

# 运动界面的电磁波相位匹配

袁金健 顾民 黄润生<sup>†</sup>

(南京大学物理学院, 南京 210093)

(2024 年 2 月 17 日收到; 2024 年 5 月 14 日收到修改稿)

电磁波在运动物体表面的折射反射和内部的传播研究中, 运动界面的电磁场相位匹配作为一个重要问题, 只有用 Galileo 变换的讨论, 但运动边界对电磁波传播的相对论效应是不应被忽略的. 本文从空间曲面方程的定义和相对性原理出发导出了运动曲面单位法向量的变换式, 基于该变换式导出了运动边界的电磁场边界条件. 同时基于单位法向量的变换式导出考虑相对论效应时电磁波在运动边界的相位匹配. 虽然该工作不涉及量子效应的影响, 但可以为电磁波通讯和电磁遥感遥测的理论分析提供一些参考.

**关键词:** 电磁波, 运动界面, 相位匹配, 相对性原理**PACS:** 42.25.Gy, 03.30.+p, 03.50.De, 41.20.-q**DOI:** 10.7498/aps.73.20240269

## 1 引言

随着科学技术的发展, 电磁波在运动物体表面的折射反射和内部的传播从技术应用层面受到研究者广泛关注<sup>[1-7]</sup>. 运动界面的电磁场边界条件作为重要问题之一, 其导出方法主要有两种: 一是如文献 [8-10] 利用 Kinematic Integral Form 导出, 但 Kinematic Integral Form 是建立在经典时空观之下的; 二是如文献 [11-13] 从相对论变换出发导出. 其中文献 [11, 12] 是从尺缩效应和几何关系导出, 文献 [13] 是从相对性原理出发导出, 但是前者导出的形式与利用 Kinematic Integral Form 导出的相同, 后者却有所差异.

同时相位匹配作为一个基于电磁场连续性边界条件分析非均匀介质中电磁波传播的重要方法<sup>[14-17]</sup>, 只有 Kong<sup>[8]</sup> 基于 Galileo 变换对运动边界有所讨论. 陈达章<sup>[12]</sup> 指出, 运动边界对电磁波传播的相对论效应是不能被忽略的, Kong<sup>[8]</sup> 采用 Galileo 变换导出运动边界的相位匹配不合理. 因

此, 本文先从空间曲面方程的定义和相对性原理导出运动曲面单位法向量的变换, 并基于该变换式导出运动边界的电磁场边界条件和电磁波相位匹配条件.

## 2 运动界面的电磁场边界条件

设参考系  $S'$  相对于参考系  $S$  以速度  $\mathbf{u}$  做匀速平动, 并取任意标量函数在参考系  $S$  中的形式为  $f(\mathbf{x}, t)$ , 微分为  $df(\mathbf{x}, t) = [\partial f(\mathbf{x}, t)/\partial(ct)]d(ct) + \nabla f(\mathbf{x}, t) \cdot d\mathbf{x}$ ; 在参考系  $S'$  中的形式为  $f'(\mathbf{x}', t')$ , 微分为  $df'(\mathbf{x}', t') = [\partial f'(\mathbf{x}', t')/\partial(ct')]d(ct') + \nabla' f'(\mathbf{x}', t') \cdot d\mathbf{x}'$ . 又因为 Lorentz 变换作为一线性变换, 标量函数的微分在相对论变换中不变 (即  $df(\mathbf{x}, t) = df'(\mathbf{x}', t')$ )<sup>[18]</sup>, 所以有下式:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f(\mathbf{x}, t)}{\partial ct} d(ct) + \nabla f(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} \\ &= \frac{\partial f'(\mathbf{x}', t')}{\partial ct'} d(ct') + \nabla' f'(\mathbf{x}', t') d\mathbf{x}'. \end{aligned} \quad (1)$$

空间中的曲面可以用不含时方程  $f(\mathbf{x}) = 0$  表示, 意为空间中所有满足该方程的点的集合. 函数  $f(\mathbf{x})$  的梯度  $\nabla f(\mathbf{x})$  为曲面的法向量<sup>[19,20]</sup>, 显然是

