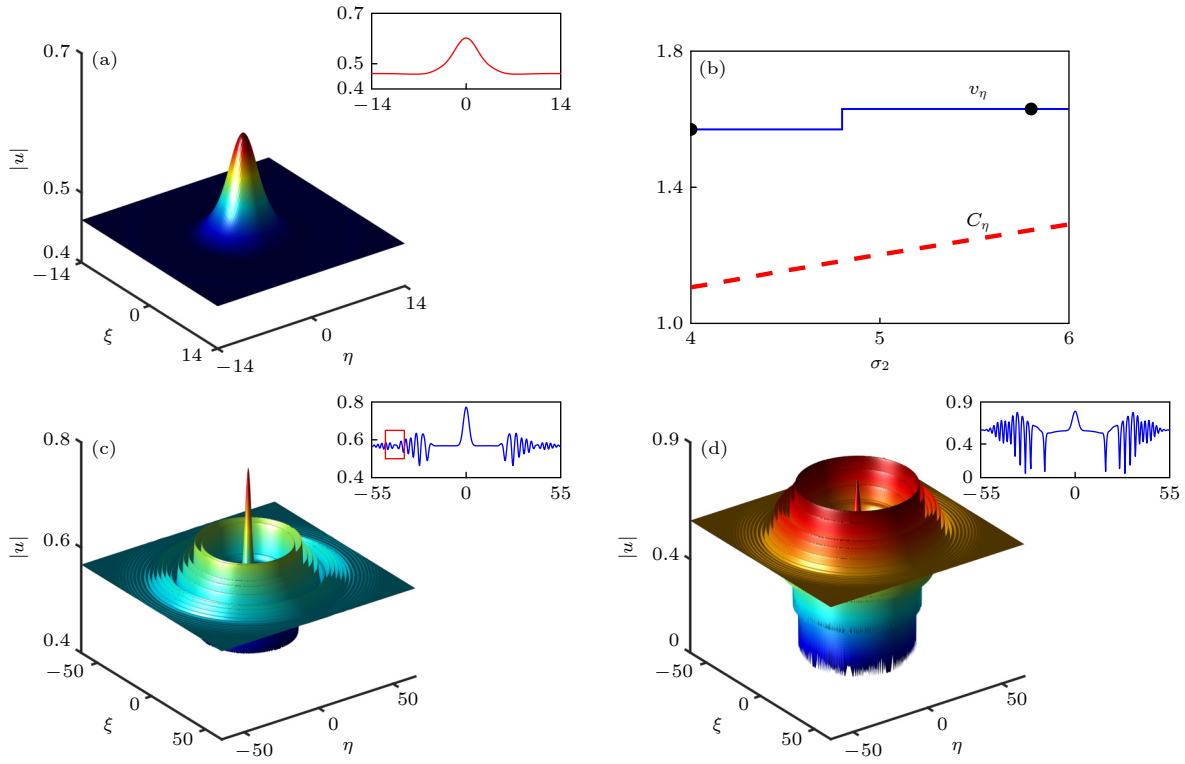



图 1 取亮孤子为初态, 淬火交叉相互作用 $\sigma_2$ 产生的冲击波 (a) 参数取 $\sigma_2=1$ 时, 亮孤子的轮廓图; (b) 冲击波波速 $v_\eta$ 与声速 $C_\eta$ 随交叉相互作用强度 $\sigma_2$ 的变化曲线; (c) 和 (d) 分别为 $\sigma_2=4$, $s=18$ 和 $\sigma_2=5.8$, $s=16.5$ 时冲击波的轮廓图, 二者波速分别为 $v_\eta=1.57$ 和 $v_\eta=1.63$, 此时选取 (b) 图中黑点对应的参数. 图中的插图均是取 $\xi=0$ 的截面图

Fig. 1. A bright soliton is chosen as the initial incident wave, shock waves are generated through quenching the cross-interaction strength $\sigma_2$: (a) Profile of the bright soliton with $\sigma_2=1$; (b) curves illustrating the variation of shock wave velocity and sound speed as a function of $\sigma_2$; (c) and (d) represent the profiles of shock waves at $\sigma_2=4$, $s=18$, $v_\eta=1.57$ and $\sigma_2=5.8$, $s=16.5$, $v_\eta=1.63$, respectively, with corresponding parameters marked by the black dots in panel (b). The insets are cross-sections of the bright soliton and shock waves at $\xi=0$.

