

周期调制四通道光学波导的宇称-时间 对称特性调控和动力学研究*

张光成 孙武 周志鹏 全秀娥 叶伏秋†

(吉首大学物理与机电工程学院, 吉首 416000)

(2024 年 5 月 14 日收到; 2024 年 6 月 25 日收到修改稿)

光学系统中周期调制主要是通过周期性变化的复折射率材料来实现, 类似于周期驱动系统的量子隧穿行为, 宇称-时间 (PT) 对称光学波导系统中光的传播可以通过周期调制来进行有效操控. 本文设计了一种通过周期调制波导与增益型-耗散型波导交叉放置调控 PT 对称性的物理模型, 在高频近似下讨论了周期调制对体系能谱的影响, 最后结合解析和数值的方法揭示了光在非厄米四通道光学波导中的动力学演化. 结果表明, 与以往周期调制波导与增益型-耗散型波导平行放置的四通道光学波导体系相比, 不仅可以通过周期调制调窄完全实能谱的存在范围, 且可以更早地观测到实能谱. 此外, 调制参数变化时, 四通道波导的相对光强和光学周期更为稳定. 该理论研究给出了一种更为高效、稳定的调控 PT 对称的构型.

关键词: 宇称-时间对称, 周期调制, 四通道波导

PACS: 42.15.Eq, 42.25.Bs, 42.50.Ct

DOI: 10.7498/aps.73.20240690

1 引言

1998 年, Bender 和 Boettcher^[1] 揭示了具有宇称-时间 (PT) 反演对称性的非厄米哈密顿量的本征值, 在 PT 破缺前能保持为纯实数. PT 对称系统经过时间反演和空间反射操作后保持不变, 这一特性使得 PT 对称的非厄米量子体系展现出与封闭系统截然不同的特征, 引发了广泛的研究兴趣^[2-5].

近几年非厄米复合体系研究方兴未艾, 其中拓扑特性和量子传感是主要研究方向. 一些研究表明, 整体 PT 对称性对确定非厄米复合体系的拓扑性质、输运特性及实能谱的意义重大. 此外, PT 对称光波导阵列拥有的特殊光学性质为实验上研究整体 PT 对称性、实能谱以及拓扑性质创造了平台, 且在激光器和光子晶体等方面拥有重要的潜在

应用价值. 2023 年, Witoński 等^[6] 分析了具有 PT 对称性的一维光子晶体的单个原始单元的增益特性, 提出的简单模型使得由各种光学材料制成的单个原始单元的透射和放大特性的研究成为可能. 此外, Li 等^[7] 从理论上研究了一种基于等离子体系统且与 RLC 电路具有相似性的亚波长光学 PT 对称性破缺纳米电路, 这种纳米电路对于实现亚波长尺度的定向引导光、调制器及不对称发射激光具有重要意义. 此外, Şeker 等^[8] 通过实验演示了一种通过在大面积双模激光腔的二阶模和单模辅助腔之间建立准 PT 对称性来实现高功率发射和高质量光束的新型电泵浦大面积边缘发射激光器. 这项工作明确展示了 PT 对称性在构建具有增强性能的激光器中的效用. 最近, 非厄米系统中有关奇异点的研究亦变得越来越热门. 付林雪等^[9] 通过超材料建立一个具有 PT 对称的系统来实现相干完美吸收, 且基于奇异点的传感会存在误差以及系统

* 国家自然科学基金 (批准号: 12165008) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: 912012237@qq.com

在 PT 对称未破缺时哈密顿量的本征值一直为实数, 提出了一种基于奇异点的相干完美吸收谱线的传感. 这种探测器避免了此前基于奇异点与透反射谱线不能对应的问题, 对实现新型传感器亦具有指导作用. 此外, 非厄米系统的哈密顿量具有复的本征值, 出现了许多不同于厄米系统的新奇效应, 如趋肤效应 [10–12]、奇异弧 [13]、布洛赫振荡 [14] 及能量的量子输运 [15] 等.

在以往的研究中, 宇称时间反演对称光学体系统的拓扑特性、能带结构及输运性质等 [16–18] 受 PT 对称性的影响较大. 物理现象中不乏与 PT 对称性紧密相关的有趣案例, 如 PT 反对称光学体系统中散射中心决定的散射特性 [19,20]、边缘模激光 [21]、连续谱激光 [22]、连续体束缚态的实现 [23,24] 等. 此外, 人们对 PT 对称性的应用亦进行了广泛的研究, 如功率振荡 [25–27]、高维 PT 对称系统中的信息恢复 [28]、单模激光器 [29,30] 等.

在 PT 对称系统中有关 PT 对称性的调控是很有意义的, 但利用现有技术在实验上构建此类光学系统颇具挑战. 相比之下, 通过周期调制的方法更为可行. 此外, 在光学系统中, 引入周期调制的方式十分灵活多样, 如可以选择横向或纵向调制的光学波导 [31], 具体做法包括周期性地调整波导的宽度、波导间的距离 [32], 或者周期性地调整波导的折射率 [33,34]. 其次, 与以往为满足 PT 对称条件而将周期调制的波导平行放置于增益型-耗散型波导的常规做法不同, 本文首次采取了将周期调制波导与增益型-耗散型波导交叉放置的方式, 以此来操控体系的 PT 对称性. 与此同时, 通过与文献 [35] 中常规放置结构的能谱特性进行对比, 验证了这种设计结构的有效性. 最后, 进一步对比两者隧穿动力学的结果, 凸显了本设计结构的优化效果, 进而提出了一种更为高效、稳定的调控 PT 对称的构型.

2 理论模型

本研究设计一个在空间上横截面是正方形的四聚体波导模型, 即将周期调制的双通道中性波导引入到满足 PT 对称的双通道波导中, 具体结构如图 1.

根据紧束缚模型的基本思想, 在最邻近耦合近似下, 光在四通道波导中的演化方程如下:

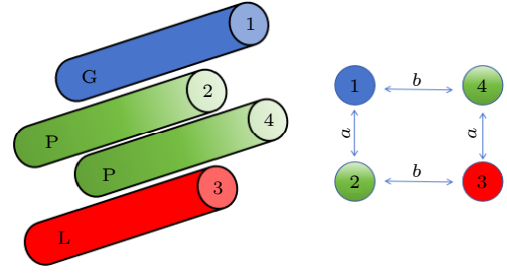


图 1 理论模型示意图. G 和 L 分别为增益波导和耗散波导, P 为周期调制的中性波导, a 和 b 分别代表不同光波导之间的耦合强度

Fig. 1. Schematic illustration of the theoretical framework depicts gain (G) and dissipation (L) waveguides, alongside periodically modulated neutral waveguides (P), the coupling strengths between these optical waveguides are denoted by symbols a and b , respectively.

$$\frac{\partial c}{\partial z} = -iHc, \quad (1)$$

其中, $c(z) = [c_1(z), c_2(z), c_3(z), c_4(z)]^T$, $c_j(z)$ 为第 j 个光波导中的光场振幅, 系统的原始哈密顿量为

$$H(z) = \begin{pmatrix} i\gamma & a & 0 & b \\ a & -A \sin(\omega z) & b & 0 \\ 0 & b & -i\gamma & a \\ b & 0 & a & A \sin(\omega z) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