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: rhuang@nju.edu.cn

一个三维矢量. 设任意曲面  $F$  相对于参考系  $S'$  静止, 在参考系  $S$  中的曲面方程为  $f(\mathbf{x}) = 0$ , 在参考系  $S'$  中的曲面方程为  $f'(\mathbf{x}') = 0$ . 根据定义曲面方程  $f'(\mathbf{x}') = 0$  中的函数  $f'(\mathbf{x}')$  不包含时间变量  $t'$ , 即  $\partial f'(\mathbf{x}')/\partial(ct') = 0$ . 曲面  $F$  无论是人为构造的还是自然存在的, 其上各点在参考系  $S$  中应处于同一时刻, 曲面方程  $f(\mathbf{x}) = 0$  中的函数  $f(\mathbf{x})$  才不包含时间变量  $t$ , 即  $\partial f(\mathbf{x})/\partial(ct) = 0$ . 因为曲面的连续性不会因为运动而破坏, 所以当  $f(\mathbf{x})$  在空间连续时  $f'(\mathbf{x}')$  也一定在空间连续, 即梯度函数  $\nabla f(\mathbf{x})$  存在则梯度函数  $\nabla' f'(\mathbf{x}')$  一定存在. 代入 (1) 式可得:

$$\nabla f(\mathbf{x})d\mathbf{x} = \nabla' f'(\mathbf{x}')d\mathbf{x}'. \quad (2)$$

曲面  $F$  相对于参考系  $S'$  静止, 且其上各点在参考系  $S$  中处于同一时刻, 利用 Lorentz 变换可得曲面上的微矢量的变换为  $d\mathbf{x}' = \bar{\alpha}d\mathbf{x}$ , 代入 (2) 式可得:

$$\nabla' f'(\mathbf{x}') = \bar{\alpha}^{-1}\nabla f(\mathbf{x}), \quad (3)$$

式中,  $\bar{\alpha} = \bar{I} + (\gamma - 1)\bar{\beta}/\beta^2$ ,  $\bar{\alpha}^{-1} = \bar{I} + (1/\gamma - 1)\bar{\beta}/\beta^2$ ,  $\bar{I}$  为单位并矢,  $\bar{\beta}$  为矢量  $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{u}/c$  构成的并矢,  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ ,  $\beta^2 = \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\beta}$ . 用矩阵表示上述物理量,  $\bar{\alpha}$  和  $\bar{\alpha}^{-1}$  为对称矩阵. 进而有关系式:

$$\begin{aligned} |\nabla' f'(\mathbf{x}')| &= \sqrt{[\nabla f(\mathbf{x})]^T \cdot (\bar{\alpha}^{-1})^2 \cdot [\nabla f(\mathbf{x})]} \\ &= \sqrt{|\nabla f(\mathbf{x})|^2 - \{[\nabla f(\mathbf{x})] \cdot \boldsymbol{\beta}\}^2}. \end{aligned}$$

(3) 式两侧除以标量  $|\nabla' f'(\mathbf{x}')|$ , 并取曲面  $F$  的单位法向量在参考系  $S'$  和参考系  $S$  中分别为  $\hat{\mathbf{n}}' = \nabla' f'(\mathbf{x}')/|\nabla' f'(\mathbf{x}')|$  和  $\hat{\mathbf{n}} = \nabla f(\mathbf{x})/|\nabla f(\mathbf{x})|$ , 可得曲面单位法向量的相对论变换如下:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}}' &= \frac{\nabla' f'(\mathbf{x}')}{|\nabla' f'(\mathbf{x}')|} = \frac{\bar{\alpha}^{-1}\nabla f(\mathbf{x})}{\sqrt{|\nabla f(\mathbf{x})|^2 - \{[\nabla f(\mathbf{x})] \cdot \boldsymbol{\beta}\}^2}} \\ &= \frac{\bar{\alpha}^{-1}\hat{\mathbf{n}}}{\sqrt{1 - (\hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\beta})^2}}. \end{aligned} \quad (4)$$

按照文献 [12] 中的分析思路, 可得面电流密度  $\mathbf{J}_S$  和面电荷密度  $\rho_S$  的相对论变换如下:

$$\begin{cases} \mathbf{J}'_S = \frac{1}{\sqrt{1 - (\hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\beta})^2}} [\bar{\alpha}\mathbf{J}_S - \gamma\boldsymbol{\beta}c\rho_S], \\ \rho'_S = \frac{\gamma}{\sqrt{1 - (\hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\beta})^2}} \left[ \rho_S - \frac{\boldsymbol{\beta}}{c} \cdot \mathbf{J}_S \right]. \end{cases} \quad (5)$$

