

新型忆阻耦合异质神经元的放电模式和 预定义时间混沌同步*

贾美美[†] 曹佳伟 白明明

(内蒙古工业大学电力学院, 呼和浩特 010080)

(2024年6月25日收到; 2024年7月25日收到修改稿)

首先提出一种新型局部有源忆阻器, 并分析该忆阻器的频率特性、局部有源性及非易失性. 然后将新型局部有源忆阻器引入二维 Hindmarsh-Rose 神经元和二维 FitzHugh-Nagumo 神经元, 构建新型忆阻耦合异质神经元模型. 在数值仿真中, 通过改变耦合强度, 发现该模型具有周期尖峰放电模式、混沌尖峰放电模式、周期簇发放电模式及随机簇发放电模式. 最后基于 Lyapunov 稳定性理论和预定义时间稳定性理论, 提出一种新型预定义时间同步策略, 并将该策略应用于新型忆阻耦合异质神经元的混沌同步中. 结果表明, 与有限时间同步策略、固定时间同步策略和传统预定义时间同步策略相比, 新型预定义时间同步策略的实际收敛时间最小. 研究新型忆阻耦合异质神经元的放电模式和混沌同步有助于探索大脑的神经功能, 并在神经信号处理及保密通信领域中具有重要意义.

关键词: 预定义时间同步策略, 局部有源忆阻器, 异质神经元, 内部不确定性和外部干扰

PACS: 05.45.-a, 05.45.Gg, 87.19.lm, 05.45.Pq

DOI: 10.7498/aps.73.20240872

1 引言

自 1963 年 Lorenz 发现第一个混沌吸引子, 混沌在生物工程、机械工程、控制工程、保密通信、电子工程等领域都取得了发展. 混沌系统在控制工程中受到人们的广泛关注. 混沌系统的控制与同步是其应用的前提条件. 自 1990 年 Pecora 和 Carroll^[1] 对混沌系统的同步进行研究以来, 混沌系统的同步成为了热点课题, 尤其是在保密通信领域. 混沌同步一般是指两个具有不同初始状态的驱动系统和响应系统在同步策略的作用下达到同步. 这就引出了稳定时间的概念. 人们通常利用稳定时间这一指标来评估同步策略的优劣. 稳定时间越短, 系统达到同步的时间越短.

根据稳定时间的特点, 同步策略分为: 渐近时

间同步策略^[2-4]、有限时间同步策略^[5-7]、固定时间同步策略^[8-10]和预定义时间同步策略^[11-13]. 首先, 渐近时间同步策略在 21 世纪被广泛应用于各领域. 但是该策略不适用于对时间精度要求较高的场合. 其次, 有限时间同步策略能够使驱动系统和响应系统在有限时间内达到同步. 但是该策略与系统的初始状态有关. 在实际工业生产中, 由于系统的很多参数是未知的, 其初始状态不易获得, 这限制了有限时间同步策略的应用. 然后, 固定时间同步策略被人们应用于实际工业生产中. 这是由于该策略中的固定时间参数是一个与系统的初始状态无关的常数. 但是该策略仍然存在如下不足: 对收敛时间的估计较保守; 收敛时间与控制器的可调参数之间没有明确关系. 最后, 为了克服固定时间同步策略存在的问题, 人们研究了预定义时间同步策略. 预定义时间同步策略中预定义时间是收敛时间

* 内蒙古自治区直属高校基本科研业务费 (批准号: JY20220181) 和内蒙古自治区自然科学基金 (批准号: 2024MS06006) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: meimeijia14@163.com

的上界, 这便于控制器的设计, 从而满足实际需求.

目前, 人们提出了许多策略用于混沌系统的同步, 例如主动同步策略^[14]、自适应同步策略^[15]、基于事件触发的脉冲同步策略^[16,17]和滑模同步策略^[18,19]. 作为一种常用的同步策略, 滑模同步策略已经取得了许多成果. 该策略对系统扰动及参数摄动具有良好的鲁棒性.

放电是生物神经元的主要电活动之一. 放电在神经信息的传递和编码过程中具有重要作用. 为了研究神经元的放电, 人们构建了各种神经元模型, 如 Rulkov 神经元, Morris-Lecar (ML) 神经元, Fitz-Hugh-Nagumo (FHN) 神经元, Hindmarsh-Rose (HR) 神经元, Hopfield 神经元和禁忌学习神经元. 在各类神经元模型中, 人们通常利用 HR 神经元和 FHN 神经元来研究神经元放电的复杂动力学行为. 异质神经元位于大脑的不同区域, 并具有不同的功能和结构. 事实上, 生物神经功能是由大脑的不同神经元共同实现的. 因此, 研究异质神经元的放电和同步具有重要意义.

忆阻器是一种天然的非线性纳米电子器件, 被广泛应用于各领域, 例如, 人工智能、模拟电路及神经形态计算等^[20-25]. 特别地, 由于忆阻器具有纳米级尺寸、可塑性和非易失性等特性, 忆阻器被认为是一种模拟生物神经突触的理想器件^[26]. 忆阻器作为整个应用系统的关键器件, 其速度与功耗的提升对整个应用系统的计算能效的提高起到重要作用. 为了提高计算效率, 研究具有高频特性的忆阻器具有重要意义. 局部有源性是复杂性的起源^[27]. 2014年, Chua^[28]首次提出了局部有源忆阻器的概念. 研究表明, 局部有源忆阻器具有强非线性特性和复杂动力学行为^[29]. 局部有源忆阻器在局部有源区内具有负阻特性, 能够放大微弱信号并保持复杂振荡, 也能够产生神经形态行为^[24]. 本文提出一种具有高频特性的局部有源忆阻器.

文献^[30]基于多稳态局部有源忆阻器、二维 HR 神经元和一维 Hopfield 神经元, 构建了一种简单的异质神经网络. 研究表明, 通过调整耦合强度, 该网络能够产生共存的多种放电模式. 此外, 复杂放电仅发生在忆阻器的局部有源区域. 文献^[31]通过将蔡氏结型局部有源忆阻器、HR 神经元和 tabu 神经元进行耦合, 构建了一种新型异质神经网络. 研究表明, 通过选择合适的外部激励和耦合强度, 该网络能够产生尖峰放电模式和簇发放电模

式. 文献^[32]通过将局部有源忆阻器、二维 HR 神经元和二维 Hopfield 神经网络进行耦合, 构建了一种新型忆阻耦合异质神经网络. 研究表明, 该网络具有复杂的动力学行为, 例如, 周期簇发放电模式、周期尖峰放电模式和混沌尖峰放电模式等. 文献^[30-32]在构建局部有源忆阻耦合异质神经网络时, 没有考虑忆阻器是否具有高频特性.

文献^[33]研究了周期磁控忆阻耦合 Rulkov 神经网络的各种放电模式, 并采用耦合同步策略实现了系统的同步. 文献^[34]采用自适应同步策略实现了分数阶忆阻耦合神经网络的同步. 文献^[35]通过调整延迟时间实现了具有两个时延的忆阻耦合异质神经元的同步. 文献^[33-35]在研究神经元及神经网络同步时, 没有考虑内部不确定性及外部扰动.

本文的主要工作及创新点如下:

1) 首先基于双三次插值函数和正弦函数, 提出一种新型局部有源忆阻器. 然后分析该忆阻器的频率特性、局部有源性及非易失性. 研究表明该忆阻器具有高频特性.

2) 首先将新型局部有源忆阻器、二维 HR 神经元和二维 FHN 神经元进行耦合, 构建新型忆阻耦合异质神经元模型. 然后基于该模型, 分析其动力学行为并对其进行电路实现, 从而为研究新型忆阻耦合异质神经元的混沌同步奠定基础.

3) 首先提出一种新型预定义时间同步策略. 该策略的设计主要包括新型预定义时间 Lyapunov 函数的充分条件, 新型预定义时间滑模面及滑模控制器. 然后分别利用有限时间同步策略、固定时间同步策略、传统预定义时间同步策略与新型预定义时间同步策略来实现新型忆阻耦合异质神经元的混沌同步. 最后验证新型预定义时间同步策略的鲁棒性. 需要说明的是, 本文讨论的混沌同步是指在一定的耦合强度条件下, 两个处于混沌状态的新型忆阻耦合异质神经元在预定义时间内达到同步.

2 新型局部有源忆阻器的数学模型及特性分析

2.1 新型局部有源忆阻器的数学模型

双三次插值函数表示为

$$\psi(x) = \begin{cases} (a+2) \cdot |x|^3 - (a+3) \cdot |x|^2 + 1, & |x| \leq 1, \\ a \cdot |x|^3 - 5 \cdot a \cdot |x|^2 + 8 \cdot a \cdot |x| - 4 \cdot a, & 1 < |x| < 2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad (1)$$

其中, a 为参数.

受文献 [36] 的启发, 本文基于双三次插值函数和正弦函数, 设计一种新型局部有源忆阻器:

$$i = G(\varphi) \cdot v, \quad d\varphi/dt = v, \quad (2)$$

其中, φ 表示状态变量; v , i 分别表示输入电压和输出电流; $G(\varphi)$ 表示忆导函数, 与电导具有相同的量纲, 物理单位为西门子 (S), 其数学表达式为

$$G(\varphi) = -(a+2) \cdot |\varphi|^3 + (a+3) \cdot |\varphi|^2 + b \cdot \sin(c \cdot \varphi), \quad (3)$$

其中, $a > 0$, $b > 0$ 和 $c > 0$ 为可调参数.

2.2 新型局部有源忆阻器的频率特性

在新型局部有源忆阻器 (2) 两端, 施加正弦激励 $v = V_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$, 并假设 $\varphi(t)|_{t=t_0} = \varphi(0) = 0$, 可得

$$\varphi(t) = \int_0^t v(\tau) d\tau = \int_0^t V_m \cdot \sin(\omega \cdot \tau) d\tau = \frac{V_m}{\omega} \cdot [1 - \cos(\omega \cdot t)]. \quad (4)$$

令 $b^* = b \cdot \sin(c \cdot \varphi)$, 将 (4) 式代入 (2) 式, 可得

$$i(t) = b^* \cdot v(t) - (a+2) \cdot \left| \frac{V_m}{\omega} \cdot [1 - \cos(\omega \cdot t)] \right|^3 \cdot v(t) + (a+3) \cdot \left| \frac{V_m}{\omega} \cdot [1 - \cos(\omega \cdot t)] \right|^2 \cdot v(t). \quad (5)$$

由于 $\sin(\omega \cdot t) = v/V_m$, 可得 $\cos(\omega \cdot t)$:

$$\cos(\omega \cdot t) = \begin{cases} \sqrt{V_m^2 - v^2}/V_m, & t \in \left(0, \frac{\pi}{2\omega}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2\omega}, \frac{2\pi}{\omega}\right), \\ -\sqrt{V_m^2 - v^2}/V_m, & t \in \left(\frac{\pi}{2\omega}, \frac{3\pi}{2\omega}\right). \end{cases} \quad (6)$$

当 $t \in \left(0, \frac{\pi}{2\omega}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2\omega}, \frac{2\pi}{\omega}\right)$ 时, 将 (6) 式中 $\cos(\omega \cdot t) = \sqrt{V_m^2 - v^2}/V_m$ 代入 (5) 式, 可得

$$\begin{aligned} i(t) = & \left[b^* - 4 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^3}{\omega^3} + 2 \cdot (a+3) \cdot \frac{V_m^2}{\omega^2} \right] \cdot v + \left[3 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^2}{\omega^3} - 2 \cdot (a+3) \cdot \frac{V_m}{\omega^2} \right] \cdot \sqrt{V_m^2 - v^2} \cdot v \\ & + \left[3 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m}{\omega^3} - (a+3) \cdot \frac{1}{\omega^2} \right] \cdot v^3 + (a+2) \cdot \frac{1}{\omega^3} \cdot \left(\sqrt{V_m^2 - v^2} \right)^3 \cdot v. \end{aligned} \quad (7)$$

当 $t \in \left(\frac{\pi}{2\omega}, \frac{3\pi}{2\omega}\right)$ 时, 将 (6) 式中 $\cos(\omega \cdot t) = -\sqrt{V_m^2 - v^2}/V_m$ 代入 (5) 式, 可得

$$\begin{aligned} i(t) = & \left[b^* - 4 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^3}{\omega^3} + 2 \cdot (a+3) \cdot \frac{V_m^2}{\omega^2} \right] \cdot v - \left[3 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^2}{\omega^3} - 2 \cdot (a+3) \cdot \frac{V_m}{\omega^2} \right] \cdot \sqrt{V_m^2 - v^2} \cdot v \\ & + \left[3 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m}{\omega^3} - (a+3) \cdot \frac{1}{\omega^2} \right] \cdot v^3 - (a+2) \cdot \frac{1}{\omega^3} \cdot \left(\sqrt{V_m^2 - v^2} \right)^3 \cdot v. \end{aligned} \quad (8)$$

根据 (7) 式和 (8) 式, 输出电流 $i(t)$ 由线性部分 $i_1(t)$ 和非线性部分 $i_2(t)$ 组成:

$$i_1(t) = \left[b^* - 4 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^3}{\omega^3} + 2 \cdot (a+3) \cdot \frac{V_m^2}{\omega^2} \right] \cdot v, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} i_2(t) = & \pm \left[3 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^2}{\omega^3} - 2 \cdot (a+3) \cdot \frac{V_m}{\omega^2} \right] \cdot \sqrt{V_m^2 - v^2} \cdot v \\ & \pm (a+2) \cdot \frac{1}{\omega^3} \cdot \left(\sqrt{V_m^2 - v^2} \right)^3 \cdot v + \left[3 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m}{\omega^3} - (a+3) \cdot \frac{1}{\omega^2} \right] \cdot v^3. \end{aligned} \quad (10)$$

线性部分 $i_1(t)$ 和非线性部分 $i_2(t)$ 之间的关系^[37]可表示为:

$$\rho_1 = \frac{|i_2(t)|}{|i_1(t)|} = \left| \left\{ \pm \left[3 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^2}{\omega^3} - 2 \cdot (a+3) \cdot \frac{V_m}{\omega^2} \right] \cdot \sqrt{V_m^2 - v^2} \pm (a+2) \cdot \frac{1}{\omega^3} \cdot \left(\sqrt{V_m^2 - v^2} \right)^3 + \left[3 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m}{\omega^3} - (a+3) \cdot \frac{1}{\omega^2} \right] \cdot v^2 \right\} \cdot v \right| \cdot \left| \left[b^* - 4 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^3}{\omega^3} + 2 \cdot (a+3) \cdot \frac{V_m^2}{\omega^2} \right] \cdot v \right|^{-1} < \frac{7 \cdot (a+2) \cdot V_m^3 + 3 \cdot (a+3) \cdot V_m^2 \cdot \omega}{|b^* \cdot \omega^3 - 4 \cdot (a+2) \cdot V_m^3 + 2 \cdot (a+3) \cdot V_m^2 \cdot \omega|}. \quad (11)$$

由(11)式可知, 比值 ρ_1 随频率的增大而减小.

