

# 基于机器学习的磁流变弹性体磁致储能模量的快速准确表征\*

任航<sup>1)</sup> 赵丹<sup>1)</sup> 董立强<sup>1)†</sup> 刘少刚<sup>1)</sup> 杨金水<sup>2)</sup>

1) (哈尔滨工程大学机电工程学院, 哈尔滨 150000)

2) (哈尔滨工程大学, 青岛创新发展基地, 青岛 266000)

(2024 年 4 月 8 日收到; 2024 年 6 月 20 日收到修改稿)

磁流变弹性体在振动控制领域展现出巨大的潜力, 但其磁致力学性能的测量过程往往需投入较高的人工与时间成本. 本研究旨在利用机器学习方法在小样本试验数据驱动下实现磁流变弹性体磁致力学性能的快速准确预测. 基于加装可控磁场的剪切流变仪测试了磁流变弹性体 (9 种配比, 4 种加载频率) 的磁致储能模量. 每种样品取 5 个测试点作为训练集并搭建支持向量回归机器学习模型, 从而表征磁流变弹性体的磁致储能模量. 结果表明, 相较于典型的理论模型, SVR 模型仅使用 5 个样本点即可更准确表征磁流变弹性体磁致储能模量, 相关系数高达 0.998. 另外, SVR 模型训练时间仅为 0.02 s, 可显著加速磁流变弹性体表证的进程. 更重要的是, SVR 模型具有良好的泛化性, 对于不同硅油配比和不同加载频率的磁流变弹性体预测结果的相关系数仍可达 0.998 以上. 因此, 机器学习模型可实现磁流变弹性体磁致储能模量的快速准确表征, 为新型磁流变材料的研发提供参考.

**关键词:** 磁流变弹性体, 支持向量回归, 磁致储能模量

**PACS:** 51.35.+a, 47.65.-d, 84.35.+i

**DOI:** 10.7498/aps.73.20240482

## 1 引言

磁流变弹性体 (magnetorheological elastomer, MRE) 作为一种智能材料, 可依靠外部磁场强度的变化来控制其流变<sup>[1,2]</sup>、机械<sup>[3,4]</sup>和电气<sup>[5]</sup>特性, 并具有响应速度快、可逆性好等性能<sup>[6]</sup>. MRE 作为刚度可调的弹性元件可有效拓宽减振装置的减振频段, 已在建筑隔振<sup>[7]</sup>、汽车悬架<sup>[8]</sup>以及声子晶体<sup>[9,10]</sup>等领域得到广泛应用. MRE 减振装置的卓越振动控制性能, 依赖于 MRE 的磁致力学性能, 即其力学性能随磁场变化的响应特性. 因此, 建立高效的 MRE 磁致力学性能模型以准确快速地表征 MRE 的力学性能与磁场强度间的映射关系, 对于 MRE

的工程应用具有重要意义<sup>[11,12]</sup>.

目前对 MRE 磁致力学性能的研究主要有理论模型与实验测试两方面. 理论模型方面, 研究者从微观和宏观两个尺度建立 MRE 磁致力学性能的理论模型. 微观层面, Jolly<sup>[13]</sup>根据 MRE 中铁磁颗粒的链状结构, 假设铁磁颗粒为理想的偶极子, 考虑相邻两个偶极子间的相互作用, 建立了磁偶极子模型来表征剪切模式下 MRE 的磁致力学性能. 后续有学者对磁偶极子模型进行了改进以表征 MRE 的磁致力学性能, 典型的模型有: 体心四方结构模型<sup>[14]</sup>、双模态粒子链的 MRE 模型<sup>[15]</sup>以及正则矩形晶格模型<sup>[16,17]</sup>. 然而, 微观模型注重铁磁颗粒之间的磁力, 而简化了基体以及添加剂对 MRE 力学性能的影响. MRE 作为一种刚度可调的黏弹

\* 国家自然科学基金 (批准号: 52275098, 52075111, 51675111) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: dongliqiang@hrbeu.edu.cn

性材料, 实际应用中往往从宏观层面建立数学模型对其磁致力学性能进行表征. 当前的研究主要通过弹性元件和黏性元件的不同组合来反映 MRE 的磁致力学性能, 典型的模型有: 四参数模型<sup>[18]</sup>、双锯齿连模型<sup>[19]</sup>以及局部分数阶导数四参数模型<sup>[20]</sup>. 然而, MRE 的宏观数学模型未能考虑 MRE 内部微观机理, 且大都是基于大量实验样本来确定待定参数, 因此其泛化性往往受到限制. 总之, 当前 MRE 磁致力学性能的理论模型仍受到限制, 当 MRE 变形较大、加载频率较高以及磁场范围较宽时, 其精度将有所下降.

相较于理论模型, 试验测试方法可以更直观地描述 MRE 的磁致力学性能. Chen 等<sup>[21]</sup>制备了几种不同质量分数的各向异性炭黑磁流变弹性体, 并利用动态机械分析仪和电子拉伸机测试了其磁致力学性能. Li 等<sup>[22]</sup>采用加装可调磁场的剪切流变仪测试了磁场强度、应变、频率等因此对 MRE 的磁致力学性能的影响. Ahmad Khairi 等<sup>[23]</sup>使用加装电磁线圈的剪切流变仪测试了不同硅油含量对磁流变弹性体磁致力学性能的影响. 根据测试结果, 硅油含量越大, MRE 的初始剪切模量相对减小而磁流变效应增加. Gowda 和 Odenbach<sup>[24]</sup>对剪切流变仪进行改装并测试了温度对 MRE 磁致力学性能的影响. 在 MRE 磁致力学性能的测试过程中, 通常在较宽的磁场范围内采样多个测试点. 因此, 通过试验的方式来确定 MRE 的磁致力学性能往往需要大量的时间和人工成本.

近年来, 机器学习已广泛应用于材料科学领域, 其性能在表征复杂的非线性关系上随着数据增长越发优异<sup>[25-27]</sup>. Goodall 等<sup>[28,29]</sup>基于深度学习来提取材料的表征向量, 并成功预测了未知的新材料. Bessa 等<sup>[30]</sup>开发了一种新的数据驱动计算框架, 以辅助研究人员进行结构设计, 并使用机器学习来替代经验本构模型. Clément 等<sup>[31,32]</sup>证明了数据驱动的机器学习框架可用于确定非线性弹性材料的本构关系.