淬火交叉相互作用 $\sigma_2$, 可通过耦合方程 (3) 和 (4) 找到冲击波. 图 1(b) 探究了不同交叉相互作用强度对冲击波波速 $v_\eta$ (蓝色实线) 与凝聚体声速 $C_\eta$ (红色虚线) 的影响. 从波速曲线可知, 冲击波有 1.57 与 1.63 两种波速, 且 $\sigma_2 = 4.8$ 为波速的转变点. 与声速曲线比较发现, 冲击波均以超声速传播. 选取图 1(b) 黑点对应的参数, 可得图 1(c) 和图 1(d) 展示的中间突起四周环形扩散的冲击波, 波形具有对称结构且各向同性. 从图 1(c) 和图 1(d) 可知, 冲击波只会在偏离中心的位置产生. 当 $\sigma_2 < 5.5$ 时, 由图 1(c) 中的插图可清楚看到两侧冲击波中会突然出现红框标注的极小振幅波, 有别于之前研究者发现的振幅连续变化的冲击波. 随着交叉相互作用的增强, 冲击波的振幅会明显增大, 当 $\sigma_2 \geqslant 5.5$ 时, 如图 1(d) 中的插图所示, 冲击波两侧的极小振幅波会消失.

当取 $\sigma_9 = 1, \sigma_{10} = -1, d_\xi = d_\eta = 5$, 可以找到如图 2(a) 所示的类暗孤子. 以此类暗孤子作为初始入射波, 淬火交叉相互作用 $\sigma_2$, 可以找到另一类不同结构的超声速冲击波. 图 2(b) 给出了不同交叉相互作用强度与冲击波波速 $v_\eta$ (蓝色实线) 和凝聚体声速 $C_\eta$ (红色虚线) 的关系. 此时冲击波只有 $v_\eta = 1.5$ 的波速, 选取黑点对应的参数, 可得图 2(c) 和图 2(d) 所示的超声速冲击波, 它们具有相同的波速. 通过插图可发现, 偏离中心位置, 先出现一个红框标注的凹陷, 随后向两侧振荡扩散且各向同性. 比较图 2(c) 和图 2(d) 可知, 随着交叉相互作用强度的增强, 冲击波的振幅与波数均会变大, 表明可通过交叉相互作用调控冲击波的振幅与波数.

## 3.2 淬火外势产生冲击波

3.1 节所得的冲击波均未考虑外势的影响. 这部分探究外势对冲击波的调控. 取图 2(a) 所示的类暗孤子为初态, 引入高斯外势 $v(\xi,\eta) = \sigma_{11}\exp\left[-\left(\xi^2/d_\xi^2 + \eta^2/d_\eta^2\right)\right]$, 淬火外势可激发出冲

