

## 声学四极子拓扑绝缘体中的位错态\*

蒋婧<sup>1)</sup> 王小云<sup>1)†</sup> 孔鹏<sup>1)‡</sup> 赵鹤平<sup>2)</sup> 何兆剑<sup>3)</sup> 邓科<sup>3)1)</sup>

1) (吉首大学物理系, 吉首 416000)

2) (湖南财政经济学院, 长沙 410205)

3) (长沙理工大学物理与电子科学学院, 长沙 410114)

(2024年5月7日收到; 2024年6月3日收到修改稿)

四极子拓扑绝缘体是人们提出的第一类高阶拓扑绝缘体, 它具有量子化的四极矩而偶极矩为零. 四极子拓扑绝缘体拓宽了传统的体-边对应关系, 从而观察到了更低维度的拓扑边界态. 最近, 由局域在位错附近的拓扑缺陷态主导的体-位错对应关系引起了许多研究者的关注, 其将晶格倒易空间的拓扑结构与位错态的出现联系起来. 本文研究了声学四极子拓扑绝缘体中的位错态. 在具有非平庸相的声学四极子拓扑绝缘体中嵌入部分具有平庸相的晶格, 此时在由两种具有不同拓扑相晶格形成边界的角落处就会产生可以用 $1/2$ 量化分数电荷表征的位错态. 通过在系统内部引入缺陷, 验证了此拓扑位错态的鲁棒性. 此外, 还证明了通过运用不同嵌入晶格的方式可以随意设计位错态的位置. 本工作中研究的拓扑位错态拓宽了人工结构中高阶拓扑物态的种类, 并为高阶拓扑绝缘体在声学中的应用 (如声传感和高性能能量收集) 提供了新的思路.

**关键词:** 四极子拓扑绝缘体, 声子晶体, 位错态**PACS:** 43.35.+d, 43.50.+y, 03.65.Vf**DOI:** 10.7498/aps.73.20240640

## 1 引言

四极子拓扑绝缘体是人们提出的第一类高阶拓扑绝缘体, 具有量子化的四极矩而偶极矩为零, 由于其具有奇异的拓扑性质而引起了广大研究者的关注<sup>[1-4]</sup>. 四极子拓扑绝缘体极大地拓展了传统的体-边对应关系, 从而能观测到更低维度的拓扑边界态<sup>[5-13]</sup>, 其中特征显著的是拓扑角态<sup>[14,15]</sup>. 拓扑角态最早在电四极子拓扑绝缘体中被观测到<sup>[1,2]</sup>. 随后, 由于四极子拓扑绝缘体简单且易于实现, 因此在电学、光学和声学等领域逐步得到了广泛研究<sup>[2,16-19]</sup>.

最近学者们将研究兴趣转向了体-位错对应关系, 它由局域在位错附近的拓扑缺陷态所主导, 将

晶格倒易空间的拓扑结构与位错态的出现联系起来. 位错在固体晶体中的本质是在实空间中的线缺陷, 以伯格斯矢量 (Burgers vector) 为特征, 位错可以在拓扑绝缘体中通过增加或者移除部分晶格来实现<sup>[20-22]</sup>. 有趣的是, 位错 (实空间拓扑) 与倒易空间中定义的能带拓扑之间的相互作用可以带来许多奇妙的性质和应用. 其中直接的应用是利用位错态探测拓扑绝缘体的体拓扑特性<sup>[23-25]</sup>. 近年来, 许多研究小组对位错态的研究逐渐转向了经典波体系<sup>[26-28]</sup>. 在这些研究中是通过去除拓扑绝缘体的部分晶格后, 再重新排列拓扑绝缘体的剩余部分来诱导位错的. 然而, 这些方法改变了晶格的微观结构, 在实际操作中很难实现.

本文研究了声学四极子拓扑绝缘体中的位错态. 基于紧束缚模型, 声学四极子拓扑绝缘体通过

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11964011) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wxyun@163.com

‡ 通信作者. E-mail: kongpeng@jsu.edu.cn

反转系统中胞内和胞间耦合所获得. 进一步, 在有限声学四极子拓扑绝缘体中, 通过嵌入部分平庸晶格构造位错结构. 通过反转平庸晶格与拓扑绝缘体连接点之间的耦合强度, 调制出四周都为弱耦合的孤立位错缺陷, 就能在由两种不同拓扑晶格形成边界的角落处观测到位错态, 此位错态可以用  $1/2$  量化的分数电荷表征. 在本文中, 运用不同嵌入晶格的方式在声学四极子拓扑绝缘体中构建了两类类型的位错, 相应地调制了两类类型的位错态, 分别为线位错态和体位错态. 为了验证位错态的鲁棒性, 考虑了四极子拓扑绝缘体中晶格的不完善.