在材料力学性能表征领域, 已经有许多研究基于机器学习来表征材料的力学性能<sup>[33-35]</sup>. Li 等<sup>[36]</sup>基于机器学习方法, 建立了非均质材料有效力学性能与其尺度结构之间的隐式映射, 并证明机器学习模型能准确预测材料的弹性模量. Liu 等<sup>[37]</sup>通过有限元法获取训练样本并设计机器学习模型对多孔材料的弹性模量进行表征. El Said 等<sup>[38]</sup>基于深度

循环卷积网络准确地表征了复合材料的储能模量. Li 等<sup>[39]</sup>提出了一种基于力学的机器方法来预测纤维增强复合材料的力学性能. 然而, 机器学习技术在使用 MRE 的测试数据加速其磁致力学性能表征方面尚未得到充分研究. 当机器学习模型得到有效的训练, 就可快速、准确地表征 MRE 的磁致力学性能.

为了解决当前 MRE 磁致力学性能的理论模型泛化性差以及测试成本高的问题, 本文以剪切模式下 MRE 为例, 提出了基于机器学习模型来快速、准确地表征 MRE 的磁致力学性能. 首先, 制备了不同铁磁颗粒含量以及不同硅油含量的 MRE 样品, 并在不同加载频率下测试其储能模量随磁场的变化. 其次, 回顾了磁偶极子模型以及黏弹性宏观模型并分析了其在表征 MRE 储能模量的不足. 然后, 搭建了支持向量回归 (support vector regression, SVR) 机器学习模型在小样本试验数据的驱动下来表征 MRE 样品的磁致储能模量. 测试结果表明, 所提出的机器学习模型可以更准确地表征 MRE 磁致储能模量.

## 2 MRE 制备与性能测试

### 2.1 MRE 制备

MRE 由 3 种原材料制备: 羰基铁颗粒、聚二甲基硅氧烷及固化剂、硅油. 羰基铁颗粒的粒径为 6  $\mu\text{m}$ , 其由德国 BASF 公司提供. 聚二甲基硅氧烷 (Sylgard 184 型) 和匹配的固化剂由美国的道康宁公司提供. 如图 1 所示, 各向异性 MRE 的制备过程主要包括 3 个步骤: 首先, 将 3 种原料按一定比例混合并搅拌均匀. 其次, 将该混合物置于真空箱中 30 min 以除去混合物内部的气泡并倒入模具中. 然后, 通过电磁铁对样品施加磁通密度为 1200 mT 的磁场使其内部的铁颗粒形成链状结构. 最后, 将混合物置于加热箱中, 在 90  $^{\circ}\text{C}$  下固化 40 min. 同时, 仍对模具内样品施加磁通密度为 1200 mT 的磁场以维持铁磁颗粒在基体中的链状结构.

### 2.2 MRE 性能测试实验

MRE 的工作模式主要有压缩和剪切两种形式, 本文以剪切形式的 MRE 为例来测试 MRE 的储能模量. MRE 样品的尺寸为直径 20 mm, 厚度 2 mm, 如图 2(a) 所示. 不同 MRE 样品在不

同磁场下的储能模量的测量如图 2(b) 所示, 施加的测试磁场平行于样品的厚度方向, 即内部颗粒链的方向. 不同原料配比的 MRE 的测试方案见表 1.

测试时施加 10 N 的法向力以夹紧样品, 可控磁场的强度变化范围为 0—1000 mT, 为了准确表征 MER 的储能模量, 每 10 mT 记录一个测试点的储能模量, 每个样品共包含 100 个测试数据点如图 3 所示.

### 2.3 MRE 本构模型

MRE 储能模量的理论模型有基于磁偶极子的微观模型与基于黏弹性模型的宏观模型, 如图 4 所示. Jolly 等<sup>[13]</sup> 研究平行链中球形颗粒的磁力学特性提出磁偶极子模型, 通过磁偶极子间能量相互作用关系, 推导出 MRE 的储能模量如 (1) 式:

$$G = \frac{\phi J_p^2}{2\mu_0\mu(d_0/d)^3}, \quad (1)$$

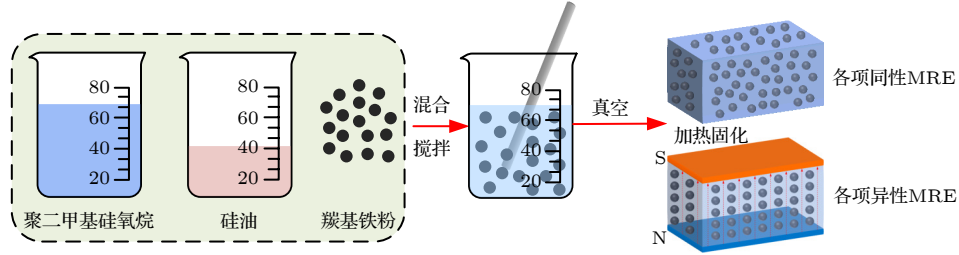


图 1 MRE 制备流程

Fig. 1. Preparation process of MRE.

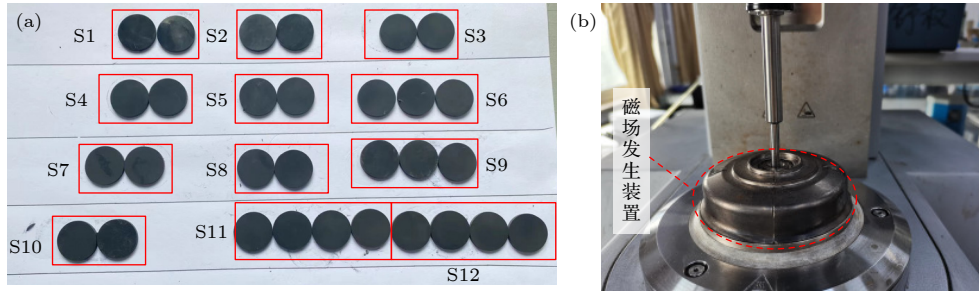


图 2 MRE 的磁致储能模量测试

Fig. 2. Magnetic storage modulus test of MRE.