又知电磁场量的相对论变化如下 [8]:

$$\begin{cases} c\mathbf{D}' = \gamma\bar{\alpha}^{-1}(c\mathbf{D}) + \gamma\tilde{\boldsymbol{\beta}}\mathbf{H}, \\ \mathbf{H}' = -\gamma\tilde{\boldsymbol{\beta}}(c\mathbf{D}) + \gamma\bar{\alpha}^{-1}\mathbf{H}, \\ \mathbf{E}' = \gamma\bar{\alpha}^{-1}\mathbf{E} + \gamma\tilde{\boldsymbol{\beta}}(c\mathbf{B}), \\ c\mathbf{B}' = -\gamma\tilde{\boldsymbol{\beta}}\mathbf{E} + \gamma\bar{\alpha}^{-1}(c\mathbf{B}). \end{cases} \quad (6)$$

取矢量分量式  $\boldsymbol{\beta} = [\beta_x, \beta_y, \beta_z]^T$ , 则 (6) 式中  $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$  是一个斜对称矩阵, 具体形式如下:

$$\tilde{\boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} 0 & -\beta_z & \beta_y \\ \beta_z & 0 & -\beta_x \\ -\beta_y & \beta_x & 0 \end{bmatrix}.$$

将 (4) 式—(6) 式代入参考系  $S'$  中静止界面的电磁场边界条件 [9-12,21]:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{n}}' \times (\mathbf{E}'_1 - \mathbf{E}'_2) = 0, \\ \hat{\mathbf{n}}' \times (\mathbf{H}'_1 - \mathbf{H}'_2) = \mathbf{J}'_S, \\ \hat{\mathbf{n}}' \cdot (\mathbf{B}'_1 - \mathbf{B}'_2) = 0, \\ \hat{\mathbf{n}}' \cdot (\mathbf{D}'_1 - \mathbf{D}'_2) = \rho'_S. \end{cases} \quad (7)$$

经过一些数学运算可得:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) &= 0, \\ \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) &= \rho_S, \\ \hat{\mathbf{n}} \times [(\mathbf{E}_1 + \mathbf{u} \times \mathbf{B}_1) - (\mathbf{E}_2 + \mathbf{u} \times \mathbf{B}_2)] &= 0, \\ \hat{\mathbf{n}} \times [(\mathbf{H}_1 - \mathbf{u} \times \mathbf{D}_1) - (\mathbf{H}_2 - \mathbf{u} \times \mathbf{D}_2)] &= \mathbf{J}_S - \rho_S\mathbf{u}; \end{aligned} \quad (8)$$

或者

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) &= 0, \\ \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) &= \rho_S, \\ \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) - (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{u})(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) &= 0, \\ \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{u})(\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) &= \mathbf{J}_S. \end{aligned} \quad (9)$$

当  $c \rightarrow \infty$  时, 时空 Lorentz 变换会转为 Galileo 变换, 有  $\gamma = 1$ ,  $\sqrt{1 - (\hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\beta})^2} = 1$ ,  $\bar{\alpha}^{-1} = \bar{I}$ ,  $\bar{\alpha} = \bar{I}$ , 此时边界单位法向量的变换为  $\hat{\mathbf{n}}' = \hat{\mathbf{n}}$ , 场的变换为  $\mathbf{H}' = \mathbf{H} - \mathbf{u} \times \mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{B}' = \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{D}' = \mathbf{D}$ ,  $\mathbf{J}'_S = \mathbf{J}_S - \rho_S\mathbf{u}$ ,  $\rho'_S = \rho_S$ . 当  $u \ll c$  (即  $\boldsymbol{\beta} \ll 1$ ) 低速情况下, 量的变换与上述相同. 代入静电电磁场边界条件 ((6) 式), 同样获得 (8) 式或 (9) 式.

