

双层蜂窝状海森伯铁磁体中层间交换耦合相互作用对拓扑相的影响*

施洪潮¹⁾ 唐炳^{1)†} 刘超飞^{2)‡}

1) (吉首大学物理与机电工程学院, 吉首 416000)

2) (江西理工大学理学院, 赣州 341000)

(2024年3月27日收到; 2024年4月26日收到修改稿)

层状磁性拓扑材料是最小二维单元下同时具有磁序和拓扑性的材料体系, 研究这一体系可能会观察到新物性和新现象的出现, 因此引起了研究者的广泛关注. 本文运用线性自旋波理论, 主要研究了层间铁磁耦合的双层蜂窝状海森伯铁磁体中层间交换耦合相互作用对系统拓扑相的影响. 通过计算不同层间交换耦合相互作用强度下的磁子色散关系能得出, 当系统达到两个强度临界值时, 能量较高的两条能带和能量较低的两条能带的带隙在狄拉克点处会依次出现闭合-重新打开现象. 计算能带对应的贝里曲率和陈数后, 发现贝里曲率符号在相应临界值前后会发生反转, 同时陈数也会发生改变, 这证明系统发生了拓扑相变. 此外, 本文研究发现当双层蜂窝状铁磁体发生拓扑相变时, 磁子热霍尔系数变化曲线会相应发生突变. 本研究成果可以为利用双层蜂窝状铁磁材料制作具有更高信息传输能力的自旋电子器件提供理论支撑, 也可以为其他双层铁磁系统的相关研究提供一定的理论参考.

关键词: 双层铁磁体, 拓扑物理, 层间交换耦合, 线性自旋波理论

PACS: 75.47.-m, 75.40.Gb, 75.50.-y, 11.15.-q

DOI: 10.7498/aps.73.20240437

1 引言

近年来, 对二维拓扑材料的研究已成为凝聚态物理中一个非常热门而又前沿的方向^[1-3]. 尤其是发现石墨烯后, 大量关于拓扑电子材料的研究工作被报道^[4-11], 于是越来越多的研究者开始对拓扑材料感兴趣并将拓扑能带理论应用到磁子系统中^[12-18]. 与电子不同的是, 磁子(又称为“磁振子”)具有电中性, 这使其成为了设计出具有低损耗和良好相干输运性质的自旋电子器件的潜在候选者^[19,20]. 物理上, 石墨烯和蜂窝铁磁体之间具有显著的相似性,

例如二维蜂窝状铁磁体中的磁子能带结构与石墨烯中的电子结构相近, 具有 DM (Dzyaloshinskii-Moriya) 相互作用的二维和准二维量子磁体可以承载拓扑磁子能带, 其作用方式类似于电子系统中的费米子能带. 因此, 随着大量关于双层石墨烯输运性质、电子结构等相关内容的研究工作的发表^[21-32], 一些研究者开始关注双层蜂窝状铁磁体^[33-35]. 目前已有研究者对双层蜂窝状海森伯铁磁体中具有非零贝里曲率的拓扑非平庸磁子带和磁子边缘态传播方式进行了研究^[36,37], 也有研究者关注了 DM 相互作用对双层蜂窝状海森伯铁磁体的影响^[38,39], 但还没有专门关于层间交换耦合相互作用对双层

* 国家自然科学基金(批准号: 12064011, 12375014, 11875149)、湖南省教育厅科学研究项目(批准号: 23A0404)和吉首大学2023年度研究生校级科研项目(批准号: Jdy23052)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: bingtangphy@jsu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: liuchaofei@jxust.edu.cn

蜂窝状海森伯铁磁体中拓扑相的影响的研究. 本文研究了双层蜂窝状海森伯铁磁体中层间交换耦合相互作用对系统拓扑相的影响, 并讨论了此时引入其他层间交换耦合相互作用或增强层间易轴各向异性相互作用会产生的影响, 本研究旨在为制作高信息传输能力的自旋电子器件提供理论支撑, 为进行其他双层铁磁系统的理论研究提供一定的理论参考.

本文研究的一个重要物理现象是磁子热霍尔效应. 在空间反演对称性破缺的量子磁系统中存在的 DM 相互作用会导致具有非平庸拓扑性质的手性磁子的出现. 由于磁子是不带电的 (中性) 准粒子, 它们在洛伦兹力中不像电子系统的霍尔效应那样经历磁场. 相反, 它们表现出霍尔效应的热版本, 其中由纵向温度梯度 ∇T 产生一个横向热流. DM 相互作用会产生一个非零的贝里曲率, 由 $\Omega(k) = \nabla T \times a(k)$ 给出, 其中 $a(k)$ 是 DM 相互作用依赖的向量势^[40-43]. 贝里曲率通过改变系统中磁子的传播而起到有效磁场的作用, 从而导致热霍尔效应, 称为磁子热霍尔效应^[44]. 研究者们通常用热霍尔系数 κ_{xy} 来表征这种现象, 它与磁子体带的贝里曲率直接相关, 这很容易让人联想到电子系统中的霍尔电导率, 然而与电子系统相比, 玻色子系统中没有完全填充的能带, 因此每个磁子带都为 κ_{xy} 贡献了一项^[45]. 在实验中, 研究者们首先在三维焦绿石铁磁绝缘体 $\text{Lu}_2\text{V}_2\text{O}_7$, $\text{Ho}_2\text{V}_2\text{O}_7$ 和 $\text{In}_2\text{Mn}_2\text{O}_7$ 中实现了磁子热霍尔效应^[46,47], 最近又在二维笼目磁体 $\text{Cu}(1-3, bdc)$ 中观察到磁子热霍尔效应^[48,49]. 这些实验观察结果增强了对在不同晶格中具有非凡拓扑自旋激发的二维铁磁体进行研究的可行性. 在磁子热霍尔输运的背景下, 可以在单层蜂窝状铁磁体中获得非平庸的磁子带和观察到磁子热霍尔效应^[50]. 基于这些磁子热霍尔效应的理论和实验实现, 以及具有双层蜂窝状晶格结构的量子磁性化合物如 $\text{Na}_3\text{Cu}_2\text{SbO}_6$, $\beta\text{-Cu}_2\text{V}_2\text{O}_7$ 和 A_2IrO_3 ($A = \text{Na}, \text{Li}$) 的实验实现^[39], 在研究双层蜂窝状铁磁系统中的磁子热输运性质后, 推广到其他双层系统是很简单的.

本文运用线性自旋波理论, 主要研究了双层蜂窝状铁磁体中的一种最常见的层间交换耦合相互作用对系统拓扑相的影响. 首先计算了不同层间交换耦合相互作用强度下的磁子色散关系, 观察到能量较高的两条能带和能量较低的两条能带随着该

层间交换耦合相互作用的增强, 依次在狄拉克点处出现了闭合-重新打开现象. 然后计算了上述过程中能带对应的贝里曲率和陈数, 发现在出现带隙闭合-重新打开现象的相应临界值前后, 贝里曲率的符号会发生反转, 陈数也会发生改变, 这证明系统发生了拓扑相变. 此时若引入文中考虑的另外两种层间交换耦合相互作用, 则能够使系统出现多种拓扑相; 若增强系统内的层间易轴各向异性相互作用, 则会推迟系统拓扑相变的发生. 最后, 本文还研究了层间交换耦合相互作用和层间易轴各向异性相互作用对双层蜂窝状铁磁体系统中磁子热霍尔效应、能斯特效应的影响. 研究表明在系统发生拓扑相变时, 双层蜂窝状铁磁体中的磁子热霍尔系数不会发生“符号反转”, 而是会出现热霍尔系数变化曲线发生突变的现象, 这可以看作是双层蜂窝状铁磁体发生拓扑相变的标志, 能斯特系数也出现了类似的现象. 本文的研究成果将为利用双层蜂窝状铁磁材料进行的相关实验提供重要的理论支撑, 也可以为进行其他双层铁磁系统的相关研究提供一定的理论参考.

2 模型

本文的研究对象是由两个相同的单层蜂窝状海森伯铁磁体组成的双层蜂窝状海森伯铁磁体, 每个单层蜂窝状铁磁体中包含 A, B 两种分布在相邻亚晶格上的原子, 两个子格对应的位点在图 1(c) 中分别用红圈和蓝圈表示. 两个单层蜂窝状海森伯铁磁体之间为铁磁性耦合, 如图 1(a), (b) 所示. 当存在一个外磁场时, 可以用下式描述系统自旋哈密顿量:

$$H = H_S^T + H_S^B + H_{\text{int}}, \quad (1)$$

其中, H_S^T 和 H_S^B 分别表示顶部层和底部层的自旋哈密顿量, H_{int} 是它们之间的层间耦合相互作用引起的能量. 本文用 1A 和 1B 标记底层的两个相邻格点, 用 2A 和 2B 标记顶层的两个相邻格点. 上述哈密顿量的具体形式如 (2) 式所示:

$$\begin{aligned} H_S^T = & -J \sum_{\langle ij \rangle \in T} \hat{S}_i \cdot \hat{S}_j - J' \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle \in T} \hat{S}_i \cdot \hat{S}_j \\ & + \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle \in T} D_{ij} \cdot \hat{S}_i \times \hat{S}_j + \sum_{\langle i, j \rangle \in T} \Gamma S_i^z S_j^z - h \sum_{i \in T} \hat{S}_i^z, \end{aligned}$$

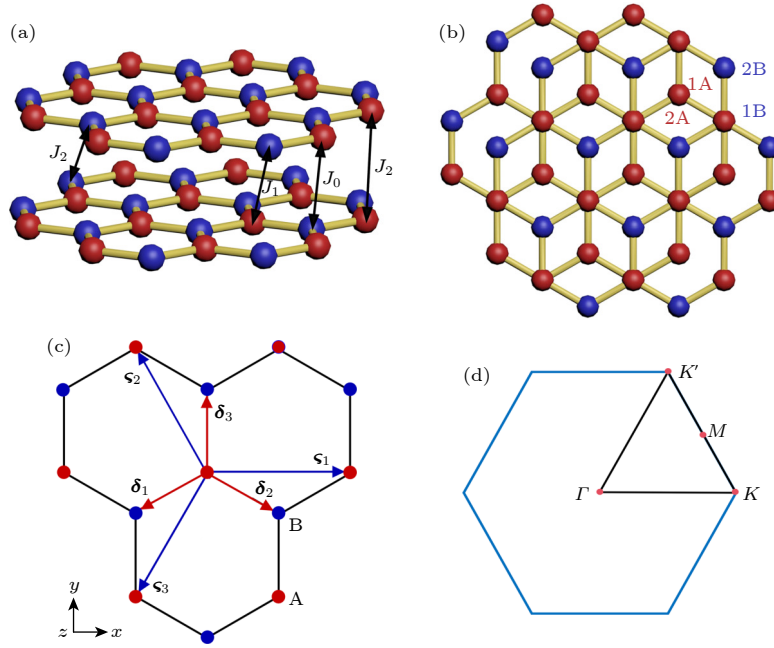


图 1 双层蜂窝状铁磁体晶格结构 (a) 侧视图; (b) 俯视图; (c) 晶格矢量, 最近邻矢量 δ_n 和次近邻矢量 ζ_n 分别用红色和蓝色箭头表示; (d) 第一布里渊区高对称路径 $M-K'-\Gamma-K-M$