表 1 MER 样品配比及测试工况

Table 1. Ratio and testing conditions of MRE.

|         | S1 | S2 | S3 | S4 | S5 | S6 | S7 | S8 | S9 | S10 | S11 | S12 |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| 铁磁颗粒/%  | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 27 | 27 | 27 | 27  | 27  | 27  |
| 硅油/%    | 5  | 5  | 5  | 5  | 5  | 5  | 0  | 10 | 15 | 5   | 5   | 5   |
| 加载频率/Hz | 75 | 75 | 75 | 75 | 75 | 75 | 75 | 75 | 75 | 30  | 60  | 90  |

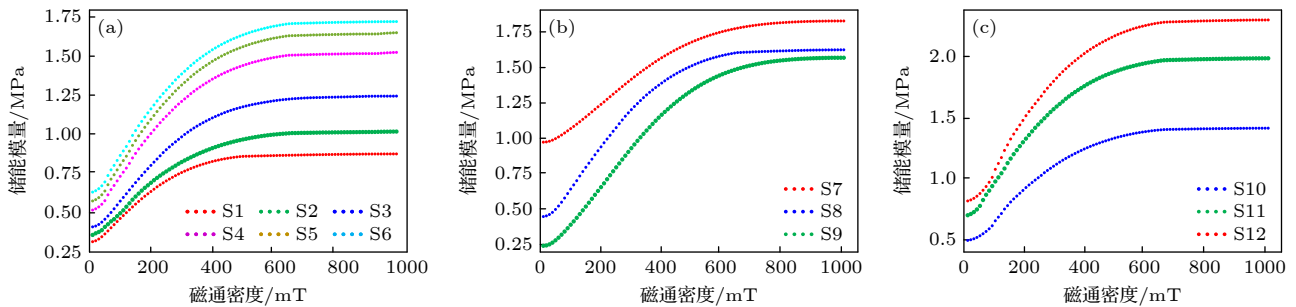


图 3 不同 MRE 样品的测试结果 (a) 不同铁颗粒含量; (b) 不同硅油含量; (c) 不同加载频率

Fig. 3. Test results of different MRE samples: (a) Different iron particle content; (b) different silicon oil content; (c) different loading frequencies.

式中,  $G$  为 MRE 的剪切储能模量,  $\phi$  为铁磁颗粒体积分数,  $J_p$  为单位颗粒体积磁偶,  $\mu_0$ ,  $\mu$  分别为真空磁导率和介质相对磁导率,  $d_0$  为链中相邻颗粒

中心距,  $d$  为颗粒直径.

Li 和 Zhang<sup>[15]</sup> 对上述磁偶极子模型进行改善, 提出了双模态粒子链模型如 (2) 式:

$$\Delta G = \begin{cases} \frac{56.53\phi\mu_0 H_0^2}{\left(9\mu H_0 + 9 - \frac{6.28}{1-s}\right)^2}, & s \leq 23.2\% \\ \frac{(73.64s - 17.12)\phi\mu_0 H_0^2}{(9\mu H_0 + 2.72)^2} + \frac{0.908(1-s)\phi\mu_0 H_0^2}{(\mu H_0 + 0.091)^2}, & s > 23.2\% \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $\Delta G$  为剪切储能模量的变化量,  $H_0$  为磁场强度,  $s$  为颗粒体积分数.

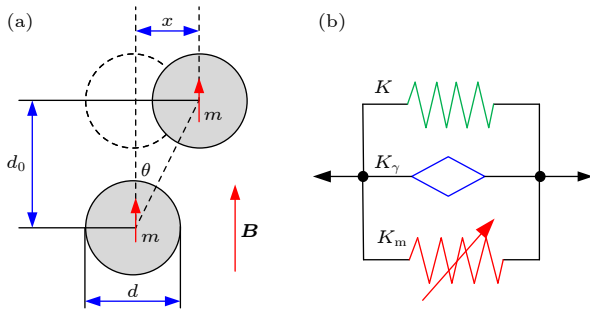


图 4 典型的 MRE 力学模型 (a) 微观磁偶极子模型; (b) 宏观黏弹性模型

Fig. 4. Typical mechanical model of MRE: (a) Microscopic magnetic dipole model; (b) macroscopic viscoelastic model.

MRE 是一种典型的黏弹性材料, 基于弹簧、阻尼器等元件建立数学模型对其复杂的力学行为进行表征. Feng 等<sup>[20]</sup> 根据 MRE 基体黏弹性行为和磁致模量的变化, 引入黏弹性分数阶导数模型, 给出了 MRE 参数模型的复数模量如 (3) 式, 储能模量如 (4) 式, 损耗模量如 (5) 式:

$$Y(\omega) = Y_1(\omega) + iY_2(\omega), \quad (3)$$

$$Y_1(\omega) = E_m + E_0 [1 + T^\beta \omega^\beta \cos(\beta\pi/2)], \quad (4)$$

$$Y_2(\omega) = E_0 T^\beta \omega^\beta \sin(\beta\pi/2). \quad (5)$$

式中,  $Y_1(\omega)$  和  $Y_2(\omega)$  分别为存储模量和损耗模量,  $i$  为虚数单位,  $\omega$  为角频率,  $E_m$  为非线性弹簧元件的磁致模量,  $E_0$  为弹簧元件的弹性模量,  $T$  为 VFD 元件中表征特征时间的参数,  $\beta$  为分数阶导数.

微观模型在建模时存在许多假设, 微观模型将铁磁颗粒链简化为理想的直线链并且未能考虑多条颗粒链之间的相互作用力. 而宏观模型未能表示颗粒间距、铁磁颗粒尺寸等微观机理. 这就导致了

理论模型无法准确描述 MRE 的储能模量. 因此, 本文提出使用 SVR 模型来表征 MRE 的储能模量. 另外, 考虑到磁场强度 600 mT 以上 MRE 的储能模量趋近饱和, 采用带二阶线性项的对数模型描述 MRE 的储能模量作为对比组.

$$y = b_1 \log x + b_2 x^2 + b_3 x + b_4, \quad (6)$$

式中,  $y$  为 MRE 的储能模量预测值,  $x$  为磁场强度,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$  为待定系数, 根据 (7) 式采用最小二乘法确定:

$$\min_{b_1, b_2, b_3, b_4} \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*), \quad (7)$$

式中,  $y_i$  为带有二阶线性项的对数模型对第  $i$  个样本点的预测值,  $y_i^*$  为第  $i$  个样本点的测试值.

### 3 机器学习预测模型

#### 3.1 SVR 模型

SVR 非常适合处理小样本非线性回归问题, 并且对于异常值具有较好的鲁棒性. 因此, 采用 SVR 模型来预测 MRE 的磁致储能模量.

SVR 的基本原理如图 5 所示, 即寻找一个最优的超平面, 使得样本点到该超平面的距离最小. 为了提高 SVR 模型的泛化能力并避免过拟合,

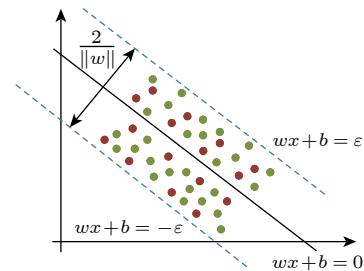


图 5 SVR 模型机制

Fig. 5. Mechanism of SVR model.



