

基于相干合成涡旋光束的离轴入射转速测量

海迪且木·阿布都吾甫尔^{1)2)#} 谭乐韬^{2)#} 于涛²⁾谢文科^{2)†} 刘静^{1)‡} 邵铮铮^{2)††}

1) (新疆大学物理科学与技术学院, 乌鲁木齐 830046)

2) (中南大学物理学院, 长沙 410083)

(2024 年 5 月 9 日收到; 2024 年 6 月 28 日收到修改稿)

基于涡旋光束旋转多普勒效应的转速测量技术, 在实际应用中面临探测涡旋光功率低、难以严格沿转轴入射、轨道角动量谱扩散严重等问题, 直接影响转速测量的距离和精度. 阵列光束相干合成高质量、高功率的涡旋光束, 是提高回波信号强度最直接的技术方法. 本文在光纤激光阵列相干合成涡旋光束转速测量实验装置的基础上, 开展了离轴入射条件下的相干合成涡旋光束目标转速测量的理论建模和实验验证研究. 首先, 对离轴入射相干合成涡旋光的轨道角动量谱进行了理论研究, 建立了基于旋转多普勒效应的相干合成涡旋光束目标转速解调的一般模型. 其次, 进行了离轴入射情况下的目标转速测量实验, 实验结果验证了该转速解调普适模型的有效性. 该研究可为基于涡旋光束旋转多普勒效应的远程探测应用提供技术参考.

关键词: 旋转多普勒效应, 涡旋光束, 离轴入射, 转速测量**PACS:** 87.63.dk, 42.60.Jf, 87.80.Cc, 06.60.Jn**DOI:** 10.7498/aps.73.20240655

1 引言

涡旋光束 (vortex beam, VB) 是具有螺旋相位波前、光强呈圆环形分布且中心光强为零的一种结构光束^[1]. 涡旋光束螺旋相位项的数学形式为 $\exp(il\theta)$, l 为拓扑荷数, 通常为非零整数^[2]. 2013 年, Lavery 等^[3]报道了当涡旋光束照射到旋转物体上, 且涡旋光束的光轴与物体的旋转轴重合时, 散射光的光频会发生频移, 频移量与入射光的拓扑荷数及旋转角速度成正比, 并给出了频移公式. 上述现象被称为旋转多普勒效应 (rotational Doppler effect, RDE). 根据旋转多普勒效应, 已知入射光的拓扑荷数, 通过测量散射光、入射光两者的频率差值即可计算得到物体旋转的角速度. 基于上述原理的微波 RDE 已在雷达探测等领域中得到了广泛

的应用^[4-11].

基于 RDE 效应的目标转速研究大多关注探测光空间位置的特殊情形, 即探测光束的光轴与目标旋转轴同轴的条件^[12-14]. 但在实际测量中, 很难保证光轴与旋转轴重合, 故需要对两轴不重合的情形进行研究. Qiu 等^[15]基于局部散射模型推导了广义的 RDE 频移公式, 分别建立了 RDE 频移与光轴与旋转轴相对横向偏差、入射倾角的数值模型, 证明了在仅偏心入射或仅倾斜入射条件下仍可以实现目标转速的测量. 然而, 在实际测量中光轴与旋转轴相对横向偏差、入射倾角两者普遍同时存在. 因此, 本文中对既偏心又倾斜入射这种更为一般的情形开展转速解调建模及实验研究.

本文理论推导了离轴入射的探测光的轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 谱分布, 进而建立了基于相干合成涡旋光束 RDE 效应的转

同等贡献作者.

† 通信作者. E-mail: wenkexiedan@163.com

‡ 通信作者. E-mail: xdlj@xju.edu.cn

†† 通信作者. E-mail: zzshao_nudt@163.com

速解调一般模型. 将相干合成涡旋光源生成的相干合成叠加态涡旋光束作为探测光束, 该光源可通过增加阵列光束的数量, 并采用传统的自适应光学技术以实现高功率、高光束质量的涡旋光束输出, 其具有发射孔径可调等特点^[16,17]. 因此, 与单涡旋光束方案相比, 相干合成涡旋光束具有更高发射功率和更小发散角的优点, 进而可提高回波信号功率、增大目标探测距离. 基于我们研制的相干合成涡旋光束转速测量实验装置, 开展了离轴条件下的目标转速测量实验, 建立了转速解调一般模型, 开展了探测光以不同偏心距离和不同倾斜角度入射时的实验研究, 分析光束的空间位置与转速大小对转速解调结果产生的影响, 实验结果验证上述转速解调模型的有效性, 对基于旋转多普勒效应的目标转速测量技术工程化具有指导意义.

2 理论基础

2.1 相干合成涡旋光束理论

阵列光束空间分布如图 1 所示^[18,19]. 在光源面, 将 M 个相同的基模高斯光束组合为环形排列的光束阵列, 任一子光束中心与阵列中心的距离为 R , 且基模光束的束腰半径为 w_0 . 建立三维坐标系, 以 X - Y 轴所在平面作为光源平面, 其中阵列光源的中心为坐标轴原点.

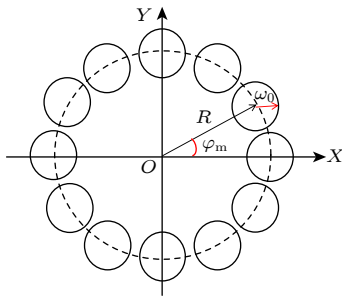


图 1 阵列光束的空间分布图^[18]

Fig. 1. Spatial distribution of array beams^[18].

各个子光束经相位控制后, 第 m 个子光束的相位可表示为 $\phi = 2\pi nm/M$ ($m = 0, 1, 2, \dots, M-1$), 即相邻两个子光束之间存在 $\Delta\phi = 2\pi n/M$ 的相位差^[20], 其中 n 为涡旋光束的阶数. 基于光场的场强叠加原理, 相干合成涡旋光束的光场复振幅是 M 个基模高斯光束的光场复振幅的叠加. 在极坐标下对光场复振幅求和, 并利用 $\exp(x\cos\theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k(x) \exp(ik\theta)$ (其中 $I_k(x)$ 是修正的 k 阶

第一类贝塞尔函数式) 展开, 得到相干合成涡旋光束在自由空间传输距离为 z 的复振幅表达式^[18]:

$$E(r, \varphi, z) = M \exp \left[-\frac{r^2 + R^2}{w^2(z)} \right] \exp \left[-\frac{ik(r^2 + R^2)}{2R(z)} \right] \times \exp [i \arctan(z/f) - ikz] \times \sum_{Q=-\infty}^{+\infty} I_{n-QM} \left[\left(\frac{2R}{w^2(z)} + i \frac{kR}{R(z)} \right) r \right] \times \exp [i(n - QM)\varphi], \quad (1)$$

其中 $\sum_{m=0}^{M-1} \exp(i2\pi mQ) = M$ ($Q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, 可取到任意整数). (1) 式中, $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/f)^2}$ 是 z 处的光斑半径, $R(z) = z + f^2/z$ 是 z 处的波前曲率半径, $f = \pi w_0^2/\lambda$ 是基模高斯光束的共焦参数. 由 (1) 式可知, 任意距离 z 处相干合成涡旋光束的螺旋谐波项为 $\exp[i(n - QM)\varphi]$, 即相干合成涡旋光束中携带的拓扑荷数为 $l = n - QM$. 例如, 对于本工作采用的 ± 6 阶相干合成涡旋光源, 参数设置为: $n = 6$, $M = 12$, 当 Q 分别取值 0 和 1 时, 拓扑荷数 $l = n - QM = \pm 6$, 如图 2 所示.