Fig. 1. Lattice structure of the bilayer honeycomb ferromagnet: (a) Side view; (b) top view; (c) the lattice vector, the nearest and next-nearest neighbor vectors, δ_n and ζ_n , are represented by red and blue arrows, respectively; (d) the high symmetric path $M-K'-\Gamma-K-M$ in the first Brillouin zone.

$$\begin{aligned}
 H_S^B &= -J \sum_{\langle ij \rangle \in B} \hat{S}_i \cdot \hat{S}_j - J' \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle \in B} \hat{S}_i \cdot \hat{S}_j \\
 &+ \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle \in B} D_{ij} \cdot \hat{S}_i \times \hat{S}_j + \sum_{(i,j) \in B} \Gamma S_i^z S_j^z - h \sum_{i \in B} \hat{S}_i^z, \\
 H_{int} &= \sum_{i \in T, j \in B; \alpha} J_{\alpha} S_i \cdot S_j + \sum_{i \in 1A, j \in 2B} \Gamma' S_i^z S_j^z, \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中, \hat{S}_i 是位置 i 处的自旋矩, H_S^T 和 H_S^B 的第 1 项和第 2 项分别对应于作用在 i 和 j 格点间的最近邻铁磁各向同性海森伯交换相互作用和次近邻铁磁各向同性海森伯交换相互作用, $J, J' > 0$. 第 3 项表示两个次近邻自旋之间的 DM 相互作用. 在这里, DM 相互作用在 $D_{ij} = v_{ij} D \cdot \hat{z}$ 的元胞上产生沿 z 轴竖直向上的磁通量, 即 DM 相互作用矢量被限制在 z 轴正方向. 其中, 常数 $v_{ij} = -v_{ji} = \pm 1$ 取决于两个次近邻子格 A 的相对位置 ($v'_{ij} = +v_{ij}$) 和两个次近邻子格 B 的相对位置 ($v'_{ij} = -v_{ij}$). 因此, 次近邻 DM 相互作用起到了类似于电子体系中自旋轨道耦合的作用, 破坏了晶格的空间反演对称性^[51]. 由于本文仅在线性自旋波近似下进行研究, 因此忽略了对系统哈密顿量影响较小的最近邻 DM 相互作用项. 第 4 项表示易轴各向异性相互作用引起的能量^[52,53]. 最后一项是与沿 z 方向施加的外磁场耦合, 由塞曼效应引起的能量, $h =$

$g\mu_B B$ 为磁场强度, g 为自旋 g 因子, μ_B 为玻尔磁子, 这一项可以稳定系统的铁磁基态. 此外, 本文对 H_{int} 仅考虑来自如图 1(a) 所示的格点间的交换耦合相互作用和 1A, 2B 之间的层间易轴各向异性相互作用引起的能量. 研究双层蜂窝状铁磁体的拓扑性质和输运性质时, 考虑层间易轴各向异性相互作用是非常重要的. 层间易轴各向异性相互作用主要来源于铁磁体中的磁矩之间的相互作用以及晶格结构对磁矩的约束. 在双层蜂窝状铁磁体中, 由于层间距离较近, 不同层之间的磁矩会产生相互作用. 同时, 晶格结构中的原子排列和对称性也会对磁矩的取向产生影响. 这些因素共同作用, 导致了层间易轴各向异性相互作用的存在. 双层蜂窝状铁磁体中磁子的拓扑性质和输运性质与其磁矩的取向和分布密切相关. 层间易轴各向异性相互作用通过影响双层蜂窝状铁磁体中磁矩的取向和分布, 会影响磁子的自旋输运过程, 也会改变系统的拓扑结构, 从而导致新奇的物理现象, 如拓扑相变等.

本文采用线性自旋波近似, 让自旋均匀地沿 z 方向排列, 并运用 HP (Holstein-Primakoff) 变换将模型的自旋哈密顿量玻色量子化. HP 变换在低温极限下满足 $2S \gg \langle \hat{n} \rangle = \langle a_i^\dagger a_i \rangle$, 其平方根可以展开成 $1/\sqrt{S}$, 当截断到 $S^{1/2}$ 时, HP 变换可以简

化为 $S_i^+ = \sqrt{2S}a_i$, $S_i^- = \sqrt{2S}a_i^+$ 和 $S_i^z = S - a_i^+ a_i$. 此时, 两个单层蜂窝状铁磁体的总有效哈密顿量可以表示为

$$\begin{aligned}
 H_{\text{eff}} = & (3JS + h + 6J'S + 3\Gamma S) \sum_{i,\gamma} a_{i,\gamma}^+ a_{i,\gamma} \\
 & - JS \sum_{\langle ij \rangle} (a_{i,A} a_{j,B}^+ + \text{H.c.}) \\
 & - J'S \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle, \gamma} (a_{i,\gamma} a_{j,\gamma}^+ + \text{H.c.}) \\
 & - S \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle} D_\gamma (iv_{ij} a_{i,\gamma} a_{j,\gamma}^+ + \text{H.c.}), \quad (3)
 \end{aligned}$$

其中, $a_{i,\gamma}^+$ 是子晶格 $\gamma = A, B$ 在位置 i 上的磁子产生算符, $a_{i,\gamma}$ 是对应的磁子湮灭算符. 第 1 项是来自海森伯相互作用、各向异性相互作用以及与外部磁场耦合引起的能量. 第 2 项和第 3 项来自最近邻和次近邻格点间的海森伯相互作用能. 第 4 项来自 DM 相互作用在次近邻格点间进行的非对称交换. 另外, 层间耦合项可以表示为

$$\begin{aligned}
 H_{\text{int}} = & J_\alpha S \sum_{i \in T, B; \gamma} a_{i,\gamma}^+ a_{i,\gamma} \\
 & - J_\alpha S \sum_{i \in T, j \in B; \gamma} (a_{i,\gamma} a_{j,\gamma}^+ + \text{H.c.}) \\
 & + 3\Gamma' S \sum_{i \in 1A, j \in 2B} (a_i^+ a_j + \text{H.c.}), \quad (4)
 \end{aligned}$$

其中, Γ' 表示 1A 和 2B 之间的层间易轴各向异性相互作用强度, J_α 表示层间交换耦合相互作用强度, 文中共考虑了 $J_\alpha = J_0, J_1, J_2$ 三种层间交换耦合相互作用. 1B 和 2A 之间通过 J_0 进行耦合, 1A 和 2B 之间通过 J_1 进行耦合, 1A 和 2A、1B 和 2B 之间通过 J_2 进行耦合. 通过对 (3) 式和 (4) 式进行傅里叶变换, 可以将系统在动量空间中的总哈密顿量写成如下形式:

$$H = \sum_k \psi_k^+ \mathcal{H}(k) \psi_k, \quad (5)$$

式中, 基矢量为 $\psi_k = (\varphi_k, \varphi_{-k}^+)^T$, 其中 $\varphi_k = (a_{1A,k}, a_{1B,k}, a_{2A,k}, a_{2B,k})$, $\mathcal{H}(k)$ 为经过博戈留波夫变换后的系统哈密顿量, 具体形式可以由 (6) 式给出:

$$\mathcal{H}(k) = \frac{S}{2} \cdot \begin{pmatrix} P(k) & \Lambda(k) \\ \Lambda(k) & P^*(k) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

式中, $P(k)$ 可以具体展开为

$$\begin{aligned}
 P(k) &= \begin{pmatrix} M(k) & N(k) \\ N^\dagger(k) & M'(k) \end{pmatrix}, \\
 M(k) &= \begin{pmatrix} m_1 + m_3 + m_5 + m_6 & m_4^* \\ & m_4 \end{pmatrix}, \\
 M'(k) &= \begin{pmatrix} m_2 + m_3 + m_5 & m_4^* \\ m_4 & m_1 - m_3 + m_5 + m_6 \end{pmatrix}, \\
 N(k) &= \begin{pmatrix} m_9 & m_8^* \\ m_7^* & m_9 \end{pmatrix}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

这里,

$$m_1 = 3J + J'(6 - 2p_k) + h/S + 3J_1 + 3J_2,$$

$$m_2 = 3J + J'(6 - 2p_k) + h/S + 3J_0 + 3J_2,$$

$$m_3 = 2D\rho_k, \quad m_4 = -J\gamma_k^*, \quad m_5 = \Gamma,$$

$$m_6 = \Gamma', \quad m_7 = -J_0, \quad m_8 = -J_1\gamma_k^*, \quad m_9 = -J_2\zeta_k,$$

$$\gamma_k = \sum_{n=1}^3 e^{ik \cdot \delta_n}, \quad \zeta_k = \sum_{n=1}^3 e^{ik \cdot \varsigma_n},$$

$$p_k = \sum_{n=1}^3 \cos(k \cdot \varsigma_n), \quad \rho_k = \sum_{n=1}^3 \sin(k \cdot \varsigma_n),$$

式中, δ_n 和 ς_n 如图 1(c) 所示.

3 结果与讨论

3.1 能带结构

磁性拓扑材料的磁子色散曲线能够最直观地反映出磁子系统的能量变化情况, 因此本文首先对 (6) 式的系统哈密顿量矩阵进行对角化处理^[54], 然后计算得到系统能量特征值, 最后绘制出沿如图 1(d) 所示的第一布里渊区内高对称路径 $M-K'-\Gamma-K-M$ 分布的不同 J_0 强度下的磁子色散曲线, 如图 2 所示, 本文中固定参数 $J = 1, J' = 0.1, D = 0.1, h = 0.1, \Gamma = 0.1$. 该系统的磁子能带结构由 8 条能带组成, 在图 2 中虽然仅画出了能量值为正的 4 条能带, 但实际上能量值为负的 4 条能带与之是完全对称的, 因此分析能量值为正的 4 条能带的结构特点来概括双层蜂窝状铁磁体的能带结构特点是可行的.