引入松弛变量  $\xi$  和惩罚刚度  $C$  后, SVR 的目标函数如下:

$$\begin{aligned} \min_{w, b, \xi_i, \hat{\xi}_i} & \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n (\xi_i, \hat{\xi}_i) \\ \text{s.t.} & f(x_i) - y_i \leq \varepsilon + \xi_i, \\ & y_i - f(x_i) \leq \varepsilon + \hat{\xi}_i, \\ & \xi_i \geq 0, \hat{\xi}_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (8)$$

式中,  $1/2\|w\|^2$  为超平面到支持向量的距离的倒数,  $C$  为惩罚刚度;  $\xi_i$  与  $\hat{\xi}_i$  为松弛变量, 分别代表样本点到上、下边界的距离;  $y_i$  为第  $i$  个数据的真输出值,  $w$  为权重项,  $b$  为偏差项,  $\varepsilon$  为容忍偏差, 是一个由人工设定的经验值. 通过最小化总损失和最大化间隔来求解优化后的模型参数. 另外, 基于高斯核函数如 (10) 式, 建立 SVR 模型以对 MRE 磁致力学性能进行预测:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (\hat{\alpha}_i - \alpha_i) \kappa(x, z) + b, \quad (9)$$

$$\kappa(x, z) = \exp(-\gamma \|x - z\|^2), \quad (10)$$

式中,  $\kappa(x, z)$  为高斯核函数,  $\gamma$  核函数为超参数.

### 3.2 机器学习模型的超参数设置

在当前的研究中, 开发了 SVR 机器学习模型表征 MRE 的储能模量. 模型的超参数设置如下.

SVR 模型: 采用高斯核函数, 核函数参数  $\gamma = 0.1$ , 惩罚刚度  $C = 5$ .

所有模型都在基于 Windows 10×64 Professional 的 PyCharm v2020 构建的 Pytorch1.11 环境中运行. 实验处理器为 NVIDIA 2060 GPU, 内存为 12 GB.

### 3.3 预测结果的评价标准

均方根误差 (root mean squared error, RMSE) 是一种用于衡量预测模型在连续性数据上的预测

精度的指标. RMSE 衡量的是预测值与真实值之间的偏差, 并且对数据中的异常值较为敏感. RMSE 的值越小, 代表 SVR 模型的预测值与试验测量值之间偏差越小, 即模型预测效果越好.  $R^2$  用于评估 SVR 模型与测试值之间拟合程度,  $R^2$  越大表示模型对 MRE 储能模量的预测效果越好. 为了量化模型的预测精度, 引入 RMSE 与  $R^2$  如 (11) 式和 (12) 式:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad (11)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\bar{y} - \hat{y}_i)^2}, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad (12)$$

式中,  $N$  为测试集数据个数,  $y_i$  为通过实验测试获取的真实值,  $\hat{y}_i$  为模型的预测值,  $\bar{y}$  为真实值的平均值.

## 4 实验结果

### 4.1 训练集数据

为了节省测试时间, 在保证预测结果准确的前提下使用尽可能少的样本表征 MRE 的磁致储能模量是至关重要的. 分别从每个样品的 100 个测试点中等间距取 4, 5, 10, 20 个测试点作为训练集, 剩余作为测试集, 采样过程如图 6 所示. 标号为 S6 的 MRE 样品羰基铁颗粒的含量为 27%, 该 MRE 样品具备最高的磁流变效应, 且应用范围最广泛. 使用不同训练样本量的 SVR 模型预测 S6 样品的磁致储能模量见表 2.

由表 2 可知, 当训练集的数据量大于 5 个时, 训练集与测试集的  $R^2$  均高于 0.998. 然而, 当测试集的数据量为 4 时,  $R^2$  降低至 0.878. 同时, 相较于数据量大于 5 个的训练集, RMSE 扩大了约 10 倍.

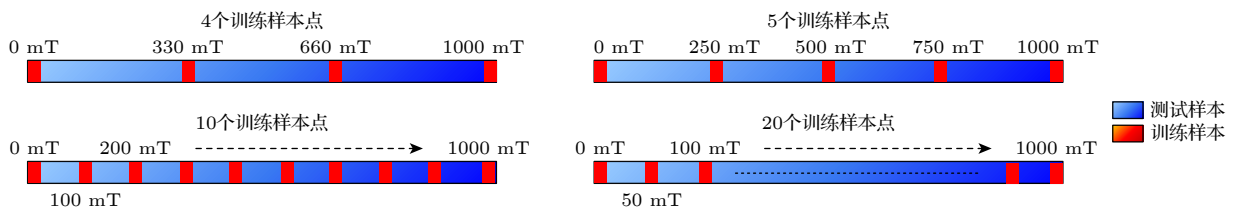


图 6 训练集采样过程

Fig. 6. Sampling process of training set.

上述试验结果表明, 训练集中至少需要 5 个数据点来准确地表征 MRE 的磁致储能模量. 因此, SVR 模型采用 5 个测试点作为训练集.

表 2 不同模型对 S6 样品的预测结果

Table 2. Prediction results of different models on S6 sample.

| 训练样本数量      | 4     | 5             | 10     | 20     |
|-------------|-------|---------------|--------|--------|
| train $R^2$ | 0.999 | <b>0.999</b>  | 0.999  | 0.999  |
| test $R^2$  | 0.878 | <b>0.998</b>  | 0.998  | 0.998  |
| RSME        | 0.112 | <b>0.0125</b> | 0.0133 | 0.0111 |

## 4.2 不同模型的表征结果

基于 S6 样品的测试结果验证机器学习模型表征 MRE 储能模量的准确性. 为了进一步验证机器学习模型的优越性, 将其预测结果与前述的磁偶极子模型、黏弹性模型以及对数模型的预测结果进行对比如图 7 所示.

图 7 为机器学习模型与理论模型对 MRE 磁致储能模量表征的对比. 由图 7(a) 可知, 根据试验测试结果, 当磁通密度为 600 mT 时, MRE 的储能

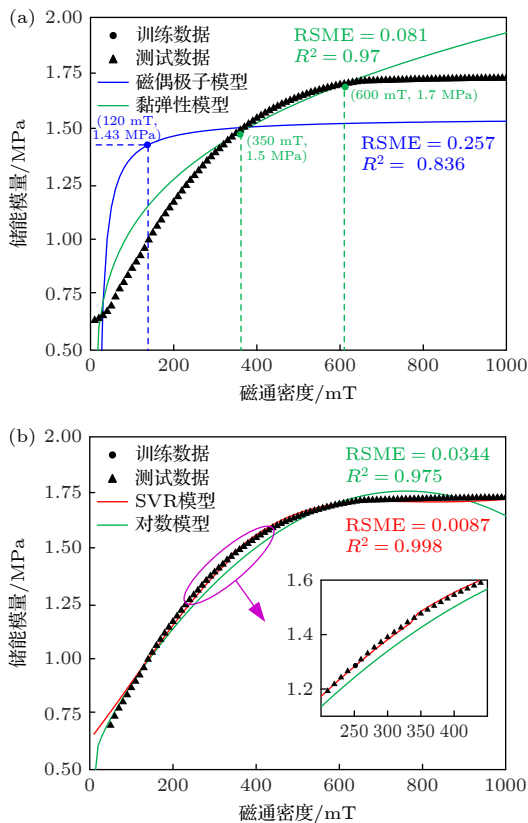


图 7 不同模型对 MRE 磁致储能模量的表征 (a) 磁偶极子模型与黏弹性模型; (b) SVR 模型与对数模型

Fig. 7. Characterization of MRE magnetic induced storage modulus by different models: (a) Magnetic dipole model and viscoelastic model; (b) SVR model and logarithmic model.