其中 A 和 ω 分别为驱动的振幅和频率, γ 表示增益或耗散参数. 此系统的调制周期 $T = 2\pi/\omega$, 符合 $H(z) = H(z + T)$. 因此, 可以利用弗洛凯方程:

$$\left[H(z) - i \frac{d}{dz} \right] c_j(z) = 0. \quad (3)$$

根据弗洛凯理论, 方程 (1) 的解可求得为 $c_j(z) = e^{-i\varepsilon z} b_j(z)$, 其中 ε 为周期准能量. 复数幅度 $b_j(z)$ 与哈密顿量 $H(z)$ 的变化周期一致, 从而数值计算体系的准能级以及弗洛凯态, 但相应的解析求解过程会过于复杂. 此外, 研究发现当系统的耦合强度 $a, b \ll \max[\omega, \sqrt{|A|\omega}]$ 时, 可以把系统参数在高频近似的条件下进行重整化, 从而等效成无周期调制的系统. 首先, 进行以下变换:

$$\begin{aligned} c_1 &= b_1, \\ c_2 &= b_2 e^{-iA \cos(\omega z)/\omega}, \\ c_3 &= b_3, \\ c_4 &= b_4 e^{iA \cos(\omega z)/\omega}, \end{aligned} \quad (4)$$

将方程 (4) 代入方程 (1) 和方程 (2) 中, 变换得

$$\begin{aligned}
 i\frac{\partial b_1}{\partial z} &= i\gamma b_1 + ab_2 e^{-iA \cos(\omega z)/\omega} + bb_4 e^{iA \cos(\omega z)/\omega}, \\
 i\frac{\partial b_2}{\partial z} &= ab_1 e^{iA \cos(\omega z)/\omega} + bb_3 e^{iA \cos(\omega z)/\omega}, \\
 i\frac{\partial b_3}{\partial z} &= -i\gamma b_3 + bb_2 e^{-iA \cos(\omega z)/\omega} + ab_4 e^{iA \cos(\omega z)/\omega}, \\
 i\frac{\partial b_4}{\partial z} &= bb_1 e^{-iA \cos(\omega z)/\omega} + ab_3 e^{-iA \cos(\omega z)/\omega}, \quad (5)
 \end{aligned}$$

其次, 可以将方程 (5) 的指数项展开为

$$e^{\pm iA \cos(\omega z)/\omega} = \sum_k (\pm i) J_k(A/\omega) e^{\pm i k \omega z}, \quad (6)$$

其中, $J_k(A/\omega)$ 是对应的 Bessel 函数. 当耦合系数 $a, b \ll \max[\omega, \sqrt{|A|\omega}]$ 时, 在高频近似下可以舍去除 $k = 0$ 的所有项. 与此同时, 利用零阶 Bessel 函数重新标度波导之间的耦合系数, 最后引入方程 (5) 中获得高频近似后变换的有效哈密顿量:

$$H(z) = \begin{pmatrix} i\gamma & J & 0 & J^* \\ J & 0 & J^* & 0 \\ 0 & J^* & -i\gamma & J \\ J^* & 0 & J & 0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

其中, $J = aJ_0(A/\omega)$, $J^* = bJ_0(A/\omega)$, $J_0(A/\omega)$ 是第一类零阶 Bessel 函数. 直接对角化有效哈密顿量 (7) 式得到系统本征值:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 &= \sqrt{F_1 - \frac{\sqrt{F_2}}{2}}, \quad \varepsilon_2 = \sqrt{F_1 + \frac{\sqrt{F_2}}{2}}, \\
 \varepsilon_3 &= -\sqrt{F_1 - \frac{\sqrt{F_2}}{2}}, \quad \varepsilon_4 = -\sqrt{F_1 + \frac{\sqrt{F_2}}{2}}, \quad (8) \\
 F_1 &= J^2 + J^{*2} - \gamma^2/2, \\
 F_2 &= 16J^2 J^{*2} - 4J^{*2} \gamma^2 - 4J^2 \gamma^2 + \gamma^4. \quad (9)
 \end{aligned}$$

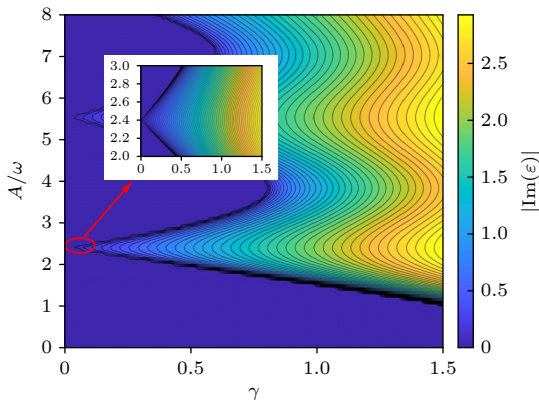


图 2 准能谱的虚部 $|\text{Im}(\varepsilon)|$ 与参数 A/ω 和参数 γ 的关系图
Fig. 2. Plot of the imaginary part of the quasi-energy spectrum with the parameters A/ω and γ .

为确定完全实能谱存在的范围, 先对图 2 中准能谱的虚部 $|\text{Im}(\varepsilon)|$ 随着不同参数的变化趋势进行分析. 在非厄米四通道光学波导体系中, 可以清晰地观测到完全实能谱. 此外, 完全实能谱变化到复能谱的相变点亦随着调制参数 A/ω 发生变化. 因此, 本研究可以利用调制参数 A/ω 来控制此系统中纯实能谱的参数范围.

为验证系统高频近似后结果的有效性且与文献 [35] 的结果进行对比, 分别给出系统准能谱随增益或耗散参数 γ 变化的解析解和数值解. 其中解析解直接由方程 (8) 给出, 而数值解由原始哈密顿量 (2) 求得. 参数取 $a = b = 1$, $\omega = 10$ (为简单设, 无量纲化选择的参数). 本研究发现在高频近似 ($\gamma \ll \max[\omega, \sqrt{|A|\omega}]$) 的条件下, 解析解和数值解基本一致. 为方便观测变化情况, 在图 3 中选择调制参数 ($A/\omega = 0, 1.2, 2.4$), 给出系统的准能谱虚部与参数 γ 的关系图. 当调制参数 $A/\omega = 0$ 时, 系统在参数 $|\gamma| > 2$ 时开始出现准能谱的虚部且在此参数范围虚部 $|\text{Im}(\varepsilon)|$ 随着参数 γ 的增大而增大. 不同于文献 [35] 结果中没有完全实能谱存在, 此系统在参数 $|\gamma| < 2$ 时拥有完全的实能谱, 如图 3(a), (b) 所示. 当调制参数 $A/\omega = 1.2$ 时, 不同于文献 [35] 准能谱的虚部 $|\text{Im}(\varepsilon)|$ 存在范围随调制参数的增大而缩小, 当调节此系统调制参数 $A/\omega = 0$ 到 $A/\omega = 1.2$ 时, 准能谱的虚部 $|\text{Im}(\varepsilon)|$ 的范围从调制参数 $A/\omega = 0$ 时的 $|\gamma| > 2$ 扩大到 $|\gamma| > 1.4$, 如图 3(c), (d) 所示. 有趣的是, 当调制参数 $A/\omega = 2.4$ 时, 发现此时系统不具有纯实能谱, 此结果与文献 [35] 完全相反, 而准能谱的虚部 $|\text{Im}(\varepsilon)|$ 的范围亦从当调制参数 $A/\omega = 1.2$ 时的 $|\gamma| > 1.4$ 进一步拓宽到 $|\gamma| > 0$, 如图 3(e), (f) 所示. 因此, 对于新构建的非厄米四通道光学波导体系, 本研究亦可以通过调节参数 A/ω 观测到完全实能谱的存在范围, 进而去调控系统的 PT 对称性.

3 动力学演化及调控

鉴于系统在不同调制参数下的能谱特性具有互异性, 本研究将探究非厄米四通道波导中光的动力学演化与周期调制参数间的关联性. 其次, 通过比较基于原始哈密顿量 (2) 式得出的数值结果与有效哈密顿量 (7) 式给出的解析结果, 来验证后者的有效性.