## 2 研究内容

### 2.1 声学四极子拓扑绝缘体模型

我们构造了声学四极子拓扑绝缘体的紧束缚模型, 其哈密顿量示意图如图 1(a) 所示. 一个原胞中含有 4 个无自旋轨道的原子 (黄色部分), 其中最邻近耦合包含胞内耦合  $|\gamma|$  和胞间耦合  $|\lambda|$ , 分别由细线和粗线表示. 红色表示负耦合, 蓝色表示正耦合. 哈密顿量的有序基在图 1(a) 中间浅蓝色方框标记的单元格中, 相应的布洛赫哈密顿量可表示为

$$H(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} \omega_0 & h_{12} & 0 & h_{14} \\ h_{12}^* & \omega_0 & h_{23} & 0 \\ 0 & h_{23}^* & \omega_0 & h_{34} \\ h_{14}^* & 0 & h_{34}^* & \omega_0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

其中二维空间中的布洛赫向量  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ ,  $h_{12} = \gamma + \lambda e^{-ik_y}$ ,  $h_{14} = \gamma + \lambda e^{-ik_x}$ ,  $h_{23} = -\gamma - \lambda e^{-ik_x}$ ,  $h_{34} = \gamma + \lambda e^{ik_y}$ . 为了方便起见, 把  $x$  方向和  $y$  方向的晶格常数都设置为单位长度 1.

基于此紧束缚模型, 当耦合强度为  $|\gamma| < |\lambda|$  时, 四极子拓扑绝缘体出现<sup>[2,16,17]</sup>. 四极子拓扑绝缘体的拓扑特性不能用陈数来描述, 虽然带隙间的两条瓦尼尔带是量子化的. 这两条带的偶极矩为零, 但是它却具有量子化的四极矩<sup>[29-32]</sup>. 因此, 四极子拓扑绝缘体的角态可被定义为:  $Q^{\text{corner}} = p_x p_y = 0$  或  $1/2$ <sup>[1,33-35]</sup>, 其中  $p_x$  和  $p_y$  为沿着  $x$  和  $y$  法向方向的体极化值. 四极子拓扑绝缘体的拓扑特性需要镜面对称性来保护, 当耦合强度  $|\gamma| = |\lambda|$  时, 体系保持着  $C_4$  对称性, 所以四极子拓扑绝缘体  $P_z$  模的两条带是简并的<sup>[17,36,37]</sup>; 当耦合强度  $|\gamma| < |\lambda|$  时, 体系的  $C_4$  对称性被打破但是仍然保持着  $x$  和  $y$  方向上

的镜像对称性<sup>[22,36,38]</sup>. 现在我们构建一个声子晶体来实现这个模型.

相应的声学四极子模型如图 1(b) 所示, 原胞的晶格常数为  $a = 42$  mm; 其中黄色部分表示 4 个声学谐振腔, 谐振腔横截面的长和宽都为  $L = 5$  mm, 高  $H = 20$  mm. 黄色谐振腔中的  $P_z$  偶极模对应于图 1(a) 中紧束缚模型的无自旋轨道. 如图 1(b) 所示, 在声学四极子模型中引入了两种不同连接的耦合管, 以在声学系统中产生不同类型的耦合. 两根管子的直接连接 (红色管子) 表示负耦合, 交叉连接 (蓝色管子) 表示正耦合<sup>[1,17]</sup>; 两根较细的耦合管表示胞内耦合, 两根较粗的耦合管表示胞间耦合, 这种独特的连接方式致使每个原胞中都具有  $\pi$  的磁通. 耦合强度取决于耦合管的尺寸, 通过调节耦合管的尺寸可以得到具有非平庸相的声学四极子拓扑绝缘体<sup>[39]</sup>. 对于本文的声学四极子模型, 非平庸四极子模型耦合管的选择参数如下: 较大耦合管横截面的长和宽分别为  $L_1 = 2.3$  mm,  $L_2 = 6.5$  mm, 而较小耦合管横截面的长和宽为  $L_3 = L_4 = 1.5$  mm. 在整个计算过程中, 都通过有限元求解器 COMSOL Multiphysics 进行全波模拟, 在进行网格剖分时所有网格均采用极细化网格剖分.

声学四极子拓扑绝缘体 (图 1(b)) 的能带结构如图 1(c) (黑色曲线) 所示. 可以看出, 声学谐振腔中耦合的  $P_z$  模在四极子拓扑绝缘体中分裂为两对平坦带, 打开的带隙范围为 7558.7—8359.8 Hz, 其中每条平坦带都是双重简并的. 为了进行比较, 使用拟合参数计算出该紧束缚模型的带结构, 紧束缚模型的中心频率  $\omega_0 = 3970$  Hz,  $\gamma = 60$  Hz,  $\lambda = 340$  Hz. 拟合结果如图 1(c) 中红色散点所示, 观察发现, 拟合结果与声学四极子拓扑绝缘体模型中的计算结果十分吻合. 这表明当胞内跃迁  $|\gamma|$  小于胞间跃迁  $|\lambda|$  时, 四极子拓扑绝缘体出现了, 其中的四极矩  $q_{xy} = 2p_x p_y = 1/2$ <sup>[1,40,41]</sup>.