由图 2(a)—(e) 可以观察到, 随着 J_0 强度的增大, 能量较高的能带的能量提升较为显著, 而能量较低的能带则变化相对较小. 对于能量较高的能

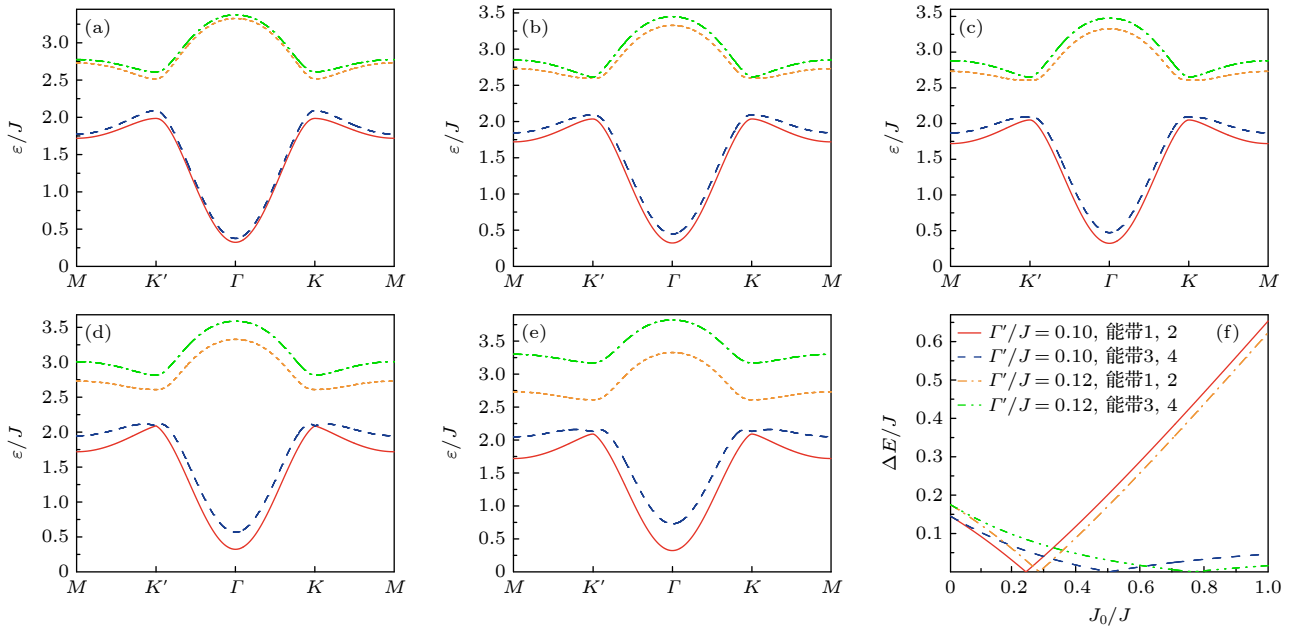


图 2 双层蜂窝状铁磁体能带结构 (a) $J_0 = 0.1$; (b) $J_0 = 0.245$; (c) $J_0 = 0.3$; (d) $J_0 = 0.505$; (e) $J_0 = 0.9$, 其余参数设置为 $\Gamma' = 0.1$, $J_1 = J_2 = 0$; (f) 带隙图

Fig. 2. Magnon band structures of the bilayer honeycomb ferromagnet: (a) $J_0 = 0.1$; (b) $J_0 = 0.245$; (c) $J_0 = 0.3$; (d) $J_0 = 0.505$; (e) $J_0 = 0.9$, the other parameters are set to $\Gamma' = 0.1$, $J_1 = J_2 = 0$; (f) gaps as a function of J_0 .

带, 它们通常对应于磁子在两层之间较为自由的传播状态. 当层间交换耦合强度增大时, 磁子在两层之间的传播变得更加容易和频繁, 这导致这些能带的能量显著提升. 这些高能带中的磁子具有较大的动能和更复杂的相互作用模式, 因此它们对层间交换耦合的变化非常敏感. 相比之下, 能量最低的能带通常对应于磁子在某一层内的局域化状态或弱传播状态. 这些磁子受到晶格势能的强烈约束, 它们的运动模式相对固定, 因此即使层间交换耦合强度发生变化, 这些能带的能量变化也相对较小.

为方便叙述, 下文将 4 条能带按能量从高到低依次记作能带 1—4. 通过对比图 2(a)—(e), 能够观察到: 随着 J_0 强度的增大, 能带 1 和能带 2、能带 3 和能带 4 在狄拉克点 K 和 K' 处的带隙都先逐渐减小. 当 $J_0 = 0.245$ 时, 能带 1 和能带 2 在狄拉克点 K 和 K' 处的带隙闭合, 继续增大 J_0 , 能带 1 和能带 2 在狄拉克点 K 和 K' 处的带隙重新打开, 并持续增大; 当 $J_0 = 0.505$ 时, 能带 3 和能带 4 在狄拉克点 K 和 K' 处的带隙闭合, 继续增大 J_0 强度, 能带 3 和能带 4 在狄拉克点 K 和 K' 处的带隙又重新打开. 为了更清楚地展示这一过程, 本文绘制了如图 2(f) 所示的带隙变化曲线, 能够观察到随着层间易轴各向异性相互作用增强, 带隙闭合所需的 J_0 强度也逐渐增大.

在磁子系统中, 磁子能带的闭合与重新打开现象不仅是一个简单的能带结构变化, 更是在磁子系统中通常会伴随着拓扑相变发生的物理现象, 对于深入理解磁子系统的基本性质以及探索新的物理效应具有重要意义. 在磁子系统中, 当磁子能带闭合时, 意味着磁子态密度在特定的能量点出现峰值, 且在该能量点附近的变化是连续的, 没有突变或跳跃. 这是一个非常特殊的点, 因为在这个点上, 磁子系统的性质可能会发生根本性的变化. 例如, 磁子之间的相互作用可能会发生改变, 从而导致系统出现新的物理效应和现象. 随着能量的变化, 磁子能带重新打开, 这标志着系统进入了一个新的拓扑相, 其性质与之前的相态截然不同^[44,55-60]. 磁子能带的闭合-重新打开现象之所以会引起拓扑相变, 其实质上是磁子系统中的拓扑不变量发生了变化. 拓扑不变量是表征系统拓扑相的一个物理量, 它不会因为系统的微小变化而发生改变. 但在磁子能带的闭合点上, 这个不变量却会从一个值跳跃到另一个值, 此时就发生了拓扑相变. 这种跳跃式的变化使得磁子系统在新的相态中展现出独特的物理性质^[61-63].

拓扑相变在磁子系统中具有广泛的应用前景. 首先, 通过研究拓扑相变, 我们可以更深入地理解磁子系统的基本性质, 如磁子态的演化、磁子之间

的相互作用等. 这对于推动磁学领域的发展具有重要意义. 其次, 拓扑相变还可能带来新的物理效应和现象, 如拓扑磁子态、拓扑磁子绝缘体等. 这些新的物理效应和现象有可能在未来的科技应用中找到用武之地, 如在磁子器件、磁子计算机等领域发挥重要作用^[64-66].

3.2 贝里曲率与陈数

贝里曲率是拓扑系统中一个重要的物理量^[67], 对于许多拓扑量子磁体来说, 贝里曲率是许多可观测值的基础, 它为 k 空间中的玻色子提供了一个有效规范场, 并决定着输运性质^[68]. 磁子贝里曲率是描述磁子在晶体中传播时受到的有效磁场力的物理量, 在双层蜂窝状铁磁体系统中呈现出独特的分布特征. 它与电子的贝里曲率类似, 但研究对象是磁子而非电子. 在双层蜂窝状铁磁体系统中, 磁子贝里曲率的分布与系统的磁子带结构紧密相关, 磁子贝里曲率在第二布里渊区呈现出特定的分布规律. 物理上, 磁子系统只有在两个不同的磁子带之间有带隙时才会出现一个非平庸拓扑相. 在二维磁子系统中, 第 n 个磁子带的贝里曲率可以写成如下形式:

$$\begin{aligned} \Omega_n(k) &= -2\text{Im} \sum_{m \neq n} \frac{[\langle \Phi_n(k) | \vartheta_x | \Phi_m(k) \rangle \langle \Phi_m(k) | \vartheta_y | \Phi_n(k) \rangle]}{[\varepsilon_n(k) - \varepsilon_m(k)]^2}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $\Phi(k)$ 是一个准么正矩阵, $\Phi_n(k)$ 对应于该么正矩阵的第 n 个分量, $\vartheta_i = \partial \mathcal{H}'(k) / \partial k_i$ ($i = x, y$) 为速度算符, $\varepsilon_n(k)$ 是系统中第 n 条磁子能带的能量, $\mathcal{H}(k) = \xi \mathcal{H}'(k)$ 为经过博戈留波夫变换后得到的玻色哈密顿量, 其中 $\xi = [(I_{N \times N}, 0), (0, -I_{N \times N})]$. 本文绘制了双层蜂窝状铁磁体系统在图 2 过程中对应的贝里曲率图像, 如图 3 所示. 可以观察到, 在图 2 所示的两次能带闭合-重新打开时的 J_0 强度临界值前后, 贝里曲率符号发生了反转, 证明这一过程确实发生了拓扑相变. 并且双层蜂窝状铁磁体系统在第二布里渊区的磁子贝里曲率主要集中在狄拉克点处, 并在这些点达到峰值, 即该系统的磁子贝里曲率主要由狄拉克点贡献^[69].

狄拉克点是晶体能带结构中的关键节点, 其能量色散关系呈现出线性特征, 类似于无质量的狄拉克粒子, 使得磁子在这些点附近的行为表现出特殊性质^[70-72]. 在双层蜂窝状铁磁体系统中, 狄拉克点

对于磁子贝里曲率的贡献尤为显著. 在狄拉克点附近, 能带的线性色散关系导致磁子在传播过程中受到的有效磁场力发生显著变化. 这种变化直接反映在磁子贝里曲率的分布上, 使得狄拉克点成为磁子贝里曲率的主要贡献者. 狄拉克点的存在为磁子的传播提供了特定的通道, 使磁子在这些点附近的行为与传统材料中的磁子有很大不同. 这种特殊性质不仅会影响磁子的传播行为, 还可能对材料的磁性、热导率等物理性质产生深远影响^[73].

对于玻色子系统, 计算能带对应的陈数也是研究磁子拓扑性质的一种可靠方法. 陈数作为一种拓扑不变量, 是描述磁子系统中磁子拓扑性质的关键参数, 其被定义为贝里曲率的积分, 贝里曲率反映了波函数在参数空间中的几何性质, 而陈数则是这一几何性质的量化表现^[74,75], 可以写成如下形式:

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} d^2k \Omega_n(k). \quad (9)$$

陈数的取值决定了磁子能带的拓扑结构, 从而影响了系统的物理性质. 例如, 当陈数为非零值时, 系统可能表现出量子霍尔效应等拓扑现象. 根据 (9) 式, 本文计算了图 2(a)–(e) 中不同 J_0 强度下各能带对应的陈数, 得到的计算结果在表 1 列出. 由表 1 能够观察到双层蜂窝状铁磁体系统中的 4 条磁子能带对应的陈数之和为零, 并且各磁子能带对应的陈数是单层的两倍, 这一点与 AB 堆叠的双层石墨烯各电子能带对应的陈数相似. 还能够观察到能带 1 和能带 2、能带 3 和能带 4 对应的陈数发生变化时的 J_0 强度临界值与图 2 中磁子能带带隙在狄拉克点处发生闭合-重新打开现象时一致. 为验证这一点, 本文绘制了能带 4 和能带 1 对应的陈数随 J_0 强度变化曲线, 如图 4 所示.