模量达到饱和. 然而, 当磁场 120 mT 时, 使用磁偶极子模型确定 MRE 储能模量达到饱和, 即 1.43 MPa, 这与试验测试数据误差较大. 造成这种现象的原因是磁偶极子模型假设碳基铁颗粒在基体中为理想的直链, 且多用于应变小于 0.1% 的工况下. 在磁通密度小于 350 mT 时, 黏弹性模型的预测结果高于真实值. 在磁通密度小于 350 mT 时, 黏弹性模型的预测结果小于真实值. 另外, 黏弹性模型的预测结果并没有出现储能模量随磁通密度的增加而饱和的趋势. 根据图 7(b) 可知, SVR 模型的预测值与测试值的相关系数为 0.998, 说明使用 SVR 机器学习方法可准确表征 MRE 磁致储能模量.

## 4.3 机器学习模型的泛化性验证

添加剂 (如硅油) 可以有助于铁磁颗粒均匀分布于基体中来有效提高 MRE 的磁流变效应. 另外, 实际应用时, 基于 MRE 设计的半主动振动控制装置往往工作在不同频率下. 因此, 在加入添加剂以及较宽的频率范围内 MRE 预测模型仍能准确预测 MRE 的磁致模量更具实际工程意义. 然而, 多数理论模型未能考虑添加剂的影响且应用范围限制在一定的频率内. 本节为验证 SVR 机器学习模型的泛化性, 基于黏弹性模型、对数模型以及 SVR 机器学习模型对表 1 中 12 种 MRE 样品 (不同硅油含量 0—15% 以及不同加载频率 30—90 Hz) 的储能模量进行训练并测试. 磁偶极子模型在磁场较高时预测误差很大, 为了突出其他模型预测结果之间的对比, 不考虑磁偶极子模型的测试结果. 黏弹性模型、对数模型以及 SVR 机器学习模型表征 12 种 MRE 样品的磁致储能模量的 RMSE 如图 8 所示.

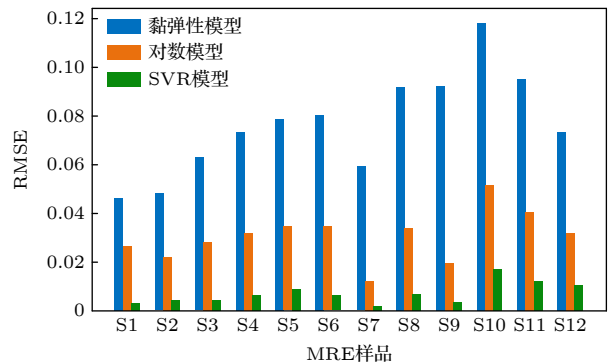


图 8 不同模型对不同样品预测的 RMSE

Fig. 8. RMSE predicted by different models for different samples.

由图 8 不同模型对于 12 种样品的预测误差可知, 基于黏弹性元件的宏观模型误差较大, 这是由于黏弹性模型未能表征 MRE 的微观结构, 例如铁磁颗粒的排列以及铁磁颗粒直径大小. 相较于对数模型, SVR 模型表征 MRE 储能模量的 RMSE 更小. 这是由于 SVR 模型适合处理小样本非线性数据. 另外, SVR 可以通过核函数将数据映射到高维空间中, 从而更好地利用数据之间的相似性, 从而提高模型的泛化能力.

为了进一步观察机器学习模型的表征结果, 选取 SVR 模型与磁偶极子模型、黏弹性模型、对数模型对比并绘制预测结果的相关系数  $R^2$  如图 9 所示.

由图 9(a) 可知, 对于铁磁颗粒含量不同的样品, SVR 模型具有最高的  $R^2$ , 均达到了 0.998. 由图 9(b) 可知, 黏弹性模型与对数模型预测 S8 与 S9 样品的储能模量的  $R^2$  约为 0.96. 随着硅油含量的增加将导致理论模型预测精度降低, 这是由于理论模型建模时未能考虑硅油的影响. 然而, SVR 模型预测结果的与真实值的  $R^2$  仍然可达 0.998. 另外, 当加载频率变化时, SVR 模型的  $R^2$  仍保持最

高. 这说明 SVR 模型表征 MRE 储能模量具有优异的泛化性.

为了直观观察基于 SVR 表征不同 MRE 的储能模量结果. 将 S1—S12 共 12 种样品均在 SVR 模型进行训练并测试. SVR 模型表征 MRE 磁致储能模量的预测值与真实测试值对比如图 10 所示, RMSE 与  $R^2$  见表 3.

由图 9(a) 可知, 随着铁磁颗粒的增加, MRE 的初始储能模量增大. 另外, 随着铁磁颗粒含量的增大, MRE 储能模量达到饱和时的磁通密度也随着增大. 这是由于要磁化更多的铁磁颗粒就需要更大的磁通密度. 图 10(a) 可知, SVR 可以对不同铁磁颗粒含量的 MRE 的磁致储能模量实现准确的表征. 随着硅油含量增大, MRE 的初始储能模量降低且磁流变效应显著提高. 这是由于硅油的加入使得铁磁颗粒在基体中分散更加均匀且更容易形成磁链. 由图 10(b) 可知, SVR 模型对不同硅油含量的 MRE 在不同磁场下的储能模量进行有效的表征. 由图 10(c) 可知, 随着加载频率的增大, MRE 储能模量增大, 且在不同加载频率下, SVR 模型均可准确表征 MRE 不同磁场下的储能模量.