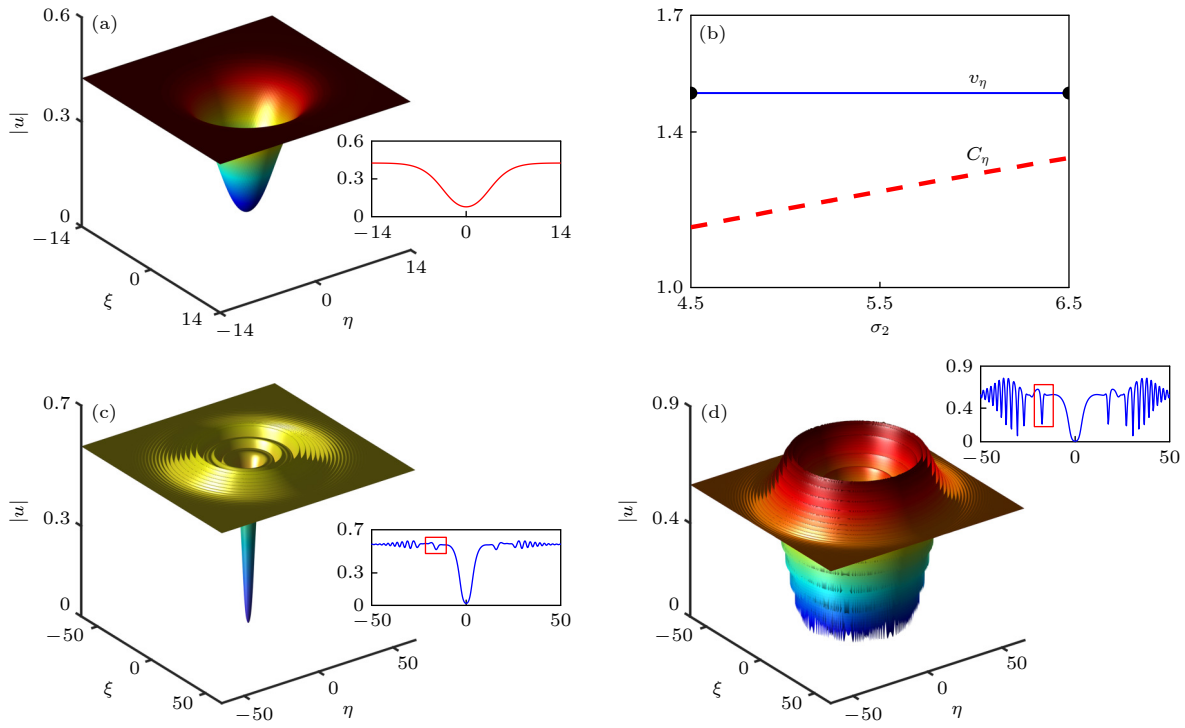



图 2 取类暗孤子为初态, 淬火交叉相互作用强度 $\sigma_2$ 产生的冲击波 (a) 参数取 $\sigma_2 = 1$ 时, 类暗孤子的轮廓图; (b) 冲击波波速 $v_\eta$ 与声速 $C_\eta$ 随交叉相互作用强度 $\sigma_2$ 的变化曲线; (c) 和 (d) 分别为 $\sigma_2 = 4.5$, $s = 18$, $v_\eta = 1.5$ 和 $\sigma_2 = 6.5$, $s = 18$, $v_\eta = 1.5$ 时冲击波的轮廓图, 此时选取 (b) 图中黑点对应的参数. 图中的插图均是取 $\xi = 0$ 的截面图

Fig. 2. A dark-like soliton is chosen as the initial incident wave, shock waves are generated through quenching the cross-interaction strength $\sigma_2$: (a) Profile of the dark-like soliton with $\sigma_2 = 1$; (b) curves illustrating the variation of shock wave velocity and sound speed as a function of $\sigma_2$; (c) and (d) represent the profiles of shock waves at $\sigma_2 = 4.5$, $s = 18$, $v_\eta = 1.5$ and $\sigma_2 = 6.5$, $s = 18$, $v_\eta = 1.5$, respectively, with corresponding parameters marked by the black dots in panel (b). The insets are cross-sections of the dark-like soliton and shock waves at $\xi = 0$.

击波, 并发现能否产生冲击波由外势的宽度比 $\sigma_{12}=d_\eta/d_\xi$ 决定. 图 3(a) 中的区域 I 表示冲击波的存在区域. 当取图 3(a) 中红五角星对应的参数 $d_\xi=8$, $d_\eta=1$ 时, 图 3(b) 和图 3(c) 分别展示了 $\sigma_{11}=3$ 与 $\sigma_{11}=7$ 时冲击波的轮廓图, 发现随 $\sigma_{11}$ 的增强冲击波波数变大. 图 3(b) 和图 3(c) 的插图分别给出冲击波的投影图与沿 $\xi=0$ (蓝色实线) 或 $\eta=0$ (红色虚线) 的截面图. 不难看出, 此类冲击波的典型特征是沿 $\eta$ 方向为冲击波, 沿 $\xi$ 方向仍保留孤子特征, 即各向异性冲击波, 产生原因是 $\eta$ 方向外势更窄. 反之, 若取 $d_\xi=1$, $d_\eta=8$, 将会产生沿 $\xi$ 方向的轮廓相同的冲击波.

若 $d_\xi$ 增至无穷大, 则只需考虑 $\eta$ 方向的束缚, 在该方向外势的作用下可激发出图 3(d) 所示的对称型冲击波, 不同 $\xi$ 处的截面图差异明显. 图 3(e) 展示了 $\xi=-16.16$ 处的截面图, 该冲击波由 $\eta$ 方向的高斯外势引起. 当 $\xi>-16.16$ 时, 中心位置的类暗孤子振幅变大, 振荡部分的振幅开始缓慢减小, 当 $\xi=-2.24$ 时振幅降到最低, 而后开始增大, 图 3(f) 给出 $\xi=0$ 处的截面图. 图 3 给出的超声速冲击波都具有相同的传播速度 $v_\eta=1.42$, 表明外势的变化不会引起波速的改变.

## 4 低凝聚率时均匀凝聚体中激发冲击波

第 3 节讨论了高凝聚率时, 以体系固有的亮孤子或类暗孤子为初态, 通过淬火交叉相互作用或外势产生的不同类型冲击波. 本节将考虑在低凝聚率 $\sigma_8=2$ 情况下, 以均匀凝聚体 $u=1$ 为初态, 通过调控外势或泵浦激发超声速冲击波.

取 $\sigma_2=1, P=1, v(\xi,\eta)=\sigma_{11}\exp\left[-\left(\frac{\xi^2}{d_\xi^2}+\frac{\eta^2}{d_\eta^2}\right)\right]$, 其中 $d_\xi=8$, $d_\eta=1$. 调控外势强度 $\sigma_{11}$, 可在均匀凝聚体中激发冲击波. 图 4(a) 中的区域 I 给出了冲击波存在的参数范围. 取 $\sigma_{11}=3$ 和 $\sigma_{11}=7$ 时, 可分别获得如图 4(b) 与图 4(c) 所示的冲击波轮廓图. 不难发现, 此时冲击波具有各向异性的对称结