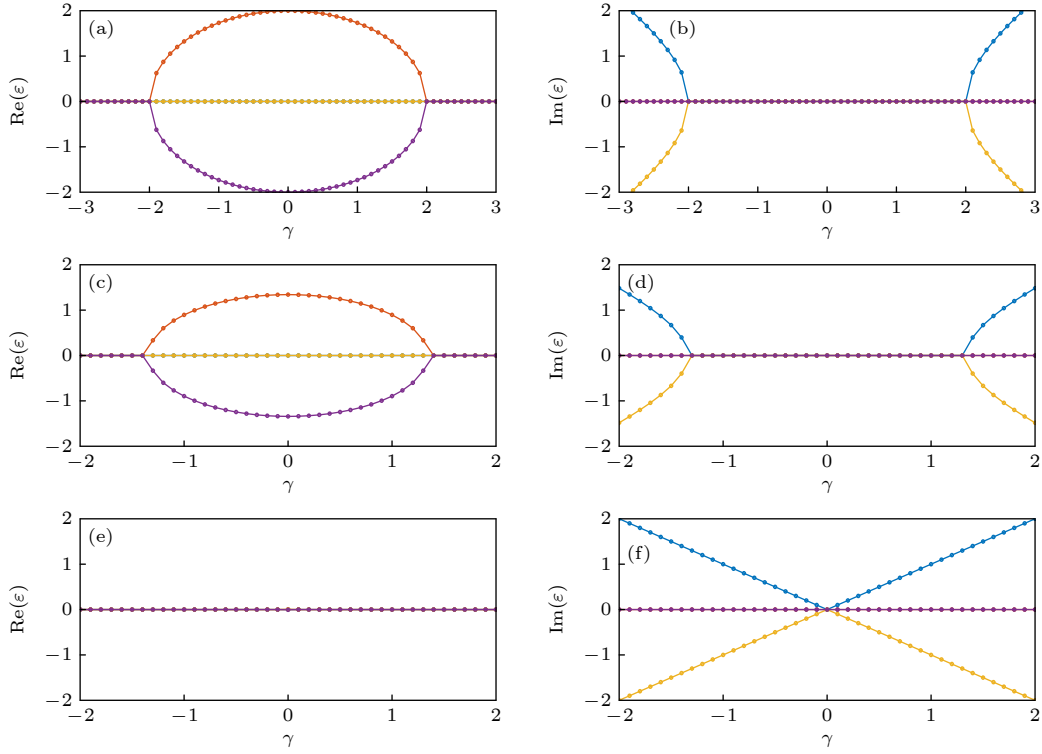


图 3 对于不同的驱动振幅 A , 准能谱随非厄米参数 γ 的变化, 其中驱动频率 $\omega = 10$, 实线表示高频近似下的解析解, 圆圈表示由哈密顿量 (2) 式求得的数值解 (a), (b) $A/\omega = 0$; (c), (d) $A/\omega = 1.2$; (e), (f) $A/\omega = 2.4$

Fig. 3. For varying driving amplitudes (A), the quasi-energy spectrum undergoes modifications in response to the non-Hermitian parameter (γ), with the driving frequency fixed at ($\omega = 10$), the analytical solution under the high-frequency approximation is represented by solid lines, while the numerical solution derived from Hamiltonian Eq. (2) is depicted by circles: (a), (b) $A/\omega = 0$; (c), (d) $A/\omega = 1.2$; (e), (f) $A/\omega = 2.4$.

对于一般弗洛凯态, 方程 (1) 的 4 个稳态解的形式可以表示为 $b_1 = Ue^{-i\epsilon z}$, $b_2 = Ke^{-i\epsilon z}$, $b_3 = Ve^{-i\epsilon z}$, $b_4 = Le^{-i\epsilon z}$, 其中常数满足 $U^2 + K^2 +$

$V^2 + L^2 = 1$. 代入方程 (1) 并与有效哈密顿量 (7) 式联立得到 4 个常数 U_n , K_n , V_n , L_n ($n = 1, 2, 3, 4$) 的解为

$$\begin{aligned} U_n &= \frac{i\epsilon_n \sqrt{\epsilon_n^2 - (a^2 + b^2)J_0^2 + i\epsilon_n \gamma}}{\sqrt{-2\epsilon_n^4 + 2(a^2 - b^2)^2 J_0^4}}, \quad K_n = \frac{J_0 \sqrt{a^4 J_0^2 + b^2(-e^2 + b^2 J_0^2 + i\epsilon_n \gamma) - a^2(e^2 + 2b^2 J_0^2 + i\epsilon_n \gamma)}}{\sqrt{-2\epsilon_n^4 + 2(a^2 - b^2)^2 J_0^4}}, \\ V_n &= \frac{\epsilon_n \sqrt{\epsilon_n^2 - (a^2 + b^2)J_0^2 - i\epsilon_n \gamma}}{\sqrt{2\epsilon_n^4 - 2(a^2 - b^2)^2 J_0^4}}, \quad L_n = \frac{iJ_0 \sqrt{a^4 J_0^2 + b^2(-e^2 + b^2 J_0^2 - i\epsilon_n \gamma) - a^2(e^2 + 2b^2 J_0^2 - i\epsilon_n \gamma)}}{\sqrt{2\epsilon_n^4 - 2(a^2 - b^2)^2 J_0^4}}. \end{aligned} \quad (10)$$

对于任意 $b_j(z)$, 通过变换方程 (4) 可以得到快速震荡函数 $c_j(z)$, 与此同时, 对应函数的弗洛凯态 $|\psi_j(z)\rangle$ 可以转换成:

$$\begin{aligned} |\psi_n(z)\rangle &= e^{-i\epsilon_n z} [U_n |1\rangle + K_n e^{-iA \cos(\omega z)/\omega} |2\rangle \\ &\quad + V_n |3\rangle + L_n e^{iA \cos(\omega z)/\omega} |4\rangle], \end{aligned} \quad (11)$$

若将弗洛凯态设为系统的初始态, 则可以用

$|U_n|^2$, $|K_n|^2$, $|V_n|^2$, $|L_n|^2$ 来表示不同弗洛凯态的概率, 而对应的弗洛凯态可构成四维希尔伯特空间的一组完备基. 其次, 根据量子力学的态叠加原理, 可以求出薛定谔方程在周期或准周期条件下的非弗洛凯态解. 最后, 在考虑 $b_j(z)$ 与 $c_j(z)$ 的条件下, 将弗洛凯态方程 (11) 进行相干叠加, 从而得到非弗洛凯态的一般形式:

$$\begin{aligned}
 |\psi(z)\rangle &= \sum_{n=1}^4 Q_n |\psi_n(z)\rangle \\
 &= c'_1(z) |1\rangle + c'_2(z) |2\rangle + c'_3(z) |3\rangle + c'_4(z) |4\rangle \\
 &= b'_1(z) |1\rangle + b'_2(z) e^{-iA \cos(\omega z)/\omega} |2\rangle \\
 &\quad + b'_3(z) |3\rangle + b'_4(z) e^{iA \cos(\omega z)/\omega} |4\rangle. \quad (12)
 \end{aligned}$$

叠加系数 Q_n 由系统的归一化和初始条件决定, 缓变函数 $b'_n(z)$ 可写为

$$\begin{aligned}
 b'_1(z) &= \sum_{n=1}^4 Q_n U_n e^{-i\varepsilon_n z}, \quad b'_2(z) = \sum_{n=1}^4 Q_n K_n e^{-i\varepsilon_n z}, \\
 b'_3(z) &= \sum_{n=1}^4 Q_n V_n e^{-i\varepsilon_n z}, \quad b'_4(z) = \sum_{n=1}^4 Q_n L_n e^{-i\varepsilon_n z}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

缓变函数 $b'_n(z)$ 由 4 个周期函数叠加组成, 其频率与弗洛凯准能量 ε_j 相匹配. 其次, 当频率比 $\varepsilon_n/\varepsilon_j$ 是有理数时, 缓变函数展现出周期性; 而当频率比 $\varepsilon_n/\varepsilon_j$ 是无理数时, 缓变函数则呈现出准周期性. 因此, 本研究可以利用周期或准周期函数 $b'_n(z)$ 来深入研究光在四通道波导中的隧穿动力学. 此外, 鉴于不同初始条件下非弗洛凯态的形式具有互异性, 本研究将分析光从不同的波导入射的具体情况. 给定一个自相关函数, 用其表示光在各波导中的光强:

$$\begin{aligned}
 I_1(z) &= |b'_1(z)|^2, \quad I_2(z) = |b'_2(z)|^2, \\
 I_3(z) &= |b'_3(z)|^2, \quad I_4(z) = |b'_4(z)|^2. \quad (14)
 \end{aligned}$$