假设当比值 ρ_1 小于阈值 ρ_2 ($0 < \rho_2 < 1$), 即 $\rho_1 < \rho_2$ 时, 新型局部有源忆阻器简化为线性电阻. 由于 $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, 不等式成立:

$$\rho_2 > \frac{7 \cdot (a+2) \cdot V_m^3 + 3 \cdot (a+3) \cdot V_m^2 \cdot \omega}{|b^* \cdot \omega^3 - 4 \cdot (a+2) \cdot V_m^3 + 2 \cdot (a+3) \cdot V_m^2 \cdot \omega|} > \frac{7 \cdot (a+2) \cdot V_m^3 + 3 \cdot (a+3) \cdot V_m^2 \cdot \omega}{|b^*| \cdot \omega^3 + 4 \cdot (a+2) \cdot V_m^3 + 2 \cdot (a+3) \cdot V_m^2 \cdot \omega}. \quad (12)$$

由于 $0 < \rho_2 < 1$, $(2 \cdot \rho_2 - 3) \cdot (a+3) \cdot V_m^2 \cdot \omega < 0$, 不等式(12)可缩放为:

$$\rho_2 > \frac{7 \cdot (a+2) \cdot V_m^3 + 3 \cdot (a+3) \cdot V_m^2 \cdot \omega + (2 \cdot \rho_2 - 3) \cdot (a+3) \cdot V_m^2 \cdot \omega}{|b^*| \cdot \omega^3 + 4 \cdot (a+2) \cdot V_m^3 + 2 \cdot (a+3) \cdot V_m^2 \cdot \omega}. \quad (13)$$

假设 $b^* \neq 0$, 通过计算不等式(13), 可得

$$f_{\max} > \left[\frac{\sqrt[3]{(a+2) \cdot (7 - 4\rho_2)}}{2\pi \cdot \sqrt[3]{\rho_2 \cdot |b^*|}} \cdot V_m \right] \text{ Hz}. \quad (14)$$

不等式(14)中, 由于 $b^* = b \cdot \sin(c \cdot \varphi)$, 所以 $-b \leq b^* \leq b$. 根据不等式(14), 当 b^* 相当小, 且 $b^* \neq 0$ 时, 忆阻频率带宽^[36,37]趋于无穷大. 因此, 新型局部有源忆阻器在高频条件下仍然能够保持紧磁滞回线.

设置正弦激励 $v = V_m \cdot \sin(\omega \cdot t) = V_m \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$ 的频率为 $f = 20$ GHz, 幅值分别为 $V_m = 1$ V, $V_m = 2$ V, $V_m = 3$ V, 新型局部有源忆阻器参数为 $a=10^4$, $b=10^5$, $c=10^5$. 新型局部有源忆阻器在不同幅值下的紧磁滞回线, 如图1(a)所示.

设置正弦激励 $v = V_m \cdot \sin(\omega \cdot t) = V_m \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$ 的幅值为 $V_m = 1$ V, 频率分别为 $f = 3$ GHz, $f = 5$ GHz, $f = 9$ GHz 和 $f = 80$ GHz, 新型局部有源忆阻器参数为 $a=10^4$, $b=10^5$, $c=10^5$. 新型局部有源忆阻器在不同频率下的紧磁滞回线, 如图1(b)所示.

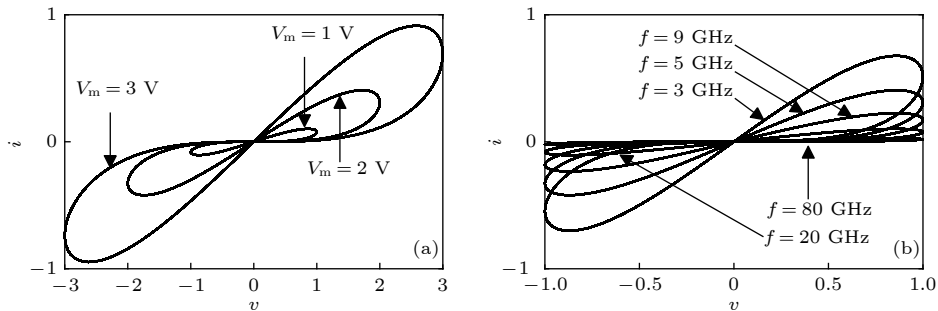


图1 新型局部有源忆阻器的紧磁滞回线 (a) $f = 20$ GHz, 不同幅值; (b) $V_m = 1$ V, 不同频率

Fig. 1. Pinched hysteresis loop of the novel locally active memristor: (a) Different amplitudes for $f = 20$ GHz; (b) different frequencies for $V_m = 1$ V.

2.3 新型局部有源忆阻器的局部有源性

忆阻器的局部有源性可由其瞬时功率及忆导函数图来验证^[36,38]. 将(4)式代入(3)式, 新型局部有源忆阻器的忆导函数可写为

$$\begin{aligned} G(t) &= b^* - (a+2) \cdot \left| \frac{V_m}{\omega} \cdot [1 - \cos(\omega \cdot t)] \right|^3 + (a+3) \cdot \left| \frac{V_m}{\omega} \cdot [1 - \cos(\omega \cdot t)] \right|^2 \\ &= b^* - (a+2) \cdot \frac{V_m^3}{\omega^3} + (a+3) \cdot \frac{V_m^2}{\omega^2} + \left[3 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^3}{\omega^3} - 2 \cdot (a+3) \cdot \frac{V_m^2}{\omega^2} \right] \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ &\quad - \left[3 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^3}{\omega^3} - (a+3) \cdot \frac{V_m^2}{\omega^2} \right] \cdot \cos^2(\omega \cdot t) + (a+2) \cdot \frac{V_m^3}{\omega^3} \cdot \cos^3(\omega \cdot t). \end{aligned} \quad (15)$$

根据 $P(t) = v(t) \cdot i(t)$ 和 $i(t) = G(t) \cdot v(t)$, 可得新型局部有源忆阻器的瞬时功率:

$$\begin{aligned} P(t) &= G(t) \cdot v^2(t) \\ &= b^* \cdot V_m^2 - (a+2) \cdot \frac{V_m^5}{\omega^3} + (a+3) \cdot \frac{V_m^4}{\omega^2} + \left[3 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^5}{\omega^3} - 2 \cdot (a+3) \cdot \frac{V_m^4}{\omega^2} \right] \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ &\quad - \left[b^* \cdot V_m^2 + 2 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^5}{\omega^3} \right] \cdot \cos^2(\omega \cdot t) - \left[2 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^5}{\omega^3} - 2 \cdot (a+3) \cdot \frac{V_m^4}{\omega^2} \right] \cdot \cos^3(\omega \cdot t) \\ &\quad + \left[3 \cdot (a+2) \cdot \frac{V_m^5}{\omega^3} - (a+3) \cdot \frac{V_m^4}{\omega^2} \right] \cdot \cos^4(\omega \cdot t) - (a+2) \cdot \frac{V_m^5}{\omega^3} \cdot \cos^5(\omega \cdot t). \end{aligned} \quad (16)$$

由(16)式可知, 在一定参数条件下, 新型局部有源忆阻器的瞬时功率是周期函数.

(3)式中, 取参数 $a = 5$, $b = 1$, $c = 3$, 可得忆导函数图, 如图2所示.

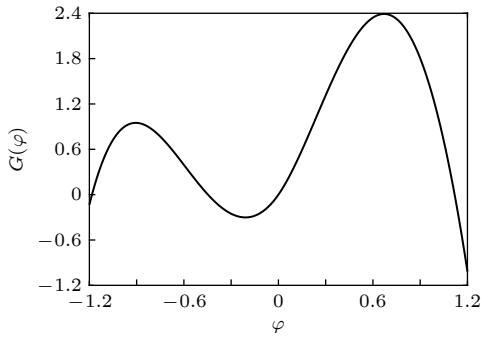


图2 忆导函数图

Fig. 2. Diagram of the memductance function $G(\varphi)$.

根据图2及(16)式, 可得如下结论: 在一个周期范围内, 存在使瞬时功率 $P(t) < 0$ 的区域, 即局部有源区, 例如图2中 $\varphi \in (-0.447, 0)$ 的区域. 因此, 新型局部有源忆阻器(2)具有局部有源性.

2.4 新型局部有源忆阻器的非易失性

非易失性定理^[39]: 所有非易失性忆阻器的断电图是水平轴的子集.

本文利用断电图(power-off plot, POP)和动

态路线图(dynamic route diagram, DRM)来分析新型局部有源忆阻器的非易失性.

图3表示新型局部有源忆阻器的断电图和动态路线图. 由断电图可知, 当新型局部有源忆阻器断电时, 即 $v = 0$ V, 断电图与水平轴重合. 当不同幅值的正弦激励 ($V_m = 1$ V, $V_m = 2$ V, $V_m = 3$ V, $V_m = -1$ V, $V_m = -2$ V, $V_m = -3$ V) 作用于新型局部有源忆阻器时, 其动态路线图由一些平行水平线组成. 在上半平面, 轨迹从左向右移动; 在下半平面, 轨迹从右向左移动. 这里, 箭头方向是其渐近稳定的方向. 因此, 新型局部有源忆阻器具有非易失性.

在新型局部有源忆阻器两端施加幅值为 V_m 的正电压脉冲, 其脉宽为 W_{12} . 该脉宽用于实现从状

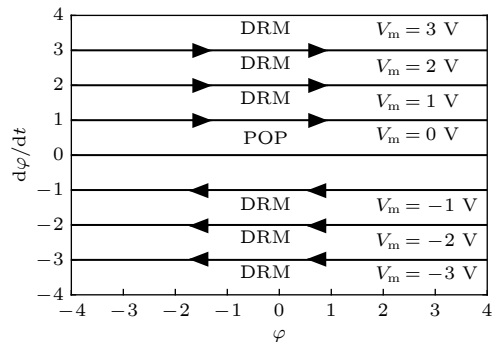


图3 新型局部有源忆阻器的断电图与动态路线图

Fig. 3. POP and DRM of the novel locally active memristor.

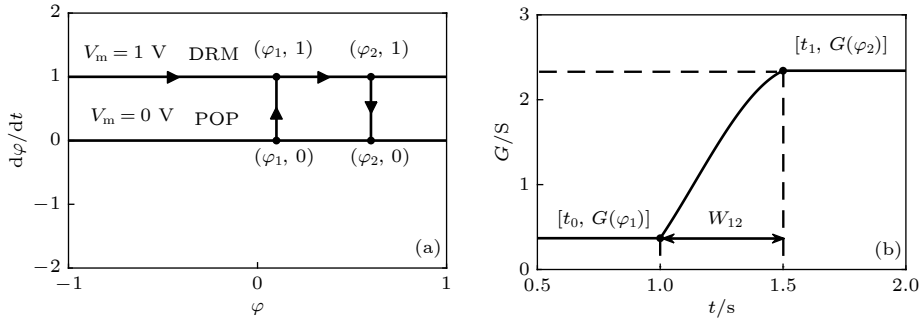


图 4 (a) 状态 φ_1 切换到状态 φ_2 (正电压脉冲的幅值 $V_m = 1$ V); (b) 低电平忆导 $G(\varphi_1)$ 切换到高电平忆导 $G(\varphi_2)$ (正电压脉冲的幅值 $V_m = 1$ V)

Fig. 4. (a) Switching from the state φ_1 to the state φ_2 (a positive voltage pulse with amplitude $V_m = 1$ V); (b) switching from the low-level memductance $G(\varphi_1)$ to the high-level memductance $G(\varphi_2)$ (a positive voltage pulse with amplitude $V_m = 1$ V).

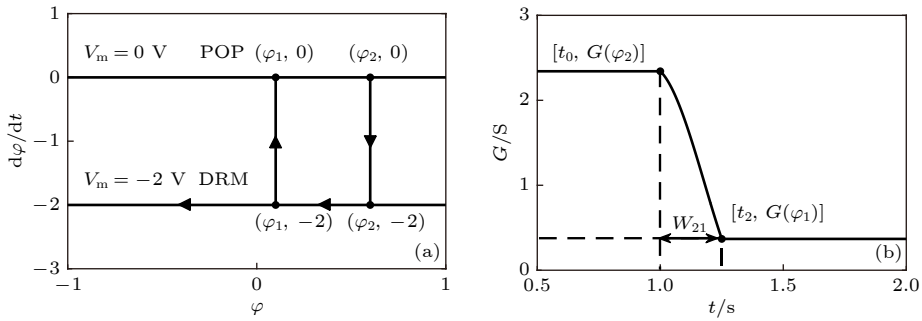


图 5 (a) 状态 φ_2 切换到状态 φ_1 (负电压脉冲的幅值 $V_m = -2$ V); (b) 高电平忆导 $G(\varphi_2)$ 切换到低电平忆导 $G(\varphi_1)$ (负电压脉冲的幅值 $V_m = -2$ V)

Fig. 5. (a) Switching from the state φ_2 to the state φ_1 (a negative voltage pulse with amplitude $V_m = -2$ V); (b) switching from the high-level memductance $G(\varphi_2)$ to the low-level memductance $G(\varphi_1)$ (a negative voltage pulse with amplitude $V_m = -2$ V).