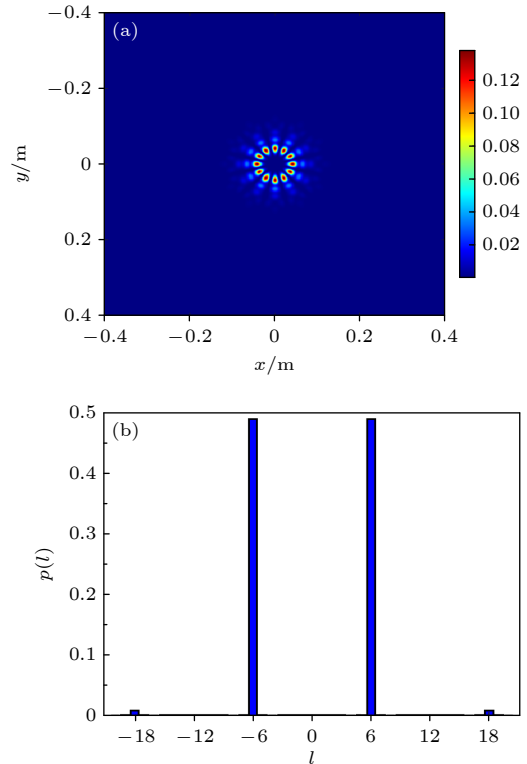


图 2 传输距离 $z = 1$ km 时的 ± 6 阶相干合成涡旋光束 (a) 光场强度分布; (b) OAM 谱分布

Fig. 2. Coherent synthesis of the ± 6 th order vortex beam at a transmission distance of $z = 1$ km: (a) Distribution of light field intensity; (b) distribution of OAM spectrum.

2.2 离轴入射条件下的相干合成涡旋光束理论

本文研究的相干合成涡旋光束离轴入射的情形中, 涡旋光束的光轴与目标旋转轴被限制在同一平面内, 两者之间存在不为零的偏心距离 d 和不为零的倾斜角度 γ , 图 3 为涡旋光束离轴入射时的示意图. 建立坐标系 $O-XYZ$ 和 $O'-X'Y'Z'$, 目标坐标系 $O-XYZ$ 的 Z 轴为目标旋转轴, Y 轴经过阵列光源的中心 O' . 源坐标系 $O'-X'Y'Z'$ 轴为涡旋光束的光轴, 且 Y' 轴在 YOZ 平面内.

当涡旋光束存在不为零的倾斜角度 γ 时, 由于 OAM 模式数与光程无关, 可以用光场复振幅分布在旋转物体上的投影, 求得旋转物体所在平面上的光场复振幅分布^[21]. 文献^[22] 基于以上观点, 分别给出了 $d = 0, \gamma > 0$ 和 $d > 0, \gamma = 0$ 的离轴入

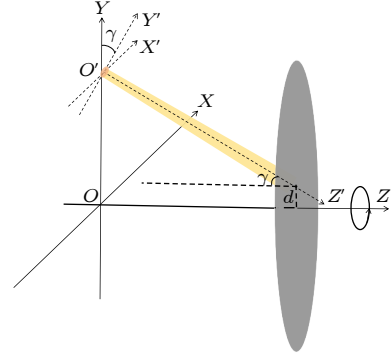


图 3 涡旋光离轴入射示意图, 偏心距离为 d , 倾斜角度为 γ
Fig. 3. Schematic of off-axis incident vortex beams, and the lateral displacement is d , the angle of inclination is γ .

射情形下相干合成涡旋光束的复振幅分布. 本文根据文献^[22], 推导出 $d > 0, \gamma > 0$ 时, 相干合成涡旋光束的复振幅表达式:

$$\begin{aligned}
 & E_{\text{off-axis}}(r, \varphi, z) \\
 &= M \exp \left[-\frac{r^2(\cos^2 \gamma + 1)}{2w^2(z \sec \gamma)} - \frac{R^2 + d^2 \cos^2 \gamma}{w^2(z \sec \gamma)} \right] \exp \left[-ik \frac{r^2(\cos^2 \gamma + 1)}{4R(\sec \gamma)} - ik \frac{R^2 + d^2 \cos^2 \gamma}{2R(\sec \gamma)} \right] \\
 &\quad \times \exp(i\varphi(z)) \sum_{a=-\infty}^{+\infty} \sum_{b=-\infty}^{+\infty} \sum_{c=-\infty}^{+\infty} I_a \left[-\left(\frac{r}{w^2(z \sec \gamma)} + i \frac{kr}{2R(z \sec \gamma)} \right) r(1 - \cos^2 \gamma) \right] \\
 &\quad \times I_b \left[-\left(\frac{R}{w^2(z \sec \gamma)} + i \frac{kR}{2R(z \sec \gamma)} \right) r(1 + \cos \gamma) \right] I_c \left[-\left(\frac{R}{w^2(z \sec \gamma)} + i \frac{kR}{2R(z \sec \gamma)} \right) r(1 - \cos \gamma) \right] \\
 &\quad \times \sum_{Q=-\infty}^{+\infty} \sum_{q=-\infty}^{+\infty} I_{QM-n+b-c+q} \left[-\left(\frac{2d}{w^2(z \sec \gamma)} + i \frac{kd}{R(z \sec \gamma)} \right) R \cos \gamma \right] \\
 &\quad \times I_{QM-n+b-c} \left[\left(\frac{2d}{w^2(z)} + i \frac{kd}{R(z)} \right) r \cos^2 \gamma \right] \exp \left(\frac{\pi}{2} iq \right) \exp [i(n - QM + 2a + 2c - q)\varphi], \quad (2)
 \end{aligned}$$

式中, $\exp(i\varphi(z))$ 为与 z 有关的相位项. 任意距离 z 处相干合成涡旋光束的螺旋谐波项为 $\exp[i(n - QM + 2a + 2c - q)\varphi]$, a, b, c, q, Q 均可取到任意整数. 令 $p = 2a + 2c - q$, 则螺旋谐波项为 $\exp[i(n - QM + p)\varphi]$. 可以得到相干合成涡旋光束携带的拓扑荷数为 $l = n - QM + p$. 由于 a, c, q 均可取到任意整数, 因而 $p = 2a + 2c - q$ 也可取到任意整数.