初始条件设为 $b'_1(0) = 1, b'_2(0) = 0, b'_3(0) = 0, b'_4(0) = 0$, 代入方程 (13) 可以得到非弗洛凯态的 $|\psi(z)\rangle$ 展开系数 Q_n :

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \delta_1/\zeta, \quad Q_2 = \delta_2/\zeta, \\
 Q_3 &= \delta_3/\zeta, \quad Q_4 = \delta_4/\zeta. \quad (15)
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \delta_1 &= -K_4 L_3 V_2 + K_2 L_3 V_4 + K_4 L_2 V_3 \\
 &\quad - K_2 L_4 V_3 + K_3 L_4 V_2 - K_3 L_2 V_4, \\
 \delta_2 &= -K_4 L_3 V_1 + K_1 L_3 V_4 + K_4 L_1 V_3 \\
 &\quad - K_1 L_4 V_3 + K_3 L_4 V_1 - K_3 L_1 V_4, \\
 \delta_3 &= -K_4 L_2 V_1 + K_1 L_2 V_4 + K_4 L_1 V_2 \\
 &\quad - K_1 L_4 V_2 + K_2 L_4 V_1 - K_2 L_1 V_4, \\
 \delta_4 &= -K_3 L_2 V_1 + K_1 L_2 V_3 + K_3 L_1 V_2 \\
 &\quad - K_1 L_3 V_2 + K_2 L_3 V_1 - K_2 L_1 V_3,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \zeta &= -K_1 L_3 U_2 V_4 + K_1 L_3 U_4 V_2 - K_1 L_2 U_4 V_3 \\
 &\quad + K_1 L_2 U_3 V_4 - K_2 L_1 U_3 V_4 + K_2 L_1 U_4 V_3 \\
 &\quad - K_1 L_4 U_3 V_2 + K_1 L_4 U_2 V_3 - K_2 L_4 U_1 V_3 \\
 &\quad + K_2 L_4 U_3 V_1 - K_2 L_3 U_4 V_1 + K_2 L_3 U_1 V_4 \\
 &\quad - K_3 L_2 U_1 V_4 + K_3 L_2 U_4 V_1 - K_3 L_1 U_4 V_2 \\
 &\quad + K_3 L_1 U_2 V_4 - K_4 L_1 U_2 V_3 + K_4 L_1 U_3 V_2 \\
 &\quad - K_3 L_4 U_2 V_1 + K_3 L_4 U_1 V_2 - K_4 L_3 U_1 V_2 \\
 &\quad + K_4 L_3 U_2 V_1 - K_4 L_2 U_3 V_1 + K_4 L_2 U_1 V_3. \quad (16)
 \end{aligned}$$

为方便理解, 相对光强可设置为

$$P_n(z) = I_n(z) / \sum_{n=1}^4 I_n(z),$$

其中, $P_n(z)$ 的值一般会在 0—1 之间变化. 与此同时, 根据相对光强 $P_n(z)$ 的变化情况对光在波导之间的隧穿情况进行定义, 随着距离的传播, 若 $P_n(z)$ 的值是在 0—1 之间来回振荡, 则光在波导之间会发生完美隧穿. 若 $P_n(z)$ 始终不超过 1, 光的部分隧穿将受到抑制. 若 $P_n(z) \approx 1$, 则光在波导之间的隧穿会被完全抑制. 最后, 在不同的周期性驱动状态下, 分别研究系统在厄米、非厄米 (实准能量) 以及非厄米 (复准能量) 3 种情况下光在四通道波导体系中的动力学演化.

当调制参数 $A/\omega = 0$ 时, 此时可以观察到完全实能谱的存在. 因此, 考虑厄米 ($\gamma = 0$)、非厄米 (实准能量, $\gamma = 0.3$) 和非厄米 (复准能量, $\gamma = 2.4$) 3 种情况, 分析光从不同光波导通道入射后光在四通道波导体系中的动力学演化. 当系统处于厄米状态时, 当光从增益波导或耗散波导入射时 ($P_1(0) = 1, P_3(0) = 1$), 在增益波导与耗散波导之间光会发生完美隧穿, 而在具有周期调制的中性波导中, 光的隧穿会受到一定程度的抑制. 当光从周期调制的中性波导入射时 ($P_2(0) = 1, P_4(0) = 1$), 光会在两根中性波导之间发生完美隧穿, 而在增益波导或耗散波导中会受到一定程度的抑制. 如图 4(a)—(d) 所示. 对于非厄米 (实准能量) 情况, 光从不同的波导入射时, 光在波导之间的隧穿情况与厄米情况类似, 光会在增益波导和耗散波导之间或两根中性波导之间发生隧穿, 但光在不同波导之间振荡的振幅均发生一定程度的缩小, 如图 4(e)—(h) 所示. 有趣的是, 当系统处于非厄米 (复准能量) 状态时, 发现光无论从哪根波导入射, 光在不同

波导之间的隧穿行为均会受到显著的抑制, 此结果与文献 [35] 相似. 而不同于文献 [35] 结果中系统最终会在增益波导和中性波导中获得稳态光, 随着距离的传播, 在短暂的振荡之后, 此系统中每根波导均能得到稳态光, 且光大部分会集中在增益波导中, 小部分集中在中性波导中, 极小部分集中在耗散波导中. 这是由于随着增益耗散参数 $\gamma = 0.3$ 扩大到 $\gamma = 2.4$ 时, 系统开始逐渐产生复准能量, 导致光在增益波导和耗散波导之间或两根中性波导之间受到抑制. 与此同时, 系统的 PT 对称性会自发破缺, 使得原本周期性传播的光转变为稳态光, 且光传

输具有单向性, 如图 4(i)–(l) 所示. 类似于量子隧穿开关, 本研究可以通过改变波导中的增益、耗散参数 γ 打开或关闭光在各波导之间的隧穿进而实现稳态光, 且与文献 [35] 的构型相比响应时间更短.

当调制参数选择 $A/\omega = 1.2$ 时, 系统在一定的参数范围内具有完全实能谱, 此时考虑厄米 ($\gamma = 0$)、非厄米 (实准能量, $\gamma = 0.3$) 和非厄米 (复准能量, $\gamma = 1.8$) 3 种情况. 对于厄米和非厄米 (实准能量) 情况, 发现光从不同的波导入射时, 光在波导之间的隧穿情况与系统调制参数选择 $A/\omega = 0$ 时的厄米和非厄米 (实准能量) 的隧穿情况类似, 光强