态 φ_1 到状态 φ_2 的切换, 其中 φ_1 和 φ_2 分别对应 $G(\varphi_1)$ 和 $G(\varphi_2)$.

通过对状态方程 $\frac{d\varphi}{dt} = v(V_m)$ 进行积分, 可得

$$W_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{1}{v(V_m)} d\varphi. \quad (17)$$

当脉宽 W_{12} 满足 (17) 式时, 初始状态 φ_1 (假设 $\varphi_1 > 0$) 可以切换到目标状态 φ_2 (假设 $\varphi_2 > \varphi_1$), 其中初始状态 φ_1 对应低电平 $G(\varphi_1)$, 目标状态 φ_2 对应高电平 $G(\varphi_2)$.

如图 4(a) 所示, 设置 $V_m = 1$ V, 且脉宽 W_{12} 在 $t_0 < t < t_1$ ($t_1 = t_0 + W_{12}$) 时作用于忆阻器, 初始状态 φ_1 在 t_0 时刻跳跃到 $V_m = 1$ V 的路径上, 然后向右移动, 最后在 t_1 时刻跌落到断电图的 $(\varphi_2, 0)$ 点上. 如图 4(b) 所示, 通过施加正电压脉冲, 低电平忆导 $G(\varphi_1)$ 切换到高电平忆导 $G(\varphi_2)$. 在这种情况下, 局部有源忆阻器有两种状态, 截止和导通, 这意味着忆导处于低电平 (对应截止状态) 或高电平 (对应导通状态).

如图 5(a) 所示, 设置 $V_m = -2$ V, 且脉宽 $W_{21} =$

$t_2 - t_0$ 作用于忆阻器, 初始状态 φ_2 在 t_0 时刻跌落到 $V_m = -2$ V 的路径上, 然后向左移动, 最后在 t_2 时刻跳跃到断电图的 $(\varphi_1, 0)$ 点上. 如图 5(b) 所示, 通过施加负电压脉冲, 高电平忆导 $G(\varphi_2)$ 切换到低电平忆导 $G(\varphi_1)$.

综上所述, 通过选择合适的方波电压脉冲, 新型局部有源忆阻器能够由一种状态切换到另一种状态 (例如, 由截止切换到导通或由导通切换到截止). 该方波电压脉冲的幅值和脉宽可以调整. 因此, 如文献 [36,39,40] 所示, 新型局部有源忆阻器能够表示两个二进制状态 0 和 1, 该特性将使其在存储器和数字逻辑电路中具有应用价值.

3 新型忆阻耦合异质神经元模型及动力学行为分析

3.1 新型忆阻耦合异质神经元的模型

孤立神经元中生物电信号的活动模式相对简单, 而不同的神经元之间具有异质性, 神经元活动

具有很大的差异, 因此耦合异质神经元的动力学行为更加丰富. 本文通过新型局部有源忆阻器将二维 HR 神经元模型^[41]和二维 FHN 神经元模型^[41]进行耦合, 构成新型忆阻耦合异质神经元模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - \beta_1 \cdot x_1^3 + \beta_2 \cdot x_1^2 \\ \quad + k \cdot G(\varphi) \cdot (x_1 - x_3), \\ \dot{x}_2 = \beta_3 - \beta_4 \cdot x_1^2 - x_2, \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{\beta_5} \cdot \left(x_3 - \frac{1}{3} \cdot x_3^3 - x_4 \right) \\ \quad - k \cdot G(\varphi) \cdot (x_1 - x_3), \\ \dot{x}_4 = \beta_5 \cdot x_3 - \beta_6 \cdot x_4 + \beta_7, \\ \dot{\varphi} = x_1 - x_3, \end{cases} \quad (18)$$

其中, $x_1, x_2, x_3, x_4, \varphi$ 为状态变量; $G(\varphi)$ 为忆导函数 (如 (3) 式所示); k 为耦合强度. 不失一般

性, 设置系统参数 $\beta_1 = 1, \beta_2 = 3, \beta_3 = 1, \beta_4 = 5, \beta_5 = 5, \beta_6 = 1, \beta_7 = 1$; 忆阻器参数 $a = 3, b = 2, c = 1$.

3.2 平衡点分析

令 (18) 式中的 $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = \dot{x}_4 = \dot{\varphi} = 0$, 可得

$$\begin{cases} 0 = x_2 - x_1^3 + 3x_1^2, & 0 = 1 - 5x_1^2 - x_2, \\ 0 = 3x_3 - x_3^3 - 3x_4, & 0 = 5x_3 - x_4 + 1, \\ 0 = x_1 - x_3. \end{cases} \quad (19)$$

由 (19) 式可知, 其不存在任何数学解, 即新型忆阻耦合异质神经元无平衡点. 根据隐藏吸引子的定义^[42,43], 无平衡点的新型忆阻耦合异质神经元所产生的动力学行为均是隐藏的, 这在工程应用中具有重要价值.

(19) 式的雅可比矩阵为

$$\begin{bmatrix} -3x_1^2 + 6x_1 + k \cdot G(\varphi) & 1 & -k \cdot G(\varphi) & 0 & k \cdot \dot{G}(\varphi) \cdot (x_1 - x_3) \\ -10x_1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -k \cdot G(\varphi) & 0 & \frac{1}{5} - \frac{1}{5}x_3^2 + k \cdot G(\varphi) & -\frac{1}{5} & -k \cdot \dot{G}(\varphi) \cdot (x_1 - x_3) \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

其中, $G(\varphi) = -5|\varphi|^3 + 6|\varphi|^2 + 2\sin(\varphi)$, $\dot{G}(\varphi) = -15\varphi \cdot |\varphi| + 12\varphi + 2\cos(\varphi)$. 基于 (20) 式, 可计算得到新型忆阻耦合异质神经元的李雅普诺夫指数.

3.3 耦合强度和初始状态对动力学行为的影响

设置初始状态 $[x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0), \varphi(0)] = (0, 0, 0, 0, 0)$. 图 6(a) 表示耦合强度 k 变化

时分岔图. 由图 6(a) 可知, 随耦合强度 k 增大, 新型忆阻耦合异质神经元出现倍周期分岔、混沌及大小不同并且周期数不等的周期窗口等现象. 图 6(b) 表示耦合强度 k 变化时前 3 个李雅普诺夫指数. 由图 6(b) 可知, 李雅普诺夫指数具有和分岔图相同的变化趋势, 对应分岔图中的周期行为与混沌行为.

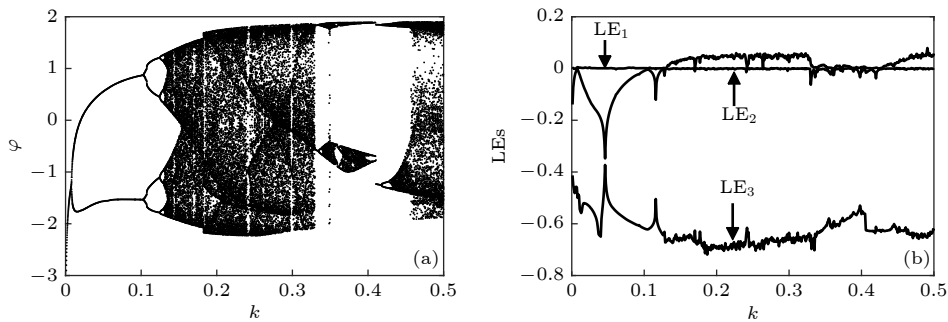


图 6 耦合强度 k 变化时分岔图和李雅普诺夫指数 (a) 耦合强度 k 变化时分岔图; (b) 耦合强度 k 变化时李雅普诺夫指数

Fig. 6. Bifurcation diagram and Lyapunov exponents with the coupling strength k changing: (a) Bifurcation diagram with the coupling strength k changing; (b) Lyapunov exponents with the coupling strength k changing.

表 1 表示放电模式. 由相图及时域波形图 (见图 7 和图 8) 可知, 取不同耦合强度 k 时新型忆阻耦合异质神经元出现周期 1, 2, 4, 5, 6, 8 尖峰放电模式、混沌尖峰放电模式、周期 4 和周期 8 簇发放电模式及随机簇发放电模式.

下文以初始状态 $\varphi(0)$ 为例, 研究初始状态对

新型忆阻耦合异质神经元动力学行为的影响. 图 9 表示初始状态 $\varphi(0)$ 变化时分岔图, $\varphi(0)$ 的取值范围为 $[-0.4, 0.4]$. 由图 9 可知, 随初始状态 $\varphi(0)$ 增大, 新型忆阻耦合异质神经元的动力学行为在周期行为与混沌行为之间切换.

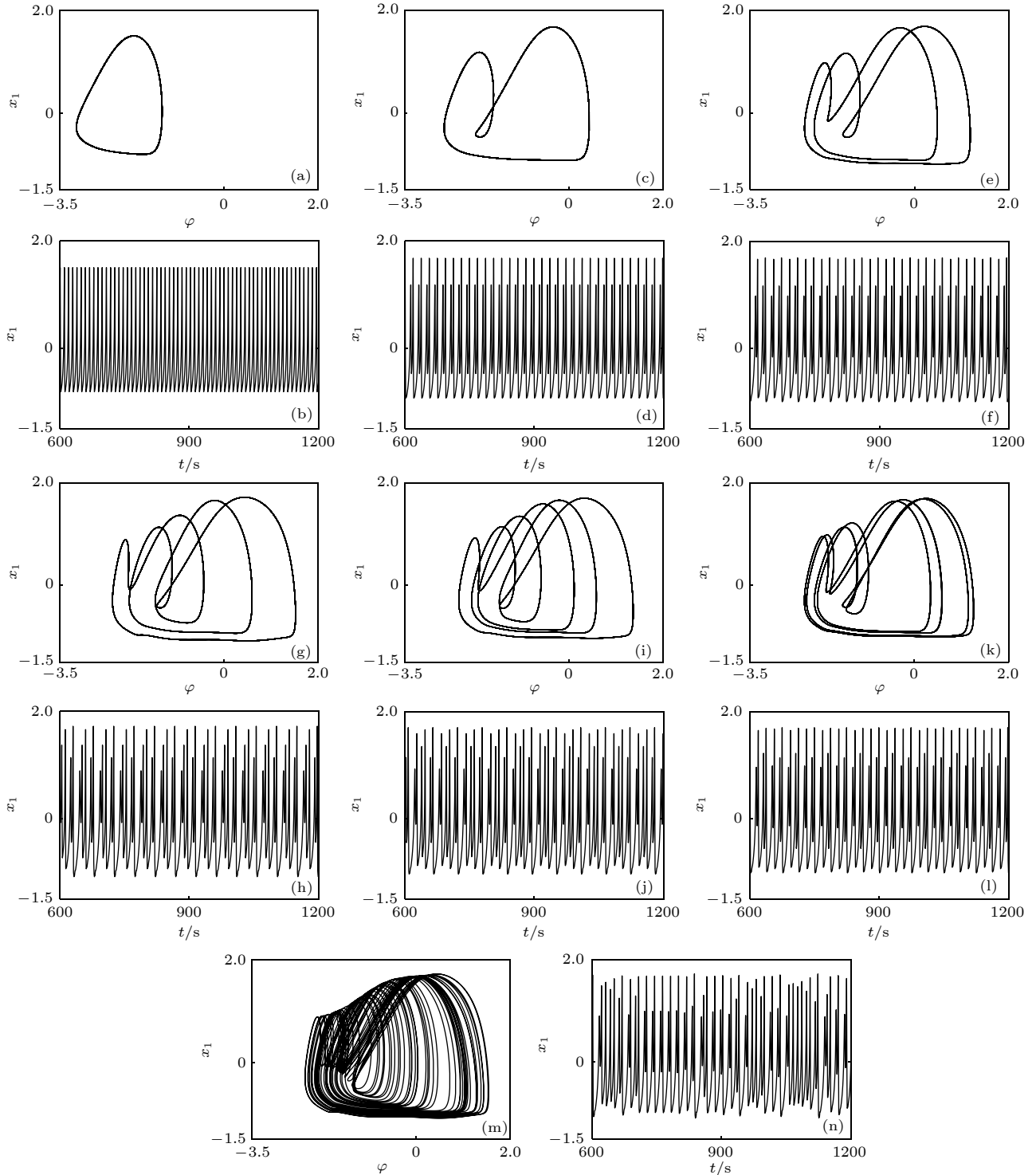


图 7 不同耦合强度 k , 尖峰放电模式的相图及时域波形图

Fig. 7. Phase diagrams and time domain waveform diagrams of spiking firing modes, with different coupling strengths k .