考虑 (2) 式中各项第一类贝塞尔函数 $I_k(x)$, 自变量 x 中包含的 d 和 γ 分别反映了偏心距离和倾角大小对 OAM 谱分布存在影响. 因此, 可以将同轴入射情形视为 (2) 式当中 $d \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0$ 的极限, 此时取 $d = 0, \cos \gamma = 1$. 由于第一类贝塞尔函数性质, $I_k(x)$ 满足 $I_0(0) = 1, I_k(0) = 0 (k \neq 0)$, (2)

式中只需考虑 $a = 0, c = 0, q = 0$ 的各项, 螺旋谐波项 $\exp[i(n - QM + 2a + 2c - q)\varphi] = \exp[i(n - QM)\varphi]$. 因此, 在 $d \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0$ 的极限下, 离轴入射情形螺旋谐波项的形式与同轴入射情形其形式相一致. 同样地, 其余的各个振幅项均具有一致性, 同轴入射情形因而可视为偏心距离 d 和倾斜角度 γ 均为 0 时的离轴入射情形, 这证明了 (2) 式推导的合理性.

通过 OAM 谱直观反映各阶螺旋谐波项对应的相对能量强度. OAM 谱是指在给定参考轴下, 各阶螺旋谐波项对应的能量占比, 各阶螺旋谐波能量取决于各阶螺旋谐波的光场复振幅. 将 (1) 式与 (2) 式对比, 离轴入射条件下, 涡旋光束的 OAM 谱

$l = n - QM$ 周围出现扩散分量, 与同轴入射情形的 OAM 谱相比增添了 $l = n - QM + p$ ($p \neq 0$) 的 OAM 模式分量, 即出现了同轴入射情形不存在的 OAM 模式分量. 本文将这种 OAM 谱的变化称为 OAM 谱的扩散. 以本研究采用的相干合成涡旋光束为例, $n = 6$, $M = 12$, 同轴入射条件下, 由 (1) 式可知, 拓扑荷数 $l = n - QM = \pm 6, \pm 18$ (如图 2(b) 所示). 离轴入射条件下, 若 $p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 6$ 均能取到, 也即 $p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 6$ 时, OAM 相对能量均有不为零的分量, 则 $l = n - QM + p = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ 可取到一系列连续的整数.

为了验证偏心距离大小对 OAM 谱分布的影响, 保持倾斜角度不变, 对以不同偏心距离入射的涡旋光束 OAM 谱分布进行仿真验证, 如图 4 所示.

由图 4 可以看出, 在不同偏心距离入射时, 尽管 OAM 谱分布存在一定的差异, 但拓扑荷数 l_i 均分布在连续的一系列整数上. 具体来说, 各组仿真实验的 OAM 谱呈现出不同程度的扩散现象, 且扩散的谱分量大小始终关于 $l = \pm 6$ 两处对称分布. 随着偏心距离的增大, 谱的扩散程度也随之增加, 表现为能量占比开始时集中在主模式 $l = \pm 6$ 附近, 之后转变为集中在基模 $l = 0$ 处; 此外, 在连续的一系列整数拓扑荷 l_i 上, 各组 OAM 谱的相对强度均有大于零的分量, 这与 (2) 式及其讨论的结论一致.

2.3 离轴入射条件下的多普勒拍频峰分布

仿真结果已给出了相干合成涡旋光束在离轴入射条件下的 OAM 谱分布. 将基于 RDE 得到不同 OAM 模式分量对应的散射光频移量的大小, 并以此得到采集到的信号中的频率成分.

当涡旋光束的光轴与物体的旋转轴重合时, 产生的旋转多普勒频移为 [3]

$$\Delta f_{\text{RDE}} = \frac{l\Omega}{2\pi}. \quad (3)$$

散射光的频移仅与涡旋光束拓扑荷数 l 和旋转角速度 Ω 成正比.

根据 (2) 式, 离轴入射条件下的相干合成涡旋光束存在 OAM 谱的扩散, OAM 模式数 l 分布在一系列相邻整数上, 即最小 OAM 模式数之差 $|\Delta l|_{\min} = 1$, 考虑任意两个不同的 OAM 模式分量 $l_i = n - Q_1M + p_i$, $l_j = n - Q_2M + p_j$ ($l_i \neq l_j$, 其中 $i, j = 1, 2, \dots, N$), 其中 $Q_1, Q_2, p_i, p_j = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ 为整数. 代入 (3) 式中, 则相应的旋转多普勒频移可分别表示为

$$\begin{aligned} \Delta f_{\text{RDE},i} &= (n - Q_1M + p_i) \frac{\Omega}{2\pi}, \\ \Delta f_{\text{RDE},j} &= (n - Q_2M + p_j) \frac{\Omega}{2\pi}. \end{aligned} \quad (4)$$