四极子拓扑绝缘体的特征之一是能观测到位于角落处的角态. 为了观测声学四极子拓扑绝缘体中的角态, 计算了由  $4 \times 4$  个有限单元组成超胞结构的带结构, 得到的本征频谱如图 1(d) 所示. 可以清晰地观察到, 4 个角态位于  $P_z$  模两对平坦带打开的带隙范围内, 频率分别为  $f_1 = 8068.9$  Hz,  $f_2 = 8069.1$  Hz,  $f_3 = 8101.9$  Hz 和  $f_4 = 8102.1$  Hz. 与此同时, 边缘态也出现在带隙内 (蓝点). 与传统拓扑

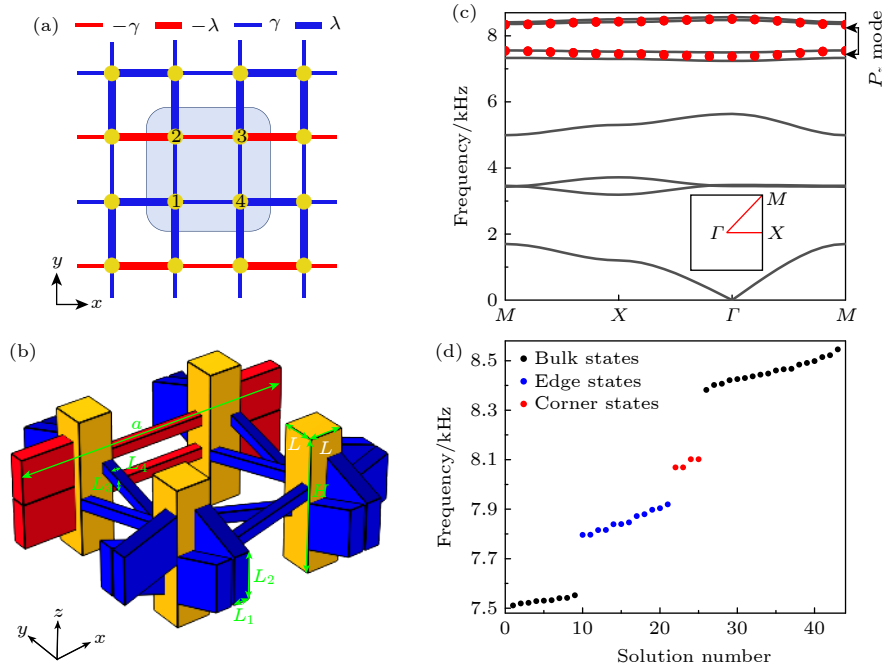


图 1 四极子拓扑绝缘体的紧束缚模型和对应的声学模型 (a) 二维紧束缚模型结构示意图, 每个黄色的圆圈代表一个无自旋的电子轨道, 蓝色方框内表示一个原胞, 蓝线表示正耦合, 红线表示负耦合, 细线表示胞内耦合, 粗线表示胞间耦合; (b) 声学四极子拓扑绝缘体的原胞结构, 黄色矩形柱为声学谐振腔, 代表无自旋的电子轨道, 两根耦合管的直接连接 (红色标记) 表示负耦合, 交叉连接 (蓝色标记) 表示正耦合; (c) 声子晶体的能带结构 (黑色曲线), 红色散点是根据紧束缚模型计算的, 可以看出, 由声子晶体与由紧束缚模型计算得到的  $P_2$  模平坦带吻合得很好; (d) 由  $4 \times 4$  个有限单元计算得到的声学四极子拓扑绝缘体的本征频谱, 在  $P_2$  模打开的带隙范围内观察到角态 (红点) 是四极子拓扑绝缘体为高阶拓扑绝缘体的特征之一

Fig. 1. Tight-binding (TB) model and the corresponding acoustic model for QTI. (a) Schematic of the two-dimensional TB model. Each yellow circle represents a spinless electronic orbital, and the light shaded square sketches a four-site unit cell. The blue lines indicate the positive hoppings and red lines indicate negative hoppings. The thin lines represent intracellular hoppings and the thick lines represent the intercellular hoppings. (b) The unit cell structure of the corresponding acoustic model. The yellow rectangular pillars are the resonant cavities, representing spinless electronic orbitals. The straight link of two tubes (marked with red) indicates the negative coupling, and the crossing link (marked with blue) indicates the positive coupling. (c) The band structures for the acoustic crystal (black curves). The red scatter are calculated from TB model. It can be seen that the coupled bands from  $P_2$  modes in acoustic crystal agree well with these from TB model. (d) The band structures for a finite-size acoustic structure with  $4 \times 4$  unit cells. The corner states (marked red) are observed within the gap of  $P_2$  bands, which is one of the characteristics of higher-order QTI.

绝缘体不同的是, 四极子拓扑绝缘体中的 Wannier 带是受量子化四极矩拓扑保护的, 这使它不容易受到外界因素的影响. 本文将把位错缺陷引入到声学四极子拓扑绝缘体中对位错态进行研究.