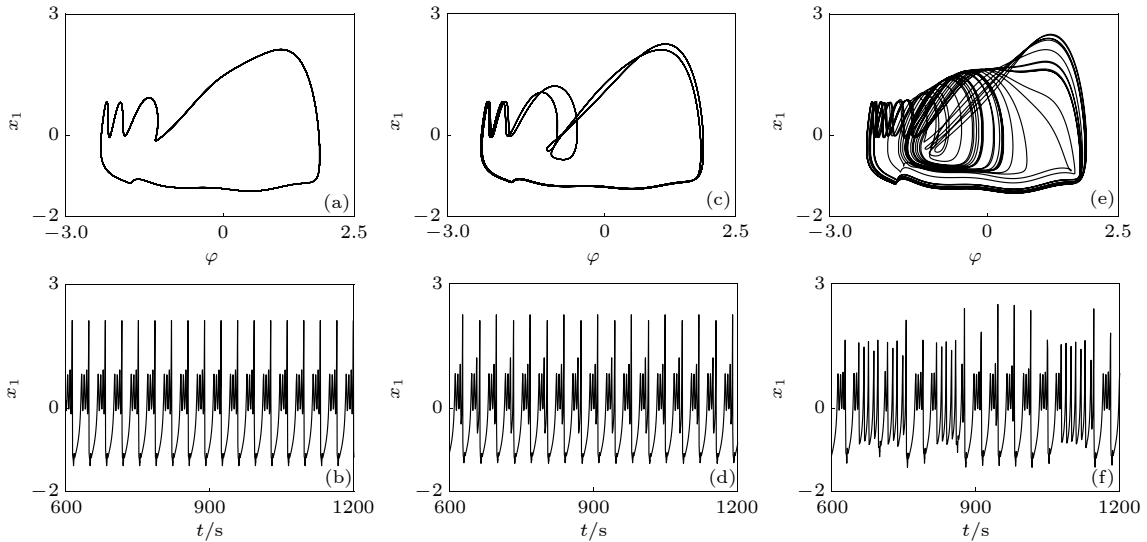


图 8 不同耦合强度 k , 簇发放电模式的相图及时域波形图

Fig. 8. Phase diagrams and domain waveform diagrams of bursting firing modes, with different coupling strengths k .

表 1 放电模式
Table 1. Firing modes.

耦合强度 k	放电模式	相图编号	时域波形图编号
0.0070	周期1尖峰放电	图7(a)	图7(b)
0.0400	周期2尖峰放电	图7(c)	图7(d)
0.1200	周期4尖峰放电	图7(e)	图7(f)
0.1691	周期5尖峰放电	图7(g)	图7(h)
0.1428	周期6尖峰放电	图7(i)	图7(j)
0.1290	周期8尖峰放电	图7(k)	图7(l)
0.1800	混沌尖峰放电	图7(m)	图7(n)
0.4150	周期4簇发放电	图8(a)	图8(b)
0.3600	周期8簇发放电	图8(c)	图8(d)
0.4800	随机簇发放电	图8(e)	图8(f)

新型忆阻耦合异质神经元具有一个正的李雅普诺夫指数, 说明该系统处于混沌状态.

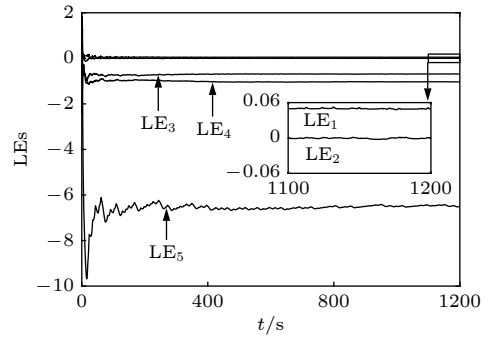


图 10 李雅普诺夫指数

Fig. 10. Lyapunov exponents.

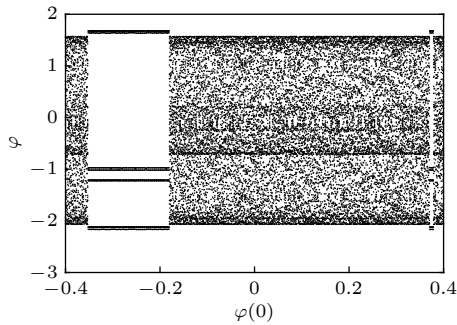


图 9 初始状态 $\varphi(0)$ 变化时分岔图, $\varphi(0) \in [-0.4, 0.4]$

Fig. 9. Bifurcation diagram with the initial state $\varphi(0)$ changing, $\varphi(0) \in [-0.4, 0.4]$.

3.4 李雅普诺夫指数及 0-1 测试

当耦合强度 $k = 0.18$ 时, 李雅普诺夫指数, 如图 10 所示. 图 10 中李雅普诺夫指数分别为 $LE_1 = 0.04916$, $LE_2 = 0.000137$, $LE_3 = -0.68487$, $LE_4 = -1.03458$ 和 $LE_5 = -6.50428$. 由图 10 可知,

本文利用 0-1 测试方法 [44] 来判别新型忆阻耦合异质神经元是否具有混沌行为. 0-1 测试方法能够为系统在 (p, s) 平面内轨迹的检验提供可视化测试, 即在 (p, s) 平面内的有界轨迹表明系统是一个规则动态系统, 而类似于布朗运动的无界轨迹表明系统是一个混沌的动态系统.

0-1 测试如图 11 所示. 由图 11 可知, 新型忆阻耦合异质神经元的运动轨迹呈现出随时间变化而无界增长的现象, 具有布朗运动的特征, 对应混沌行为.

3.5 电路实现

令 $V_{x_1} = x_1$, $V_{x_2} = x_2$, $V_{x_3} = x_3$, $V_{x_4} = x_4$, $V_\varphi = \varphi$, 根据基尔霍夫定律将新型忆阻耦合异质神经元的状态方程 (18) 转化为等效电路状态方程:

$$\begin{cases} C_0 \cdot \frac{dV_{x_1}}{dt} = -\frac{1}{R_6} \cdot (-V_{x_2}) - \frac{1}{R_5} \cdot V_{x_1}^3 - \frac{1}{R_7} \cdot (-V_{x_1}^2) - \frac{1}{R_k} \cdot [-G(V_\varphi) \cdot (V_{x_1} - V_{x_3})], \\ C_0 \cdot \frac{dV_{x_2}}{dt} = -\frac{1}{R_8} \cdot (-V_{HR}) - \frac{1}{R_9} \cdot V_{x_1}^2 - \frac{1}{R_{10}} \cdot V_{x_2}, \\ C_0 \cdot \frac{dV_{x_3}}{dt} = -\frac{1}{R_{12}} \cdot (-V_{x_3}) - \frac{1}{R_{11}} \cdot V_{x_3}^3 - \frac{1}{R_{13}} \cdot V_{x_4} - \frac{1}{R_k} \cdot G(V_\varphi) \cdot (V_{x_1} - V_{x_3}), \\ C_0 \cdot \frac{dV_{x_4}}{dt} = -\frac{1}{R_{14}} \cdot (-V_{FHN}) - \frac{1}{R_{16}} \cdot V_{x_4} - \frac{1}{R_{15}} \cdot (-V_{x_3}), \\ C_0 \cdot \frac{dV_\varphi}{dt} = -\frac{1}{R} \cdot [-(V_{x_1} - V_{x_3})], \end{cases} \quad (21)$$

其中, $G(V_\varphi) = -\frac{R}{R_3} \cdot |V_\varphi|^3 - \frac{R}{R_2} \cdot (-|V_\varphi|^2) - \frac{R}{R_4} \cdot [-\sin(V_\varphi)]$.

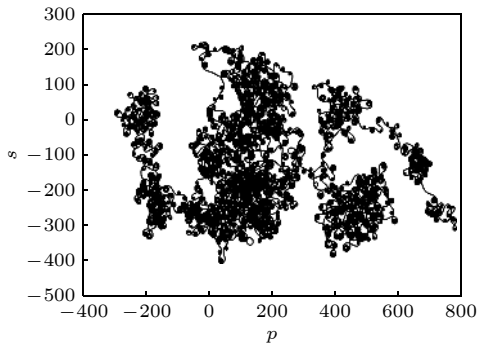


图 11 0-1 测试

Fig. 11. 0-1 test.

对新型忆阻耦合异质神经元进行电路实现时, 主要采用如下元件器: 线性电阻、电容、LF353D 运算放大器、乘法器和非线性相关电源 (nonlinear dependent source) 等. 表 2 表示新型忆阻耦合异质神经元的电路参数. 新型忆阻耦合异质神经元的电路实现包括 3 部分: 新型局部有源忆阻器

表 2 新型忆阻耦合异质神经元的电路参数

Table 2. Circuit parameters of the novel memristor-coupled heterogeneous neuron.

电路参数	类型	值
$R, R_5, R_6, R_8, R_{10}, R_{14}, R_{16}$	电阻/k Ω	200
R_1	电阻/k Ω	2700
R_2	电阻/k Ω	33.333
R_3, R_9, R_{15}	电阻/k Ω	40
R_4	电阻/k Ω	100
R_7	电阻/k Ω	66.667
R_{11}	电阻/k Ω	3000
R_{12}, R_{13}	电阻/k Ω	1000
R_k	电阻/k Ω	200/k
C_0	电容/nF	40
V_{HR}, V_{FHN}	直流电压源/V	1

的电路实现, 如图 12(a) 所示; HR 神经元的电路实现, 如图 12(b) 所示; FHN 神经元的电路实现, 如图 12(c) 所示. 需要说明的是, 通过调整 HR 神经元电路及 FHN 神经元电路中的电阻 R_k 来实现耦合强度 k 的变化. 电阻 R_k 与耦合强度 k 的关系为 $R_k = R/k$

不失一般性, 取耦合强度 $k = 0.04$, $R_k = 5000$ k Ω , 电路实现的相图及时域波形图如图 13 所示. 由图 13 可知, 新型忆阻耦合异质神经元产生周期 2 尖峰放电模式. 取耦合强度 $k = 0.18$, $R_k = 1111.111$ k Ω , 电路实现的相图及时域波形图如图 14 所示. 由图 14 可知, 新型忆阻耦合异质神经元产生混沌尖峰放电模式. 由上所述, 电路实现结果与数值仿真结果 (见图 7(c), (d), (m), (n)) 基本一致.

4 新型忆阻耦合异质神经元的预定义时间混沌同步

4.1 系统描述及预备知识

驱动系统 (22) 和响应系统 (23) 如下所示:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(\mathbf{x}, t) + \Delta f_1(\mathbf{x}, t) + d_1^m(t), \\ \dot{x}_2 = f_2(\mathbf{x}, t) + \Delta f_2(\mathbf{x}, t) + d_2^m(t), \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f_n(\mathbf{x}, t) + \Delta f_n(\mathbf{x}, t) + d_n^m(t); \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = g_1(\mathbf{y}, t) + \Delta g_1(\mathbf{y}, t) + d_1^s(t) + u_1(t), \\ \dot{y}_2 = g_2(\mathbf{y}, t) + \Delta g_2(\mathbf{y}, t) + d_2^s(t) + u_2(t), \\ \vdots \\ \dot{y}_n = g_n(\mathbf{y}, t) + \Delta g_n(\mathbf{y}, t) + d_n^s(t) + u_n(t), \end{cases} \quad (23)$$

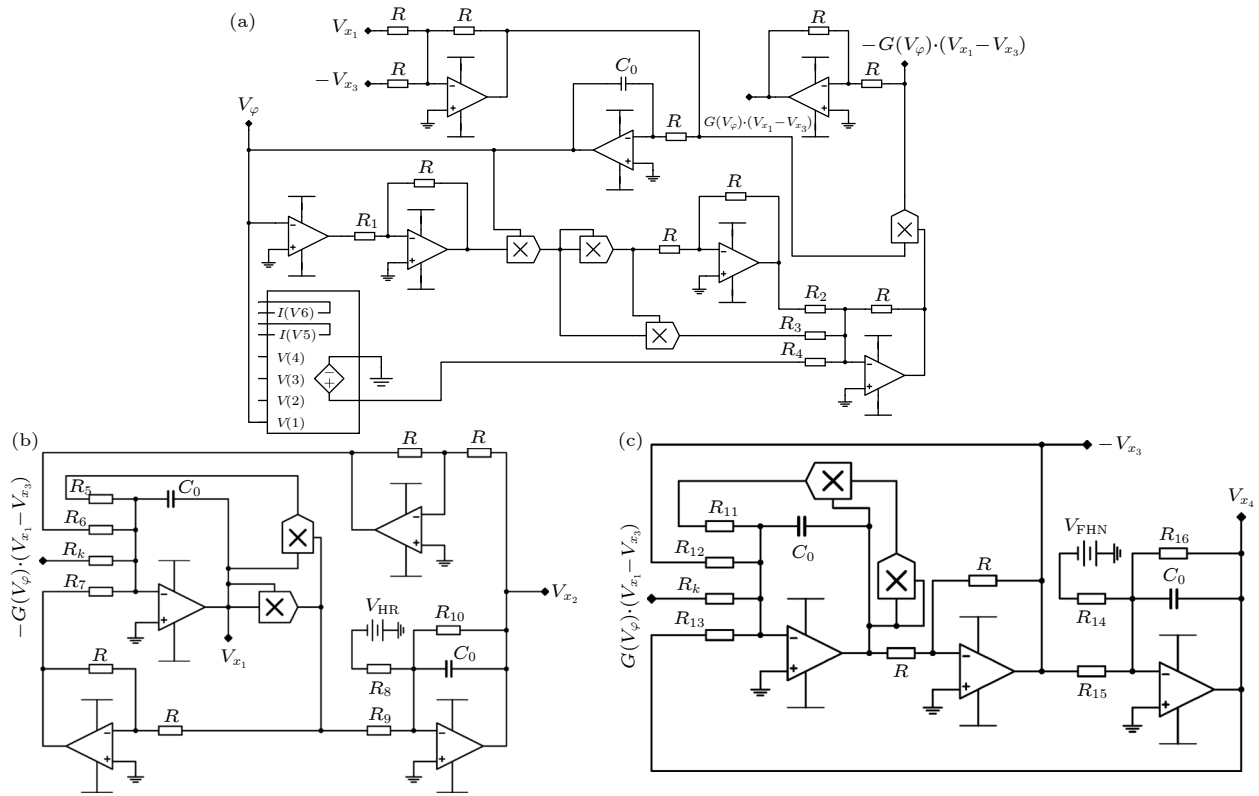


图 12 电路实现 (a) 新型局部有源忆阻器的电路实现; (b) HR 神经元的电路实现; (c) FHN 神经元的电路实现

Fig. 12. Circuit implementations: (a) Circuit implementation of the novel locally active memristor; (b) circuit implementation of the HR neuron; (c) circuit implementation of the FHN neuron.