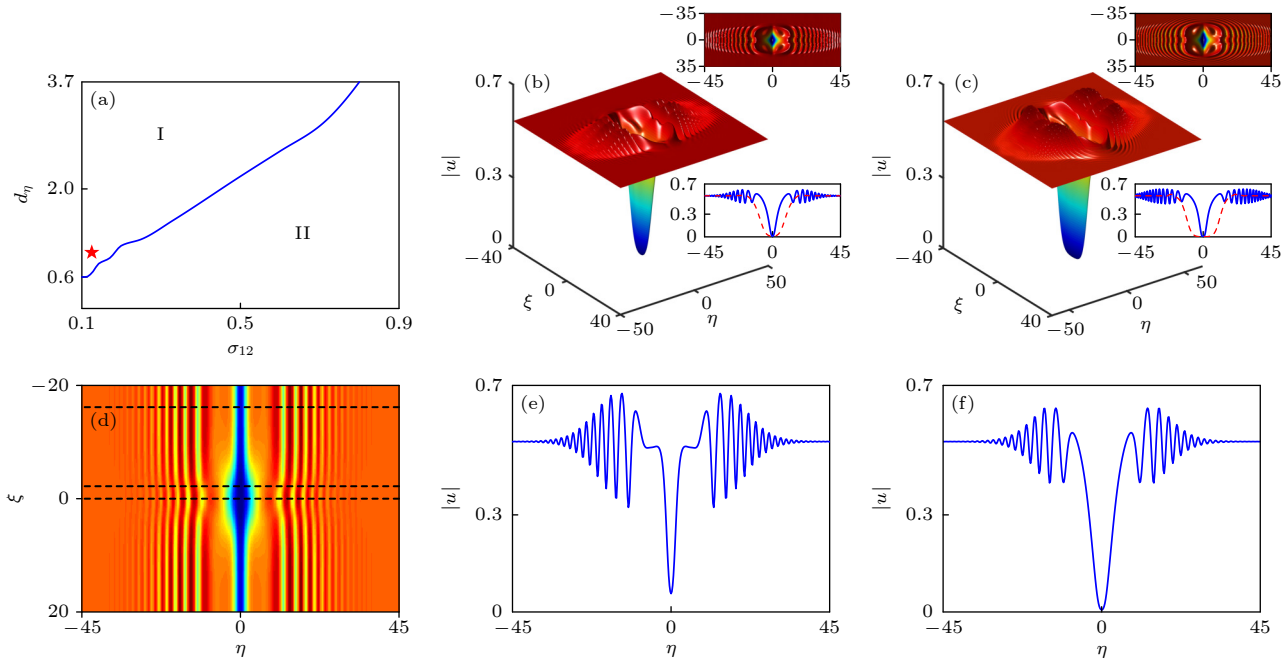



图 3 以类暗孤子为初态, 淬火外势产生的冲击波 (a) 冲击波的存在区域图. (b)—(c) 分别为 $\sigma_{11}=3$, $v_\eta=1.42$, $s=11$ 和 $\sigma_{11}=7$, $v_\eta=1.42$, $s=11$ 的冲击波轮廓图, 其中 $d_\xi=8, d_\eta=1$. 右上插图给出冲击波的投影图, 右下插图给出 $\xi=0$ ($\eta=0$) 时的截面图, 用蓝色实线 (红色虚线) 表示. (d) $\sigma_{11}=3$, $d_\xi=\infty$, $d_\eta=1$, $s=8$ 时冲击波的投影图, 此时, 冲击波速度为 $v_\eta=1.42$, 图 3(e) 和 3(f) 分别给出 3(d) 中 $\xi=-16.16$ 与 $\xi=0$ 处两条黑色虚线对应的截面图

Fig. 3. A dark-like soliton is chosen as the initial incident wave, shock waves are produced by quenching the external potential. (a) Existence interval of the shock wave as a function of $d_\eta$ and $\sigma_{12}$; (b)–(c) Profiles of shock waves with $\sigma_{11}=3, 7$, $s=11$, here, $d_\xi=8$, $d_\eta=1$, $v_\eta=1.42$, projections and cross-sections along the $\eta$ (blue solid line)and $\xi$ (red dashed line)directions are displayed on the right side of (b) and (c); (d) Projection of the shock wave, here, $\sigma_{11}=3$, $d_\xi=\infty$, $d_\eta=1$, $s=8$, $v_\eta=1.42$; The cross-sections corresponding to the two black dashed lines for $\xi=-16.16$ and $\xi=0$ are illustrated in (e) and (f), respectively.