根据文献 [11] 的理论推导结果可知, 信号的谱

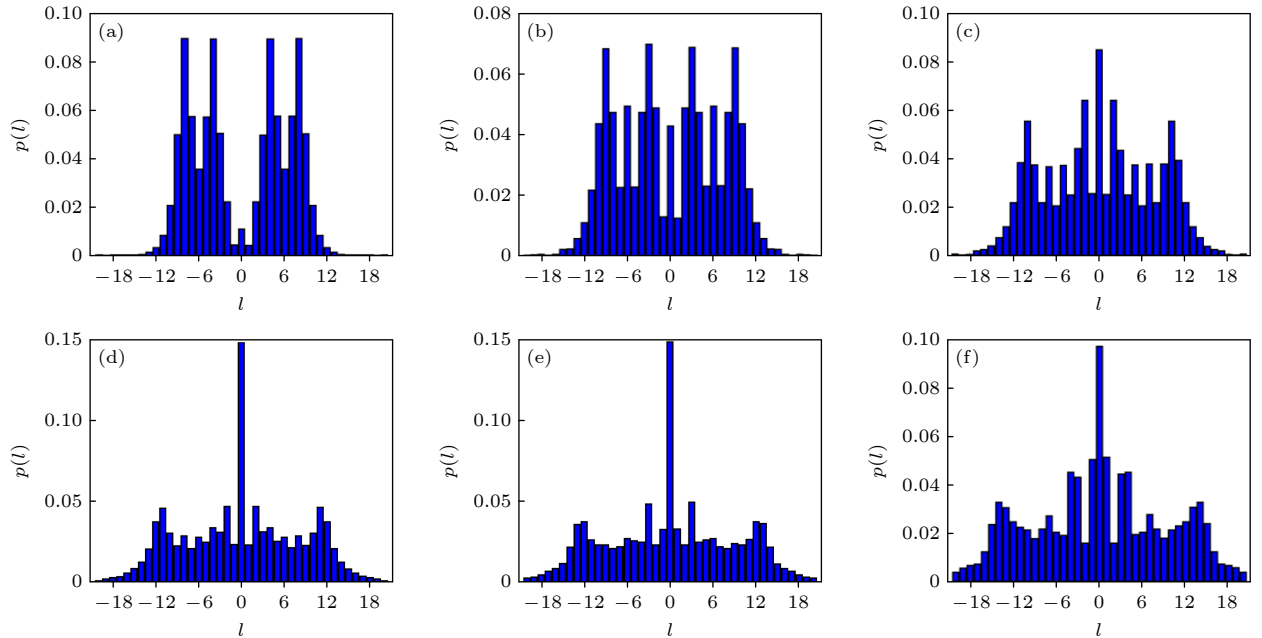


图 4 离轴入射时的 OAM 谱分布 (a)–(f) 倾斜角度 $\gamma = 10^\circ$ 不变时, 以偏心距离分别为 $d = 1.25, 1.75, 2.25, 2.75, 3.25, 3.75$ cm 入射

Fig. 4. Spectrum of OAM modes at off-axis incidence: (a)–(f) For different lateral displacements incident at constant inclination $\gamma = 10^\circ$, transverse displacements were $d = 1.25, 1.75, 2.25, 2.75, 3.25, 3.75$ cm.

峰频率, 即拍频频率 f_{peak} , 可表示为两个旋转多普勒频移之差:

$$f_{\text{peak}} = |\Delta f_{\text{RDE},i} - \Delta f_{\text{RDE},j}| = \frac{|l_i - l_j| \Omega}{2\pi} = \frac{\Delta l \Omega}{2\pi}, \quad (5)$$

其中, $\Delta l = |l_i - l_j|$ 代表拓扑荷数之差. (5) 式表明, 拍频频率大小正比于两个拓扑荷数之差与目标物体旋转角速度, 因而理论上拍频频率差是 $\Omega/(2\pi)$ 的整数倍.

图 4 仿真结果证实了 (2) 式所述的 OAM 谱的扩散, 且在较宽范围的多个连续拓扑荷数上均存在相应强度分量, Δl 因而可以取到这一系列整数, 即 $\Delta l = 1, 2, 3, \dots, m$. 拍频频率可表示为 $f_{\text{peak},\Delta l} = \Omega/(2\pi), 2\Omega/(2\pi), 3\Omega/(2\pi) \dots$; 对于最小 OAM 模式数间隔 $\Delta l_{\min}$, 相邻两个拍频峰横坐标的差值可表示为 $\Delta f_{\text{peak},\Delta l_{\min}} = \Delta l_{\min} \Omega/(2\pi)$. 考虑上述的 $d > 0$ 且 $\gamma > 0$ 的离轴入射情形, $\Delta l_{\min} = 1$, 将 $\Delta f_{\text{peak},\Delta l_{\min}}$ 简记为 Δf_{peak} , 有:

$$\Delta f_{\text{peak}} = \Omega/(2\pi). \quad (6)$$

(6) 式表明, 信号中存在一系列频率大小等间隔的频率成分. 由于图 4 仿真实验结果证实了偏心距离 d 与倾角 γ 均大于 0 时, OAM 谱在一系列相邻整数上的连续分布, 也即最小 OAM 模式数之差 $|\Delta l|_{\min} = 1$, $\Delta l = |l_i - l_j| = 1, 2, 3, \dots$, 因此对于涡旋光离轴入射 ($d > 0, \gamma > 0$) 的情形, (3) 式—(6) 式的理论分析表明: 相邻两个频率成分的频率间隔大小 Δf_{peak} 即为目标物体的转动频率. 在本次的离轴入射转速测量实验中, 对所采集到的时域信号进行傅里叶变换, 得到的频谱图中如果存在多个频域上等间隔的谱峰, 且其间隔大小与所设置的目标物体转动频率无较大偏差, 则 (6) 式的理论分析得到证实, 并将这些谱峰称为拍频峰. 在 (6) 式得到证实的前提下, 将其作为转速测量的依据, 通过计算相邻拍频峰之间的间隔, 可以得到目标的转速 Ω .

3 基于相干合成涡旋光源的转速测量实验系统

为了实验验证上文提出的探测光离轴入射时的旋转多普勒效应, 以阵列激光产生的相干合成涡旋光束作为探测光进行了不同入射条件下的目标转速测量实验.

本研究采用了一种以 OAM 模式纯度作为评

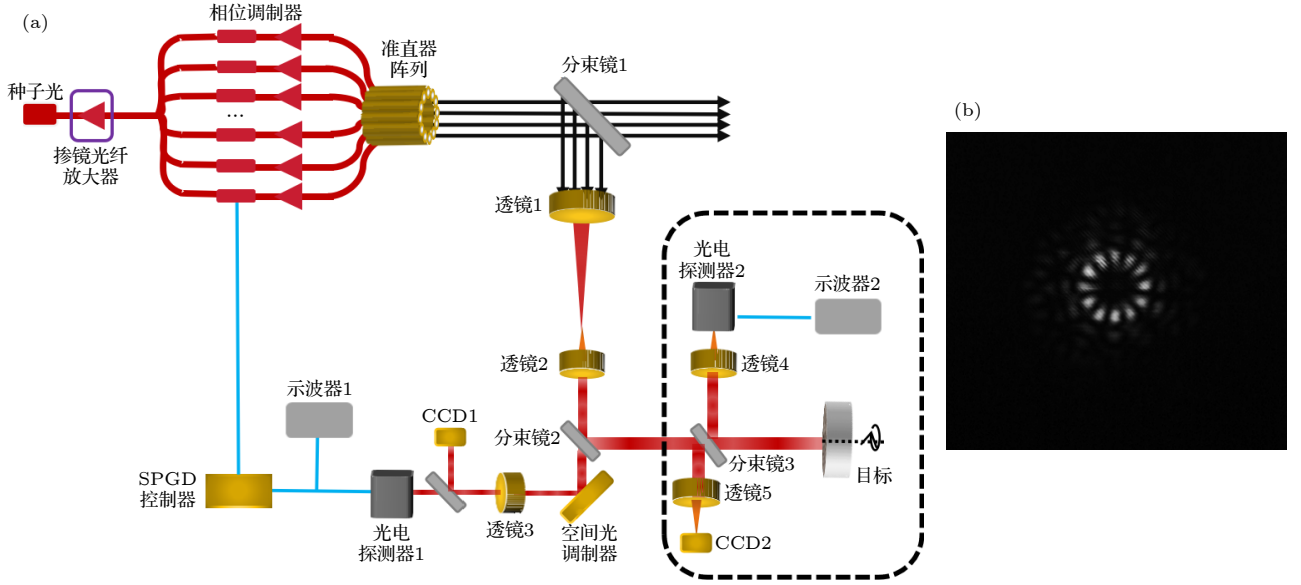
价函数的主动相位控制方案, 旨在实现相干合成涡旋光束 OAM 模式的稳定控制和模式切换. 实验中建立了 12 路光纤激光阵列相干合成系统, 采用了以 OAM 模式纯度作为评价函数的主动锁相控制方法, 成功生成了 ± 6 阶相干合成涡旋光束. 该方案得到的相干合成涡旋光束具有较高的 OAM 模式纯度, 验证了以 OAM 模式纯度作为评价函数的主动锁相方案的可行性, 实现了相干合成涡旋光束相位的稳定控制. 在旋转多普勒频移信号解调过程中, 相位噪声带来的噪声信号的干扰较小, 提高了信噪比, 进而有利于提高转速测量的精度.