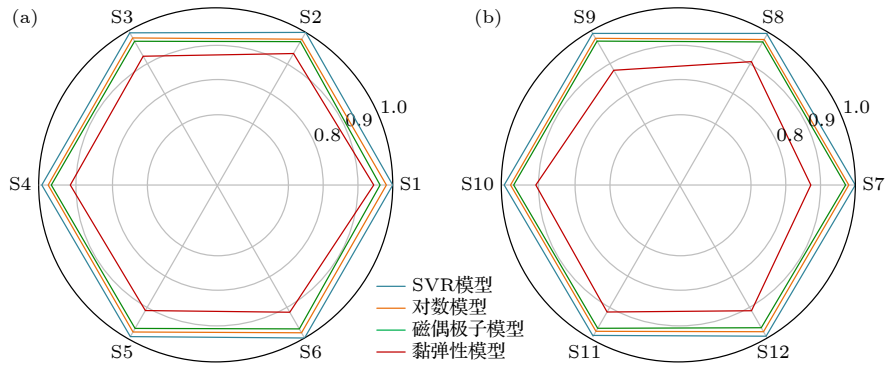


图 9 不同模型对不同样品  $R^2$  的对比 (a) 不同铁颗粒含量; (b) 不同硅油含量以及不同加载频率

Fig. 9. Comparison of different models on  $R^2$  of different samples: (a) Different iron particle contents; (b) different silicon oil contents and loading frequencies.

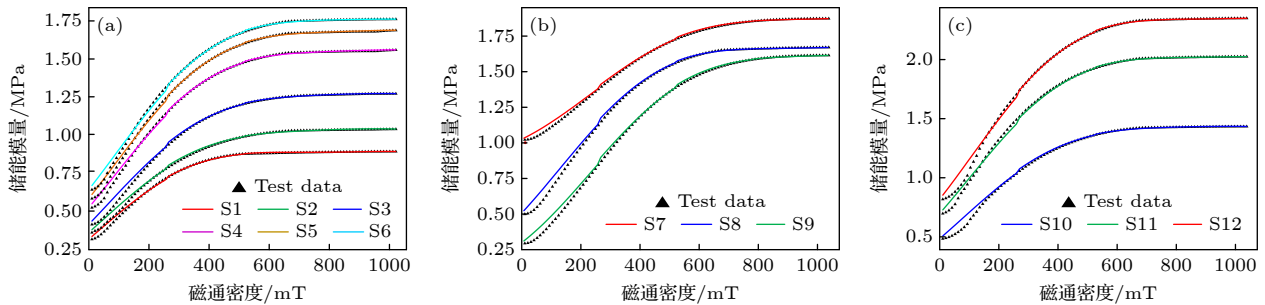


图 10 SVR 模型对不同 MRE 样品的预测结果 (a) 不同铁颗粒含量; (b) 不同硅油含量; (c) 不同加载频率

Fig. 10. Prediction results of SVR model for different MRE samples: (a) Different iron particle content; (b) different silicone oil content; (c) different loading frequencies.

表 3 基于 SVR 模型预测不同 MRE 样品的 RMSE 与  $R^2$ Table 3. Prediction of RMSE and  $R^2$  for different MRE samples based on SVR model.

| 样品  | RMSE  | $R^2$ |
|-----|-------|-------|
| S1  | 3378  | 0.999 |
| S2  | 5006  | 0.999 |
| S3  | 4246  | 0.999 |
| S4  | 6671  | 0.998 |
| S5  | 8579  | 0.999 |
| S6  | 8669  | 0.998 |
| S7  | 2275  | 0.999 |
| S8  | 6547  | 0.999 |
| S9  | 3630  | 0.999 |
| S10 | 17122 | 0.998 |
| S11 | 12642 | 0.998 |
| S12 | 10409 | 0.998 |

关于 MRE 的典型数学模型有: 磁偶极子模型<sup>[13]</sup>、动态黏弹性模型<sup>[40]</sup>、四参数分数阶导数黏弹性模型<sup>[20]</sup>、动态磁力学模型<sup>[41]</sup>、三参数本构模型(Maxwell 形式)<sup>[42]</sup>、渗透模型<sup>[15]</sup>、Ramberg-Osgood 模型<sup>[43]</sup>、修正 Kelvin-Voigt 黏弹模型<sup>[44]</sup>、自适应光滑库仑摩擦模型<sup>[45]</sup>、修正 Bouc-Wen 模型<sup>[46]</sup>、非线性流变模型<sup>[47]</sup>. 上述模型与 SVR 模型的表征结果见表 4.

表 4 不同模型对 S6 样品的预测结果

Table 4. Prediction results of different models on S6 samples.

| 模型                 | 磁场范围/mT | $R^2$ |
|--------------------|---------|-------|
| 磁偶极子模型             | 0—1000  | 0.836 |
| 动态黏弹性模型            | 0—326   | 0.93  |
| 四参数分数阶导数黏弹性模型      | 0—150   | 0.97  |
| 动态磁力学模型            | 90—178  | 0.99  |
| 三参数本构模型(Maxwell形式) | 125—540 | 0.958 |
| 渗透模型               | 0—375   | 0.9   |
| Ramberg-Osgood模型   | 0—500   | 0.9   |
| 修正Kelvin-Voigt黏弹模型 | 0—272   | 0.93  |
| 自适应光滑库仑摩擦模型        | —       | 0.92  |
| 修正Bouc-Wen模型       | 0—545   | 0.9   |
| 非线性流变模型            | 0—330   | 0.98  |
| SVR模型              | 0—1000  | 0.998 |

通过 SVR 模型与文献中 11 种理论模型的对比可知, SVR 模型的  $R^2$  最高为 0.998. 这说明 SVR 模型相较于其他理论模型, 可以更准确地表征 MRE 的磁致模量. 尽管动态磁力学模型的  $R^2$  也达到了

0.99, 但其适用的磁场范围较窄 (90—178 mT). 除此之外, 四参数分数阶导数黏弹性模型与非线性流变模型的  $R^2$  也相对较高, 分别达到了 0.97 与 0.98, 但二者适用的磁场范围同样是有限的. 一般来讲, 在磁场强度约 600 mT 时, MRE 的磁流变效应达到饱和. Ramberg-Osgood 模型与修正 Bouc-Wen 模型适用的磁场范围达到了 500 mT, 但二者表征 MRE 的磁致模量准确率较低,  $R^2$  仅为 0.9. SVR 模型的磁场的适用范围为 0—1000 mT, 能够在 MRE 发生磁流变效应的整个磁场范围内准确表征 MRE 的磁致模量.