由图 4 可以清楚地观察到: 随着 J_0 强度的增大, 当 $J_0 = 0.245$ 时, 能带 1 和能带 2 对应的陈数发生改变, 而能带 3 和能带 4 对应的陈数不发生变化; 继续增大 J_0 , 能带 1 和能带 2 对应的陈数不再发生变化, 当 $J_0 = 0.505$ 时, 能带 3 和能带 4 对应的陈数发生反转, 继续增大 J_0 , 能带 3 和能带 4 对应的陈数不再发生变化. 此时, 如果增强系统内的层间易轴各向异性相互作用, 则能够观察到能带 4 和能带 1 对应的陈数发生变化时所需达到的 J_0 强度临界值也会随之增大, 如图 4(b) 所示. 由此可知, 增强双层蜂窝状铁磁体中的层间易轴各向异性相互作用会阻碍系统发生拓扑相变.

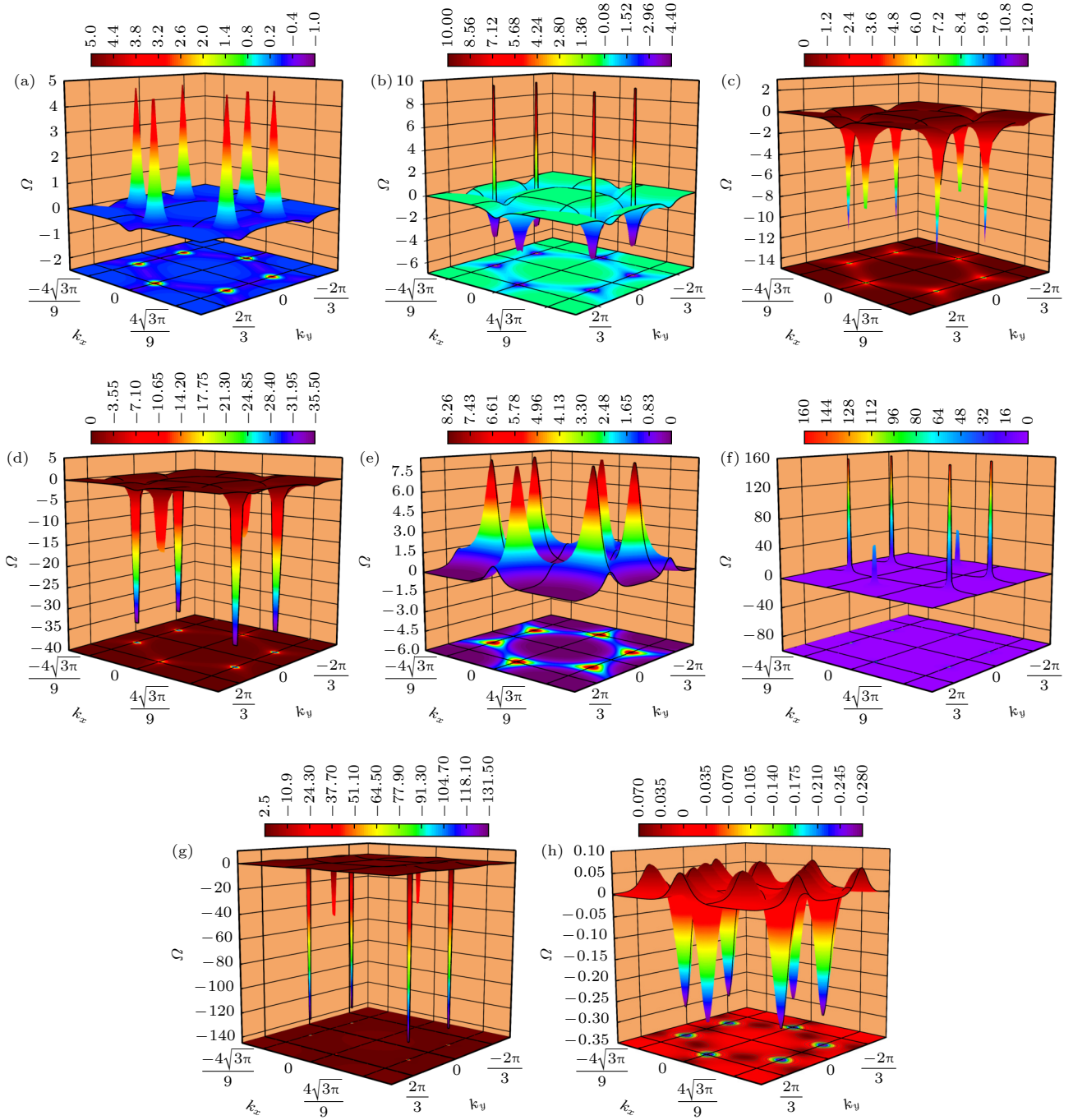


图3 双层蜂窝状铁磁体最低能带对应的贝里曲率 (a) $J_0 = 0.2$; (b) $J_0 = 0.5$; (c) $J_0 = 0.51$; (d) $J_0 = 0.8$. 双层蜂窝状铁磁体最高能带对应的贝里曲率 (e) $J_0 = 0.15$; (f) $J_0 = 0.24$; (g) $J_0 = 0.25$; (h) $J_0 = 0.8$, 其余参数设置为 $\Gamma'=0.1$, $J_1 = J_2 = 0$.
 Fig. 3. Berry curvature of the lowest band in a bilayer honeycomb ferromagnet: (a) $J_0 = 0.2$; (b) $J_0 = 0.5$; (c) $J_0 = 0.51$; (d) $J_0 = 0.8$. Berry curvature of the highest band in a bilayer honeycomb ferromagnet: (e) $J_0 = 0.15$; (f) $J_0 = 0.24$; (g) $J_0 = 0.25$; (h) $J_0 = 0.8$. Other parameters are set to $\Gamma'=0.1$ and $J_1 = J_2 = 0$.

然而能够影响双层蜂窝状铁磁体拓扑相的层间交换耦合相互作用并不仅限于 J_0 这一种, J_1 和 J_2 这两种层间交换耦合相互作用也能够对双层蜂窝状铁磁体的拓扑相产生影响. 本文计算了加入层间交换耦合相互作用 J_1 和 J_2 后的磁子能带对应的陈数, 通过绘制陈数分布图来观察双层蜂窝状铁磁

体的拓扑相变化, 如图5所示. 由于在本文考虑的模型中, J_1 和 J_2 这两种层间交换耦合相互作用的矢量大小一致, 所以本文在引入这两种层间交换耦合相互作用时, 保持 J_1 和 J_2 两种层间交换耦合相互作用强度相等. 根据图5可以清楚地观察到各能带对应的陈数随着 J_1 和 J_2 这两种层间交换耦合相

表 1 色散曲线对应的陈数
Table 1. Corresponding Chern numbers of magnon band structures.

参数	陈数			
	能带1	能带2	能带3	能带4
$J_0 = 0.1, \Gamma' = 0.1, J_1 = 0.1, J_2 = J_3 = 0$	-2	0	2	0
$J_0 = 0.245, \Gamma' = 0.1, J_1 = 0.1, J_2 = J_3 = 0$	0	-2	2	0
$J_0 = 0.3, \Gamma' = 0.1, J_1 = 0.1, J_2 = J_3 = 0$	0	-2	2	0
$J_0 = 0.505, \Gamma' = 0.1, J_1 = 0.1, J_2 = J_3 = 0$	0	-2	0	2
$J_0 = 0.9, \Gamma' = 0.1, J_1 = 0.1, J_2 = J_3 = 0$	0	-2	0	2

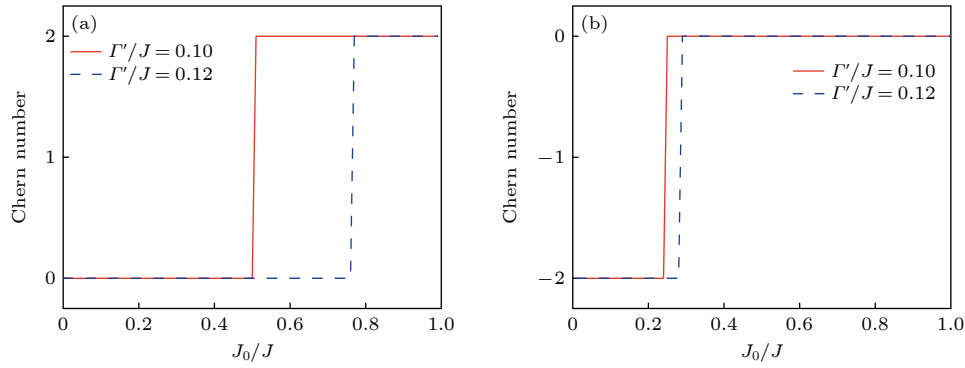


图 4 不同层间易轴各向异性相互作用强度下的陈数随 J_0 强度变化曲线 (a) 最低能带; (b) 最高能带, 其余参数设置为 $\Gamma' = 0.1, J_1 = J_2 = 0$

Fig. 4. Chern number as a function of the intensity of interlayer exchange coupling interaction J_0 for the different intensity of interlayer easy-axis anisotropy interaction: (a) The lowest band; (b) the highest band, the other parameters are set to $\Gamma' = 0.1, J_1 = J_2 = 0$.