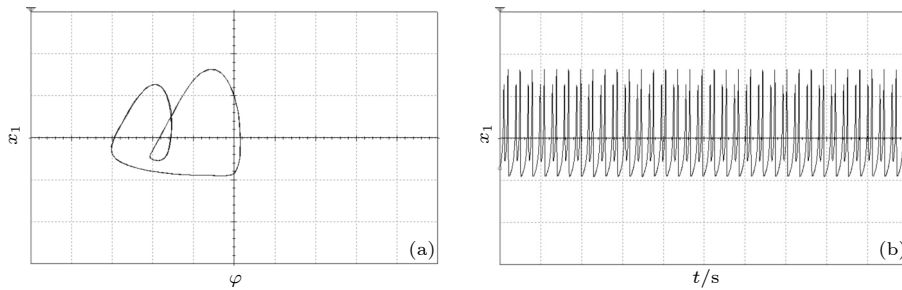


图 13 电路实现的相图及时域波形图 (周期 2 尖峰放电模式) (a) 相图; (b) 时域波形图

Fig. 13. Phase diagram and time domain waveform diagram of circuit implementation (period-2 spiking firing mode): (a) Phase diagram; (b) time domain waveform.

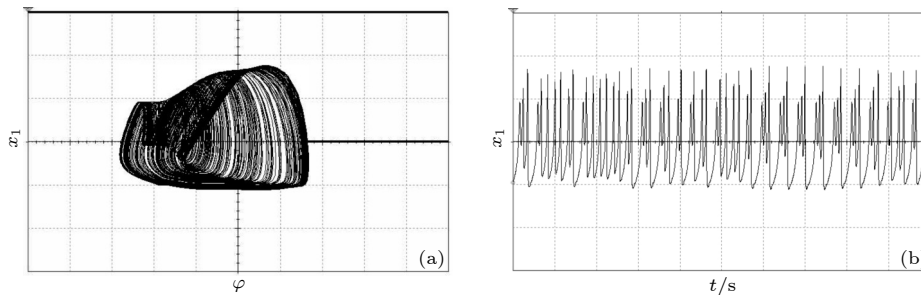


图 14 电路实现的相图及时域波形图 (混沌尖峰放电模式) (a) 相图; (b) 时域波形图

Fig. 14. Phase diagram and time domain waveform diagram of circuit implementation (chaotic spiking firing mode): (a) Phase diagram; (b) time domain waveform.

其中, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 和 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ 为状态变量; $\Delta f_i(\mathbf{x}, t)$ 和 $\Delta g_i(\mathbf{y}, t)$ 为内部不确定性; $d_i^m(t)$ 和 $d_i^s(t)$ 为外部扰动; $u_i(t)$ 为控制器, $i = 1, 2, \dots, n$.

假设 1 假设系统内部不确定性有界:

$$\|\Delta f_i(\mathbf{x}, t)\| \leq \eta_i \|\mathbf{x}\|, \|\Delta g_i(\mathbf{y}, t)\| \leq \lambda_i \|\mathbf{y}\|, \\ i = 1, 2, \dots, n,$$

其中, $\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数. η_i, λ_i 均为正常数.

假设 2 假设系统外部扰动有界:

$$|d_i^m(t)| \leq D_i^m, |d_i^s(t)| \leq D_i^s, \\ i = 1, 2, \dots, n,$$

其中, D_i^m 和 D_i^s 均为正常数.

由驱动系统和响应系统可得误差系统 (24):

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = g_1(\mathbf{y}, t) - f_1(\mathbf{x}, t) + \Delta g_1(\mathbf{y}, t) - \Delta f_1(\mathbf{x}, t) + d_1^s(t) - d_1^m(t) + u_1(t), \\ \dot{e}_2 = g_2(\mathbf{y}, t) - f_2(\mathbf{x}, t) + \Delta g_2(\mathbf{y}, t) - \Delta f_2(\mathbf{x}, t) + d_2^s(t) - d_2^m(t) + u_2(t), \\ \vdots \\ \dot{e}_n = g_n(\mathbf{y}, t) - f_n(\mathbf{x}, t) + \Delta g_n(\mathbf{y}, t) - \Delta f_n(\mathbf{x}, t) + d_n^s(t) - d_n^m(t) + u_n(t). \end{cases} \quad (24)$$

定义 1 有限时间稳定性^[45]

假设误差系统 (24) 是全局渐近稳定的, 且误差系统 (24) 的任意解在有限时间内到达平衡点, 则称误差系统 (24) 是全局有限时间稳定性系统, 即

$$\forall t \geq T(e_0), \mathbf{e}(t, e_0) = \mathbf{0},$$

其中, $T(e_0)$ 为误差系统 (24) 的实际收敛时间.

定义 2 固定时间稳定性^[46]

假设误差系统 (24) 满足如下两个条件, 则称误差系统 (24) 为全局固定时间稳定性系统. ①能在有限时间内达到稳定状态; ②稳定时间 $T(e_0)$ 是全局有界的, 并与误差系统的初始状态无关, 即:

$$\exists T_{\max} > 0, \forall e_0 \in \mathbb{R}^n, T(e_0) \leq T_{\max},$$

其中, T_{\max} 为误差系统 (24) 的收敛时间估计.

定义 3 预定义时间稳定性^[47]

对于预定义参数 $T_c > 0$ (T_c 是可调参数), 若误差系统 (24) 是固定时间稳定的, 且稳定时间函数 $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 使得

$$\forall e_0 \in \mathbb{R}^n, T(e_0) \leq T_c.$$

则称误差系统 (24) 为全局预定义时间稳定性系统.

4.2 新型预定义时间同步策略

4.2.1 新型预定义时间 Lyapunov 函数的充分条件

定理 1 针对误差系统 (24), 若 Lyapunov 函数 $V(e)$, 满足如下不等式:

$$\dot{V} \leq -\frac{\ln 4}{\alpha \cdot T_c} \cdot V^{1-\alpha/2} \cdot [1 + \exp(V^{\alpha/2})], \alpha \in (0, 1), \quad (25)$$

则称误差系统 (24) 是预定义时间稳定的, 预定义时间 $T_c > 0$.

需要说明的是, 误差系统 (24) 的实际收敛时间 $T(e_0)$ 依赖于预定义时间 T_c ($T(e_0) \leq T_c$).

证明 根据不等式 (25), 可得收敛时间 $T(e_0)$ 满足如下条件:

$$\begin{aligned} T(e_0) &\leq -\frac{T_c}{\ln 2} \cdot \int_{V_{t_0}}^{V_{t_f}} \frac{dV^{\alpha/2}}{[1 + \exp(V^{\alpha/2})]} \\ &= \frac{T_c}{\ln 2} \cdot \int_0^{V_{t_0}} \frac{dV^{\alpha/2}}{[1 + \exp(V^{\alpha/2})]} \\ &= -\frac{T_c}{\ln 2} \cdot \ln [1 + \exp(-V^{\alpha/2})] \Big|_0^{V_{t_0}} \\ &= \frac{T_c}{\ln 2} \left\{ \ln 2 - \ln [1 + \exp(-V_{t_0}^{\alpha/2})] \right\} \\ &\leq T_c. \end{aligned} \quad (26)$$

由 (26) 式可得 $T(e_0) \leq T_c, T_c = \sup T(e_0)$.

4.2.2 新型预定义时间滑模面设计

设计新型预定义时间滑模面:

$$s_i = e_i + \int_0^t \{l_1 \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\alpha} \\ \times [1 + \exp(e_i^\alpha)] + l_2 \cdot \text{signr}(e_i)\} d\tau, \quad (27)$$

其中, $\alpha \in (0, 1), l_1 = \frac{\sqrt{2}^\alpha \cdot \ln 2}{\alpha \cdot T_{c1}}, l_2 > 0$. 非线性函数 $\text{signr}(\cdot)$ ^[48] 的表达式如下:

$$\text{signr}(e_i) = e_i / \sqrt{e_i^2 + 0.01^2}.$$

间滑模面在预定义时间 T_{c_1} 内收敛到零.

定理 2 若误差系统 (24) 使用新型预定义时间滑模面 (27), 则误差系统 (24) 沿新型预定义时间

证明 当误差系统 (24) 到达新型预定义时间滑模面后, 即 $s_i = 0$, $\dot{s}_i = 0$, 可得

$$\dot{e}_i = -l_1 \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\alpha} \cdot [1 + \exp(e_i^\alpha)] - l_2 \cdot \text{signr}(e_i). \quad (28)$$

选取 Lyapunov 函数 $V_1 = \frac{1}{2} \cdot e_i^2$, 对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_i \cdot \dot{e}_i = e_i \cdot \left\{ -l_1 \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\alpha} [1 + \exp(e_i^\alpha)] - l_2 \cdot \text{signr}(e_i) \right\} \\ &= -l_1 \cdot |e_i|^{2-\alpha} \cdot [1 + \exp(e_i^\alpha)] - l_2 \cdot \frac{e_i^2}{\sqrt{e_i^2 + 0.01^2}} \\ &\leq -l_1 \cdot |e_i|^{2-\alpha} \cdot [1 + \exp(e_i^\alpha)] \leq -l_1 \cdot |e_i|^{2-\alpha} \cdot \left\{ 1 + \exp \left[\left(\frac{1}{2} \cdot e_i^2 \right)^{\alpha/2} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

将 $l_1 = \frac{\sqrt{2^\alpha} \cdot \ln 2}{\alpha \cdot T_{c_1}}$ 代入不等式 (29) 可得

$$\dot{V}_1 \leq -l_1 \cdot |e_i|^{2-\alpha} \cdot \left\{ 1 + \exp \left[\left(\frac{1}{2} \cdot e_i^2 \right)^{\alpha/2} \right] \right\} = -\frac{\ln 4}{\alpha \cdot T_{c_1}} \cdot V_1^{1-\alpha/2} \cdot [1 + \exp(V_1^{\alpha/2})]. \quad (30)$$

(30) 式满足定理 1. 因此, 误差系统 (24) 沿新型预定义时间滑模面在预定义时间 T_{c_1} 内收敛到零.

4.2.3 新型预定义时间滑模控制器设计

设计新型预定义时间滑模控制器:

$$\begin{aligned} u_i &= -[g_i(\mathbf{y}) - f_i(\mathbf{x})] - \left\{ l_1 \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\alpha} \cdot [1 + \exp(e_i^\alpha)] + l_2 \cdot \text{signr}(e_i) \right\} \\ &\quad - \left\{ l_3 \cdot \text{sign}(s_i) \cdot |s_i|^{1-\alpha} \cdot [1 + \exp(s_i^\alpha)] + l_4 \cdot \text{kas}(s_i, \gamma, \delta) \right\} \\ &\quad - (\eta_i \|\mathbf{x}\| + \lambda_i \|\mathbf{y}\| + D_i^m + D_i^s) \cdot \text{sign}(s_i), \end{aligned} \quad (31)$$

其中, $l_1 = \frac{\sqrt{2^\alpha} \cdot \ln 2}{\alpha \cdot T_{c_1}}$, $l_2 > 0$, $l_3 = \frac{\sqrt{2^\alpha} \cdot \ln 2}{\alpha \cdot T_{c_2}}$, $l_4 > 0$, $\alpha \in (0, 1)$, 非线性函数 $\text{kas}(\cdot)$ [49] 的表达式如下:

$$\text{kas}(s_i, \gamma, \delta) = \begin{cases} \left[\gamma \cdot \delta^{\gamma-1} - \frac{(1-\gamma) \cdot \delta^\gamma \cdot \cos(\delta)}{\sin(\delta) - \delta \cdot \cos(\delta)} \right] \cdot s_i + \frac{(1-\gamma) \cdot \delta^\gamma}{\sin(\delta) - \delta \cdot \cos(\delta)} \cdot \sin(s_i), & |s_i| \leq \delta, \\ |s_i|^\gamma \cdot \text{sign}(s_i), & |s_i| > \delta, \end{cases}$$

其中, $\gamma = 0.25$, $\delta = 0.1$.

需要说明的是, 设计新型预定义时间滑模控制器 u_i 时, 不妨选取趋近律 $\dot{s}_i = -\{l_3 \cdot \text{sign}(s_i) \cdot |s_i|^{1-\alpha} \times [1 + \exp(s_i^\alpha)] + l_4 \cdot \text{kas}(s_i, \gamma, \delta)\}$.

定理 3 若误差系统 (24) 利用新型预定义时间滑模控制器 (31), 则误差系统 (24) 在预定义时间 T_{c_2} 内到达新型预定义时间滑模面.

证明 选取 Lyapunov 函数 $V_2 = \frac{1}{2} \cdot s_i^2$, 对其求导可得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 &= s_i \cdot \dot{s}_i = s_i \cdot \{ \dot{e}_i + l_1 \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\alpha} \cdot [1 + \exp(e_i^\alpha)] + l_2 \cdot \text{signr}(e_i) \} \\
 &= s_i \cdot \{ g_i(\mathbf{y}) - f_i(\mathbf{x}) + \Delta g_i(\mathbf{y}) - \Delta f_i(\mathbf{x}) + d_i^s - d_i^m + u_i \\
 &\quad + l_1 \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\alpha} \cdot [1 + \exp(e_i^\alpha)] + l_2 \cdot \text{signr}(e_i) \} \\
 &= s_i \cdot \{ \Delta g_i(\mathbf{y}) - \Delta f_i(\mathbf{x}) + d_i^s - d_i^m - (\eta_i \|\mathbf{x}\| + \lambda_i \|\mathbf{y}\| + D_i^m + D_i^s) \cdot \text{sign}(s_i) \\
 &\quad - l_3 \cdot \text{sign}(s_i) \cdot |s_i|^{1-\alpha} \cdot [1 + \exp(s_i^\alpha)] - l_4 \cdot \text{kas}(s_i, \gamma, \delta) \} \\
 &= \{ s_i \cdot [\Delta g_i(\mathbf{y}) - \Delta f_i(\mathbf{x}) + d_i^s - d_i^m] - (\eta_i \|\mathbf{x}\| + \lambda_i \|\mathbf{y}\| + D_i^m + D_i^s) \cdot |s_i| \\
 &\quad - l_3 \cdot |s_i|^{2-\alpha} \cdot [1 + \exp(s_i^\alpha)] - l_4 \cdot s_i \cdot \text{kas}(s_i, \gamma, \delta) \} \\
 &\leq -l_3 \cdot |s_i|^{2-\alpha} \cdot [1 + \exp(s_i^\alpha)] \leq -\frac{\ln 4}{\alpha \cdot T_{c_2}} \cdot V_2^{1-\alpha/2} \cdot [1 + \exp(V_2^{\alpha/2})]. \quad (32)
 \end{aligned}$$

(32) 式满足定理 1. 因此, 误差系统 (24) 在预定义时间 T_{c_2} 内到达新型预定义时间滑模面 (27).