## 5 结 论

本研究旨在小样本试验数据驱动下基于机器学习模型实现 MRE 磁致力学性能的准确表征. 制备了不同原料配比的 MRE, 以剪切模式下储能模量为例, 在 0—1000 mT 磁场下以不同频率下测试其磁致储能模量. 进一步, 构建了 SVR 机器学习模型, 并仅使用 5 个测试样本点实现了 MRE 的磁致储能模量的准确表征. 研究发现, 相较于微观尺度的磁偶极子与宏观尺度的黏弹性模型, SVR 模型表征 MRE 磁致储能模量的精度最高, 相关系数  $R^2$  达到了 0.998 以上. 另外, SVR 模型具有很强的鲁棒性. 对于 MRE 的硅油含量达到 15% 以及加载频率为 90 Hz 的极端工况下, 传统的模型预测精度显著降低, 而 SVR 模型仍以相关系数 0.998 来准确描述其储能模量. 值得注意的是, 机器学习模型可显著加速 MRE 性能的表征. 相较于常规的方法使用 50 个测点表征 MRE 磁致储能模量, 机器学习模型仅使用 5 个样本即可完成准确的表征. 通过试验测试一个 MRE 样品需 30 min, 而使用 SVR 模型表征其磁致力学性能时间显著减少, 仅为 0.02 s. 最后, 将 SVR 的预测结果与近年来优异的 MRE 理论模型进行对比, SVR 可在 0—1000 mT 磁场范围内准确地表征 MRE 的磁致模量.

值得关注的是, 提出的方法可以轻松地推广到其他力学和物理性能研究领域. 基于机器学习对磁流变弹性体材料压缩模量、宏观破坏强度以及温度对其力学性能的影响将在未来的工作中进行讨论. 另外, 机器学习模型为 MRE 的研究和设计提供了一种强大的工具, 为新型磁流变材料的研发提供参考.



## 参考文献

- [1] Vatandoost H, Hemmatian M, Sedaghati R, Rakheja S 2020 *Compos. Part B Eng.* **182** 107648
- [2] Nam T H, Petříková I, Marvalová B 2020 *Polym. Test.* **81** 106272
- [3] Kukla M, Warguła Ł, Talaśka K, Wojtkowiak D 2020 *Materials* **13** 4795
- [4] Agirre-Olabide I, Elejabarrieta M J 2018 *Polym. Test.* **66** 114
- [5] Zainudin A A, Yunus N A, Mazlan S A, Shabdin M K, Abdul Aziz S A, Nordin N A, Nazmi N, Abdul Rahman M A 2020 *Appl. Sci.* **10** 1638
- [6] Jaafar M F, Mustapha F, Mustapha M 2021 *J. Mater. Res. Technol.* **15** 5010
- [7] Leng D X, Zhu Z H, Liu G J, Li Y C 2022 *Ocean Eng.* **253** 111293
- [8] Jin T H, Liu Z M, Sun S S, Ren Z S, Deng L, Yang B, Christie M D, Li W H 2020 *Mech. Syst. Signal Process.* **135** 106338
- [9] Liu S G, Zhao Y C, Zhao D 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 234301 (in Chinese) [刘少刚, 赵跃超, 赵丹 2019 物理学报 **68** 234301]
- [10] Wang Q, Chen Z X, Wang Y H, Gong N, Yang J, Li W H, Sun S S 2024 *Mech. Syst. Signal Process.* **208** 111029
- [11] Hu H S, Wang J, Qian S X, Li Y C, Shen N, Yan G B 2011 *Chin. J. Mech. Eng.* **47** 84 (in Chinese) [胡红生, 王昊, 钱苏翔, 李延成, 沈娜, 严拱标 2011 机械工程学报 **47** 84]
- [12] Wen Y P, Sun Q, Zhou W H, Shang H L, Guo L S 2018 *Chin. J. Mech. Eng.* **54** 114 (in Chinese) [文永蓬, 孙倩, 周伟浩, 尚慧琳, 郭林生 2018 机械工程学报 **54** 114]
- [13] Jolly M R, Carlson J D, Muñoz B C 1996 *Smart Mater. Struct.* **5** 607
- [14] Zhu Y S, Gong X L, Dang H, Zhang X Z, Zhang P Q 2006 *Chin. J. Chem. Phys.* **19** 126
- [15] Li W H, Zhang X Z 2010 *Smart Mater. Struct.* **19** 035002
- [16] Ivaneyko D, Toshchevikov V, Saphiannikova M, Heinrich G 2011 *Macromol. Theory Simul.* **20** 411
- [17] Ivaneyko D, Toshchevikov V, Borin D, Saphiannikova M, Heinrich G 2014 *Macromol. Symp.* **338** 96
- [18] Li W H, Zhou Y, Tian T F 2010 *Rheol. Acta* **49** 733
- [19] Gu Z R, Luo Y P, Su Z B, Zhang L Y, Ren H J, Wang Y, Luo J 2023 *J. Magn. Magn. Mater.* **580** 170795
- [20] Feng Y Y, Yang X J, Liu J G, Chen Z Q 2023 *Phys. Stat. Mech. Its Appl.* **621** 128789
- [21] Chen L, Gong X L, Li W H 2008 *Polym. Test.* **27** 340
- [22] Li Y C, Li J C, Li W H, Samali B 2013 *Smart Mater. Struct.* **22** 035005
- [23] Ahmad Khairi M H, Abd Fatah A Y, Mazlan S A, Ubaidillah U, Nordin N A, Nik Ismail N I, Choi S B, Abdul Aziz S A 2019 *Int. J. Mol. Sci.* **20** 4085
- [24] Gowda D K, Odenbach S 2023 *J. Magn. Magn. Mater.* **579** 170856
- [25] Liu H, Xu Y, Luo Y Q, Xiao S H 2022 *Chin. J. Mech. Eng.* **58** 328 (in Chinese) [刘浩, 须颖, 罗杨泉, 肖海善 2022 机械工程学报 **58** 328]
- [26] Sun T, Yuan J M 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 218901 (in Chinese) [孙涛, 袁健美 2023 物理学报 **72** 218901]
- [27] Kou W B, Dong H, Zou M Q, Han J Y, Jia X X 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 030701 (in Chinese) [寇雯博, 董灏, 邹岷强, 韩均言, 贾西酉 2021 物理学报 **70** 030701]
- [28] Goodall R E A, Lee A A 2020 *Nat. Commun.* **11** 6280
- [29] Goodall R E A, Parackal A S, Faber F A, Armiento R, Lee A A 2022 *Sci. Adv.* **8** eabn4117
- [30] Bessa M A, Bostanabad R, Liu Z, Hu A, Apley D W, Brinson C, Chen W, Liu W K 2017 *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **320** 633
- [31] Clément A, Soize C, Yvonnet J 2012 *Int. J. Numer. Methods Eng.* **91** 799
- [32] Le B A, Yvonnet J, He Q C 2015 *Int. J. Numer. Methods Eng.* **104** 1061
- [33] Shen L, Qian Q 2022 *Comput. Mater. Sci.* **211** 111475
- [34] Jung J, Kim Y, Park J, Ryu S 2022 *Compos. Struct.* **285** 115210
- [35] Huang D Z, Xu K, Farhat C, Darve E 2020 *J. Comput. Phys.* **416** 109491
- [36] Li X, Liu Z, Cui S, Luo C, Li C, Zhuang Z 2019 *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **347** 735
- [37] Liu X, Yan Z, Zhong Z 2021 *Int. J. Hydrog. Energy* **46** 22079
- [38] El Said B 2023 *Int. J. Solids Struct.* **276** 112334
- [39] Li Z Q, Li X, Chen Y, Zhang C 2023 *Compos. Struct.* **323** 117473
- [40] Nguyen X B, Komatsuzaki T, Iwata Y, Asanuma H 2018 *Mech. Syst. Signal Process.* **101** 449
- [41] Wang L Z, Chen Z B, Jiang L K, Cheng L 2023 *J. Magn. Magn. Mater.* **570** 170441
- [42] Kumbhar S B, Chavan S P, Gawade S S 2018 *Mech. Syst. Signal Process.* **100** 208
- [43] Eem S H, Jung H J, Koo J H 2012 *IEEE Trans. Magn.* **48** 3080
- [44] Norouzi M, Sajjadi Alehashem S M, Vatandoost H, Ni Y Q, Shahmardan M M 2016 *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* **27** 1121
- [45] Nguyen X B, Komatsuzaki T, Zhang N 2020 *Mech. Syst. Signal Process.* **141** 106438
- [46] Yang S, Wang P, Liu Y, Dong X, Tong Y, Zhao Y 2021 *Front. Mater.* **8** 743716
- [47] Wang Q, Dong X F, Li L Y, Ou J P 2017 *Smart Mater. Struct.* **26** 065010