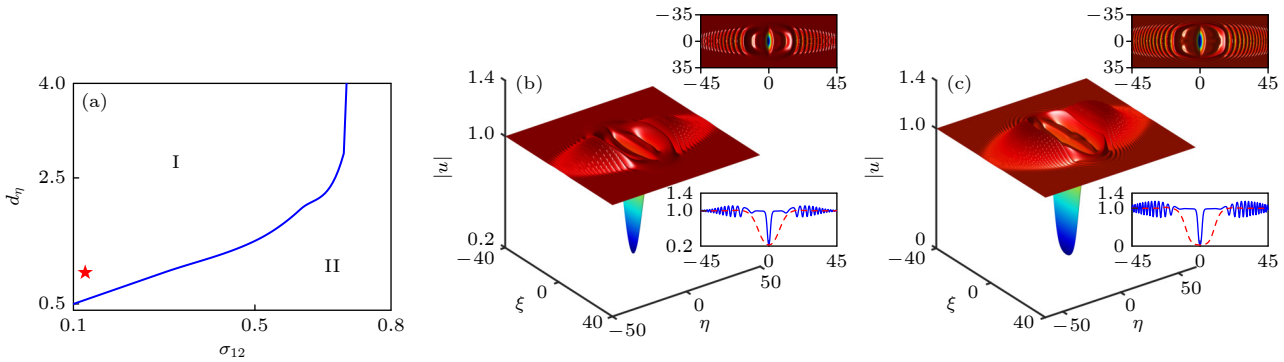



图 4 通过调控外势在均匀凝聚体中激发的冲击波 (a) 冲击波的存在区域图. (b)—(c) $\sigma_{11}=3$ 和 $\sigma_{11}=7$ 时对应的冲击波轮廓图, 其中 $d_\xi=8$, $d_\eta=1$, $v_\eta=1.72$, $s=11$. 右上插图给出冲击波的投影图, 右下插图给出 $\xi=0$ ($\eta=0$) 时的截面图, 用蓝色实线 (红色虚线) 表示

Fig. 4. Shock waves induced by potential in a homogeneous condensate. (a) Existence interval of the shock wave as a function of $d_\eta$ and $\sigma_{12}$; (b)–(c) Profiles of shock waves with $\sigma_{11}=3, 7$, here, $d_\xi=8$, $d_\eta=1$, $v_\eta=1.72$, $s=11$, projections and cross-sections along the $\eta$ (blue solid line)and $\xi$ (red dashed line) directions are displayed on the right side of (b) and (c).

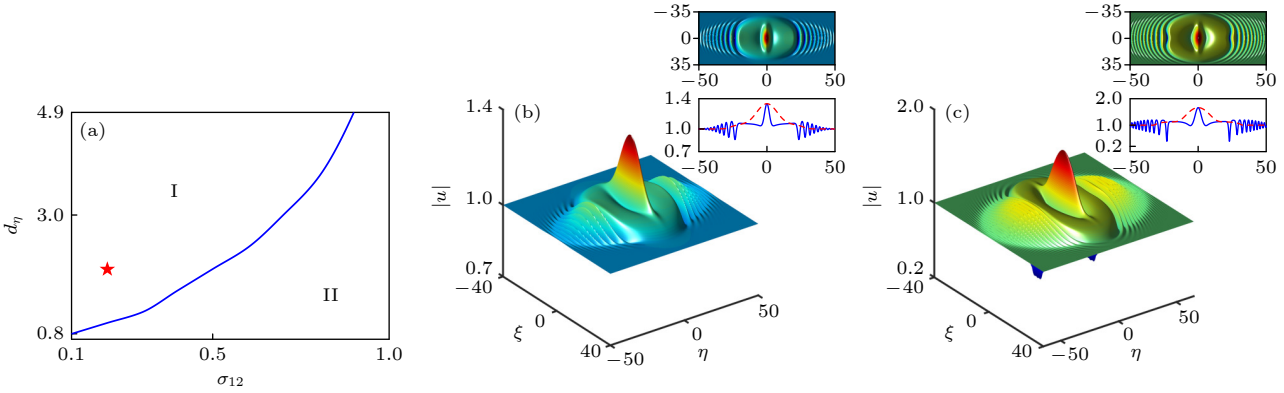



图 5 通过调控泵浦在均匀凝聚体中激发的冲击波 (a) 冲击波的存在区域图. (b)—(c) $\sigma_{10}=3$ 和 $\sigma_{10}=7$ 时对应的冲击波轮廓图, 其中 $d_\xi=10$, $d_\eta=2$, $v_\eta=1.57$, $s=17$. 右上插图给出冲击波的投影图, 右下插图给出 $\xi=0$ ($\eta=0$) 时的截面图, 用蓝色实线 (红色虚线) 表示.

Fig. 5. Shock waves induced by incoherent pump in a homogeneous condensate. (a) Existence interval of the shock wave as a function of $d_\eta$ and $\sigma_{12}$; (b)–(c) Profiles of shock waves with $\sigma_{10}=3, 7$, here, $d_\xi=10$, $d_\eta=2$, $v_\eta=1.57$, $s=17$, projections and cross-sections along the $\eta$ (blue solid line)and $\xi$ (red dashed line) directions are displayed on the right side of (b) and (c).

构, 中心向下凹, 且冲击波波数随外势的增强而变大, 意味着可用外势振幅来调控冲击波波数. 与图 3 相比, 图 4 中的冲击波结构简单、波速大, 但也有许多相似之处: 1) 冲击波轮廓都具有对称结构, 且各向异性; 2) 冲击波的传播速度相同; 3) 外势振幅可用来调节波数; 4) 当外势宽度比 $\sigma_{12}$ 增大到一定程度, 不再能激发冲击波.