综上所述, 通过利用新型预定义时间滑模面 (27) 和新型预定义时间滑模控制器 (31), 误差系统 (24) 在预定义时间内收敛到零, 也就是两个混沌系统 (22) 和 (23) 同步.

4.3 混沌同步的仿真结果

1) 不同稳定时间同步策略的对比. 本文分别利用有限时间同步策略、固定时间同步策略和新型预定义时间同步策略来实现新型忆阻耦合异质神经元的混沌同步.

2) 与传统预定义时间同步策略的对比. 本文

利用传统预定义时间同步策略来实现新型忆阻耦合异质神经元的混沌同步.

3) 鲁棒性的验证. 本文分别在理想条件下 (无内部不确定性和无外部干扰) 与非理想条件下 (有内部不确定性和有均匀分布噪声), 利用新型预定义时间同步策略来实现新型忆阻耦合异质神经元的混沌同步, 从而验证该新型预定义时间同步策略的鲁棒性.

基于新型忆阻耦合异质神经元模型 (18), 并考虑内部不确定性 $\Delta f_i(\mathbf{x})$ 及外部扰动 d_i^m , 可得驱动系统 (33). 需要说明的是, 为方便起见, 令 (18) 式中的 $\varphi = x_5$.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - x_1^3 + 3x_1^2 + k \cdot G(x_5) \cdot (x_1 - x_3) + \Delta f_1(\mathbf{x}) + d_1^m, & \dot{x}_2 = 1 - 5 \cdot x_1^2 - x_2 + \Delta f_2(\mathbf{x}) + d_2^m, \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{5} \cdot \left(x_3 - \frac{1}{3} \cdot x_3^3 - x_4 \right) - k \cdot G(x_5) \cdot (x_1 - x_3) + \Delta f_3(\mathbf{x}) + d_3^m, & \\ \dot{x}_4 = 5x_3 - x_4 + 1 + \Delta f_4(\mathbf{x}) + d_4^m, & \dot{x}_5 = x_1 - x_3 + \Delta f_5(\mathbf{x}) + d_5^m. \end{cases} \quad (33)$$

响应系统为:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 - y_1^3 + 3y_1^2 + k \cdot G(y_5) \cdot (y_1 - y_3) + \Delta g_1(\mathbf{y}) + d_1^s + u_1, \\ \dot{y}_2 = 1 - 5 \cdot y_1^2 - y_2 + \Delta g_2(\mathbf{y}) + d_2^s + u_2, \\ \dot{y}_3 = \frac{1}{5} \cdot \left(y_3 - \frac{1}{3} \cdot y_3^3 - y_4 \right) - k \cdot G(y_5) \cdot (y_1 - y_3) + \Delta g_3(\mathbf{y}) + d_3^s + u_3, \\ \dot{y}_4 = 5y_3 - y_4 + 1 + \Delta g_4(\mathbf{y}) + d_4^s + u_4, & \dot{y}_5 = y_1 - y_3 + \Delta g_5(\mathbf{y}) + d_5^s + u_5. \end{cases} \quad (34)$$

不失一般性, 内部不确定性取为 $\Delta f_1(\mathbf{x}) = 3 \cdot \sin(t) \cdot x_1$, $\Delta f_2(\mathbf{x}) = \cos(t) \cdot x_2$, $\Delta f_3(\mathbf{x}) = 2 \cdot \cos(t) \cdot x_3$, $\Delta f_4(\mathbf{x}) = 1.5 \cdot \sin(t) \cdot x_4$, $\Delta f_5(\mathbf{x}) = 3 \cdot \cos(t) \cdot x_5$, $\Delta g_1(\mathbf{y}) = 2 \cdot \cos(t) \cdot y_1$, $\Delta g_2(\mathbf{y}) = 1.5 \cdot \cos(t) \cdot y_2$, $\Delta g_3(\mathbf{y}) = 2 \cdot \sin(t) \cdot y_3$, $\Delta g_4(\mathbf{y}) = 3 \cdot \cos(t) \cdot y_4$, $\Delta g_5(\mathbf{y}) = \sin(t) \cdot y_5$; 幅值为 2 的均匀分布噪声作为外部扰动 d_i^m , 幅值为 2.5 的均匀分布噪声作为外部扰动 d_i^s ; 耦合强度取为 $k = 0.18$; 驱动系统 (33) 的初始状态取为 $\mathbf{x}(0) = [-2.5, 0, -1, 0, -1]^T$, 响应系统 (34) 的初始状态取为 $\mathbf{y}(0) = [2.5, 3, 1, 4, 1.5]^T$.

4.3.1 三种稳定时间同步策略的对比

本文分别利用3种稳定时间同步策略(有限时间同步策略、固定时间同步策略和新型预定义时间同步策略)使驱动系统(33)和响应系统(34)达到同步.需要说明的是,为了更加有效地对比3种稳定时间同步策略的实际收敛时间大小,本文设置3种稳定时间同步策略中相似项的参数相同.

仿真中,设置3种稳定时间同步策略的参数 $\alpha = \varsigma_1 = 0.5$, $\varsigma_2 = 1.5$, $l_1 = l_3 = l_9 = l_{11} = 2^{2.25} \cdot \ln 32$, $l_2 = l_4 = l_5 = l_6 = l_7 = l_8 = 15$, $l_{10} = l_{12} = 2^{3.75} \cdot \ln 32$.设置新型预定义时间同步策略(27)和(31)中滑动段的预定义时间 $T_{c_1} = 0.1$,到达段的预定义时间 $T_{c_2} = 0.1$.

有限时间同步策略^[50]如下:

滑模面:

$$s_i = e_i + \int_0^t [l_5 \cdot e_i + l_6 \cdot \text{sign}(e_i)] d\tau; \quad (35)$$

滑模控制器:

$$\begin{aligned} u_i = & -[g_i(\mathbf{y}) - f_i(\mathbf{x})] - [l_5 \cdot e_i + l_6 \cdot \text{sign}(e_i)] \\ & - [l_7 \cdot s_i + l_8 \cdot \text{sign}(s_i)] - (\eta_i \|\mathbf{x}\| \\ & + \lambda_i \|\mathbf{y}\| + D_i^m + D_i^s) \cdot \text{sign}(s_i), \end{aligned} \quad (36)$$

其中, l_5 , l_6 , l_7 , l_8 均为正常数.

非理想条件下,基于有限时间同步策略新型忆阻耦合异质神经元的混沌同步效果,如图15所示.

固定时间同步策略^[51]如下:

滑模面:

$$\begin{aligned} s_i = & e_i + \int_0^t [l_9 \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{\varsigma_1} \\ & + l_{10} \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{\varsigma_2}] d\tau; \end{aligned} \quad (37)$$

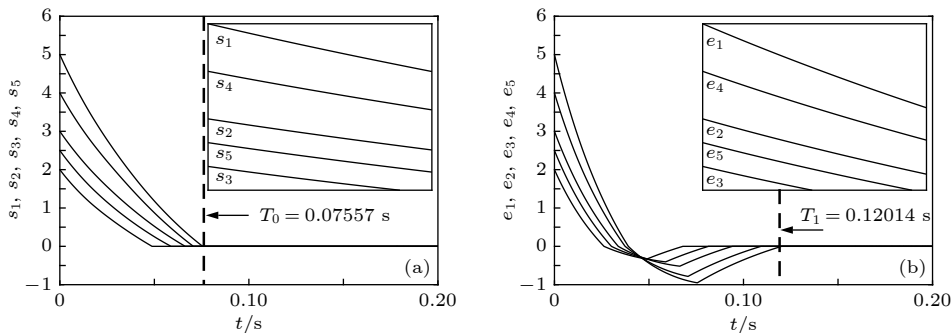


图 15 有限时间同步策略作用下滑模面与同步误差的响应曲线 (a) 有限时间滑模面 s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 ; (b) 同步误差 e_1, e_2, e_3, e_4, e_5

Fig. 15. Response curves of sliding mode surfaces and synchronization errors when the finite-time synchronization strategy acts: (a) Finite-time sliding mode surfaces s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 ; (b) synchronization errors e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 .

滑模控制器:

$$\begin{aligned} u_i = & -[g_i(\mathbf{y}) - f_i(\mathbf{x})] \\ & - [l_9 \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{\varsigma_1} + l_{10} \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{\varsigma_2}] \\ & - [l_{11} \cdot \text{sign}(s_i) \cdot |s_i|^{\varsigma_1} + l_{12} \cdot \text{sign}(s_i) \cdot |s_i|^{\varsigma_2}] \\ & - (\eta_i \|\mathbf{x}\| + \lambda_i \|\mathbf{y}\| + D_i^m + D_i^s) \cdot \text{sign}(s_i), \end{aligned} \quad (38)$$

其中, $l_9, l_{10}, l_{11}, l_{12}$ 均为正常数, $0 < \varsigma_1 < 1 < \varsigma_2$.

非理想条件下,基于固定时间同步策略新型忆阻耦合异质神经元的混沌同步效果,如图16所示.

非理想条件下,基于新型预定义时间同步策略新型忆阻耦合异质神经元的混沌同步效果,如图17和图18所示.

由图15—图17可知,非理想条件下,滑模面及同步误差可收敛到零.图15(a)中,有限时间滑模面的实际收敛时间 $T_0 = 0.07557$ s;图16(a)中,固定时间滑模面的实际收敛时间 $T_2 = 0.04244$ s;图17(a)中,新型预定义时间滑模面的实际收敛时间 $T_4 = 0.03533$ s.图15(b)中,有限时间同步策略作用下同步误差的实际收敛时间 $T_1 = 0.12014$ s;图16(b)中,固定时间同步策略作用下同步误差的实际收敛时间 $T_3 = 0.10592$ s;图17(b)中,新型预定义时间同步策略作用下同步误差的实际收敛时间 $T_5 = 0.05423$ s.

由上所述,新型预定义时间滑模面的实际收敛时间 T_4 最小,即 $T_4 < T_2 < T_0$;新型预定义时间同步策略作用下同步误差的实际收敛时间 T_5 最小,即 $T_5 < T_3 < T_1$.此外,对于新型预定义时间同步策略, T_4 小于到达段的预定义时间 $T_{c_2} = 0.1$; T_5 小于总预定义时间 $T_{c_1} + T_{c_2} = 0.2$.需要说明的是,根据实际需求,可通过设置不同的总预定义时间来调整同步误差的实际收敛时间.

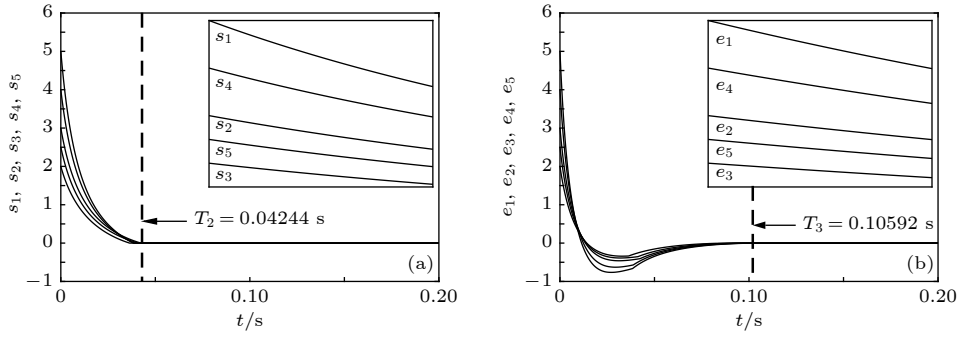


图 16 固定时间同步策略作用下滑模面与同步误差的响应曲线 (a) 固定时间滑模面 s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 ; (b) 同步误差 e_1, e_2, e_3, e_4, e_5

Fig. 16. Response curves of sliding mode surfaces and synchronization errors when the fixed-time synchronization strategy acts: (a) Fixed-time sliding mode surfaces s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 ; (b) synchronization errors e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 .

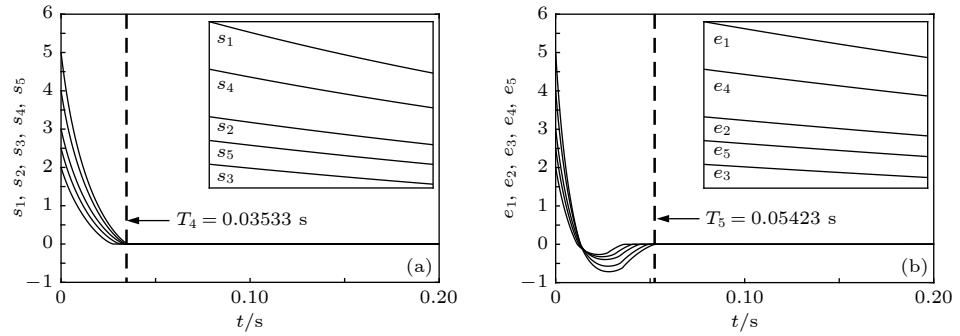


图 17 新型预定义时间同步策略作用下滑模面与同步误差的响应曲线 (a) 新型预定义时间滑模面 s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 ; (b) 同步误差 e_1, e_2, e_3, e_4, e_5

Fig. 17. Response curves of sliding mode surfaces and synchronization errors when the novel predefined-time synchronization strategy acts: (a) Novel predefined-time sliding mode surfaces s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 ; (b) synchronization errors e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 .