实验装置如图 5(a) 所示, 使用环形排布的高斯光束阵列, 利用主振荡功率放大结构构建了光纤激光相干合成系统, 生成高功率相干合成涡旋光束. 种子光源经过预放大后被分为 12 路, 每路含有相位调制器和掺铒光纤放大器. 经过功率放大后, 12 路光束形成环形排布的阵列, 其中一部分作为工作光束, 另一部分经 $30\times$ 缩束系统用于相位控制. 通过将模式纯度信息作为 SPGD 算法的评价函数, 实现相位闭环控制. 重复此过程直至获得稳定的相干合成涡旋光束输出.

在相位控制系统锁相后, 通过分束镜 3 分出 1 路合成涡旋光束用于转速测量. 在本实验中, 使用 12 束环形排布的阵列激光生成了 ± 6 阶合成涡旋光束, 由 CCD2 观察到图 5(b) 为相位闭环控制后的 ± 6 阶相干合成涡旋光束, 经过相位闭环控制系统锁相后, ± 6 阶合成涡旋光束形成了结构稳定的花瓣状叠加涡旋光束. 将闭环控制系统锁相后的光束作为探测光, 入射在目标面上. 实验所用目标是一个直径为 8 cm 的圆盘, 由金属铝加工而成. 目标安装在步进电机的转轴上, 逆时针旋转, 转速由运动控制器控制. 为了增加回波信号的功率, 目标被包裹在银纸中. 目标散射信号由透镜 4 聚焦后, 被光电探测器 2 接收, PD2 连接示波器 2, 用来进行实时傅里叶变换以提取拍频信号, 采样时间为 1.6 s, 采样频率为 25 kHz.

4 实验结果与分析

为了验证 2.3 节的转速解调模型, 并分析光束的空间位置对转速解调结果的影响, 分别控制探测光偏心距离 d 和倾斜角度 γ 为变量, 利用前文所述的实验系统, 进行了以下两类实验.

图 5 (a) 实验装置图; (b) 相位控制后的 ± 6 阶涡旋光束Fig. 5. (a) Experimental setup; (b) phase-controlled ± 6 th-order vortex beams.

1) 改变偏心距离 d 的转速测量实验: $\gamma = 10^\circ$ 不变, 偏心距离 d 取多个值;

2) 改变倾斜角度 γ 的转速测量实验: $d = 1.25 \text{ cm}$ 不变, 倾斜角度 γ 取多个值.

从图 5 中的示波器 2 导出时域信号, 对实验获得的时域信号进行傅里叶变换得到频域图, 频域图的横坐标表示频率, 纵坐标表示拍频信号的相对强度. 以 73.304 rad/s 的转速为例, 对离轴入射得到的拍频峰进行分析.

由 2.2 节的推导结果可知, 离轴入射时, 涡旋光束的轨道角动量扩散, 导致存在多个 OAM 模式. 因此, 由图 6(b), (d), (f) 可以看出, 多普勒信号不再呈现单一频率, 而是出现了多个拍频峰. 随着偏心距离和倾斜角度的增大, 特征峰的强度逐渐减弱, 并逐渐淹没在杂散峰中.

由 (5) 式可知, 目标转速 $\Omega = 73.304 \text{ rad/s}$ 时, 对应的特征峰频率 $f_{\text{peak}} = \Delta l \Omega / (2\pi) = 140 \text{ Hz}$. 然而, 由图 6(b), (d) 观测到的特征峰频率为 140.625 Hz , 说明涡旋光束离轴入射时, 存在一定的测量误差. 对图 6(b), (d) 利用特征峰频率解调出转速 $\Omega_m = 140.625 \times 2\pi / 12 = 73.631 \text{ rad/s}$, 与实际转速 Ω 之间的相对误差为 0.4% . 由图 6(f) 可以看出, 当倾斜角度 $\gamma = 15^\circ$, 偏心距离 $d = 1.25 \text{ cm}$ 时, 出现了比特征峰值强度更高的拍频峰, 传统的用特征峰值解调转速的方法不再适用, 需要考虑其他转速解调方法.

由 (6) 式可知, 频域信号中存在系列大小等间隔的频率成分, 可用于转速解调. 由图 6(b), (d), (f) 可以看出, 尽管特征峰的强度发生变化, 相邻拍频峰之间的间隔始终保持恒定. 因此, 在涡旋光束离轴入射时, 可以根据相邻拍频峰之间的间隔解调目标转速. 这一观察结果与第 2.3 节中的理论推导结果一致.

利用相邻拍频峰之间的间隔进行转速解调, 并进一步考虑其误差. 采用以下方法进行数据处理: 选取若干连续的拍频峰, 由相邻峰值频率作差得到峰值间隔, 对峰值间隔求算术平均值. 以图 6(b) 为例, 图中展示了 17 个拍频峰值, 对相邻峰值频率作差得到峰值间隔, 对峰值间隔求算术平均值:

$$[(70 - 58.75) + (81.875 - 70) + \dots + (246.25001 - 234.37501)] \div 16 = 11.719.$$

根据 (6) 式可以解调出转速 $\Omega_m = 11.719 \times 2\pi = 73.633 \text{ rad/s}$, 与实际转速 Ω 之间的相对误差为 0.4% . 说明, 相干合成涡旋光束离轴入射时, 根据相邻拍频峰之间的间隔解调出转速的方法是可行的.