下面考虑 $\sigma_2=1, v(\xi,\eta)=0$ 的情况. 此时通过非相干泵浦 $P(\xi,\eta)=\sigma_9+\sigma_{10}\exp\left[-\left(\dfrac{\xi^2}{d_\xi^2}+\dfrac{\eta^2}{d_\eta^2}\right)\right]$ [13] 在均匀凝聚体中激发冲击波, 其中 $\sigma_9=1$, $d_\xi=10$, $d_\eta=2$. 图 5(a) 中的区域 I 给出冲击波存在的区域, 表明冲击波的激发依赖于泵浦的宽度比. 分别取 $\sigma_{10}=3,7$, 可激发出如图 5(b) 与图 5(c) 所示的各向异性的对称型冲击波, 从插图可清楚观察到, 此类冲击波中心部分向上凸起, 沿着 $\eta$ 轴方向传播, 且随 $\sigma_{10}$ 的增强, 波数与振幅均变大.

## 5 结 论

本文基于耦合模型, 无任何近似情况下给出了二维极化子 BEC 系统中产生冲击波的两种方案. 在高凝聚率时, 以系统固有的非线性模为初态, 淬火交叉相互作用或外势激发出各种类型的对称型冲击波. 在低凝聚率时, 展现了通过调控外势或非相干泵浦在均匀凝聚体中激发对称型冲击波的方案. 均发现, 在利用外势与泵浦激发冲击波时, 在

$\xi$, $\eta$ 方向的宽度比异常重要, 即合适的宽度比是产生特征明显的冲击波的必要条件. 同时, 交叉相互作用、外势、泵浦的强度均可用来调控冲击波的振幅与波数. 本文不仅将传统的取初态为间断初值推广到以孤子或均匀背景为初态, 将传统的调控初态拓展到实验更易实现的调控交叉相互作用、外势、泵浦等, 为产生冲击波开辟了新的途径, 带来了新的方法, 而且所用方法均可推广到不可积模型、非平衡系统, 这将极大地推动冲击波理论在不同领域的快速发展, 也将加快非平衡量子系统非线性特性的研究步伐.

## 参考文献


[1] Zhang S, Zhu Z, Du W, Wu X, Ghosh S, Zhang Q, Xiong Q, Liu X 2023 *ACS Photonics* **10** 2414

[2] Kottilil D, Gupta M, Lu S, Babusenan A, Ji W 2023 *Adv. Mater.* **35** 2209094

[3] Deng H, Weihs G, Santori C, Bloch J, Yamamoto Y 2002 *Science* **298** 199

[4] Baumberg J J, Kavokin A V, Christopoulos S, Grundy A J D, Butté R, Christmann G, Solnyshkov D D, Malpuech G, Baldassarri Höger von Högersthal G, Feltin E, Carlin J F, Grandjean N 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 136409

[5] Zhang Y, Jia C, Liang Z 2022 *Chin. Phys. Lett.* **39** 020501

[6] Qi W, Guo X G, Dong L W, Zhang X F 2023 *Chin. Phys. B* **32** 030502

[7] Huang Y F, Liang Z X 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 100505 (in Chinese) [黄铁凡, 梁兆新 2023 物理学报 **72** 100505]

[8] Chen L Y, Gao C, Lin J, Li H J 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 181101 (in Chinese) [陈礼元, 高超, 林机, 李慧军 2022 物理学报 **71** 181101]

[9] Weisbuch C, Nishioka M, Ishikawa A, Arakawa Y 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 3314

[10] Kasprzak J, Richard M, Kundermann S, Baas A, Jeambrun P, Keeling J M J, Marchetti F M, Szymańska M H, André R, Staehli J L, Savona V, Littlewood P B, Deveaud B, Dang L S 2006 *Nature* **443** 409

[11] Jia C Y, Liang Z X 2020 *Chin. Phys. Lett.* **37** 040502

[12] Ye Z, Chen F, Zhou H, Luo S, Sun Z, Xu H, Xu H, Li H, Chen Z, Wu J 2023 *Phys. Rev. B* **107** L060303

[13] Balili R, Hartwell V, Snoke D, Pfeiffer L, West K 2007 *Science* **316** 1007

[14] Szymańska M H, Keeling J, Littlewood P B 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 230602

[15] Byrnes T, Kim N Y, Yamamoto Y 2014 *Nat. Phys.* **10** 803

[16] Zhang K, Wen W, Lin J, Li H J 2021 *New J. Phys.* **23** 033011

[17] Zhang K, Wen W, Lin J, Li H J 2022 *Front. Phys.* **10** 798562

[18] Tanese D, Flayac H, Solnyshkov D, Amo A, Lemaître A, Galopin E, Braive R, Senellart P, Sagnes I, Malpuech G, Bloch J 2013 *Nat. Commun.* **4** 1749

[19] Chen H J, Ren Y, Wang H 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 056701

[20] Ostrovskaya E A, Abdullaev J, Fraser M D, Desyatnikov A S, Kivshar Y S 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 170407