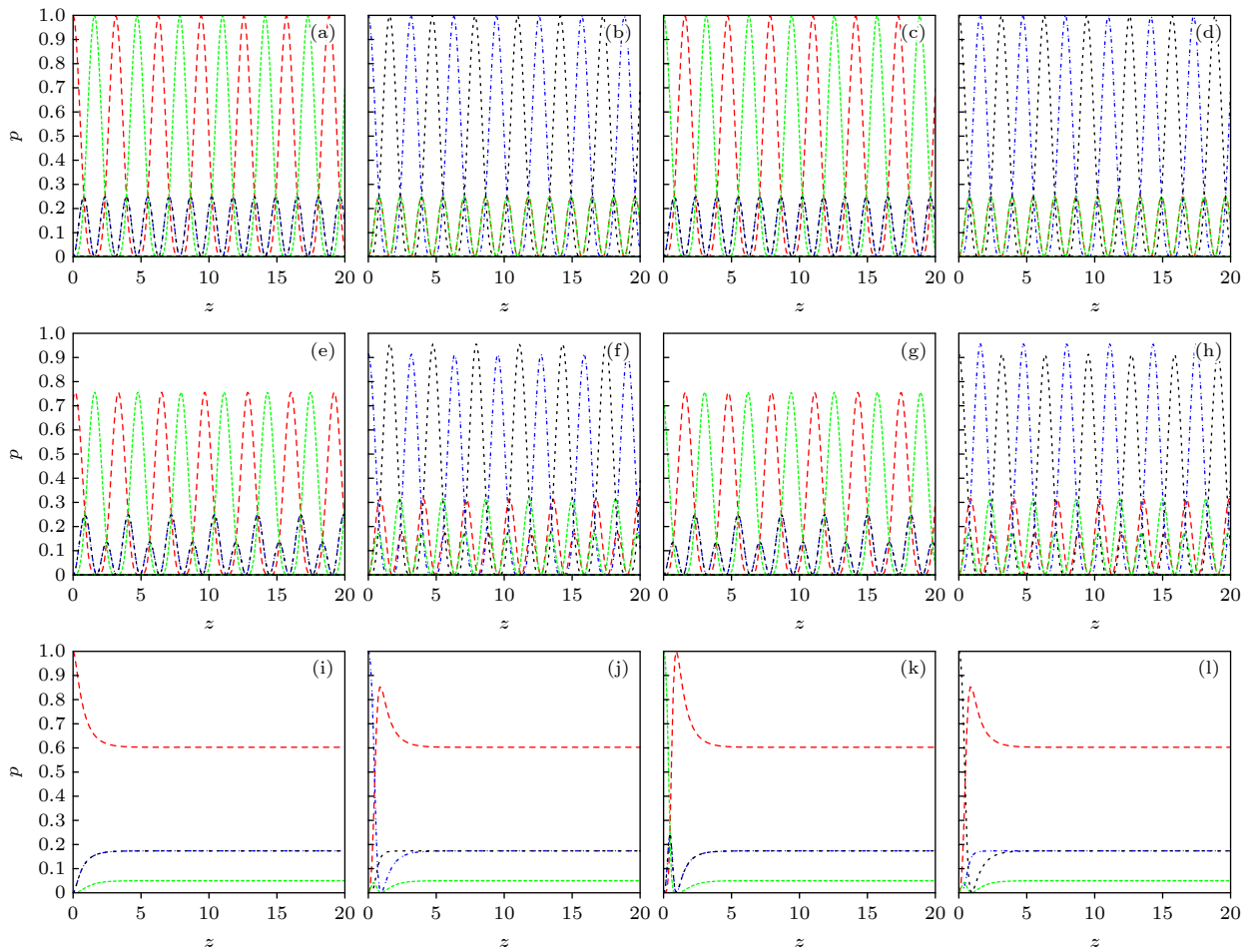


图 4 当调制参数 $A/\omega = 0$, 系统处于厄米 ($\gamma = 0$, (a)–(d))、非厄米 (实准能量, $\gamma = 0.3$ (e)–(h)) 和非厄米 (复准能量, $\gamma = 2.4$, (i)–(l)) 状态时光从不同的波导入射后光在波导中的隧穿情况. 第 1 列表示光从增益波导入射; 第 2 列和第 4 列表示光从周期调制的中性波导入射; 第 3 列表示光从耗散波导入射. 其中增益波导中的相对光强用红色表示, 两根中性波导中的相对光强分别用蓝色、黑色表示, 耗散波导中的相对光强用绿色表示, 其他参数选择 $a = b = 1$, $\omega = 10$

Fig. 4. At a modulation parameter of ($A/\omega = 0$), the system exhibits a unique configuration encompassing Hermitian ($\gamma = 0$, (a)–(d)), non-Hermitian with real reference energy ($\gamma = 0.3$, (e)–(h)), and non-Hermitian with complex quasi-energy ($\gamma = 2.4$, (i)–(l)) states. The configuration of light sources is specified as follows: the first column corresponds to light injection from the gain wave, the second and fourth columns signify light introduction from a periodically modulated neutral wave, and the third column represents light injected from the dissipative wave. The relative intensities of light are distinguished by color: red for the gain waveguide, blue and black for the two neutral waveguides, and green for the dissipative waveguide. For the remaining parameters, $a = b = 1$ and $\omega = 10$.

亦随着增益或者耗散参数 γ 的增大而减小,不同的是振荡的周期扩大,而与文献[35]的结果相比,无论是厄米或非厄米(实准能量)情况,光在4根波导之间的来回隧穿时的相对光强或光学周期更为稳定,这是由于此系统各波导之间的耦合强度始终维持在一个稳定值,如图5(a)–(h).最后当系统处于非厄米(复准能量)状态时,此时光在波导之间的隧穿情况与选择系统调制参数 $A/\omega = 0$ 时的非厄米(实准能量)隧穿现象相类似.不论光从哪根波导入射,光在不同波导之间的隧穿行为均会受到显著的抑制,其中光在周期调制的中性波导的隧穿进一步被抑制,且光在耗散波导中的隧穿被抑制的

最为明显,而不同文献[35]的结果中系统出现准拉比振荡,此系统会获得稳态光,如图5(i)–(l).

当调制参数选择 $A/\omega = 2.4$ 时,此时第一类零阶 Bessel 函数 $J(A/\omega) \approx 0.0025$, 根据有效的哈密顿量(7)式,四波导耦合系统此时可近似视为两个独立的双波导系统,且这两个双波导系统的耦合强度均为 $\sqrt{a^2 + b^2}$.与此同时,增益波导、耗散波导及周期调制的中性波导之间仍存在微弱的耦合.此外,与文献[35]的结果完全相反的是此时系统没有完全实能谱存在,所以只考虑厄米($\gamma = 0$)和非厄米(复准能量, $\gamma = 1.8$)两种情况.对于厄米情况,发现光从不同的波导入射时,光在波导之间的隧穿