综上所述, 利用特征峰值和相邻拍频峰间隔都可以解调出转速, 在特征峰强度最强时, 用特征峰值解调出的转速精度更高. 特征峰受到干扰或失真时, 可以使用相邻拍频峰之间的间隔进行转速解调. 利用相邻拍频峰间隔进行转速解调的方法更具有通用性.

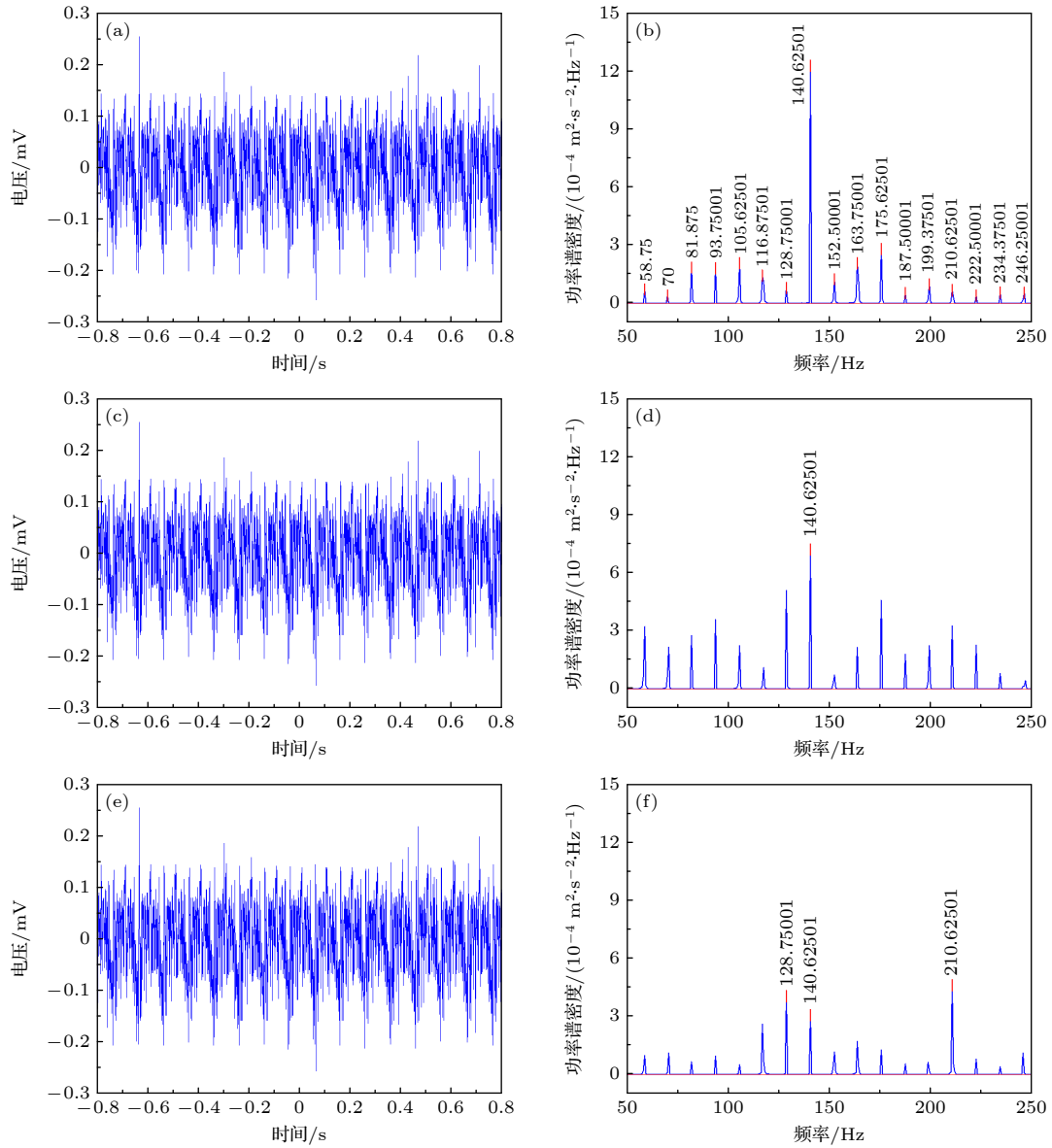


图6 离轴入射时, 转速为 $\Omega = 73.304 \text{ rad/s}$ 的目标散射场时域信号和旋转多普勒频率信号 (a), (b) $\gamma = 10^\circ$, $d = 1.25 \text{ cm}$; (c), (d) $\gamma = 10^\circ$, $d = 3.75 \text{ cm}$; (e), (f) $\gamma = 15^\circ$, $d = 1.25 \text{ cm}$

Fig. 6. At off-axis incidence, time domain signal and rotational Doppler frequency signal of the target scattered light field with a rotational speed of $\Omega = 73.304 \text{ rad/s}$: (a), (b) $\gamma = 10^\circ$, $d = 1.25 \text{ cm}$; (c), (d) $\gamma = 10^\circ$, $d = 3.75 \text{ cm}$; (e), (f) $\gamma = 15^\circ$, $d = 1.25 \text{ cm}$.

为了分析光束的空间位置对转速解调结果的影响, 利用上述基于相邻拍频峰间隔的方法进行转速解调. 在 73.304 rad/s 转速下, 分别计算出探测光以不同偏心距离入射和以不同倾斜角度入射时的旋转速度 Ω_m , 误差 $\Delta\Omega$, 相对误差百分比 η , 如表1和表2所示.

根据表1和表2中的误差数据可以观察到, 转速为 73.304 rad/s 时, 整体误差保持在较小范围之内, 并没有发现误差随着偏心距离或倾斜角度变化而变化的趋势. 这说明, 涡旋光以不同偏心距离或不同倾斜角度入射时, 都可以利用相邻拍频峰之间

表1 在 73.304 rad/s 的转速下, 探测光以不同偏心距离入射的误差结果

Table 1. Error results for beams incident at different transverse displacements at a speed of 73.304 rad/s .

d/cm	Ω_m /($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)	$\Delta\Omega = \Omega_m - \Omega$ /($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)	$\eta = \frac{ \Delta\Omega }{\Omega} \times 100\%$
1.25	73.633	0.329	0.4%
1.75	73.370	0.066	0.09%
2.25	73.679	0.375	0.5%
2.75	73.588	0.284	0.4%
3.25	73.631	0.327	0.4%
3.75	74.901	1.597	2.2%

的间隔进行转速解调, 光束的空间位置对转速解调结果的影响并不明显.

表 2 在 73.304 rad/s 的转速下, 以不同倾斜角度入射的误差结果

Table 2. Error results for beams incident at different inclination angles at a speed of 73.304 rad/s.