## 2.2 声学四极子拓扑绝缘体中的位错态

在四极子拓扑绝缘体中, 量子化的四极矩会导致在边界处出现偶极矩, 当系统的边界都为开放边界时, 开放边界的角落处会出现电荷量大小与边界电偶极矩相等的角落电荷<sup>[42]</sup>. 四极子拓扑绝缘体中的位错态是拓扑局域态 (实空间中的拓扑相). 为了在声学四极子拓扑绝缘体中产生位错态, 在由非平庸的四极子拓扑绝缘体晶格组成的拓扑绝缘体中嵌入部分平庸的四极子拓扑绝缘体晶格. 平庸晶

格可依据参考文献<sup>[10, 43, 44]</sup>中用弱的胞内耦合和强的胞间耦合构造. 为了保持四极子拓扑绝缘体的连续性, 这里将平庸晶格的耦合参数与四极子拓扑绝缘体中的耦合参数设置成一致. 这样, 在部分平庸晶格与由非平庸晶格构成的四极子拓扑绝缘体之间形成了由不同拓扑相晶格构成的边界. 再通过反转局部耦合管的耦合强度, 就会产生一个被弱耦合管包围的孤立位错缺陷, 并且在这个位错缺陷处会形成实空间的高阶拓扑位错态<sup>[22]</sup>. 这种位错态与  $1/2$  量化分数电荷相关联<sup>[22]</sup>. 因此, 基于这种方法, 可以在声学四极子拓扑绝缘体中通过不同嵌入平庸晶格的方式, 获得所需的线位错态和体位错态. 虽然采用的方法是在原来的四极子拓扑绝缘体中嵌入一些平庸的四极子晶格, 但是这些晶格之间仍然可

以和原来的系统一样形成完整的四极子拓扑绝缘体结构, 系统的微观结构并不会发生变化. 因此, 声学四极子拓扑绝缘体内部的位错态是通过简单地在四极子拓扑绝缘体中嵌入平庸晶格实现的, 位错态的位置可以通过调整嵌入晶格的方式灵活设计, 这与现有调制位错态的方法相比更易于操作和实现.

在图 2(a) 中, 通过在四极子拓扑绝缘体内嵌入一排平庸晶格 (橙色方框) 示意性地展示了调制线位错态的紧束缚模型. 沿着线缺陷, 可以任意选择位置来构造线位错态. 例如, 在图 2(a) 中选择了两个位置 (红点标记). 为了在选择的位置处产生线位错态, 需要降低该位置与系统相连接耦合管的耦合强度 (黑色细线), 这里我们将耦合管的耦合强度调整为与胞内耦合强度  $|\gamma_l|$  相等, 以保持系统的连续性. 这样, 在选定的位置处便会产生被两种具有不同拓扑相晶格 (平庸晶格和四极子拓扑绝缘体) 包围的位错缺陷, 此时线位错态就会产生在这个选定的位置上, 其特征是具有  $1/2$  量化的分数电荷<sup>[22]</sup>. 相应地, 参照紧束缚模型 (图 2(a)) 构造了线位错态的声学模型. 图 2(b) 展示了此有限结构声学模型的本征频谱, 如预期的那样, 在声学四极子拓扑绝缘体两对平坦带打开的带隙范围内能清晰地观察到两个线位错态 (红点), 它们的频率  $f$  分别为 8298.2 Hz 和 8298.4 Hz. 图 2(c), (d) 分别展示了两个线位错态的本征场分布. 从本征场分布可以

清楚地看到, 线位错态的能量能够很好地局域在原先选定的位置上, 这证实了上述分析.

同样, 通过在夹层声学四极子拓扑绝缘体中嵌入部分平庸晶格构造体位错, 如图 3(a) 所示. 这种构造体位错的方法会导致中间的声学四极子拓扑绝缘体和两侧的声学四极子拓扑绝缘体之间产生半个晶格的平移, 这导致中间的声学四极子拓扑绝缘体和两侧的声学四极子拓扑绝缘体之间的耦合管会发生倾斜, 如图 3(a) 所示. 体位错 (红色圆圈标记) 与线位错情况一致, 都是由两种不同的拓扑相 (平庸晶格和四极子拓扑绝缘体) 以及将连接管 (黑色细线) 耦合强度减小到与胞内耦合强度  $|\gamma_l|$  相等所形成. 同样, 体位错的位置也可以任意调制, 这个位错同样与  $1/2$  量化的分数电荷相关联<sup>[22]</sup>. 此体位错态声学模型的本征频谱图计算结果如图 3(b) 所示, 在声学四极子拓扑绝缘体  $P_z$  模两对平坦带打开的带隙范围内观测到了两个体位错态, 此时两个体位错态的频率  $f$  分别为 8145.4 Hz 和 8146.1 Hz. 图 3(c), (d) 为两个体位错态的本征场分布图, 能量分布情况与线位错态一致, 都局域在预测的空腔内.