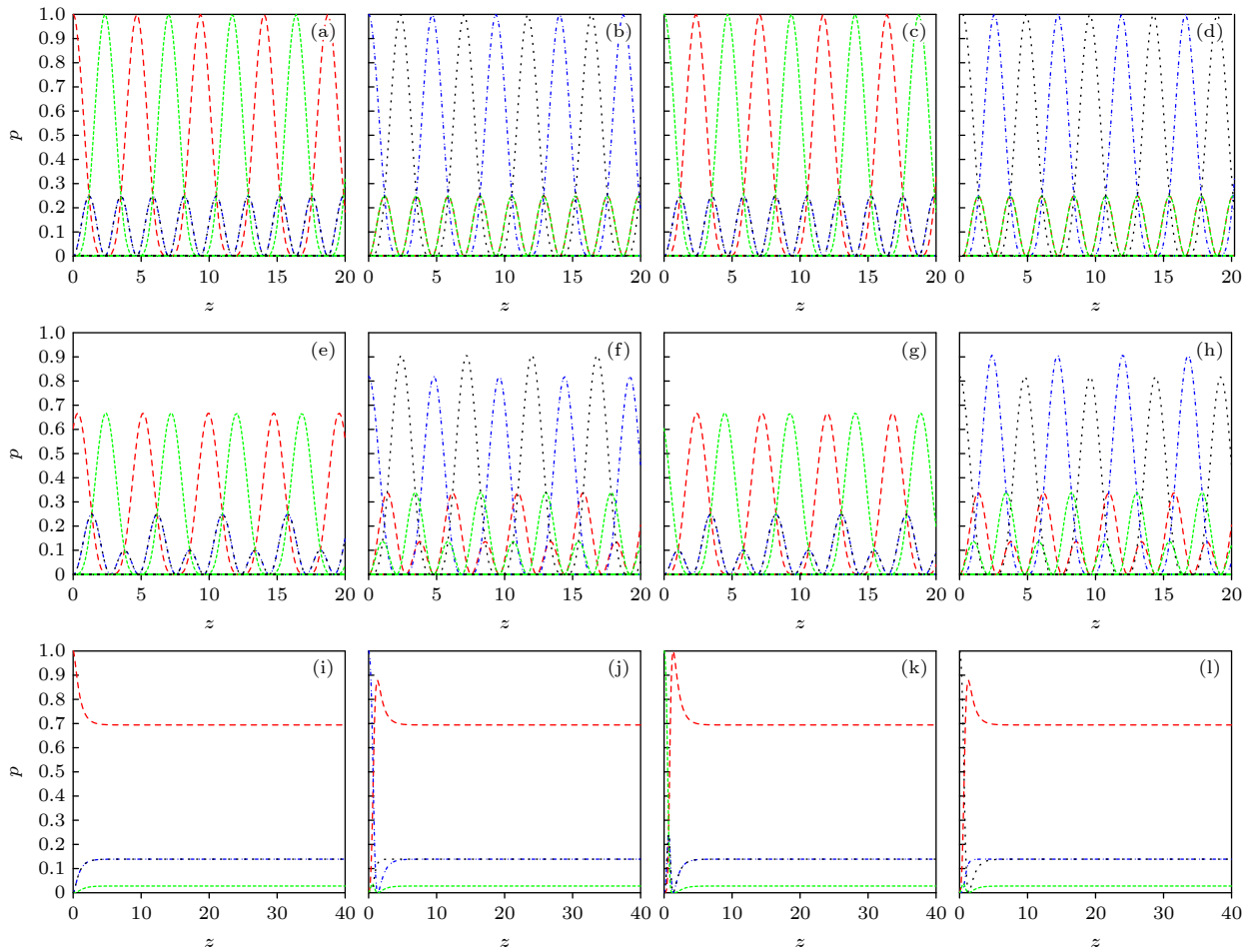


图5 当调制参数 $A/\omega = 1.2$, 系统处于厄米 ($\gamma = 0$, (a)–(d)), 非厄米(实准能量, $\gamma = 0.3$, (e)–(h)) 和非厄米(复准能量, $\gamma = 1.8$, (i)–(l)) 状态时光从不同的波导入射后光在波导中的隧穿情况, 第1列表示光从增益波导入射; 第2列和第4列表示光从周期调制的中性波导入射; 第3列表示光从耗散波导入射, 其中增益波导中的相对光强用红色表示, 两根中性波导中的相对光强分别用蓝色、黑色表示, 耗散波导中的相对光强用绿色表示, 其他参数选择 $a = b = 1$, $\omega = 10$

Fig. 5. At a modulation parameter ($A/\omega = 1.2$), the system manifests in three distinct states: Hermitian ($\gamma = 0$, (a)–(d)), non-Hermitian with real reference energy ($\gamma = 0.3$, (e)–(h)), and non-Hermitian with complex quasi-energy ($\gamma = 1.8$, (i)–(l)). The source configuration is consistent, with the first column depicting light injection from the gain wave, the second and fourth columns signifying light introduction from a periodically modulated neutral wave, and the third column representing light injection from the dissipative wave. The relative intensities of light are represented by distinct colors: red for the gain waveguide, blue and black for the two neutral waveguides, and green for the dissipative waveguide. For the remaining parameters, $a = b = 1$ and $\omega = 10$.

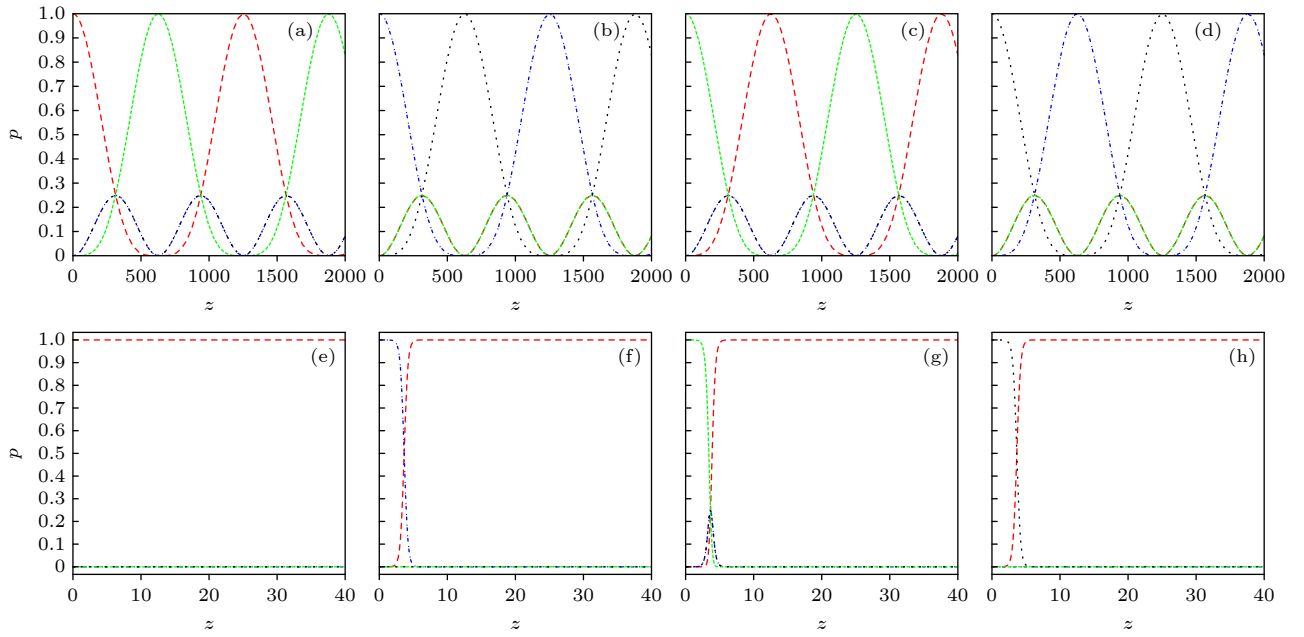


图 6 当调制参数 $A/\omega = 2.4$, 系统处于厄米 ($\gamma = 0$, (a)–(d)) 和非厄米 (复准能量, $\gamma = 1.8$, (e)–(h)) 状态时光从不同的波导入射后光在波导中的隧穿情况, 第 1 列表示光从增益波导入射; 第 2 列和第 4 列表示光从周期调制的中性波导入射; 第 3 列表示光从耗散波导入射, 其中增益波导中的相对光强用红色表示, 两根中性波导中的相对光强分别用蓝色、黑色表示, 耗散波导中的相对光强用绿色表示, 其他参数选择 $a = b = 1$, $\omega = 10$

Fig. 6. At a modulation parameter of ($A/\omega = 2.4$), the system assumes both Hermitian ($\gamma = 0$, (a)–(d)) and non-Hermitian (complex quasi-energy, $\gamma = 1.8$, (e)–(h)) states. The arrangement of light sources is as follows: the first column signifies light injection from the gain wave; the second and fourth columns represent light introduction from a periodically modulated neutral wave; whereas the third column denotes light injection from the dissipative wave. The relative intensities of light are color-coded: red for the gain waveguide, blue and black for the two neutral waveguides, and green for the dissipative waveguide. For the remaining parameters, $a = b = 1$ and $\omega = 10$.