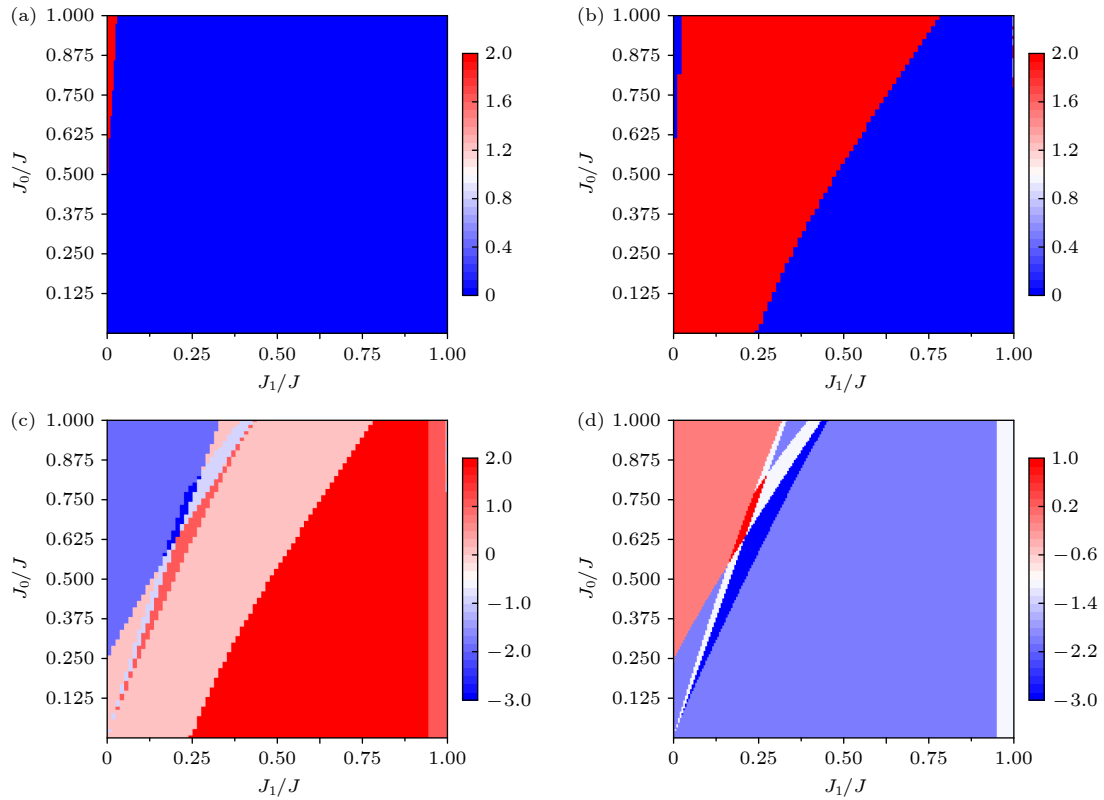


图 5 陈数随层间交换耦合相互作用 J_0 和 J_1 强度变化图 (a)–(d) 分别对应能量从高到低的 4 条能带, 其余参数设置为 $\Gamma' = 0.1$
Fig. 5. Chern number as a function of the intensity of the interlayer exchange coupling interaction J_0 and J_1 : (a)–(d) Correspond to four energy bands from high to low energy, the other parameters are set to $\Gamma' = 0.1$.

相互作用的引入发生了明显变化,共出现了9种拓扑相,其对应的各能带的陈数在表2列出,这一有趣的物理现象在单层蜂窝状铁磁体中是从未出现过的,层间交换耦合相互作用 J_1 和 J_2 的引入为双层蜂窝状铁磁体带来了丰富的拓扑相.

表2 能带对应的陈数

Table 2. Corresponding Chern numbers of magnon band structures.

序号	陈数			
	能带1	能带2	能带3	能带4
①	0	-2	0	2
②	0	-2	2	0
③	1	-3	2	0
④	-1	-1	2	0
⑤	-3	1	2	0
⑥	-2	0	2	0
⑦	-2	2	0	0
⑧	-1	1	0	0
⑨	-1	0	1	0

由于本研究过程中考虑了系统中存在的次近邻DM相互作用,而DM相互作用能够通过影响

磁子能带结构、导致空间反演对称性破缺等方式来引发拓扑相变,因此本文对该DM相互作用和层间交换耦合相互作用对体系拓扑相影响的相互关系进行了讨论,能带1—4对应的陈数随DM相互作用强度和层间交换耦合相互作用 J_0 强度变化图像如图6所示.从图6可以观察到,DM相互作用强度对系统拓扑相的影响较大,不仅使原本由 J_0 诱导的拓扑相变提前发生,而且由能量较高的两条能带对应的陈数变化曲线与能量较低的两条能带对应的陈数变化曲线,可以发现调节DM相互作用强度能够增大系统在 $[-2, 0, 2, 0]$, $[0, -2, 2, 0]$ 和 $[0, -2, 0, 2]$ 三种拓扑相之间转换的机会.此外,仔细观察图6,还可以发现系统中同时存在极小的DM相互作用和层间交换耦合相互作用 J_0 时,出现了一个 $[-2, 2, 0, 0]$ 的拓扑相,但由于这个拓扑相只短暂出现,因此不进行详细讨论.

3.3 磁子热霍尔效应

磁子热霍尔效应是二维拓扑磁子绝缘体中的一个重要物理现象^[76,77],这一现象是由于磁子能带的非平庸拓扑结构引起的,这种结构在施加纵向温

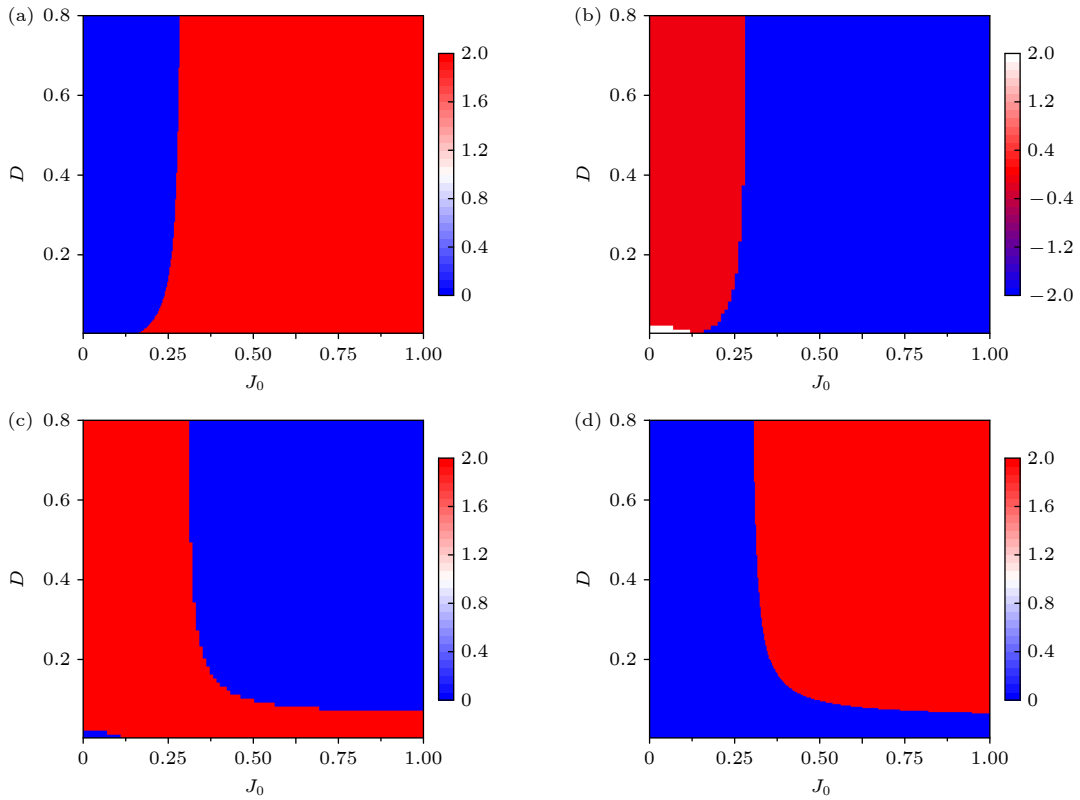

 图6 陈数随层间交换耦合相互作用 J_0 和 D 强度变化图 (a)—(d)分别对应能量从高到低的4条能带,其余参数设置为 $\Gamma' = 0.1$

 Fig. 6. Chern number as a function of the intensity of the interlayer exchange coupling interaction J_0 and D : (a)–(d) Correspond to four energy bands from high to low energy, the other parameters are set to $\Gamma' = 0.1$.

度梯度时,能够引发独特的热输运行为.具体来说,当在二维拓扑磁子绝缘体中施加纵向温度梯度 $-\nabla T$ 时,非平庸的磁子能带结构会导致贝里曲率的出现.贝里曲率是量子力学中的一个重要概念,它与波函数的相位结构密切相关.在二维拓扑磁子绝缘体中,贝里曲率能够在系统内有效地诱导出一个磁场,进而对磁子产生横向力的作用,引导其沿垂直于温度梯度的方向移动,形成横向热流^[40].通过实验研究,研究者们已经证实了磁子热霍尔效应在二维拓扑磁子绝缘体中的存在,并且其实验结果与理论预测高度一致.这一发现为设计高效的磁热转换器提供了新的思路,可以通过调节磁子能带的拓扑结构,实现磁子热流的定向传输,从而提高磁热转换的效率.此外,磁子热霍尔效应还可以应用于磁热传感器,由于磁子热霍尔效应对磁场和温度梯度具有较好的敏感性,所以可以利用它来探测微小的磁场变化和温度梯度^[78,79].

为了量化描述这一现象,科学家们引入了磁子热霍尔系数的概念来表征磁子热霍尔效应.磁子热霍尔系数与系统的贝里曲率密切相关^[41],反映了磁子热霍尔效应的强弱程度,其数学表达式可以写成如下形式:

$$\kappa_{xy} = -\frac{k_B^2 T}{(2\pi)^2 \hbar} \sum_{\alpha=m,n} \int d^2 k c_2(n_\alpha) \Omega_\alpha(k), \quad (10)$$

其中 $n_\alpha = f(\varepsilon_\alpha(k)) = [e^{\beta\varepsilon_\alpha(k)} - 1]^{-1}$ 是玻色-爱因斯坦分布函数, $\beta = 1/k_B T$,

$$c_2(w) = (1+w) \left(\log \frac{1+w}{w} \right)^2 - (\log w)^2 - 2\text{Li}_2(-w)$$

是一个单调的二重函数^[80].

为了探究层间交换耦合相互作用 J_0 强度对双层蜂窝状铁磁体中磁子热霍尔系数的影响,图 7(a) 为磁子热霍尔系数随温度变化曲线. 研究结果表明,在不同的 J_0 强度下,虽然磁子热霍尔系数随着温度的升高都会逐渐趋于稳定,但最后达到的值不同,并且曲线的相对位置变化趋势出现了变化. 为了探究 J_0 强度对磁子热霍尔系数的具体影响,本文绘制了如图 7(b) 所示的磁子热霍尔系数随 J_0 强度变化曲线. 由图 7(a) 可以看到在低温下,双层蜂窝状铁磁体磁子热霍尔系数随 J_0 的变化并不明显,所以在绘制图 7(b) 时选择了温度为 $T/J = 3$ 时的变化曲线. 众所周知,在单层蜂窝状铁磁体中,当系统发生拓扑相变时,磁子热霍尔系数符号会相

应发生反转. 然而通过观察图 7(b) 中的红色曲线,可以清楚地看到磁子热霍尔系数的变化曲线在前文中系统发生拓扑相变时的 J_0 强度临界值处虽然发生了明显的突变,但磁子热霍尔系数的符号并未发生反转. 因此,磁子热霍尔系数在双层蜂窝状铁磁体中发生拓扑相变时表现出的物理现象与单层蜂窝状铁磁体稍有不同,这是由于双层蜂窝状铁磁体系统中不同能带之间的复杂相互作用和竞争导致的. 具体来说,双层蜂窝状铁磁体中的某些能带会对热霍尔系数产生正贡献,而其他能带可能产生负贡献,这导致其整体表现出非单调性,当系统发生拓扑相变时,其中几条能带产生的正、负贡献可能发生翻转,从而使热霍尔系数变化曲线发生了突变.