### 2.3 声学四极子拓扑绝缘体位错态的鲁棒性

为了验证声学四极子拓扑绝缘体中位错态的鲁棒性, 在四极子拓扑绝缘体内部产生位错态位置的周围引入缺陷. 该缺陷由更大的声学谐振腔构

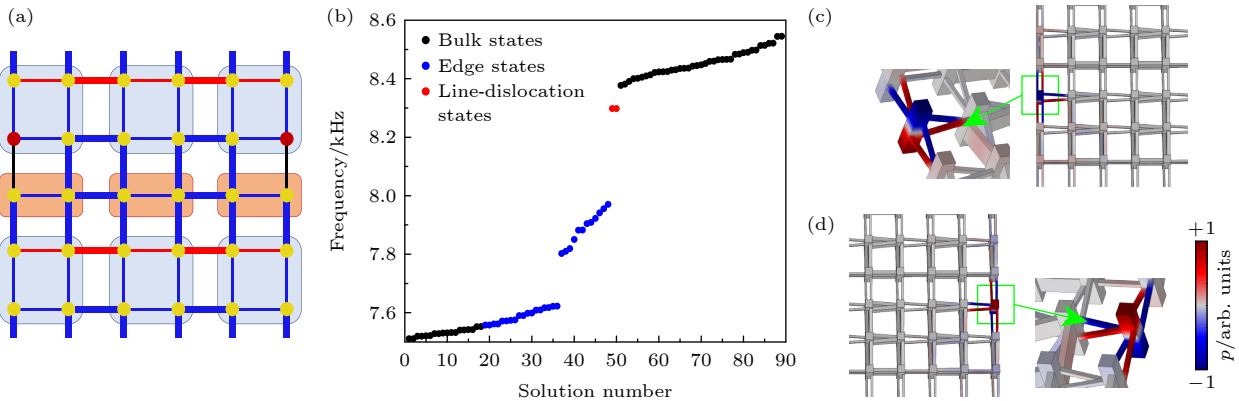


图 2 线位错态 (a) 调制线位错态的模型结构, 橙色矩形表示嵌入四极子拓扑绝缘体的平庸晶格, 黑色细线表示将原始的强耦合反转弱耦合, 红色圆圈表示位错点; (b) 线位错态的本征频谱, 可以观察到两个线位错态 (实空间中的拓扑态) 位于  $P_z$  模平坦带打开的带隙范围内 (红点); (c), (d) 本征频率分别为 8298.2 Hz 和 8298.4 Hz 的两个线位错态的本征场分布

Fig. 2. Line-dislocation states. (a) The model structure to introduce the line-dislocation states. The orange rectangle represents the trivalent lattice, embedded into the QTI. Black thin lines indicate the weak couplings which are reversed from original strong couplings. The red circles are marked as the dislocation sites. (b) The band structures for the line-dislocation model. It can be observed that two line-dislocation states (topological states in real space) are located within the gap of  $P_z$  bands (marked as red). (c), (d) The eigen fields distribution for the two line-dislocation states with frequency of 8298.2 Hz and 8298.4 Hz, respectively.

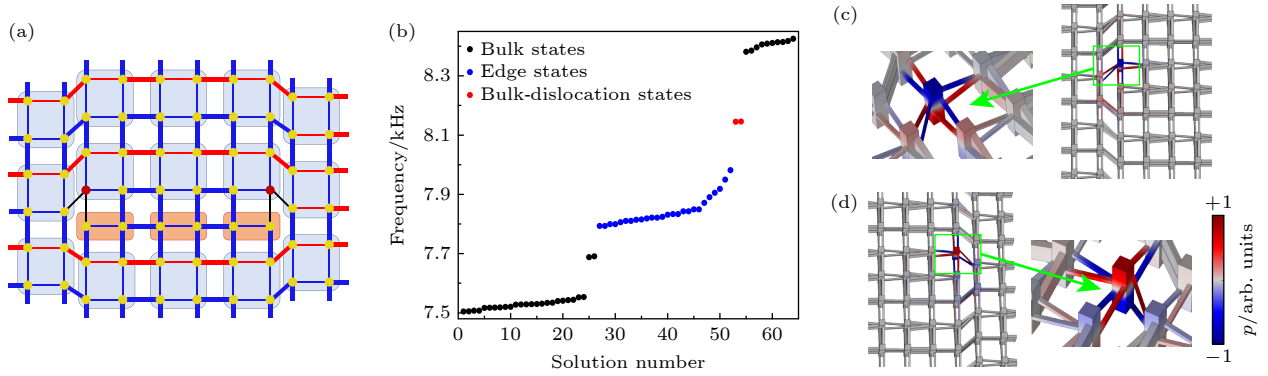


图3 体位错态 (a) 调制体位错态的模型结构, 橙色矩形表示嵌入四极子拓扑绝缘体中的平庸晶格, 黑色实线表示弱耦合, 红色圆圈表示位错点; (b) 调制体位错态的声子晶体拓扑绝缘体计算得到的本征频谱, 两个体位错态位于  $P_z$  模打开的带隙范围内 (红点标记); (c), (d) 频率分别为 8145.4 Hz 和 8146.1 Hz 的两个体位错态的本征场分布

Fig. 3. The bulk-dislocation states. (a) The model structure to introduce the bulk-dislocation states. The orange rectangle represents the trivalent lattice, embedded into the QTI. Black thin lines indicate the weak couplings. The red circles are marked as the dislocation sites. (b) The band structures for the bulk-dislocation model. Two bulk-dislocation states are observed within the gap of  $P_z$  bands (marked as red). (c), (d) The eigen fields distribution for the two bulk-dislocation states with frequency of 8145.4 Hz and 8146.1 Hz, respectively.