情况与系统调制参数选择 $A/\omega = 0$ 或 $A/\omega = 1.2$ 时厄米的隧穿情况类似, 同时振荡的周期进一步扩大. 而与文献 [35] 的结果相比, 此系统无论光从哪根波导入射, 光在各波导之间的来回隧穿的光学周期均基本一致, 这是由于此时各波导之间的耦合强度相同, 如图 6(a)–(d) 所示. 当系统处于非厄米 (复准能量) 情况时, 系统发生 PT 对称破缺, 光在各波导之间的隧穿会被进一步抑制. 有趣的是, 不同于文献 [35] 结果中光会被局域在增益波导和中性波导中并发生准拉比振荡, 此系统光无论从哪根波导入射, 随着距离的传播, 光均会被局域在增益波导中, 彻底消失在其他波导中, 这是由于波导间存在弱耦合, 增益耗散能够影响其他波导. 当系统的 PT 对称性自发破缺时, 会促使光传输特性发生转变, 使原本周期性传播的光转变为稳态光, 如图 6(e)–(h) 所示.

4 结 论

为研究系统 PT 对称性的调控, 设计了一个双

频周期调制波导与增益型-耗散型波导交叉放置的 PT 对称四通道光学波导体系. 通过与文献 [35] 中设计结构的能谱特性进行对比, 验证了该设计结构的有效性. 在此体系中, 通过调节调制参数 A/ω , 能够操控系统完全实能谱的范围, 从而实现对体系 PT 对称性的精确调控. 当调制参数 $A/\omega = 0$ 时, 与常规放置的四通道波导系统的结果完全相反的是, 此时该系统就有完全实能谱的存在. 因此, 与常规放置的四通道波导系统的 PT 对称构型相比, 通过调节调制参数 A/ω , 本研究能够更早地观测到完全实能谱. 此外, 本结构不仅能通过调节调制参数 A/ω 来操控 PT 对称四通道光学波导之间的耦合, 且效果更为稳定. 如在调节调制参数 $A/\omega = 0$ 到 $A/\omega = 2.4$ 的过程中, 与常规放置的四通道波导的结果相比, 系统准能谱的虚部 $|\text{Im}(\epsilon)|$ 不仅没有出现能谱的二次分叉现象, 且无论是厄米或非厄米 (实准能量) 情况, 光在各波导之间的来回隧穿时的相对光强或光学周期均更为稳定.

通过数值和解析的办法研究了周期调制的

PT 对称四通道光学波导体系的动力学演化, 发现可以通过调节调制参数去操控光在各波导之间隧穿方向. 在探究系统 PT 对称性对光在各波导中的隧穿动力学影响的过程中, 发现当系统处于 PT 对称未破缺状态时, 光在各波导之间呈现周期性振荡; 当系统处于 PT 对称破缺状态时, 光在各波导中稳定传播. 此外, 当各波导之间存在耦合时, 发现光无论从哪根波导入射, 此时系统中每根波导均可以获得稳态光, 且光大部分会集中在增益波导中, 小部分集中在中性波导中, 极小部分集中在耗散型波导中. 有趣的是, 当增益耗散双通道波导与中性波导存在弱耦合时, 不同于文献 [35] 结果中光会被局域在增益波导和中性波导中并发生准拉比振荡, 此系统中光无论从哪根波导入射, 随着距离的传播, 光均会被局域在增益型波导中, 彻底消失在其他波导中, 最终获得稳态的光. 因此, 结合以往为满足 PT 对称条件而将周期调制的波导平行放置于增益型-耗散型波导的四通道波导设计, 本研究进一步总结了 PT 对称四聚体的一般规律, 即当系统 PT 对称自发破缺时, 光传输特性将发生显著转变, 原本周期性传播的光将转变为稳态光.

本文的研究结果可以为实验上实现 PT 对称多通道光波导体系的 PT 对称性和光隧穿方向的操纵提供一条理论路径, 亦可以为未来光学材料的设计和调控提供一种潜在的方法. 后续本研究团队将进一步研究更复杂的 PT 对称光学模式及其传输特性, 为光学器件中对光操纵提供更为高效、简便的理论方法.

数据可用性说明

本篇论文的关联数据可在科学数据银行 <https://doi.org/10.57760/sciencedb.j00213.00034> 中访问获取.

参考文献

- [1] Bender C M, Boettcher S 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 5243
- [2] Long Y, Xue H R, Zhang B L 2022 *Phys. Rev. B* **105** L100102
- [3] Bender C M 2007 *Rep. Prog. Phys.* **70** 947
- [4] Xia S Q, Kaltsas D, Song D H, Komis I, Xu J J, Szameit A, Buljan H, Makris K G, Chen Z G 2021 *Science* **372** 72
- [5] Moiseyev N 2011 *Non-Hermitian Quantum Mechanics* (Cambridge: Cambridge University Press) p211

- [6] Witoński P, Mossakowska-Wyszyńska A, Szczepański P 2023 *Crystals* **13** 258
- [7] Li H J, Jia Q W, Lti B, Cao F Z, Yang G X, Liu D H, Shi J W 2023 *Opt. Express* **31** 14986
- [8] Şeker E, Olyacefar B, Dadashi K, Şengül S, Teimourpour M H, El-Ganainy R, Demir A 2023 *Sci. Appl.* **12** 149
- [9] Fu L X, Fan M J, Ding Y Q, Fu X M 2023 *Appl. Phys.* **13** 183 (in Chinese) [付林雪, 范孟军, 丁亚琼, 付新铭 2023 *应用物理* **13** 183]
- [10] Yao S Y, Wang Z 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 086803
- [11] Ke S L, Wen W T, Zhao D, Wang Y 2023 *Phys. Rev. A* **107** 053508
- [12] Zhu W W, Gong J B 2023 *Phys. Rev. B* **108** 035406
- [13] Tang W Y, Ding K, Ma G C 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 034301
- [14] Parkavi J R, Chandrasekar V K, Lakshmanan M 2021 *Phys. Rev. A* **103** 023721
- [15] Guo Z W, Chen H 2024 *Physics* **53** 33 (in Chinese) [郭志伟, 陈鸿 2024 *物理* **53** 33]
- [16] El-Ganainy R, Makris K G, Khajavikhan M, Musslimani Z H, Rotter S, Christodoulides D N 2018 *Nat. Phys.* **14** 11
- [17] Morfonios C V, Kaloizoumis P A, Diakonou F K, Schmelcher P 2017 *Ann. Phys.* **385** 623
- [18] Wang H F, Xie B Y, Zhan P, Lu M H, Chen Y F 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 224206 (in Chinese) [王洪飞, 解碧野, 詹鹏, 卢明辉, 陈延峰 2019 *物理学报* **68** 224206]
- [19] Jin L 2018 *Phys. Rev. A* **98** 022117
- [20] Xu H S, Jin L 2021 *Phys. Rev. A* **104** 012218
- [21] Parto M, Wittek S, Hodaei H, Harari G, Bandres M A, Ren J H, Rechtsman M C, Segev M, Christodoulides D N, Khajavikhan M 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 113901
- [22] Ge L, Türeci H E 2013 *Phys. Rev. A* **88** 53810
- [23] Zhang J, Feng Z, Sun X 2022 *arXiv*. 2201.00948 [physics.optics]
- [24] Cai R H, Liu W W, Chen H, Tian J G, Chen S Q 2021 *Acta Opt. Sin.* **41** 0123001 (in Chinese) [柴若衡, 刘文玮, 程化, 田建国, 陈树琪 2021 *光学学报* **41** 0123001]
- [25] Longhi S 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 123601
- [26] Klaiman S, Günther U, Moiseyev N 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 080402
- [27] Rüter C E, Makris K G, El-Ganainy R, Christodoulides D N, Segev M, Kip D 2010 *Nat. Phys.* **6** 192
- [28] Qu D K, Fan Y, Xue P 2022 *Acta. Phys. Sin.* **71** 130301 (in Chinese) [曲登科, 范毅, 薛鹏 2022 *物理学报* **71** 130301]
- [29] Feng L, Wong Z J, Ma R M, Wang Y, Zhang X 2014 *Science* **346** 972
- [30] Miao P, Zhang Z F, Sun J B, Walasik W, Longhi S, Litchinitser N M, Feng L 2016 *Science* **353** 464
- [31] Zhu B, Zhong H H, Jia J, Ye F Q, Fu L B 2020 *Phys. Rev. A* **102** 053510
- [32] Morandotti R, Peschel U, Aitchison J S, Eisenberg H S, Silberberg Y 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 4756
- [33] Trompeter H, Pertsch T, Lederer F, Michaelis D, Streppel U, Bräuer A, Peschel U 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 023901
- [34] Trompeter H, Krolikowski W, Neshev D N, Desyatnikov A S, Sukhorukov A A, Kivshar Y S, Lederer F 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 053903
- [35] Zhu B 2016 *M. S. Thesis* (Jishou: Jishou University) (in Chinese) [朱博 2016 硕士学位论文 (吉首: 吉首大学)]