对于相对论和非相对论情况下推导出的运动电磁场边界条件具有相同的形式, 文献 [8] 认为不是偶然的结果, 而是在参考系  $S$  中 Kinematic Integral Form 的相对论形式和非相对论形式相同所导致的必然结果. 这种相对论和非相对论情况下, Kinematic Integral Form 数学形式的相同本

质是电磁场理论中如磁通量等通量发生变化时感生和动生的等价性。

### 3 运动边界的电磁场相位匹配

设一平面为相对于参考系  $S'$  静止的两个均匀介质的界面, 在参考系  $S'$  中观测到, 界面的单位法向量为  $\hat{n}'$ , 两介质的电磁参数分别为  $(\varepsilon'_1, \mu'_1)$  和  $(\varepsilon'_2, \mu'_2)$ , 即两介质静止时的电磁参数; 在参考系  $S$  中观测到, 界面的单位法向量为  $\hat{n}$ , 两介质的电磁参数分别为  $(\varepsilon_1, \mu_1)$  和  $(\varepsilon_2, \mu_2)$ . 如图 1 所示, 一平面波从介质 1 入射到界面, 则在介质 1 中有入射波和反射波, 介质 2 中有透射波. 取入射波、反射波和透射波的波矢和圆频率在参考系  $S$  中分别为  $(\mathbf{k}_i, \omega_i)$ ,  $(\mathbf{k}_r, \omega_r)$  和  $(\mathbf{k}_t, \omega_t)$ ; 在参考系  $S'$  中分别为  $(\mathbf{k}'_i, \omega'_i)$ ,  $(\mathbf{k}'_r, \omega'_r)$  和  $(\mathbf{k}'_t, \omega'_t)$ . 根据频率-波矢的相对论变换<sup>[8]</sup>可知入射波在参考系  $S'$  中的波矢和圆频率如下:

$$\begin{cases} \omega'_i = \gamma(\omega_i - c\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{k}_i), \\ \mathbf{k}'_i = \bar{\alpha}\mathbf{k}_i - \gamma\boldsymbol{\beta}\frac{\omega_i}{c}. \end{cases} \quad (10)$$

已知介质 1 和介质 2 在参考系  $S'$  的电磁参数分别为  $(\varepsilon'_1, \mu'_1)$  和  $(\varepsilon'_2, \mu'_2)$ , 根据电磁波在介质中的色

散关系<sup>[8,10]</sup>和静止边界相位匹配<sup>[8]</sup>可得入射波矢、反射波矢和透射波矢在参考系  $S'$  中的法向分量满足关系  $k'_{rz} = -k'_{iz}$  和  $k'_{tz} = \sqrt{\omega'^2_2(\varepsilon'_2\mu'_2 - \varepsilon'_1\mu'_1) + k'^2_{iz}}$ . 利用  $k'_{iz} = \hat{n}' \cdot \mathbf{k}'_i$  可得反射波和透射波在参考系  $S'$  中的圆频率和波矢如下:

$$\begin{aligned} \omega'_r &= \omega'_i = \omega'_t = \gamma(\omega_i - c\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{k}_i), \\ \mathbf{k}'_r &= (\hat{n}' \times \mathbf{k}'_i) \times \hat{n}' - (\hat{n}' \cdot \mathbf{k}'_i)\hat{n}', \\ \mathbf{k}'_t &= (\hat{n}' \times \mathbf{k}'_i) \times \hat{n}' + \hat{n}'\sqrt{\omega'^2_2(\varepsilon'_2\mu'_2 - \varepsilon'_1\mu'_1) + k'^2_{iz}}. \end{aligned} \quad (11)$$

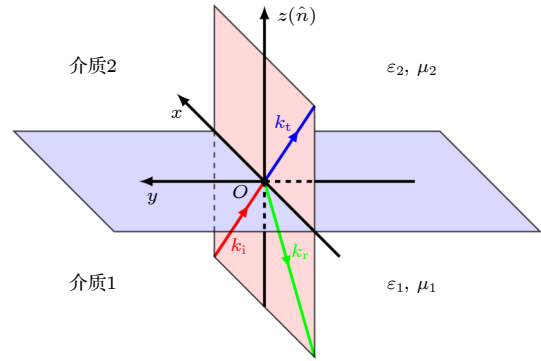


图 1 公共界面为  $S_{12}$  的两个相邻不同区域

Fig. 1. Common interface  $S_{12}$  between adjacent regions.