$\gamma/(^{\circ})$	Ω_m /(rad·s ⁻¹)	$\Delta\Omega = \Omega_m - \Omega$ /(rad·s ⁻¹)	$\eta = \frac{ \Delta\Omega }{\Omega} \times 100\%$
10	73.633	0.329	0.4%
15	73.545	0.241	0.3%
20	73.594	0.291	0.4%
25	73.504	0.201	0.3%
30	73.714	0.410	0.6%
35	73.597	0.293	0.4%
40	73.589	0.285	0.4%
45	73.528	0.224	0.3%

为了进行更全面的分析和讨论, 在 34 种不同转速 (分别为 20.944 rad/s, ..., 366.519 rad/s, 相邻两组转速间隔为 10.472 rad/s) 下进行目标转速测量实验. 结果如图 7 所示.

图 7(a) 展示了在不同转速下, 倾斜角度保持不变时, 以不同偏心距离入射的各组相对误差变化情况. 图 7(b) 展示了偏心距离保持不变时, 以不同倾斜角度入射的各组相对误差变化情况. 根据图 7

可以得出结论: 在不同转速下, 涡旋光束以不同偏心距离和不同倾斜角度入射时, 相对误差都没有明显随着偏心距离 d 和倾斜角度 γ 变化而变化的趋势, 并且都能够保持在 3% 以内, 说明相干合成涡旋光束离轴入射时, 根据相邻拍频峰之间的间隔解调出转速的方法是可行的.

5 总 结

当相干合成涡旋光束离轴入射时, 光的轨道角动量谱会发生扩散, 产生多个连续的拓扑荷分量, 使得接收到的旋转多普勒信号中存在一系列频率大小等间隔的频率成分. 鉴于此现象, 本工作提出了一种利用相邻拍频峰之间的间隔进行转速解调的方法. 开展了相干合成涡旋光束的离轴入射转速测量实验, 实验结果显示, 涡旋光束离轴入射时, 频域信号中的特征峰强度会发生变化, 甚至失真, 但是相邻拍频峰间隔始终保持恒定, 利用相邻拍频峰间隔进行转速解调, 相对误差较小. 因此, 实验结果验证了相干合成涡旋光束离轴入射时, 上述利用相邻拍频峰间隔的转速解调方案的可行性, 本工作为基于 RDE 的转速解调方案提供了应用参考.

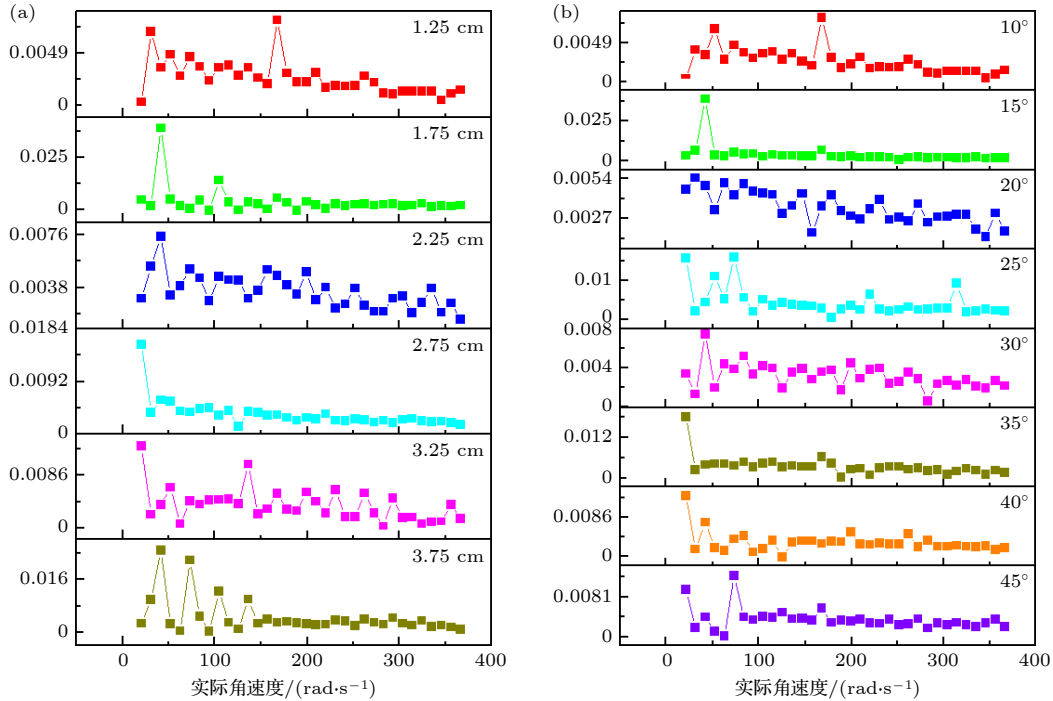


图 7 探测光离轴入射时, 不同转速下的相对误差比较曲线 (a) 倾斜角度 $\gamma = 10^{\circ}$ 不变, 偏心距离分别为 $d = 1.25, 1.75, 2.25, 2.75, 3.25, 3.75$ cm; (b) 偏心距离 $d = 1.25$ cm 不变, 倾斜角度分别为 $\gamma = 10^{\circ}, 15^{\circ}, 20^{\circ}, 25^{\circ}, 30^{\circ}, 35^{\circ}, 40^{\circ}, 45^{\circ}$

Fig. 7. Detecting light at off-axis incidence, relative error comparison curves at different RPMs: (a) Angle of inclination $\gamma = 10^{\circ}$ is constant and the lateral displacements are $d = 1.25, 1.75, 2.25, 2.75, 3.25, 3.75$ cm; (b) the lateral displacement $d = 1.25$ cm is constant and the angles of inclination are $\gamma = 10^{\circ}, 15^{\circ}, 20^{\circ}, 25^{\circ}, 30^{\circ}, 35^{\circ}, 40^{\circ}, 45^{\circ}$.