Parity-time symmetry characterization and dynamics of periodically modulated four-channel optical waveguides^{*}

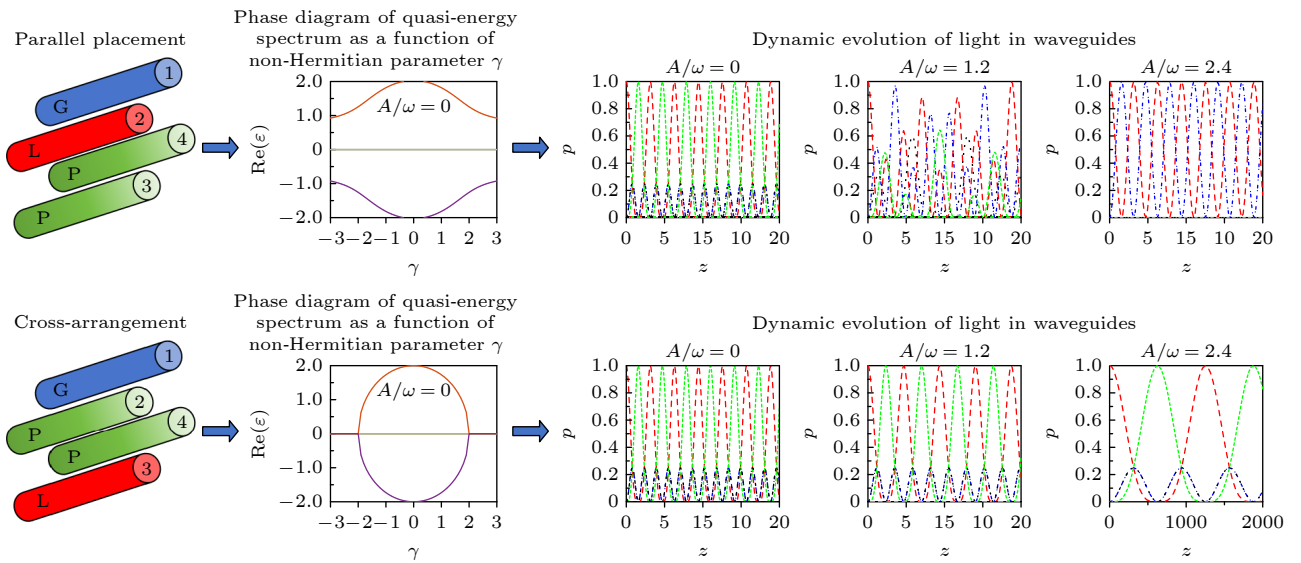
Zhang Guang-Cheng Sun Wu Zhou Zhi-Peng Quan Xiu-E Ye Fu-Qiu[†]

(College of Physics and Mechanical Engineering, Jishou University, Jishou 416000, China)

(Received 14 May 2024; revised manuscript received 25 June 2024)

Abstract

The control of parity-time (PT) symmetry in cosmic-time PT symmetry system is of great significance, but the experimental realization of such an optical configuration using current technology faces enormous challenges. On the contrary, the periodic modulation method is a more feasible alternative. It is worth noting that periodic modulation in optical system is mainly performed through the cyclic change of complex refractive index materials. Unlike the traditional method of aligning periodically modulated waveguides in parallel to gain-dissipative waveguides to satisfy PT symmetry, an innovative physical model introduced in this work, features the cross-placement of these waveguides, marking it the first instance to use this configuration to manipulate PT symmetry. In this work, the influence of periodic modulation on the energy spectrum of the system in the high-frequency approximation is studied, and the dynamical evolution of light in a non-Hermitian four-channel optical waveguide is elucidated through a synergistic method of combining analytical method and numerical method. Adjusting the modulation parameter A/ω reveals a dual capability: it modulates the range of the real energy spectrum and precisely controls the PT symmetry of the system. Notably, at $A/\omega = 0$, this structure exhibits a completely real energy spectrum, which is different from the traditional parallel four-channel waveguide configuration. Furthermore, as A/ω varies from 0 to 2.4, the relative intensity and optical periodicity in each waveguide exhibit enhanced stability compared with their traditionally arranged counterparts. Furthermore, our examination of PT symmetry's effect on light tunneling dynamics in individual waveguide reveals that in the unbroken PT symmetry phase, light oscillates periodically between waveguides, whereas in



^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12165008).

[†] Corresponding author. E-mail: 912012237@qq.com

the broken PT symmetry phase, light propagation in each waveguide becomes stable. In the presence of waveguide coupling, it is observed that each waveguide in the system can obtain steady-state light regardless of the initial light injection point. Furthermore, under weak coupling between the gain-dissipative two-channel waveguide and the neutral waveguide, light, regardless of its entry point, will localize in the gain waveguide with propagation distance, disappear from other waveguides, and ultimately reach a steady-state configuration. The findings reveal that unlike the scenario of traditional four-channel optical waveguide system, the periodic modulation not only narrows the range of existence for the fully real energy spectrum but also enables its earlier observation. Furthermore, the relative light intensity and optical periodicity in the four-channel waveguide exhibit greater stability against variations of modulation parameters. Hence, this theoretical exploration not only profoundly summarizes the universal principle of PT-symmetric tetramers, but also elucidates that spontaneous PT symmetry breaking greatly changes the optical transmission characteristics, transforming periodic light propagation into steady-state illumination, and providing an enhanced and more robust configuration for the manipulation of PT symmetry.

Keywords: parity-time symmetry, periodic modulation, four-channel waveguide

PACS: 42.15.Eq, 42.25.Bs, 42.50.Ct

DOI: [10.7498/aps.73.20240690](https://doi.org/10.7498/aps.73.20240690)



周期调制四通道光学波导的宇称-时间对称特性调控和动力学研究

张光成 孙武 周志鹏 全秀娥 叶伏秋

Parity-time symmetry characterization and dynamics of periodically modulated four-channel optical waveguides

Zhang Guang-Cheng Sun Wu Zhou Zhi-Peng Quan Xiu-E Ye Fu-Qiu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 164201 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240690

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240690>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

宇称-时间对称与反对称研究进展

Research progress of parity-time symmetry and anti-symmetry

物理学报. 2022, 71(17): 171101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221323>

周期驱动的二能级系统中的准宇称-时间对称动力学

Quasi-parity-time symmetric dynamics in periodically driven two-level non-Hermitian system

物理学报. 2022, 71(7): 074207 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20220270>

Parity-time对称性对电注入半导体激光器的模式控制

Mode control of electrically injected semiconductor laser with parity-time symmetry

物理学报. 2020, 69(2): 024202 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191351>

高维宇称-时间对称系统中的信息恢复与临界性

Information retrieval and criticality in high-dimensional parity-time-symmetric systems

物理学报. 2022, 71(13): 130301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20220511>

里德伯原子中非厄米电磁诱导光栅引起的弱光孤子偏折及其操控

Deflection and manipulation of weak optical solitons by non-Hermitian electromagnetically induced gratings in Rydberg atoms

物理学报. 2022, 71(13): 133202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220456>

非宇称时间对称耦合器中的非局域孤子

Nonlocal soliton in non-parity-time-symmetric coupler

物理学报. 2023, 72(10): 104205 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230082>