根据波矢-频率的逆变换关系可得反射波和透射波在参考系  $S$  中的圆频率和波矢如下:

$$\begin{aligned} \omega_r &= \gamma(\omega'_r + c\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{k}'_r) = \frac{1}{1 - (\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2} \left[ \omega_i + (\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2 \omega_i - 2c(\hat{n} \cdot \mathbf{k}_i)(\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) \right], \\ \mathbf{k}_r &= \bar{\alpha}\mathbf{k}'_r + \gamma\boldsymbol{\beta}\frac{\omega'_r}{c} = \frac{1}{1 - (\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2} \left\{ \left[ 1 - (\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2 \right] \mathbf{k}_i - 2 \left[ \hat{n} \cdot \mathbf{k}_i - \frac{\omega_i}{c}(\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) \right] \hat{n} \right\}, \\ \omega_t &= \gamma(\omega'_t + c\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{k}'_t) = \frac{1}{1 - (\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2} \left[ \omega_i - c(\hat{n} \cdot \mathbf{k}_i)(\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) + c(\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta})\mathcal{A} \right], \\ \mathbf{k}_t &= \bar{\alpha}\mathbf{k}'_t + \gamma\boldsymbol{\beta}\frac{\omega'_t}{c} = \frac{1}{1 - (\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2} \left\{ \left[ 1 - (\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2 \right] \mathbf{k}_i - \left[ \hat{n} \cdot \mathbf{k}_i - (\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta})\frac{\omega_i}{c} - \mathcal{A} \right] \hat{n} \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

式中,  $\mathcal{A} = \sqrt{\gamma^2 \left[ 1 - (\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2 \right] (\omega_i - c\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{k}_i)^2 (\varepsilon'_2\mu'_2 - \varepsilon'_1\mu'_1) + [\hat{n} \cdot \mathbf{k}_i - \omega_i(\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta})/c]^2}$ .

显然有  $(\hat{n} \times \mathbf{k}_r) \times \hat{n} = (\hat{n} \times \mathbf{k}_i) \times \hat{n} = (\hat{n} \times \mathbf{k}_t) \times \hat{n}$ , 即与静止边界情况一样, 波矢的切向分量连续. 但是入射波、反射波、透射波的频率不再相同, 反射波的频率只取决于界面运动速度的法向分量, 透射波的频率不仅受界面运动速度的法向分量影响, 还与界面运动速度在入射波方向的分量、构成介质面静止时的电磁参数有关. 这与 Galileo 变换导出的运动界面相位匹配中反射波和透射波的频率只

受界面运动速度的法向分量影响不同<sup>[8]</sup>.

假设介质 1 为真空或空气, 介质 2 是一静止时折射率为  $n$  的各向同性介质, 入射角、反射角、折射角分别为  $\psi_i, \psi_r, \psi_t$ , 入射波矢  $\mathbf{k}_i$  与界面运动速度  $\mathbf{u}$  的夹角为  $\phi$ , 界面运动速度  $\mathbf{u}$  与界面法向的夹角为  $\theta$ . 有  $\varepsilon'_1\mu'_1 = 1$ ,  $\varepsilon'_2\mu'_2 = n^2$ ,  $\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta} = \beta \cos \theta$ ,  $\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{k}_i = \beta k_i \cos \phi$ ,  $\hat{n} \cdot \mathbf{k}_i = k_i \cos \psi_i$ .

利用波矢的切向分量连续有:

$$k_{i\perp} = k_{r\perp} = k_{t\perp} = k_i \sin \psi_i.$$

利用关系式  $k_i = \omega_i/c$  可得反射波的波矢法向分量为

$$k_{rz} = -\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{k}_r = \frac{k_i [(1 + \beta^2 \cos^2 \theta) \cos \psi_i - 2\beta \cos \theta]}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta}.$$

透射波的波矢法向分量为

$$k_{tz} = \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{k}_t = \frac{k_i [\mathcal{B} + \beta \cos \theta (1 - \beta \cos \theta \cos \psi_i)]}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta},$$

式中,  $\mathcal{B} = \sqrt{\gamma^2 (1 - \beta^2 \cos^2 \theta) (1 - \beta \cos \phi)^2 (n^2 - 1) + (\cos \psi_i - \beta \cos \theta)^2}$ .

可得光在运动界面满足的反射律和折射律为

$$\begin{cases} \tan \psi_r = \frac{k_{r\perp}}{k_{rz}} = \frac{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta) \sin \psi_i}{(1 + \beta^2 \cos^2 \theta) \cos \psi_i - 2\beta \cos \theta}, \\ \tan \psi_t = \frac{k_{t\perp}}{k_{tz}} = \frac{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta) \sin \psi_i}{\mathcal{B} + \beta \cos \theta (1 - \beta \cos \theta \cos \psi_i)}. \end{cases} \quad (13)$$

光自真空或空气照射在匀速运动均匀介质界面时, 光线的反射律只与界面运动速度的法向分量有关; 折射律不仅与界面运动速度的法向分量有关, 还受界面运动速度在入射波方向的分量和介质 2 静止时的折射率的影响. 当  $\beta \rightarrow 0$  时, 就会得到光在静止界面的反射律和折射律.