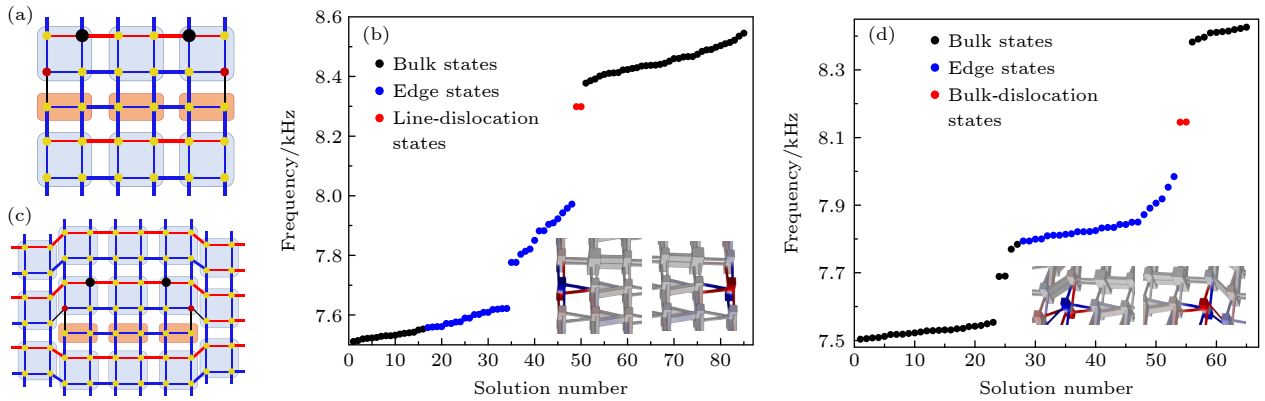


图4 线位错态和体位错态的鲁棒性 (a) 验证线位错态鲁棒性的声学模型, 黑色圆圈表示长和宽都为 7.5 mm (原始腔的 1.5 倍) 的更大谐振腔, 表明在声学四极子拓扑绝缘体内部引入了缺陷; (b) 对应于 (a) 中模型的本征频谱, 插图展示了线位错态的本征场分布情况; (c) 验证体位错态鲁棒性的声学模型, 在声学四极子拓扑绝缘体内引入长和宽都为 7.5 mm (原始腔的 1.5 倍) 的更大谐振腔 (黑色圆圈标记); (d) 对应于 (c) 的本征频谱, 插图为本体位错态的本征场分布, 可以看出, 两种情况下的特征频率和本征场分布几乎保持不变

Fig. 4. Robustness of line-dislocation and bulk-dislocation states. (a) The acoustic model to verify the robustness of line-dislocation states. The bold circle denotes a bigger resonant cavity with length of 7.5 mm (1.5 times of that of original cavity), indicating the introduction of imperfection inside acoustic QTI. (b) The corresponding the band structure for the model shown in (a), insets display the eigen fields for the dislocation states. (c) The acoustic model to verify the robustness of bulk-dislocation states. A bigger resonant cavity with length of 7.5 mm (1.5 times of that of original cavity) are introduced inside acoustic QTI (marked as bold circle). (d) The corresponding the band structure for the model shown in (c), insets display the eigen fields for the dislocation states. It can be seen that both the eigen frequency and eigen field keeps almost unchanged for the two cases.

成, 如图 4(a) 中黑色圆圈和图 4(c) 中黑色圆圈所示, 分别对应于验证线位错态和体位错态鲁棒性的声子晶体拓扑绝缘体结构示意图. 更大声学谐振腔长和宽都为 7.5 mm, 高度保持 20 mm 不变. 两种情况下的本征频谱分别如图 4(b), (d) 所示, 相应的本征场分布如插图所示. 此时, 两个线位错态的频率分别为 8298.4 Hz 和 8298.6 Hz, 而两个体

错态的频率分别为 8145.6 Hz 和 8146.1 Hz. 从位错态的频率和本征场分布可以看出, 引入缺陷后线位错态和体位错态的频率和本征场分布与图 2 和图 3 中没有引入缺陷时相比几乎保持不变. 结果表明, 通过嵌入部分平庸晶格调制的声学位错态具有显著的局域性和鲁棒性. 此外, 根据本文方法, 位错态的位置可以随意设计.

### 3 结 论

本文通过在声学四极子拓扑绝缘体中嵌入部分平庸晶格对声学四极子拓扑绝缘体中的位错态进行研究. 线位错态是沿着嵌入的平庸晶格产生的, 而体位错态则产生在四极子拓扑绝缘体的内部. 结果表明, 该方法可以任意设计位错态的位置, 且调制出来的位错态都具有很好的鲁棒性. 在此, 我们提出了一种在实空间中任意操作声学高阶拓扑态的方法, 这在声波能量收集、过滤声波以及振动操纵等方面可能具有潜在的应用<sup>[45,46]</sup>.