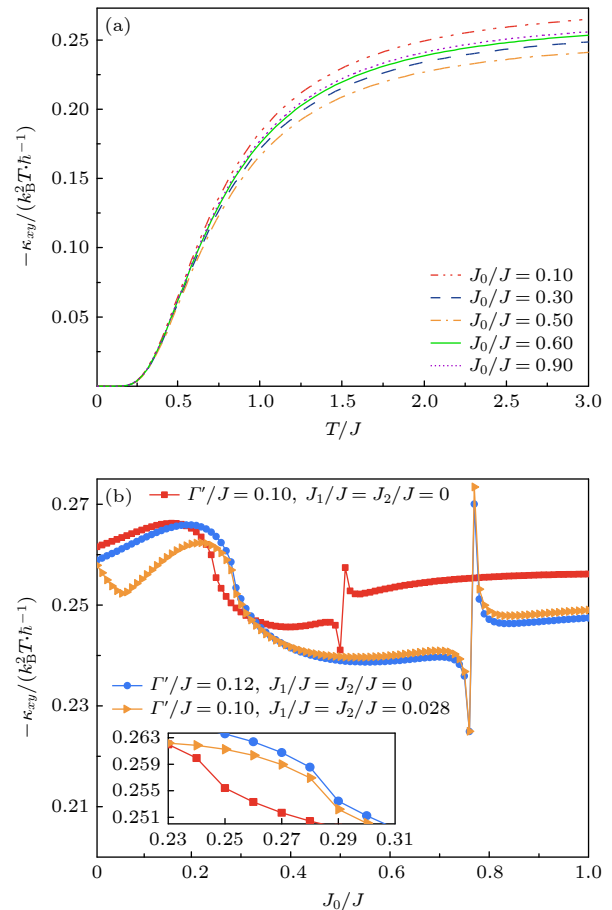


图 7 (a) 不同 J_0 强度下的磁子热霍尔系数随温度变化曲线,其他参数设置为 $\Gamma'=0.1$, $J_1 = J_2 = 0$; (b) 磁子热霍尔系数随 J_0 强度变化曲线

Fig. 7. (a) Thermal Hall conductivity as a function of temperature under different intensity of interlayer exchange coupling interaction J_0 with $\Gamma'=0.1$, $J_1 = J_2 = 0$; (b) thermal Hall conductivity as a function of different intensities of interlayer exchange coupling interaction J_0 .

考虑到已经证明了层间易轴各向异性相互作用的增强会阻碍双层蜂窝状铁磁体发生拓扑相变, 加入层间交换耦合相互作用 J_1 和 J_2 会使系统出现一些新的拓扑相, 因此本文将讨论 J_1 , J_2 强度和层间易轴各向异性相互作用强度如何影响层间铁磁耦合双层蜂窝状铁磁体中的磁子热霍尔系数. 从图 7(b) 可以观察到, 在系统中引入层间交换耦合相互作用 J_1 和 J_2 , 或者增大相同强度的层间易轴各向异性相互作用 Γ' , 系统磁子热霍尔系数发生突变时的 J_0 强度临界值会增大同样的数值. 但不同的是, 增强层间易轴各向异性相互作用 Γ' 前后的热霍尔系数变化曲线形状几乎相同, 即增强层间易轴各向异性相互作用 Γ' 会阻碍 J_0 强度变化引起的双层蜂窝状铁磁体拓扑相变; 而引入层间交换耦合相互作用 J_1 和 J_2 时, 曲线的起伏明显增多, 拓扑相变伴随的磁子热霍尔系数突变正是发生在起伏处附近, 即引入层间交换耦合相互作用 J_1 和 J_2 增大了系统发生拓扑相变的机会.

3.4 磁子能斯特效应

磁子能斯特效应是磁子系统中另一个重要的热磁效应^[81,82]. 具体是指当在磁性材料中施加温度梯度时, 磁子会受到热能的影响而产生分布不平衡, 这种不平衡会导致磁子在不同温度区域之间产生流动, 进而产生磁子流, 最终磁子流会在材料中诱导出一个垂直于温度梯度的横向自旋流^[83,84], 其数学表达式可以写成如下形式:

$$\sigma_{xy} = -\frac{k_B}{(2\pi)^2 \hbar} \sum_{\alpha=m,n} \int d^2k c_1(n_\alpha) \Omega_\alpha(k), \quad (11)$$

其中 $n_\alpha = f(\varepsilon_\alpha(k)) = [e^{\beta\varepsilon_\alpha(k)} - 1]^{-1}$ 是玻色-爱因斯坦分布函数, $\beta = 1/k_B T$, $c_1(w) = (1+w) \log(1+w) - w \log w$ ^[16]. 为了研究 J_0 对双层蜂窝状铁磁体系统中能斯特效应的影响, 本文绘制了不同 J_0 强度下的能斯特系数随温度变化曲线, 如图 8(a) 所示.

图中磁子能斯特系数随温度变化曲线表现出与磁子热霍尔系数随温度变化曲线类似的现象: 在不同的 J_0 强度下, 虽然都会随着温度的升高从零开始逐渐增大, 最后趋于稳定, 但最后达到的值是不同的, 并且曲线的相对位置出现了变化. 通过绘制磁子能斯特系数随 J_0 强度变化曲线(图 8(b)), 可以发现随着 J_0 强度的增大, 磁子能斯特系数同样未出现“符号反转”的现象, 而是在系统

发生拓扑相变时, 磁子能斯特系数变化曲线会发生突变.

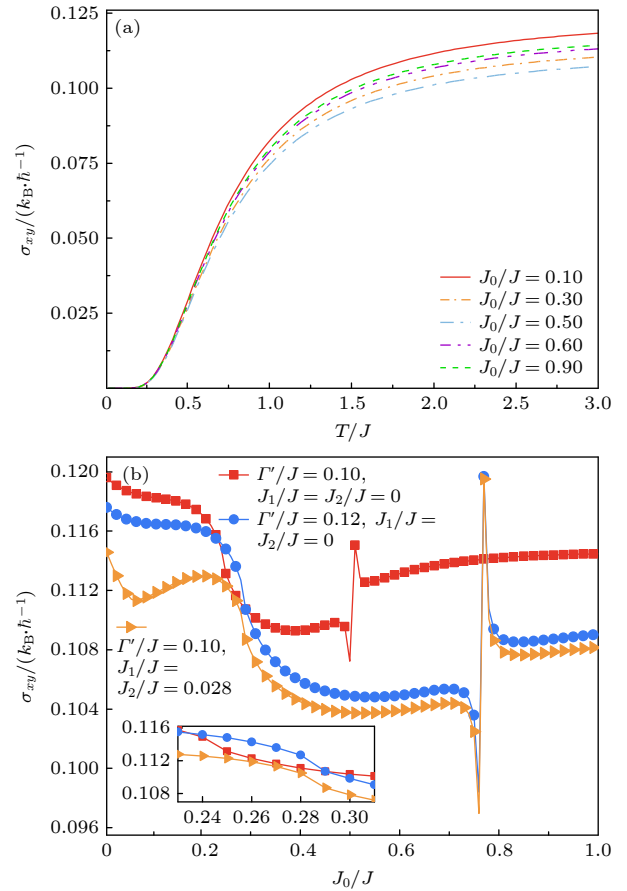


图 8 (a) 不同 J_0 强度下的磁子能斯特系数随温度变化曲线, 其他参数设置为 $\Gamma'=0.1$, $J_1 = J_2 = 0$; (b) 磁子能斯特系数随 J_0 强度变化曲线

Fig. 8. (a) Magnon Nernst conductivity as a function of temperature under different intensity of interlayer exchange coupling interaction J_0 with $\Gamma'=0.1$, $J_1 = J_2 = 0$; (b) magnon Nernst conductivity as a function of different intensities of interlayer exchange coupling interaction J_0 .

4 总结与展望

本文主要研究了层间铁磁耦合的双层蜂窝状海森伯铁磁体中层间交换耦合相互作用 J_0 对系统拓扑相的影响, 还研究了层间交换耦合相互作用 J_1 、 J_2 强度和层间易轴各向异性相互作用强度对该拓扑相变发生的影响. 层间铁磁耦合的双层蜂窝状海森伯铁磁体系统类似于 AB 堆叠双层石墨烯, 具有非平庸拓扑磁子带和贝里曲率, 本文首先给出了线性自旋波近似下系统哈密顿量矩阵的具体形式, 并绘制了相应的磁子色散关系曲线和带隙图. 从图中观察到当 J_0 强度达到 $J_0 = 0.245$ 和 $J_0 =$

0.505 时, 能带 1 和能带 2、能带 3 和能带 4 会在狄拉克点 K 和 K' 处依次出现闭合-重新打开的现象, 由此推断层间交换耦合相互作用 J_0 增强的过程中系统发生了拓扑相变. 并且随着层间易轴各向异性相互作用的增强, 带隙闭合所需的 J_0 强度也会逐渐增大, 这表明增强层间易轴各向异性相互作用可能会阻碍双层蜂窝状铁磁体发生拓扑相变.

然后, 为了验证系统在上述过程中发生了拓扑相变, 本文计算了该过程中能带对应的贝里曲率和陈数, 并绘制了相应的图像. 贝里曲率图像显示该过程中的贝里曲率符号在能带发生闭合-重新打开现象对应的 J_0 强度临界值前后发生了反转, 并且双层蜂窝状铁磁体系统在第一布里渊区内的贝里曲率主要由狄拉克点贡献. 陈数变化曲线显示双层蜂窝状铁磁体系统中能量值为正的 4 条磁子能带对应的陈数之和为零, 且各磁子能带对应的陈数是单层的两倍, 能带 1 和能带 2、能带 3 和能带 4 对应的陈数发生变化时所需的 J_0 强度临界值与磁子能带闭合-重新打开现象发生时一致. 这些研究结果证明了一定强度的层间交换耦合相互作用 J_0 可以使层间铁磁耦合的双层蜂窝状铁磁体发生拓扑相变. 此外, 在引入 J_1 和 J_2 两种层间交换耦合相互作用和层间易轴各向异性相互作用后, 发现增强双层蜂窝状铁磁体中的层间易轴各向异性相互作用 Γ' 会阻碍系统发生拓扑相变, 而层间交换耦合相互作用 J_1 和 J_2 的引入会在双层蜂窝状铁磁体中产生丰富的拓扑相.