参考文献

- [1] Couillet P, Gil L, Rocca F 1989 *Opt. Commun.* **73** 403
- [2] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R, Woerdman J 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [3] Lavery M P, Speirits F C, Barnett S M, Padgett M J 2013 *Science* **341** 537
- [4] Liu K, Cheng Y Q, Li X, Gao Y 2019 *IEEE Veh. Technol. Mag.* **14** 112
- [5] Fang L, Padgett M J, Wang J 2017 *Laser Photon. Rev.* **11** 1700183
- [6] Zhu X Y, Qiu S, Liu T, Ding Y, Tang R Y, Liu Z L, Chen X C, Ren Y 2023 *Nanophotonics* **12** 2157
- [7] Tang R Y, Li X, Qiu S, Zhu X Y, Liu T, Liu Z L, Chen X C, Ren Y 2023 *Opt. Express* **31** 39995
- [8] Zhai Y W, Fu S Y, Yin C, Zhou H, Gao C Q 2019 *Opt. Express* **27** 15518
- [9] Zhai Y W, Fu S Y, Zhang J, Lü Y, Zhou H, Gao C Q 2020 *Appl. Phys. Express* **13** 022012
- [10] Qiu S, Liu T, Li Z, Wang C, Ren Y, Shao Q L, Xing C Y 2019 *Appl. Opt.* **58** 2650
- [11] Zhou H L, Fu D Z, Dong J J, Zhang P, Zhang X L 2016 *Opt. Express* **24** 10050
- [12] Belmonte A, Torres J P 2011 *Opt. Lett.* **36** 4437
- [13] Li K F, Deng J H, Liu X, Li G 2018 *Laser Photon. Rev.* **12** 1700204
- [14] Phillips D, Lee M, Speirits F, Barnett S M, Simpson S H, Lavery M P, Padgett M J, Gibson G M 2014 *Phys. Rev. A* **90** 011801
- [15] Qiu S, Liu T, Ren Y, Li Z M, Wang C, Shao Q L 2019 *Opt. Express* **27** 24781
- [16] Zhi D, Hou T, Ma P, Ma Y, Zhou P, Tao R, Wang X, Si L 2019 *High Power Laser Sci. Eng.* **7** e33
- [17] Long J, Chang H, Zhang Y, Hou T, Chang Q, Su R, Ma Y, Ma P, Zhou P 2022 *Opt. Laser Technol.* **148** 107775
- [18] Yu T, Xia H, Xie Q, Qin G W, Zhao Y F, Xie W K 2022 *Opt. Express* **30** 39294
- [19] Yu T, Xia H, Fan Z H, Xie W K, Zhang P, Liu J S, Chen X 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 134203 (in Chinese) [于涛, 夏辉, 樊志华, 谢文科, 张盼, 刘俊胜, 陈欣 2018 物理学报 **67** 134203]
- [20] Yu T, Xia H, Xie W K, Xiao G Z, Li H J 2020 *Res. Phys.* **16** 102872
- [21] Ding Y, Ren Y, Liu T, Qiu S, Wang C, Li Z M, Liu Z L 2021 *Opt. Express* **29** 15288
- [22] Xie Q 2023 *M. S. Thesis* (Changsha: Central South University) (in Chinese) [谢巧 2023 硕士学位论文 (长沙: 中南大学)]

Study of off-axis incident rotational speed measurement based on coherent synthetic vortex beams

Hadiqa· Abdugopur^{1)2)#} Tan Le-Tao^{2)#} Yu Tao²⁾ Xie Wen-Ke^{2)†}
Liu Jing^{1)‡} Shao Zheng-Zheng^{2)††}

1) (*School of Physical Science and Technology, Xinjiang University, Urumqi 830046, China*)

2) (*School of Physics and Electronics, Central South University, Changsha 410083, China*)

(Received 9 May 2024; revised manuscript received 28 June 2024)

Abstract

Vortex beam (VB) is a structured light beam with a helical wavefront and carrying orbital angular momentum (OAM). Compared with Gaussian beam, the VB possesses the rotational Doppler effect (RDE), which is anticipated to compensate for the shortcoming of traditional detection methods in the spin motion of the target object. However, in practical applications, the rotational speed measurement technology based on the VB is facing some challenges, such as weak echo signal intensity due to low vortex beam light power and OAM spectrum expansion caused by off-axis incidence of the vortex beam. These above-mentioned problems directly limit the accuracy and application range of rotational speed measurement. To expand the application range of detection scheme based on the VB, we study the measurement scheme of the target rotational speed based on the combined vortex beam (CVB), which is on the basis of the experimental device for rotational speed measurement with CVB generated by fibre laser arrays. Firstly, the OAM spectra of the off-axis incidence situation are simulated. According to the simulation results, we derive a general model of the peak distribution of echo signals under the off-axis incidence, and propose a rotational speed measurement scheme based on the frequency interval between adjacent spectral peaks. Secondly, we carry out the target rotational speed measurement experiment in off-axis incidence case, and the difference in frequency between two adjacent spectral peaks is obtained from the spectrum map of the echo signal to measure the rotational speed of the target object. The results show that the target rotational speed can be accurately measured regardless of the lateral displacement and angular deflection in the case of off-axis incidence, which confirms the validity of the universal model for rotational speed measurement. The rotational speed measurement scheme proposed in this study takes into consideration the off-axis incidence prevalent in practical application, thereby improving the applicability in the target object rotational speed measurement, and providing technical reference for remote sensing detection application based on the VB.

Keywords: rotational Doppler effect, vortex beam, off-axis incident, rotational speed measurement

PACS: 87.63.dk, 42.60.Jf, 87.80.Cc, 06.60.Jn

DOI: 10.7498/aps.73.20240655

These authors contributed equally.

† Corresponding author. E-mail: wenkexiedan@163.com

‡ Corresponding author. E-mail: xdlj@xju.edu.cn

†† Corresponding author. E-mail: zzshao_nudt@163.com

基于相干合成涡旋光束的离轴入射转速测量

海迪且木阿布都吾甫尔 谭乐韬 于涛 谢文科 刘静 邵铮铮

Study of off-axis incident rotational speed measurement based on coherent synthetic vortex beams

Hadiqa Abdugopur Tan Le-Tao Yu Tao Xie Wen-Ke Liu Jing Shao Zheng-Zheng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 168701 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240655

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240655>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于旋转多普勒效应的自旋目标转速估计方法

Rotating speed estimation of spinning objects based on rotational Doppler effect

物理学报. 2023, 72(17): 174203 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230807>

涡旋光束在双拉盖尔-高斯旋转腔中的非互易传输

Nonreciprocal transmission of vortex beam in double Laguerre-Gaussian rotational cavity system

物理学报. 2022, 71(15): 150701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220191>

部分相干多离轴涡旋矢量光束的传输特性

Propagation properties of partially coherent vector beam with multiple off-axis vortex phases

物理学报. 2024, 73(3): 034201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231484>

等离子体中涡旋光束自聚焦与成丝现象的模拟研究

Numerical study of self-focusing and filament formation of intense vortex beams in plasmas

物理学报. 2023, 72(1): 014206 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221232>

基于电光晶体平板部分相位调制动态产生涡旋光束

Dynamic generation of vortex beam based on partial phase modulation of electro-optical crystal plate

物理学报. 2022, 71(20): 207801 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220835>

弱相对论涡旋光在等离子体中传播的波前畸变及补偿

Wavefront distortion and compensation for weakly relativistic vortex beams propagating in plasma

物理学报. 2024, 73(5): 055203 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231635>