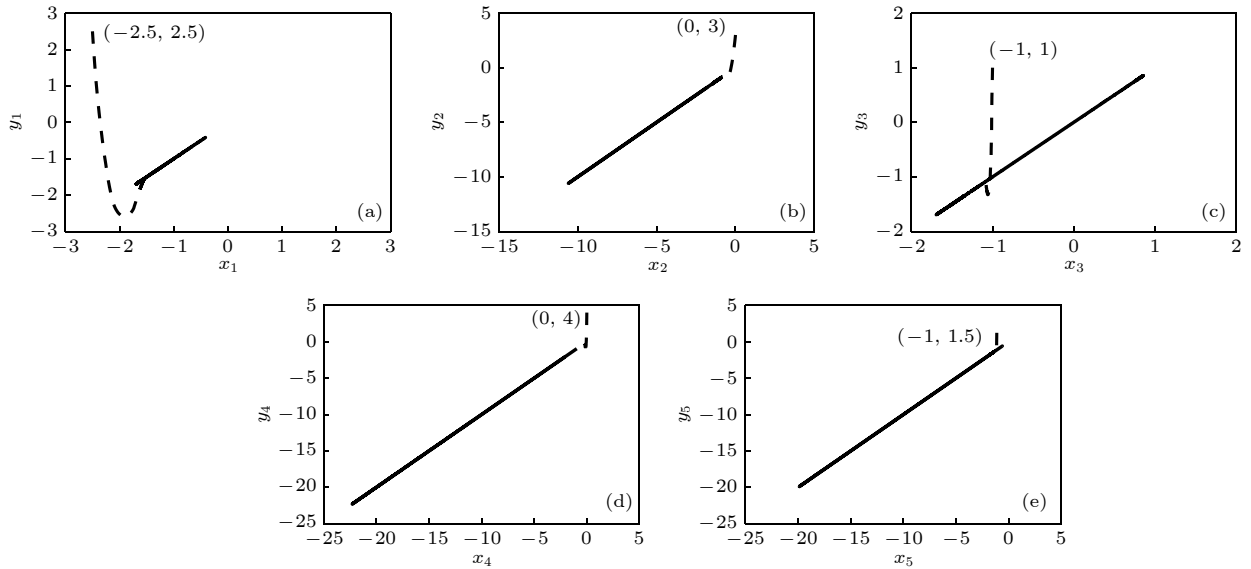


图 18 新型预定义时间同步策略作用下相图 (a) (x_1, y_1) ; (b) (x_2, y_2) ; (c) (x_3, y_3) ; (d) (x_4, y_4) ; (e) (x_5, y_5)

Fig. 18. Phase diagrams when the novel predefined-time synchronization strategy acts: (a) (x_1, y_1) ; (b) (x_2, y_2) ; (c) (x_3, y_3) ; (d) (x_4, y_4) ; (e) (x_5, y_5) .

图 18 表示新型预定义时间同步策略作用下的相图. 图 18 中, 虚线表示过渡过程的相图; 实线表

示驱动系统和响应系统达到同步后的相图. 由图 18 可知, 非理想条件下, 驱动系统和响应系统经过过

渡过程可达到同步。

4.3.2 与传统预定义时间同步策略的对比

下文利用传统预定义时间同步策略使驱动系统 (33) 和响应系统 (34) 达到同步。

引理 1^[47,52] 针对误差系统 (24), 若 Lyapunov 函数 $V(e)$, 满足如下不等式:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{\sigma \cdot T_s} \cdot V^{1-\sigma} \cdot \exp(V^\sigma), \quad \sigma \in (0, 1). \quad (39)$$

则称误差系统 (24) 是预定义时间稳定的, 预定义时间 $T_s > 0$ 。

定理 4 针对误差系统 (24), 若传统预定义时间同步策略设计为滑模面:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= s_i \cdot \dot{s}_i = s_i \cdot [\dot{e}_i + l_{13} \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\mu} \cdot \exp(e_i^\mu)] \\ &= s_i \cdot [g_i(\mathbf{y}) - f_i(\mathbf{x}) + \Delta g_i(\mathbf{y}) - \Delta f_i(\mathbf{x}) + d_i^s - d_i^m + u_i + l_{13} \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\mu} \cdot \exp(e_i^\mu)] \\ &= s_i \cdot [\Delta g_i(\mathbf{y}) - \Delta f_i(\mathbf{x}) + d_i^s - d_i^m - (\eta_i \|\mathbf{x}\| + \lambda_i \|\mathbf{y}\| + D_i^m + D_i^s) \cdot \text{sign}(s_i) - l_{14} \cdot \text{sign}(s_i) \cdot |s_i|^{1-\mu} \cdot \exp(s_i^\mu)] \\ &= \{s_i \cdot [\Delta g_i(\mathbf{y}) - \Delta f_i(\mathbf{x}) + d_i^s - d_i^m] - (\eta_i \|\mathbf{x}\| + \lambda_i \|\mathbf{y}\| + D_i^m + D_i^s) \cdot |s_i| - l_{14} \cdot |s_i|^{2-\mu} \cdot \exp(s_i^\mu)\} \\ &\leq -l_{14} \cdot |s_i|^{2-\mu} \cdot \exp(s_i^\mu) \leq -\frac{2}{\mu \cdot T_{s_2}} \cdot V_3^{1-\mu/2} \cdot \exp(V_3^{\mu/2}). \end{aligned} \quad (42)$$

(42) 式满足引理 1. 因此, 误差系统 (24) 在预定义时间 T_{s_2} 内到达滑模面 (40)。

2) 滑动段: 当误差系统 (24) 到达滑模面 (40) 后, 即 $s_i = 0$, $\dot{s}_i = 0$, 可得

$$\dot{e}_i = -l_{13} \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\mu} \cdot \exp(e_i^\mu). \quad (43)$$

选取 Lyapunov 函数 $V_4 = \frac{1}{2} \cdot e_i^2$, 对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &= e_i \cdot \dot{e}_i \\ &= e_i \cdot [-l_{13} \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\mu} \cdot \exp(e_i^\mu)] \\ &= -l_{13} \cdot |e_i|^{2-\mu} \cdot \exp(e_i^\mu) \\ &\leq -\frac{2}{\mu \cdot T_{s_1}} \cdot V_4^{1-\mu/2} \cdot \exp(V_4^{\mu/2}). \end{aligned} \quad (44)$$

(44) 式满足引理 1. 因此, 误差系统 (24) 沿滑模面 (40) 在预定义时间 T_{s_1} 内收敛到零。

仿真中, 设置传统预定义时间同步策略的参数 $\mu = 0.5$, $l_{13} = l_{14} = 5 \cdot 2^{2.25}$. 设置传统预定义时间同步策略 (40) 式和 (41) 式中滑动段的预定义时间 $T_{s_1} = 0.1$, 到达段的预定义时间 $T_{s_2} = 0.1$ 。

非理想条件下, 基于传统预定义时间同步策略

$$s_i = e_i + \int_0^t [l_{13} \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\mu} \cdot \exp(e_i^\mu)] d\tau; \quad (40)$$

滑模控制器:

$$\begin{aligned} u_i &= -[g_i(\mathbf{y}) - f_i(\mathbf{x})] - l_{13} \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\mu} \\ &\quad \times \exp(e_i^\mu) - l_{14} \cdot \text{sign}(s_i) \cdot |s_i|^{1-\mu} \cdot \exp(s_i^\mu) \\ &\quad - (\eta_i \|\mathbf{x}\| + \lambda_i \|\mathbf{y}\| + D_i^m + D_i^s) \cdot \text{sign}(s_i), \end{aligned} \quad (41)$$

其中, $l_{13} = \frac{\sqrt{2}^\mu}{\mu \cdot T_{s_1}}$, $l_{14} = \frac{\sqrt{2}^\mu}{\mu \cdot T_{s_2}}$, $\mu \in (0, 1)$, 则误差系统 (24) 满足引理 1, 也就是误差系统在预定义时间 T_{s_2} 内到达滑模面 (40), 然后沿滑模面在预定义时间 T_{s_1} 内收敛到零。

证明 证明过程分为到达段和滑动段。

1) 到达段: 选取 Lyapunov 函数 $V_3 = \frac{1}{2} \cdot s_i^2$, 对其求导可得

新型忆阻耦合异质神经元的混沌同步效果, 如图 19 所示. 由图 19 可知, 非理想条件下, 滑模面及同步误差可收敛到零. 图 19(a) 中, 传统预定义时间滑模面的实际收敛时间 $T_6 = 0.03999$ s; 图 19(b) 中, 传统预定义时间同步策略作用下同步误差的实际收敛时间 $T_7 = 0.08516$ s.

当 $T_{c_2} = T_{s_2} = 0.1$ 时, 新型预定义时间滑模面的实际收敛时间 T_4 (见图 17(a)) 小于传统预定义时间滑模面的实际收敛时间 T_6 (见图 19(a)). 需要说明的是, T_{c_2} 和 T_{s_2} 分别表示新型预定义时间同步策略和传统预定义时间同步策略中到达段的预定义时间。

当 $T_{c_1} + T_{c_2} = T_{s_1} + T_{s_2} = 0.2$ 时, 新型预定义时间同步策略作用下同步误差的实际收敛时间 T_5 (见图 17(b)) 小于传统预定义时间同步策略作用下同步误差的实际收敛时间 T_7 (见图 19(b)). 需要说明的是, $T_{c_1} + T_{c_2}$ 和 $T_{s_1} + T_{s_2}$ 分别表示新型预定义时间同步策略和传统预定义时间同步策略中的总预定义时间 (总预定义时间是指滑动段的预定义时间与到达段的预定义时间之和)。

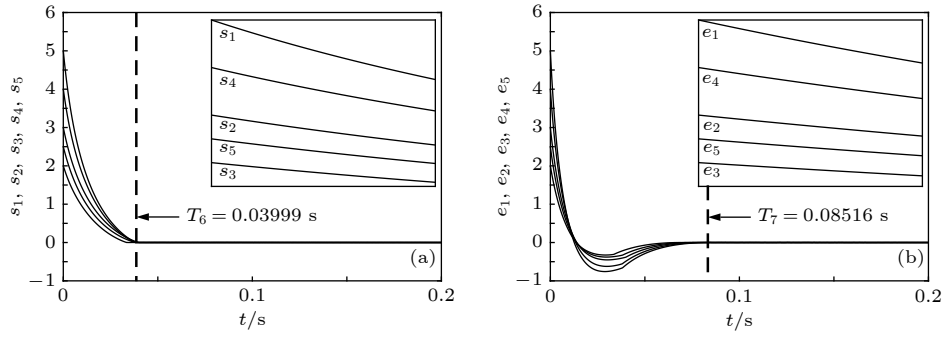


图 19 传统预定义时间同步策略作用下滑模面与同步误差的响应曲线 (a) 传统预定义时间滑模面 s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 ; (b) 同步误差 e_1, e_2, e_3, e_4, e_5

Fig. 19. Response curves of sliding mode surfaces and synchronization errors when the traditional predefined-time synchronization strategy acts: (a) Traditional predefined-time sliding mode surfaces s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 ; (b) synchronization errors e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 .

4.3.3 鲁棒性的验证

下文利用新型预定义时间同步策略分别在理想条件下(无内部不确定性和无外部干扰)和非理想条件下(有内部不确定性和有均匀分布噪声)使驱动系统和响应系统达到同步。

理想条件下,设计新型预定义时间滑模控制器:

$$u_i = -[g_i(\mathbf{y}) - f_i(\mathbf{x})] - \{l_1 \cdot \text{sign}(e_i) \cdot |e_i|^{1-\alpha} \times [1 + \exp(e_i^\alpha)] + l_2 \cdot \text{signr}(e_i)\} - \{l_3 \cdot \text{sign}(s_i) \cdot |s_i|^{1-\alpha} \cdot [1 + \exp(s_i^\alpha)] + l_4 \cdot \text{kas}(s_i, \gamma, \delta)\}. \quad (45)$$

理想条件下和非理想条件下,基于新型预定义时间同步策略新型忆阻耦合异质神经元的混沌同步效果,如图 20 所示。图 20 中,虚线表示理想条件下的同步误差,实线表示非理想条件下的同步误差。由图 20 可知,理想条件下和非理想条件下,同步误差均可收敛到零,且同步误差曲线几乎重合,也就是新型预定义时间同步策略具有良好的鲁棒性。

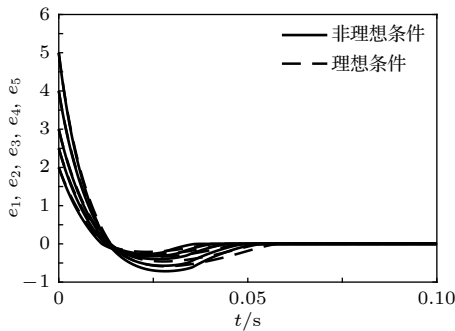


图 20 鲁棒性的验证

Fig. 20. Verification of robustness.