最后, 本文讨论了层间交换耦合相互作用和层间易轴各向异性相互作用对磁子热霍尔效应和能斯特效应的影响. 研究表明该系统的磁子热霍尔系数和能斯特系数在不同的 J_0 强度下, 随着温度的升高都会达到饱和, 即趋于一个定值, 且两者随 J_0 强度的变化曲线会在系统发生拓扑相变时的 J_0 强度临界值前后发生突变, 但符号没有发生变化. 这表明在双层蜂窝状铁磁体中, 系统发生拓扑相变的标志和单层蜂窝状铁磁体不同, 不再是磁子热霍尔系数符号的反转. 此外, 在系统中增强层间易轴各向异性相互作用 Γ' 会阻碍双层蜂窝状铁磁体发生拓扑相变, 而引入层间交换耦合相互作用 J_1 和 J_2 会增大 J_0 强度变化引起双层蜂窝状铁磁体发生拓扑相变的机会.

本文研究成果能够对利用双层蜂窝状铁磁材

料制作新型电子自旋器件的相关实验提供理论支撑, 通过调节所需层间交换耦合相互作用的强度来提高自旋电子器件的信息传输能力, 也能够为进行其他双层铁磁系统的相关研究提供理论参考. 在相关实验过程中, 可以通过调节层间间距来实现对层间交换耦合相互作用强度的调控. 层间交换耦合相互作用强度描述的是不同层之间磁矩的相互耦合强度, 其与层间间距的关系在一定程度上可以用指数衰减或幂律衰减来近似描述, 即层间交换耦合相互作用强度随着层间间距的减小而增大, 但增大的速度会逐渐减缓. 具体来说, 当层间间距非常小时, 由于磁矩之间的直接相互作用变得非常强烈, 因此会导致层间交换耦合相互作用强度迅速增大. 然而, 随着层间间距的进一步减小, 磁矩之间的相互作用可能受到其他因素的影响, 如电子云的重叠, 轨道杂化等, 这些因素可能会限制层间交换耦合相互作用强度的进一步增大. 相反, 当层间间距增大时, 磁矩之间的相互作用距离变长, 此时层间交换耦合相互作用强度会显著减小. 而在层间间距较大时, 由于磁矩之间的相互作用已经非常微弱, 因此层间交换耦合相互作用强度的变化可能不再显著, 并且此时的层间交换耦合相互作用强度几乎可以忽略不计^[85,86]. 我们预期在之后的研究中, 将继续深入探究双层铁磁材料的拓扑量子物性, 积极为高质量的器件制备方法和调控技术提供理论支撑, 进一步推动拓扑磁性材料理论研究^[87-89]的发展.

参考文献

- [1] Zhang S Q, Xu R Z, Luo N N, Zou X L 2021 *Nanoscale* **13** 1398
- [2] Liu Z R, Hua C B, Peng T, Chen R, Zhou B 2023 *Phys. Rev. B* **107** 125302
- [3] Zhang Z D 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 067503 (in Chinese) [张志东 2015 物理学报 **64** 067503]
- [4] Xu M L, Huang C X, Li Y W, Liu S Y, Zhong X, Jena P, Kan E J, Wang Y C 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 067602
- [5] MacDonald A H 2019 *Physics* **12** 12
- [6] Cao Y, Fatemi V, Fang S, Watanabe K, Taniguchi T, Kaxiras E, Herrero P J 2018 *Nature* **556** 43
- [7] Tarnopolsky G, Kruchkov A J, Vishwanath A 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 106405
- [8] Carr S, Fang S, Jarillo-Herrero P, Kaxiras E 2018 *Phys. Rev. B* **98** 085144
- [9] Yankowitz M, Chen S, Polshyn H, Zhang Y, Watanabe K, Taniguchi T, Graf D, Young A F, Dean C R 2019 *Science* **363** 1059
- [10] Ribeiro-Palau R, Zhang C, Watanabe K, Taniguchi T, Hone J, Dean C R 2018 *Science* **361** 690
- [11] Guerci D, Simon P, Mora C 2021 *Phys. Rev. B* **103** 224436

- [12] Feng H F, Li Y, Shi Y G, Xie H Y, Li Y Q, Xu Y 2022 *Chin. Phys. Lett.* **39** 077501
- [13] Cenker J, Huang B, Suri N, Thijssen P, Miller A, Song T, Taniguchi T, Watanabe K 2021 *Nat. Phys.* **17** 20
- [14] Kang S, Kim K, Kim B H, Kim J, Sim K I, Lee J U, Lee S, Park K, Yun S, Kim T, Nag A, Walters A, Garcia-Fernandez M, Li J, Chapon L, Zhou K J, Son Y W, Kim J H, Cheong H, Park J G 2020 *Nature* **583** 785
- [15] Zhang H, Feng X, Heitmann T, Kolesnikov A I, Stone M B, Lu Y M 2020 *Phys. Rev. B* **101** 100405
- [16] Zhang L C, Zhu F, Go D, Lux F R, dos Santos F J, Lounis S, Su Y, Blügel S, Mokrousov Y 2021 *Phys. Rev. B* **103** 134414
- [17] Ghader D, Khater A 2019 *Sci. Rep.* **9** 15220
- [18] Van Miert G, Smith C M 2016 *Phys. Rev. B* **93** 035401
- [19] Wang X S, Wang X R 2021 *J. Appl. Phys.* **129** 151101
- [20] Wang Z Y, Li Z X, Yuan H Y, Zhang Z Z, Cao Y S, Yan P 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 057503 (in Chinese) [王振宇, 李志雄, 袁怀洋, 张知之, 曹云姗, 严鹏 2023 物理学报 **72** 057503]
- [21] Stauber T, Low T, Gómez-Santos G 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 046801
- [22] Ma J J, Wang Z Y, Xu S G, Gao Y X, Zhang Y Y, Dai Q, Lin X, Du S X, Ren J D, Gao H J 2022 *Chin. Phys. Lett.* **39** 047403
- [23] Hu J W, Zhu S Y, Hu Q Y, Wang Y H, Shen C M, Yang H T, Zhu X S, Huan Q, Xu Y, Gao H J 2024 *Chin. Phys. Lett.* **41** 037401
- [24] Li X F, Sun R X, Wang S Y, Li X, Liu Z B, Tian J G 2022 *Chin. Phys. Lett.* **39** 037301
- [25] Liu C F, Wang J 2022 *Chin. Phys. Lett.* **39** 077301
- [26] Lee J Y 2019 *Nat. Commun.* **10** 5333
- [27] Zhang Y H, Mao D, Cao Y, Jarillo-Herrero P, Senthil T 2019 *Phys. Rev. B* **99** 075127
- [28] Po H C, Zou L, Senthil T, Vishwanath A 2019 *Phys. Rev. B* **99** 195455
- [29] Hao Z, Zimmerman A M, Ledwith P, Khalaf E, Najafabadi D H, Watanabe K, Taniguchi T, Ashvin Vishwanath, Kim P 2021 *Science* **371** 1133
- [30] Nuckolls K P, Oh M, Wong D, Lian B, Watanabe K, Taniguchi T, Bernevig B A 2020 *Nature* **588** 610
- [31] Rademaker L, Mellado P 2018 *Phys. Rev. B* **98** 235158
- [32] Moon P, Koshino M 2014 *Phys. Rev. B* **90** 155406
- [33] Zhu X C, Guo H M, Feng S P 2021 *Chin. Phys. B* **30** 077505
- [34] Ghader D 2020 *Sci. Rep.* **10** 16733
- [35] Zyuzin V A, Kovalev A 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 217203
- [36] Huang H, Kariyado T, Hu X 2022 *Sci. Rep.* **12** 6257
- [37] Zhai X, Blanter Y M 2020 *Phys. Rev. B* **102** 075407
- [38] Ghader D 2022 *Physica E* **135** 114984
- [39] Kim H, Kim S K 2022 *Phys. Rev. B* **106** 104430
- [40] Katsura H, Nagaosa N, Lee P A 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 066403
- [41] Matsumoto R, Murakami S 2011 *Phys. Rev. B* **84** 184406
- [42] Owerre S A 2016 *J. Appl. Phys.* **120** 043903
- [43] Zhang X T, Gao Y H, Chen G 2024 *Phys. Rep.* **1070** 1
- [44] Lu Y S, Li J L, Wu C T 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 217202
- [45] Saito T, Misaki K, Ishizuka H, Nagaosa N 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 255901
- [46] Ideno T, Onose Y, Katsura H, Shiomi Y, Ishiwata S, Nagaosa N, Tokura Y 2012 *Phys. Rev. B* **85** 134411
- [47] Xu H, Cheng S F, Bao S, Wen J S 2022 *Progress in Physics* **42** 159
- [48] Hirschberger M, Chisnell R, Lee Y S, Ong N P 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 106603
- [49] Chisnell R, Helton J S, Freedman D E, Singh D K, Demmel F, Stock C, Nocera D G, Lee Y S 2016 *Phys. Rev. B* **93** 214403
- [50] McClarty P A, Dong X Y, Gohlke M, Rau J G, Pollmann F, Moessner R, Penc K 2018 *Phys. Rev. B* **98** 060404
- [51] Rückriegel A, Brataas A, Duine R A 2018 *Phys. Rev. B* **97** 081106
- [52] Mkhitarian V V, Ke L 2021 *Phys. Rev. B* **104** 064435
- [53] Wang S Y, Wang Y, Yan S H, Wang C, Xiang B K, Liang K Y, He Q S, Watanabe K, Taniguchi T, Tian S J, Lei H C, Ji W, Qi Y, Wang Y H 2022 *Sci. Bull.* **67** 2557
- [54] Diaz S A, Klinovaja J, Loss D 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 187203
- [55] McClarty P A 2022 *Annu. Rev. Conde. Ma. P* **13** 171
- [56] Liu J, Wang L, Shen K 2023 *Phys. Rev. B* **107** 174404
- [57] Mook A, Plekhanov K, Klinovaja J, Loss D 2021 *Phys. Rev. X* **11** 021061
- [58] Pirmoradian F, Rameshti B Z, Miri M F, Saedian S 2018 *Phys. Rev. B* **98** 224409
- [59] Chen L 2019 *Chin. Phys. B* **28** 078503
- [60] Zhu H, Shi H C, Tang Z, Tang B 2023 *Eur. Phys. J. Plus* **138** 1
- [61] Yao S Y, Wang Z 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 086803
- [62] Corticelli A, Moessner R, McClarty P A 2022 *Phys. Rev. B* **105** 064430
- [63] Zhang L, Ren J, Wang J S, Li B 2013 *Phys. Rev. B* **87** 144101
- [64] Choe D H, Sung H J, Chang K J 2016 *Phys. Rev. B* **93** 125109
- [65] Rufo S, Lopes N, Continentino M A, Griffith M A R 2019 *Phys. Rev. B* **100** 195432
- [66] Zhang J S, Chang C Z, Tang P Z, Zhang Z C, Feng X, Li K, Wang L L, Chen X, Liu C X, Duan W H, He K, Xue Q K, Ma X C, Wang Y Y 2013 *Science* **339** 1582
- [67] Meng K K, Zhao X P, Miao J, Xu X G, Zhao J H, Jiang Y 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 131202 (in Chinese) [孟康康, 赵旭鹏, 苗君, 徐晓光, 赵建华, 姜勇 2018 物理学报 **67** 131202]
- [68] Mook A, Henk J, Mertig I 2014 *Phys. Rev. B* **90** 024412
- [69] Joshi D G 2018 *Phys. Rev. B* **98** 060405
- [70] Asano K, Hotta C 2011 *Phys. Rev. B* **83** 245125
- [71] Fransson J, Black-Schaffer A M, Balatsky A V 2016 *Phys. Rev. B* **94** 075401
- [72] Pershoguba S S, Banerjee S, Lashley J C, Park J, Agren H, Aepli G, Balatsky A V 2018 *Phys. Rev. X* **8** 011010
- [73] Wang D, Bo X Y, Tang F, Wan X G 2019 *Phys. Rev. B* **99** 035160
- [74] Sun H, Bhowmick D, Yang B, Sengupta P 2023 *Phys. Rev. B* **107** 134426
- [75] Do S H, Paddison J A M, Sala G, Williams T J, Kaneko K, Kuwahara K, May A F, Yan J, McGuire M A, Stone M B, Lumsden M D, Christianson A D 2022 *Phys. Rev. B* **106** L060408
- [76] Liu C, Wang Y Y 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 177301 (in Chinese) [刘畅, 王亚愚 2023 物理学报 **72** 177301]
- [77] Sun H M, He Q L 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 127302 (in Chinese) [孙慧敏, 何庆林 2021 物理学报 **70** 127302]
- [78] Xu C Q, Zhang H D, Carnahan C, Zhang P P, Xiao D, Ke X L 2024 *Phys. Rev. B* **109** 094415
- [79] Zhang E Z, Chern L E, Kim Y B 2021 *Phys. Rev. B* **103** 174402
- [80] Qiang X B, Lu H Z 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 027201 (in Chinese) [强晓斌, 卢海舟 2021 物理学报 **70** 027201]
- [81] Kovalev A A, Zyuzin V 2016 *Phys. Rev. B* **93** 161106
- [82] Bose A, Tulapurkar A A 2019 *J. Magn. Magn. Mater.* **491**