### 参考文献

- [1] Benalcazar W A, Bernevig B A, Hughes T L 2017 *Phys. Rev. B* **96** 245115
- [2] Benalcazar W A, Bernevig B A, Hughes T L 2017 *Science* **357** 61
- [3] Serra-Garcia M, Peri V, Susstrunk R, Bilal O R, Larsen T, Villanueva L G, Huber S D 2018 *Nature* **555** 342
- [4] Huang X Q, Lu J Y, Yan Z B, Yan M, Deng W Y, Chen G, Liu Z Y 2022 *Sci. Bull.* **67** 488
- [5] Lu J Y, Qiu C Y, Ye L P, Fan X Y, Ke M Z, Zhang F, Liu Z Y 2017 *Nat. Phys.* **13** 369
- [6] Biesenthal T, Maczewsky L J, Yang Z, Kremer M, Segev M, Szameit A, Heinrich M 2022 *Science* **376** 1114
- [7] Song Z D, Fang Z, Fang C 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 246402
- [8] Xue H R, Yang Y H, Zhang B L 2022 *Nat. Rev. Mater.* **7** 974
- [9] Ezawa M 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 026801
- [10] Xie B, Wang H X, Zhang X, Zhan P, Jiang J H, Lu M, Chen Y 2021 *Nat. Rev. Phys.* **3** 520
- [11] Pu Z H, He H L, Luo L C, Ma Q Y, Ye L P, Ke M Z, Liu Z Y 2023 *Phys. Rev. Lett.* **130** 116103
- [12] Ma Q Y, Pu Z H, Ye L P, Lu J Y, Huang X Q, Ke M Z, He H L, Deng W Y, Liu Z Y 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 066601
- [13] Zhu W, Deng W Y, Liu Y, Lu J Y, Wang H X, Lin Z K, Huang X Q, Jiang J, Liu Z Y 2023 *Rep. Prog. Phys.* **86** 106501
- [14] Wu J E, Huang X Q, Lu J Y, Wu Y, Deng W Y, Li F, Liu Z Y 2020 *Phys. Rev. B* **102** 104109
- [15] Hu J R, Kong P, Bi R G, Deng K, Zhao H P 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 054301 (in Chinese) [胡军容, 孔鹏, 毕仁贵, 邓科, 赵鹤平 2022 物理学报 **71** 054301]
- [16] Mittal S, Orre V V, Zhu G, Gorlach M A, Poddubny A, Hafezi M 2019 *Nat. Photonics* **13** 692
- [17] Qi Y J, Qiu C Y, Xiao M, He H L, Ke M Z, Liu Z Y 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 206601
- [18] Li C A, Wu S S 2020 *Phys. Rev. B* **101** 195309
- [19] Li C A, Fu B, Hu Z A, Li J, Shen S Q 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 166801
- [20] Qi Y J, He H L, Xiao M 2022 *Appl. Phys. Lett.* **120** 212202
- [21] Ye L P, Qiu C Y, Xiao M, Li T Z, Du J, Ke M Z, Liu Z Y 2022 *Nat. Commun.* **13** 508
- [22] Yamada S S, Li T, Lin M, Peterson C W, Hughes T L, Bahl G 2022 *Nat. Commun.* **13** 2035
- [23] Ran Y, Zhang Y, Vishwanath A 2009 *Nat. Phys.* **5** 298
- [24] Grinberg I H, Lin M, Benalcazar W A, Hughes T L, Bahl G 2020 *Phys. Rev. Appl.* **14** 064042
- [25] Xue H R, Jia D, Ge Y, Guan Y J, Wang Q, Yuan S Q, Sun H X, Chong Y D, Zhang B L 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 214301
- [26] Teo J C, Hughes T L 2017 *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **8** 211
- [27] Peterson C W, Li T, Jiang W, Hughes T L, Bahl G 2021 *Nature* **589** 376
- [28] Liu Y, Leung S W, Li F F, Lin Z K, Tao X F, Poo Y, Jiang J H 2021 *Nature* **589** 381
- [29] Wei H, Tsui D, Paalanen M, Pruisken A 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 1294
- [30] Roberts E, Behrends J, Béni B 2020 *Phys. Rev. B* **101** 155133
- [31] Liu F, Wakabayashi K 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 076803
- [32] Xie B Y, Su G X, Wang H F, Su H, Shen X P, Zhan P, Lu M H, Wang Z L, Chen Y F 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 233903
- [33] Yang Y B, Li K, Duan L M, Xu Y 2021 *Phys. Rev. B* **103** 085408
- [34] Wang H X, Lin Z K, Jiang B, Guo G Y, Jiang J H 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 146401
- [35] He L, Addison Z, Mele E J, Zhen B 2020 *Nat. Commun.* **11** 3119
- [36] Benalcazar W A, Li T, Hughes T L 2019 *Phys. Rev. B* **99** 245151
- [37] Weiner M, Ni X, Li M, Alù A, Khanikaev A B 2020 *Sci. Adv.* **6** eaay4166
- [38] Wheeler W A, Wagner L K, Hughes T L 2019 *Phys. Rev. B* **100** 245135
- [39] Zhang X, Xie B Y, Wang H F, Xu X, Tian Y, Jiang J H, Lu M H, Chen Y F 2019 *Nat. Commun.* **10** 5331
- [40] Kang B, Shiozaki K, Cho G Y 2019 *Phys. Rev. B* **100** 245134
- [41] Ni X, Li M, Weiner M, Alù A, Khanikaev A B 2020 *Nat. Commun.* **11** 2108
- [42] Zheng S, Man X, Kong Z L, Lin Z K, Duan G, Chen N, Yu D, Jiang J H, Xia B 2022 *Sci. Bull.* **67** 2069
- [43] Kim H R, Hwang M S, Smirnova D, Jeong K Y, Kivshar Y, Park H G 2020 *Nat. Commun.* **11** 5758
- [44] Xie B Y, Wang H F, Wang H X, Zhu X Y, Jiang J H, Lu M H, Chen Y F 2018 *Phys. Rev. B* **98** 205147
- [45] Li Y M, Kong P, Bi R G, He Z J, Deng K 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 244302 (in Chinese) [李荫铭, 孔鹏, 毕仁贵, 何兆剑, 邓科 2022 物理学报 **71** 244302]
- [46] Chen Y Y, Liu D Y, Wu Y, Yu P, Liu Y J 2023 *Int. J. Mech. Sci.* **239** 107884