[21] Pinsker F, Flayac H 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 140405

[22] El G A, Geogjaev V V, Gurevich A V, Krylov A L 1995 *Phys. D* **87** 186

[23] El G A, Hoefer M A 2016 *Phys. D* **333** 11

[24] El G A, Gammal A, Khamis E G, Kraenkel R A, Kamchatnov A M 2007 *Phys. Rev. A* **76** 053813

[25] Gong R Z, Wang D S 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 100503 (in Chinese) [公睿智, 王灯山 2023 物理学报 **72** 100503]

[26] Kamchatnov A M 2021 *Phys.-Usp.* **64** 48

[27] Bikbaev R, Kudashev V 1994 *Phys. Rev. A* **190** 255

[28] Wang D S, Xu L, Xuan Z 2022 *J. Nonlinear Sci.* **32** 3

[29] Kamchatnov A M 2019 *Phys. Rev. E* **99** 012203

[30] Gong R, Wang D S 2022 *Physica D* **439** 133398

[31] Gong R, Wang D S 2022 *Appl. Math. Lett.* **126** 107795

[32] Sagdeev R Z 1962 *Sov. Phys. Tech. Phys.* **6** 867

[33] Wan W, Jia S, Fleischer J 2007 *Nat. Phys.* **3** 46

[34] Chanson H 2009 *Eur. J. Mech. B* **28** 191

[35] Hang C, Bai Z, Li W, Kamchatnov A, Huang G 2023 *Phys. Rev. A* **107** 033503

[36] Jia R Y, Fang P P, Gao C, Lin J 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 180303 (in Chinese) [贾瑞煜, 方乒乒, 高超, 林机 2021 物理学报 **70** 180303]

[37] Simplicio C, Purita J, Murrell W, Santos G, Dos Santos R, Lana J 2020 *J. Clin. Orthop. Trauma* **11** S309

[38] Takayama K, Saito T 2004 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **36** 347

[39] Yang Z, Zhang B 2023 *Combust. Flame* **251** 112691

[40] Hu Q, Shen X, Huang Z, Qian X, Jiang J, Yuan M, Pang L 2023 *Int. J. Hydrog. Energy* **51** 830

[41] Mayilswamy N, Krishnan A, Mundhada M, Deodhar H, Joshi G, Kandasubramanian B 2023 *Ind. Eng. Chem. Res.* **62** 6584

[42] Ciccarelli G, Johansen C, Parravani M 2010 *Combust. Flame* **157** 2125

[43] Dominici L, De Giorgi M, Ballarini D, Cancellieri E, Laussy F, Giacobino E, Bramati A, Gigli G, Sanvitto D 2013 *IEEE Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO: 2013)*, June 9–14 2013, San Jose, California, USA, pp1–2

[44] Dominici L, Petrov M, Matuszewski M, Ballarini D, De Giorgi M, Colas D, Cancellieri E, Silva Fernández B, Bramati A, Gigli G, Kavokin A, Laussy F, Sanvitto D 2015 *Nat. Commun.* **6** 8993

[45] Kamchatnov A M, Kartashov Y V 2012 *Europhys. Lett.* **97** 10006

[46] Belounis A M, Kessal S 2017 *Can. J. Phys.* **95** 1234

[47] Wang J L, Wen W, Lin J, Li H J 2023 *Chin. Phys. Lett.* **40** 070302

[48] Wang Q W, Wang J L, Wen W, Lin J, Li H J 2023 *Commun. Theor. Phys.* **75** 065001

[49] Yang J 2011 *Nonlinear Waves in Integrable and Nonintegrable Systems* (1st Ed.) (SIAM: Philadephia)

# Generation and modulation of shock waves in two-dimensional polariton condensates*

Wang Jin-Ling [1)] Zhang Kun [1)] Lin Ji [1)†] Li Hui-Jun [1)2)‡]

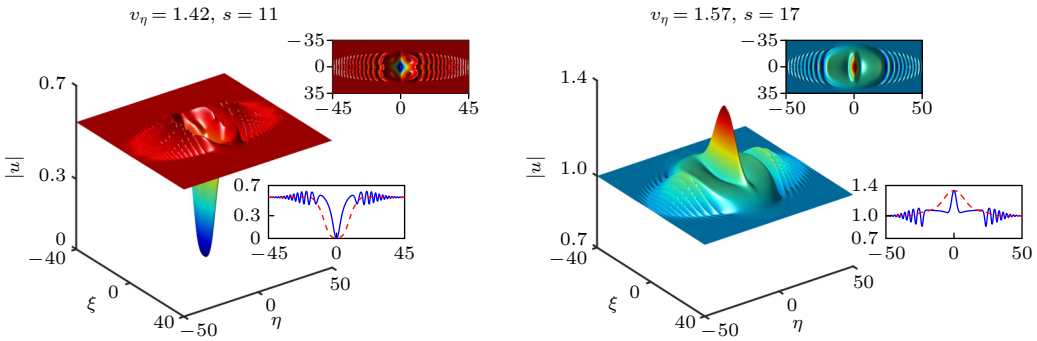
1) (*Institute of Nonlinear Physics, Zhejiang Normal University, Jinhua* 321004, *China*)