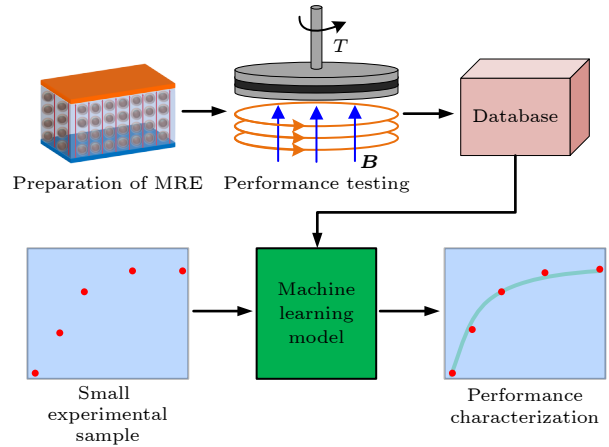
# Fast and accurate characterization of magnetorheological elastomers based on machine learning\*

Ren Hang<sup>1)</sup> Zhao Dan<sup>1)</sup> Dong Li-Qiang<sup>1)†</sup>Liu Shao-Gang<sup>1)</sup> Yang Jin-Shui<sup>2)</sup><sup>1)</sup> (School of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150000, China)<sup>2)</sup> (Qingdao Innovation and Development Base, Harbin Engineering University, Qingdao 266000, China)

( Received 8 April 2024; revised manuscript received 20 June 2024 )

## Abstract

Magnetorheological elastomers (MREs) are smart materials with a wide range of applications, particularly in reducing vibrations and noise. Traditional methods of testing their magnetically-induced properties, although thorough, are labor-intensive and time-consuming. In this work, we introduce an innovative method that harnesses machine learning to rapidly characterize MREs by using a smallest dataset, thus simplifying the characterization process. Initially, 12 types of MREs are prepared and tested on a shear rheometer with a controllable magnetic field. From these data, we strategically select five representative data points from each sample to form a training dataset. Using this dataset, we develop a support vector regression (SVR) model to characterize the magnetically-induced storage modulus of the MRE. The SVR model exhibits remarkable accuracy, with a correlation coefficient ( $R^2$ ) of 0.998 or higher, exceeding the precision of traditional models. The training time of this model is very brief, only 0.02 seconds, thus greatly accelerating the characterization speed of MRE. Moreover, the SVR model demonstrates strong generalization ability, maintaining a high correlation coefficient of 0.998 or greater even when silicone oil is added to the MREs or tested under various loading frequencies. In a word, the machine learning model not only accelerates the evaluation process but also provides a valuable reference for developing innovative MREs, marking a significant advancement in the field of smart materials research.



**Keywords:** magnetorheological elastomers, support vector regression, magnetically-induced modulus

**PACS:** 51.35.+a, 47.65.-d, 84.35.+i

**DOI:** 10.7498/aps.73.20240482

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 52275098, 52075111, 51675111).

† Corresponding author. E-mail: [dongliqiang@hrbeu.edu.cn](mailto:dongliqiang@hrbeu.edu.cn)

## 基于机器学习的磁流变弹性体磁致储能模量的快速准确表征

任航 赵丹 董立强 刘少刚 杨金水

## Fast and accurate characterization of magnetorheological elastomers based on machine learning

Ren Hang Zhao Dan Dong Li-Qiang Liu Shao-Gang Yang Jin-Shui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 165101 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240482

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240482>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 混合气体测量中重叠吸收谱线交叉干扰的分离解析方法

Separation and analysis method of overlapping absorption spectra with cross interference in gas mixture measurement

物理学报. 2021, 70(14): 144203 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210286>

#### 磁流变液构成的类梯度结构振动传递特性

Vibration transfer characteristic of gradient-like structure based on magnetorheological fluid

物理学报. 2020, 69(9): 098301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200326>

#### 基于机器学习 $J_1$ - $J_2$ 反铁磁海森伯自旋链相变点的识别方法

Identifying phase transition point of  $J_1$ - $J_2$  antiferromagnetic Heisenberg spin chain by machine learning

物理学报. 2021, 70(23): 230701 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210711>

#### 激光诱导击穿光谱技术结合神经网络和支持向量机算法的人参产地快速识别研究

Rapid identification of ginseng origin by laser induced breakdown spectroscopy combined with neural network and support vector machine algorithm

物理学报. 2021, 70(4): 040201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201520>

#### 一种基于量子线路的支持向量机训练方案

A support vector machine training scheme based on quantum circuits

物理学报. 2023, 72(7): 070302 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222003>

#### 基于机器学习的非线性局部Lyapunov向量集合预报订正

Machine learning based method of correcting nonlinear local Lyapunov vectors ensemble forecasting

物理学报. 2022, 71(8): 080503 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212260>