当界面的运动方向平行于界面的法线方向时, 即取 (13) 式中  $\cos \theta = \pm 1$ , 可得反射律和折射律如下:

$$\begin{cases} \tan \psi_r = \frac{(1 - \beta^2) \sin \psi_i}{(1 + \beta^2) \cos \psi_i \mp 2\beta}, \\ \tan \psi_t = \frac{(1 - \beta^2) \sin \psi_i}{\sqrt{n^2 (1 \mp \beta \cos \psi_i)^2 - (1 - \beta^2) \sin^2 \psi_i} \pm \beta (1 \mp \beta \cos \psi_i)}. \end{cases} \quad (14)$$

界面沿法向运动时 (14) 式中取上方符号, 反向运动时取下方符号, 与文献 [10] 中采用几何方法所得结果一致.

## 4 结 论

本文基于标量函数的微分在相对论变换中不变和空间曲面的定义, 获得了曲面梯度函数在不同参考系下的等价关系, 进而利用相对性原理导出运动曲面的单位法矢量的变换式, 然后基于该变换式分别导出了相对论情况和非相对论情况下运动边界的电磁场边界条件, 并对两者具有相同形式给出了解释. 同时基于单位法向量的变换式导出了考虑了相对论效应时电磁波在运动边界的相位匹配. 本文讨论的内容属于经典电动力学, 并未考虑量子效应的影响, 结果可为电磁波通讯和电磁遥感遥测的理论分析提供一些便利.

## 参考文献

- [1] Kolesnichenko Y I, Lutsenko V V, Tykhyy A V 2023 *J. Plasma Phys.* **89** 905890401
- [2] Davidovich M V 2022 *Tech. Phys.* **67** 549
- [3] Tsironis C, Papadopoulos A 2023 *J. Electromagn. Waves Appl.* **37** 1366
- [4] Sheng X L, Li Y, Wang Q 2022 *Symmetry* **14** 1641
- [5] Dai X, Sha W, Chen H 2022 *Physics* **51** 8 (in Chinese) [戴希, 沙威, 陈昊 2022 物理 **51** 8]
- [6] Wang W Y, Liu X Y, Xu Y 2022 *Physics and Engineering* **32** 7 (in Chinese) [王雯宇, 刘新宇, 许洋 2022 物理与工程 **32** 7]
- [7] Wang Q 2022 *Physics and Engineering* **32** 4 (in Chinese) [王青 2022 物理与工程 **32** 4]
- [8] Kong J A 1985 *Electromagnetic Wave Theory* (New York: John Wiley & Sons) p557
- [9] Costen R C, Adamson D 1965 *Proc. IEEE* **53** 1181
- [10] Chen B Q, Shu Y S, Hu W Y 2021 *Monographic Study On Electromagnetics* (Beijing: Peking University Press) p429 (in Chinese) [陈秉乾, 舒幼生, 胡望雨 2021 电磁学专题研究 (北京: 北京大学出版社) 第 429 页]
- [11] Zou P 1987 *College Physics* **7** 22 (in Chinese) [邹澎 1987 大学物理 **7** 22]
- [12] Chen D Z 1991 *College Physics* **7** 19 (in Chinese) [陈达章 1991 大学物理 **7** 19]

- [13] Liang C H, Zhu Q X 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2202 (in Chinese) [梁昌洪, 褚庆昕 2002 物理学报 **51** 2202]
- [14] Yuan J J, Meng G P, Gu M 2022 *Nucl. Sci. Tech.* **33** 9
- [15] Liu W, Cui C, Wang X, et al. 2015 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **43** 405
- [16] Zhu J Z, Liu W, Cui C, et al. 2014 *Nuclear Science and Techniques* **37** 030203 (in Chinese) [朱家柱, 刘伟, 崔驰等 2014 核技术 **37** 030203]
- [17] Mackay T G, Akhlesh L 2020 *The Transfer-matrix Method in Electromagnetics and Optics* (Switzerland: Springer Nature) p33
- [18] Byron F W, Fuller R W 1992 *Mathematics of Classical and Quantum Physics* (New York: Dover) p15
- [19] Hass J, Heil C, Weir M D 2017 *Thomas' Calculus* (14th Ed.) (Boston: Pearson) p792
- [20] Morris C C, Stark R M 2015 *Fundamentals of Calculus* (New York: John Wiley & Sons) p217
- [21] Lax M, Nelson D F 1976 *Phys. Rev. B* **13** 1777