2) (*Zhejiang Institute of Photoelectronics and Zhejiang Institute for Advanced Light Source, Zhejiang Normal University, Jinhua* 321004, *China*)

( Received 2 February 2024; revised manuscript received 27 February 2024 )

**Abstract**

Due to the ability of exciton-polariton condensates formed in semiconductor microcavities to be achieved at room temperature and their characteristics such as non-equilibrium and strong interactions, they have become an ideal platform for studying the nonlinear properties of non-equilibrium quantum systems. In 2013, the research group led by L. Dominici observed two-dimensional symmetric shock waves in the polariton condensate driven by coherent pump. However, owing to the characteristics of this system, theoretical researches have lagged behind. In one-dimensional polariton condensates, disregarding cross-interaction of the system, a type of asymmetric shock wave was respectively discovered by A. M. Kamchatnov in 2012 and A. M. Belounis in 2017. In 2023, utilizing the adiabatic approximation, our research team not only uncovered sparse wave, symmetric, and asymmetric shock waves in the system, but also revealed that the symmetric shock waves are triggered by cross-interaction. At present, there is no theoretical research on shock waves in two-dimensional polariton condensate. In this paper, spectral methods and fourth-order Runge-Kutta methods are used to explore the generation and control of shock waves in two-dimensional polariton condensates. It is found that when the cross-interaction between the condensate and the polariton thermal reservoir is quenched at high condensation rates, the initially prepared bright solitons can be modulated into two types of rotationally symmetric shock waves with different velocities, while the initial dark-like solitons can only transform into a single velocity rotationally symmetric shock wave. If quenching the external potential, the dark-like solitons can be transformed into anisotropic supersonic shock waves, and the dependence of shock wave on the width of the external potential is also shown. When the external potential and incoherent pumping are controlled at low




* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12074343, 12375006) and the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. LZ22A050002).

† Corresponding author. E-mail: linji@zjnu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: hjli@zjnu.cn

condensation rates, multiple anisotropic shock waves can be excited in a uniform condensate, and their amplitudes can be used to control the wave number and amplitude of the shock waves and the range of widths for the external potential or incoherent pumping to excite shock waves is also demonstrated. The proposed methods in this paper not only provide theoretical guidance for the generation and control of shock waves in exciton-polariton condensates, but also find symmetric shock waves similar to experiments (*Nat. Commun.* **6**, 8993) without adopting any approximation, and open up a universal pathway for exciting shock waves in non-equilibrium or non-integrable systems, which may become a paradigm for transforming solitons into shock waves and significantly propel the rapid development of shock wave theory in different domains.

**Keywords:** shock wave, soliton, exciton-polariton condensate, incoherent pump

**PACS:** 96.50.Fm, 91.30.Mv, 71.36.+c, 03.75.Kk **DOI:** 10.7498/aps.73.20240229

物理学报 Acta Physica Sinica
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS

# 二维激子-极化子凝聚体中冲击波的产生与调控

王金玲 张昆 林机 李慧军

# Generation and modulation of shock waves in two-dimensional polariton condensates

Wang Jin-Ling Zhang Kun Lin Ji Li Hui-Jun

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 73, 119601 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240229
在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.73.20240229
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn

---

**您可能感兴趣的其他文章**
**Articles you may be interested in**

对称极化子凝聚体系统中的稳定孤子及其调控
Stable solitons and their controllability in symmetrical polariton condensates
物理学报. 2022, 71(18): 181101 https://doi.org/10.7498/aps.71.20220475

玻色-爱因斯坦凝聚体中的淬火孤子与冲击波
Quenched solitons and shock waves in Bose-Einstein condensates
物理学报. 2021, 70(18): 180303 https://doi.org/10.7498/aps.70.20210564

激子极化激元凝聚体中的二维亮孤子
Two-dimensional bright soliton in exciton-polariton condensate
物理学报. 2023, 72(10): 100505 https://doi.org/10.7498/aps.72.20230425

冲击波诱导水中纳米气泡塌陷的分子动力学分析
Molecular dynamics analysis of shock wave-induced nanobubble collapse in water
物理学报. 2021, 70(13): 134702 https://doi.org/10.7498/aps.70.20210058

自旋-轨道耦合二分量玻色-爱因斯坦凝聚系统的孤子解
Soliton solutions of the spin-orbit coupled binary Bose-Einstein condensate system
物理学报. 2023, 72(10): 106701 https://doi.org/10.7498/aps.72.20222319

旋转二维激子极化激元凝聚涡旋叠加态的动力学特性
Rotational dynamics characteristics of planar superimposed vortices of exciton polariton condensates
物理学报. 2020, 69(23): 230303 https://doi.org/10.7498/aps.69.20200697