# Dislocation defect states in acoustic quadrupole topological insulators\*

Jiang Jing<sup>1)</sup> Wang Xiao-Yun<sup>1)†</sup> Kong Peng<sup>1)‡</sup>  
 Zhao He-Ping<sup>2)</sup> He Zhao-Jian<sup>3)</sup> Deng Ke<sup>3)1)</sup>

1) (*Department of Physics, Jishou University, Jishou 416000, China*)

2) (*Hunan University of Finance and Economics, Changsha 410205, China*)

3) (*School of Physics and electronic Science, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China*)

( Received 7 May 2024; revised manuscript received 3 June 2024 )

## Abstract

Quadrupole topological insulator (QTI) is the first proposed higher-order topological phase of matter with quantized quadrupole moment but zero dipole moment. The QTI has expanded widely the traditional bulk-boundary correspondence, thereby the lower-dimensional topological boundary state can be observed. The recent interest has turned to the bulk-dislocation correspondence, which dominates the topological states localized to disclinations, and links the reciprocal-space topology of lattices with the appearance of dislocation states. Recently, many research groups have turned the studies of dislocation defects to classical wave systems. In these researches, the method of inducing dislocation defects is to remove a portion of the lattices of topological insulator and then rearrange the remaining lattices of the topological insulator. Through such a method, the micro structure of the lattices is changed, but it is difficult to realize in the actual operation. In this work, we study the dislocation defect states in acoustic QTIs. The acoustic QTI is designed by reversing the magnitude of the intracellular and extracellular coupling in the system, and the bulk energy bands and topological corner states are studied. Subsequently, by introducing partial trivial lattices into acoustic QTI structure, the dislocation bound states are generated in the corner formed by two different topological phases, which can be characterized by a  $1/2$  quantized fractional charge. The robustness of the topological dislocation states is verified by introducing the imperfection inside the system. Further, it is demonstrated that the dislocation positions can be designed at will. Without changing the microstructure of the lattice, we successfully modulate the line dislocation states and bulk dislocation states. The topological dislocation states studied in this work broaden the types of higher-order topological states in artificial structures, and provide new insights into the acoustic applications of higher-order topological insulators, such as sensing and high-performance energy harvesting.

**Keywords:** quadrupole topological insulator, phononic crystal, dislocation defect states

**PACS:** 43.35.+d, 43.50.+y, 03.65.Vf

**DOI:** [10.7498/aps.73.20240640](https://doi.org/10.7498/aps.73.20240640)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11964011).

† Corresponding author. E-mail: [wxyyun@163.com](mailto:wxyyun@163.com)

‡ Corresponding author. E-mail: [kongpeng@jsu.edu.cn](mailto:kongpeng@jsu.edu.cn)



## 声学四极子拓扑绝缘体中的位错态

蒋婧 王小云 孔鹏 赵鹤平 何兆剑 邓科

### Dislocation defect states in acoustic quadrupole topological insulators

Jiang Jing Wang Xiao-Yun Kong Peng Zhao He-Ping He Zhao-Jian Deng Ke

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 154302 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240640

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240640>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 二维声子晶体中Zak相位诱导的界面态

Zak phase induced interface states in two-dimensional phononic crystals

物理学报. 2022, 71(4): 044301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211642>

#### 双表面周期性弹性声子晶体板中的谷拓扑态

Valley topological states in double-surface periodic elastic phonon crystal plates

物理学报. 2022, 71(24): 244302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221292>

#### 基于声子晶体板的弹性波拓扑保护边界态

Topologically protected edge states of elastic waves in phononic crystal plates

物理学报. 2020, 69(15): 156201 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200542>

#### 新型Helmholtz型声子晶体的低频带隙及隔声特性

Low-frequency bandgaps and sound isolation characteristics of a novel Helmholtz-type phononic crystal

物理学报. 2022, 71(11): 114301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211932>

#### 球形复合柱表面波声子晶体的带隙特性仿真

Numerical simulation study on band gap characteristics of surface phononic crystal with spherical composite column

物理学报. 2021, 70(14): 144301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210165>

#### 基于二维声子晶体板共振声场的微粒操控

Acoustic manipulation of microparticles using a two-dimensional phononic crystal plate

物理学报. 2023, 72(14): 144207 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230099>