# Phase matching of electromagnetic wave on moving interface

Yuan Jin-Jian    Gu Min    Huang Run-Sheng<sup>†</sup>

(*School of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093, China*)

( Received 17 February 2024; revised manuscript received 14 May 2024 )

## Abstract

Due to the boundary conditions of electromagnetic fields and phase matching of electromagnetic waves on interface being the basis to drive the Snell's laws and Fresnel's laws, they are also crucial for the analysis of electromagnetic wave propagation in a moving medium. There are mainly two methods to derive the boundary conditions of electromagnetic fields on moving interface. One of them is to use the kinematic integral form, yet this method is based on the classical time-space, and the other is based on the relativistic transformation, the boundary conditions are derived from the scaling effect with geometric method, or from the principle of relativity directly. However, the first one has a form the same as the form obtained by using the kinematic integral form, while the second one obtains a different form. At the same time, the phase matching of electromagnetic wave on moving interface is only discussed by Galileo transformation, however this is unreasonable, because of the relativistic effect cannot be ignored here. Therefore, it is necessary to reexamine the boundary conditions of electromagnetic fields and phase matching of electromagnetic wave on moving interface. Herein, firstly, the relativistic transformation formula of the unit normal vector of moving surface is derived from the surface equation and principle of relativity. Secondly, the boundary conditions of electromagnetic fields on moving interface are given based on the relativistic transformation formula and the non-relativistic transformation formula of the unit normal vector and electromagnetic fields, which show that the boundary conditions of electromagnetic fields on moving interface under the relativistic case and the non-relativistic case have the same form. This is not accidental but definite, because the change of flux of electromagnetic fields, like the change of magnetic flux, from the induction of electromagnetic field is the same as that from the variation of surface element. Thirdly, the phase matching of electromagnetic wave on moving interface is given based on the relativistic transformation formula of the unit normal vector and the phase matching of electromagnetic wave on resting interface. In the problem of light incident on a homogeneous medium moving at a constant velocity in vacuum or air, using the phase matching of electromagnetic wave on moving interface, the same results can be easily obtained through other methods. The discussion in this study belongs to classical electrodynamics with no quantum effects considered, but the results will provide some conveniences for theoretically analyzing electromagnetic communication, remote sensing and telemetering.

**Keywords:** electromagnetic wave, moving interface, phase matching, relativity principle

**PACS:** 42.25.Gy, 03.30.+p, 03.50.De, 41.20.-q

**DOI:** 10.7498/aps.73.20240269

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [rhuang@nju.edu.cn](mailto:rhuang@nju.edu.cn)



## 运动界面的电磁波相位匹配

袁金健 顾民 黄润生

### Phase matching of electromagnetic wave on moving interface

Yuan Jin-Jian Gu Min Huang Run-Sheng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 134201 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240269

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240269>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 非对称信道相位匹配量子密钥分发

Asymmetric channel phase matching quantum key distribution

物理学报. 2023, 72(14): 140302 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230652>

#### 基于高次谐波产生的极紫外偏振涡旋光

Extreme ultraviolet polarization vortex beam based on high harmonic generation

物理学报. 2020, 69(4): 044203 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20190834>

#### 太赫兹GaAs光电导天线阵列辐射特性

Radiation characteristics of terahertz GaAs photoconductive antenna arrays

物理学报. 2021, 70(24): 248704 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211210>

#### 斜入射非线性电离层Langmuir扰动的电磁波传播特性

Electromagnetic wave propagation characteristics of oblique incidence nonlinear ionospheric Langmuir disturbance

物理学报. 2022, 71(6): 064101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211204>

#### 新型电磁波隐身研究进展

Progress of novel electromagnetic cloaking research

物理学报. 2020, 69(15): 154104 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200976>

#### 太赫兹电磁波调控甲烷水合物分解

THz electromagnetic wave regulated dissolution of methane hydrate

物理学报. 2021, 70(24): 248705 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211779>