165526

- [83] Go G, Kim S K 2022 *Phys. Rev. B* **106** 125103
 [84] Cui Q R, Zeng B W, Cui P, Yu T, Yang H X 2023 *Phys. Rev. B* **108** L180401
 [85] Hu C, Zhang D, Yan F G, Li Y C, Lü Q S, Zhu W K, Wei Z K, Chang K M, Wang K Y 2020 *Sci. Bull.* **65** 1072
 [86] Soriano D, Cardoso C, Fernández-Rossier J 2019 *Solid State Commun.* **299** 113662
 [87] Jin Z J Y, Zeng Z Z, Cao Y S, Yan P 2024 *Acta Phys. Sin.*

73 017501 (in Chinese) [金哲珺雨, 曾钊卓, 曹云姗, 严鹏 2024 物理学报 **73** 017501]

- [88] Liu E K 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 017103 (in Chinese) [刘恩克 2024 物理学报 **73** 017103]
 [89] Wang P C, Cao Y, Xie H G, Yin Y, Wang W, Wang Z Y, Ma X C, Wang L, Huang W 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 117501 (in Chinese) [王鹏程, 曹亦, 谢红光, 殷垚, 王伟, 王泽莹, 马欣辰, 王琳, 黄维 2020 物理学报 **69** 117501]

Effect of interlayer exchange coupling interaction on topological phase of a bilayer honeycomb Heisenberg ferromagnet*

Shi Hong-Chao¹⁾ Tang Bing^{1)†} Liu Chao-Fei^{2)‡}

1) (*School of Physics and Mechanical & Electrical Engineering, Jishou University, Jishou 416000, China*)

2) (*School of Science, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China*)

(Received 27 March 2024; revised manuscript received 26 April 2024)

Abstract

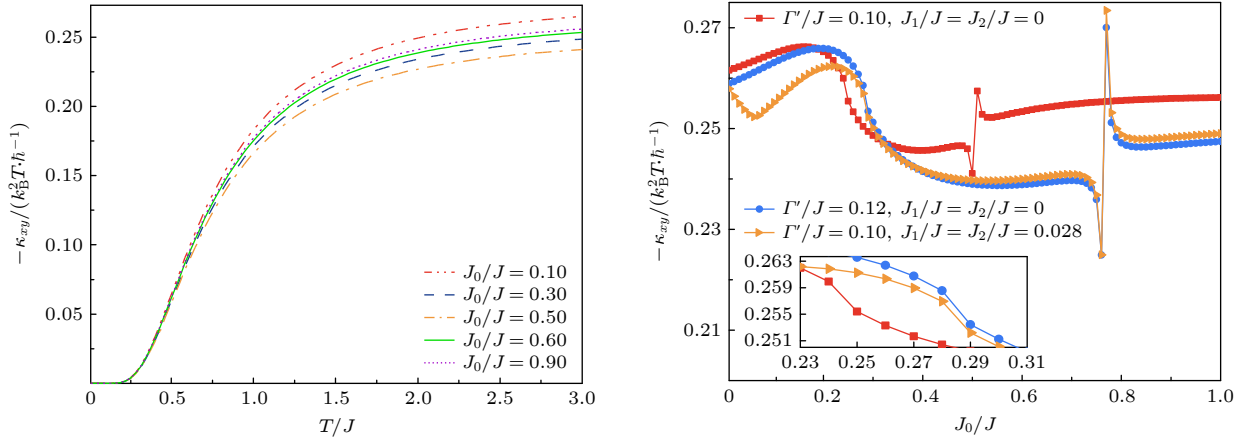
Layered magnetic topological materials are material systems that exhibit both magnetic ordering and topological properties in their smallest two-dimensional units. Studying these systems may lead to the observation of new physical properties and phenomena, which has attracted considerable attention from researchers. The effect of interlayer exchange coupling interactions on bilayer honeycomb Heisenberg ferromagnets with interlayer coupled topological phase is investigated by using linear spin wave theory. The influence of introducing two additional types of interactions, i.e. interlayer exchange coupling interaction and interlayer easy-axis anisotropy interaction, on the topological phase transition are also explored in this work. By calculating the magnon dispersion relations at various interlayer exchange coupling interaction intensities, it is found that the band gaps of high energy band and low energy band both close and reopen at the Dirac points when the system reaches the critical value of interlayer exchange coupling interaction. In magnon systems, such physical phenomena typically relate to topological phase transitions. When calculating the Berry curvature and Chern numbers for the bands in the aforementioned process, it is found that the sign of the Berry curvature reverses and the Chern numbers change when the critical value of interlayer exchange coupling interaction strength is reached, confirming that a topological phase transition occurs indeed. Introducing two other types of interlayer exchange coupling interactions in this process can lead various novel topological phases to occur in the system. The enhancement of interlayer easy-axis anisotropy interactions is likely to impede the topological phase transitions occurring in the system. We find that a major distinction between bilayer honeycomb ferromagnets and their single-layer counterparts lies in the fact that during a topological phase transition, the sign of the magnon thermal Hall coefficient does not change; on the contrary, abrupt shift in the thermal Hall coefficient curve occurs which can be seen as an indicator of topological phase transition of bilayer honeycomb ferromagnets, and is also reflected in the change in magnon Nernst coefficient. The research results of this work

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12064011, 12375014, 11875149), the Research Foundation of Education Bureau of Hunan Province, China (Grant No. 23A0404) and the School-level Graduate Scientific Research Project Foundation of Jishou University, China (Grant No. Jdy23052).

† Corresponding author. E-mail: bingtangphy@jisu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: liuchaofei@jxust.edu.cn

can provide theoretical support for developing novel spintronic devices with enhanced information transmission capabilities by using bilayer honeycomb ferromagnetic materials, and can also provide theoretical reference for studying other bilayer ferromagnetic systems.



Keywords: bilayer ferromagnet, topological physics, interlayer exchange coupling, linear spin wave theory

PACS: 75.47.-m, 75.40.Gb, 75.50.-y, 11.15.-q

DOI: [10.7498/aps.73.20240437](https://doi.org/10.7498/aps.73.20240437)

双层蜂窝状海森伯铁磁体中层间交换耦合相互作用对拓扑相的影响

施洪潮 唐炳 刘超飞

Effect of interlayer exchange coupling interaction on topological phase of a bilayer honeycomb Heisenberg ferromagnet

Shi Hong-Chao Tang Bing Liu Chao-Fei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 137501 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240437

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240437>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

磁序与拓扑的耦合: 从基础物理到拓扑磁电子学

Coupling between magnetism and topology: From fundamental physics to topological magneto-electronics

物理学报. 2024, 73(1): 017103 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231711>

莫尔石墨烯体系的新奇电学性质

Novel electrical properties of moiré graphene systems

物理学报. 2023, 72(6): 067302 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230120>

弯曲应变下六角晶格量子反铁磁体的赝朗道能级

Pseudo-Landau levels of hexagonal lattice quantum antiferromagnets under bending strain

物理学报. 2024, 73(2): 020202 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231231>

含有Dzyaloshinskii-Moriya相互作用的自旋1键交替海森伯模型的量子相变和拓扑序标度

Quantum phase transition and topological order scaling in spin-1 bond-alternating Heisenberg model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction

物理学报. 2020, 69(9): 090302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191773>

双二次交换作用和各向异性对反铁磁体相变温度的影响

Effect of biquadratic exchange and anisotropy on the critical temperature of antiferromagnet

物理学报. 2020, 69(10): 107501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200077>

热效应在电流驱动反铁磁/铁磁交换偏置场翻转中的显著作用

Significant role of thermal effects in current-induced exchange bias field switching at antiferromagnet/ferromagnet interface

物理学报. 2024, 73(2): 027501 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231374>