5 结论

首先提出一种新型局部有源忆阻器. 该忆阻器在几十 GHz 的频率范围内能够表现出良好的紧磁滞回线. 其最高频率可达 80 GHz, 这高于大多数现存忆阻器的最高频率. 然后基于新型局部有源忆阻器, 构建新型忆阻耦合异质神经元系统模型. 随后研究系统的平衡点、耦合强度对系统动力学行为的影响、李雅普诺夫指数和 0-1 测试. 研究表明, 系统无平衡点, 也就是系统的动力学行为均是隐藏的. 随耦合强度的改变, 系统具有不同的放电模式, 例如, 周期 1, 2, 4, 5, 6, 8 尖峰放电模式、混沌尖峰放电模式、周期 4 和周期 8 簇发放电模式及随机簇发放电模式. 此外, 通过李雅普诺夫指数和 0-1 测试可知, 在一定的耦合强度条件下, 系统处于混沌状态. 最后提出一种新型预定义时间同步策略, 并将该策略应用于新型忆阻耦合异质神经元的混沌同步中. 研究表明, 该策略能够实现快速同步, 并对内部不确定性和外部干扰具有良好的鲁棒性. 此外, 该策略的滑模面和滑模控制器的参数可以预先选取, 这是预定义时间同步策略的一个优点. 本文工作的局限性以及未来的研究方向主要包括: 对新型预定义时间同步策略的参数进行优化; 研究其他非理想条件下, 新型预定义时间同步策略的混沌同步效果; 将新型预定义时间同步策略应用于其他神经元及神经网络的同步中; 将高频忆阻器应用于高速通信领域中。

参考文献

- [1] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [2] Syed Ali M, Stamov G, Stamova I, Ibrahim T F, Dawood A A, Osman Birkea F M 2023 *Mathematics* **11** 4248

- [3] Zhang J R, Lu J G, Jin X C, Yang X Y 2023 *Neural Networks* **167** 680
- [4] Wu X, Liu S T, Wang H Y, Wang Y 2023 *ISA Trans.* **136** 114
- [5] Ping J, Zhu S, Shi M X, Wu S M, Shen M Q, Liu X Y, Wen S P 2023 *IEEE Trans. Netw. Sci. Eng.* **10** 3609
- [6] Beyhan S 2024 *Chaos Soliton. Fract.* **180** 114578
- [7] Shi P, Li X, Zhang Y Q, Yan J J 2023 *IEEE Trans. Circuits Syst. I-Regul. Pap.* **70** 1381
- [8] Chen Q, Li B, Yin W, Jiang X W, Chen X Y 2023 *Chaos Soliton. Fract.* **171** 113440
- [9] Zhao N N, Qiao Y H, Miao J, Duan L J 2024 *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* **32** 1978
- [10] Zhang Y L, Yang L Q, Kou K I, Liu Y 2023 *Neural Networks* **165** 274
- [11] Wang S S, Jian J G 2023 *Chaos Soliton. Fract.* **174** 113790
- [12] Zhou X H, Cao J D, Wang X 2023 *Neural Networks* **160** 97
- [13] Mahemuti R, Abdurahman A 2023 *Mathematics* **11** 1291
- [14] Chakraborty A, Veerasha P 2024 *Chaos Soliton. Fract.* **182** 114810
- [15] Yu F, Kong X X, Yao W, Zhang J, Cai S, Lin H R, Jin J 2024 *Chaos Soliton. Fract.* **179** 114440
- [16] Sun W, Li B W, Wu A L, Guo W L, Wu X Q 2023 *IEEE T. Cybern.* **53** 6277
- [17] Ding D, Tang Z, Park J H, Wang Y, Ji Z C 2023 *IEEE T. Cybern.* **53** 887
- [18] Surendar R, Muthtamilselvan M, Ahn K 2024 *Chaos Soliton. Fract.* **181** 114659
- [19] Saeed N A, Saleh H A, El-Ganaini W A, Awrejcewicz J, Mahmoud H A 2024 *Chin. J. Phys.* **88** 311
- [20] Ji X Y, Dong Z K, Han Y F, Lai C S, Zhou G D, Qi D L 2023 *IEEE Trans. Consum. Electron.* **69** 1005
- [21] Dong Z K, Ji X Y, Lai C S, Qi D L, Zhou G D, Lai L L 2023 *IEEE Consum. Electron. Mag.* **12** 94
- [22] Liu J Y, Xiong F E, Zhou Y, Duan S K, Hu X F 2024 *IEEE Trans. Cogn. Dev. Syst.* **16** 794
- [23] Lei Z Y, Yang J C, Qiu H S, Zhang X Z, Liu J Z 2024 *Electronics* **13** 2229
- [24] Jin P P, Wang G Y, Liang Y, Iu H H C, Chua L O 2021 *IEEE Trans. Circuits Syst. I-Regul. Pap.* **68** 4419
- [25] Kuwahara T, Oshio R, Kimura M, Zhang R Y, Nakashima Y 2024 *Neurocomputing* **593** 127792
- [26] Mannan Z I, Adhikari S P, Yang C J, Budhathoki R K, Kim H, Chua L 2019 *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.* **30** 3458
- [27] Chua L O 2005 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **15** 3435
- [28] Chua L O 2014 *Semicond. Sci. Technol.* **29** 104001
- [29] Yan S H, Zhang Y Y, Ren Y, Sun X, Cui Y, Li L 2023 *Nonlinear Dynam.* **111** 17547
- [30] Huang L L, Wang S T, Lei T F, Huang K Y, Li C B 2024 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **34** 2450022
- [31] Li C L, Wang X, Du J R, Li Z J 2023 *Nonlinear Dynam.* **111** 21333
- [32] Wang M J, Peng J W, He S B, Zhang X, Iu H H C 2023 *Fractal Fract.* **7** 818
- [33] Zhang S H, Zhang H L, Lin H R, Wang C 2024 *Nonlinear Dynam.* **112** 12411
- [34] Jia J, Wang F, Zeng Z G 2022 *Neurocomputing* **505** 413
- [35] Guo Z H, Li Z J, Wang M J, Ma M L 2023 *Chin. Phys. B* **32** 038701
- [36] Cao H B, Wang F Q 2021 *IEEE Trans. Very Large Scale Integr. (VLSI) Syst.* **29** 617
- [37] Liu W, Wang F Q, Ma X K 2015 *Int. J. Numer. Model.* **28** 335
- [38] Xu B, Zou S T, Bai L B, Chen K, Zhao J 2024 *Nonlinear Dynam.* **112** 1395
- [39] Chua L O 2018 *Appl. Phys. A-Mater. Sci. Process.* **124** 563
- [40] Dong Y J, Wang G Y, Chen G R, Shen Y R, Ying J J 2020 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **84** 105203
- [41] Lin H R, Wang C H, Deng Q L, Xu C, Deng Z K, Zhou C 2021 *Nonlinear Dynam.* **106** 959
- [42] Wei Z C 2011 *Phys. Lett. A* **376** 102
- [43] Bao H, Bao B C, Lin Y, Wang J, Wu H G 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 180501 (in Chinese) [包涵, 包伯成, 林毅, 王将, 武花干 2016 物理学报 **65** 180501]
- [44] Gottwald G A, Melbourne I 2009 *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.* **8** 129
- [45] Bhat S P, Bernstein D S 2000 *SIAM J. Control Optim.* **38** 751
- [46] Polyakov A 2012 *IEEE Trans. Autom. Control* **57** 2106
- [47] Sánchez-Torres J D, Gómez-Gutiérrez D, López E, Loukianov A G 2018 *IMA J. Math. Control Inf.* **35** i1
- [48] Wongvanich N, Roongmuanpha N, Tangsrirat W 2023 *IEEE Access* **11** 88388
- [49] Kang X Y, Chai L, Liu H K 2023 *Int. J. Control Autom. Syst.* **21** 1210
- [50] Ni J K, Liu C X, Liu K, Liu L 2014 *Chin. Phys. B* **23** 100504
- [51] Shirkevand M, Pourgholi M 2018 *Chaos Soliton. Fract.* **113** 135
- [52] Han S 2023 *J. Mar. Sci. Eng.* **11** 2191

Firing modes and predefined-time chaos synchronization of novel memristor-coupled heterogeneous neuron*

Jia Mei-Mei[†] Cao Jia-Wei Bai Ming-Ming

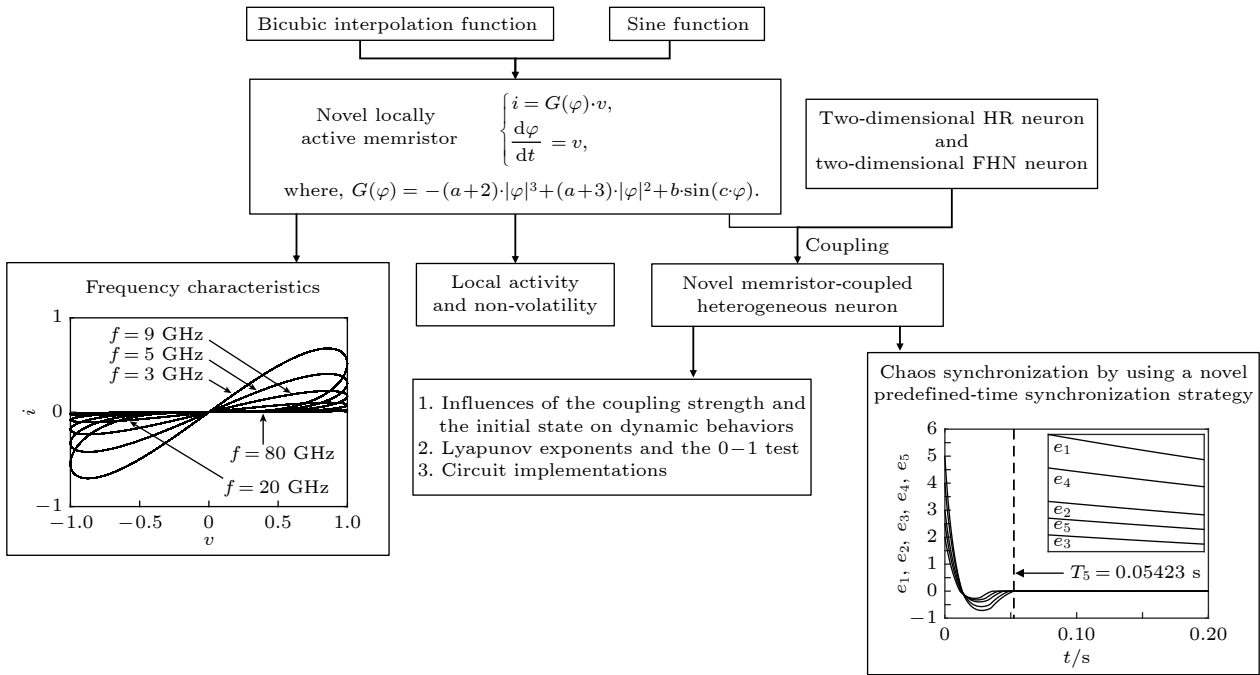
(Institute of Electric Power, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010080, China)

(Received 25 June 2024; revised manuscript received 25 July 2024)

Abstract

The processing and transmission of biological neural information are realized via firing activities of neurons in different regions of brain. Memristors are regarded as ideal devices for emulating biological synapses because

of their nanoscale size, non-volatility and synapse-like plasticity. Hence, investigating firing modes of memristor-coupled heterogeneous neurons is significant. This work focuses on modelling, firing modes and chaos synchronization of a memristor-coupled heterogeneous neuron. First, a novel locally active memristor is proposed, and its frequency characteristics, local activity, and non-volatility are analyzed. Then, the novel locally active memristor is introduced into the two-dimensional HR neuron and the two-dimensional FHN neuron to construct a novel memristor-coupled heterogeneous neuron model. In numerical simulations, by changing the coupling strength, it is found that the model exhibits the periodic spike firing mode, the chaotic spike firing mode, the periodic burst firing mode, and the random burst firing mode. Besides, the dynamic behavior of the novel memristor-coupled heterogeneous neuron can switch between periodic behavior and chaotic behavior by changing the initial state. Finally, based on the Lyapunov stability theory and the predefined-time stability theory, a novel predefined-time synchronization strategy is proposed and used to realize the chaos synchronization of the novel memristor-coupled heterogeneous neuron. The results show that compared with a finite-time synchronization strategy, a fixed-time synchronization strategy and a traditional predefined-time synchronization strategy, the novel predefined-time synchronization strategy has a short actual convergence time. Studying the firing modes and chaotic synchronization of the novel memristor-coupled heterogeneous neuron can help explore the neural functions of the brain and is also important in processing the neural signal and secure communication fields.



Keywords: predefined-time synchronization strategy, locally active memristor, heterogeneous neuron, internal uncertainties and external disturbances

PACS: 05.45.-a, 05.45.Gg, 87.19.lm, 05.45.Pq

DOI: 10.7498/aps.73.20240872

* Project supported by the Basic Scientific Research Expenses Program of Universities of Inner Mongolia Autonomous Region, China (Grant No. JY20220181) and the Natural Science Foundation of Inner Mongolia Autonomous Region, China (Grant No. 2024MS06006).

† Corresponding author. E-mail: meimeijia14@163.com

新型忆阻耦合异质神经元的放电模式和预定义时间混沌同步

贾美美 曹佳伟 白明明

Firing modes and predefined-time chaos synchronization of novel memristor-coupled heterogeneous neuron

Jia Mei-Mei Cao Jia-Wei Bai Ming-Ming

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 170502 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240872

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240872>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种新型复合指数型局部有源忆阻器耦合的Hopfield神经网络

A novel compound exponential locally active memristor coupled Hopfield neural network

物理学报. 2024, 73(13): 130501 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231888>

分数阶忆阻耦合异质神经元的多稳态及硬件实现

Multistability of fractional-order memristor-coupled heterogeneous neurons and its hardware realization

物理学报. 2022, 71(23): 230501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221525>

串扰忆阻突触异质离散神经网络的共存放电与同步行为

Coexisting discharge and synchronization of heterogeneous discrete neural network with crosstalk memristor synapses

物理学报. 2024, 73(11): 110503 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231972>

N型局部有源忆阻器的神经形态行为

Neuromorphic behaviors of N-type locally-active memristor

物理学报. 2022, 71(5): 050502 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212017>

面向神经形态感知和计算的柔性忆阻器基脉冲神经元

Flexible memristive spiking neuron for neuromorphic sensing and computing

物理学报. 2022, 71(14): 148503 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212323>

蔡氏结型忆阻器的简化及其神经元电路的硬件实现

Simplification of Chua corsage memristor and hardware implementation of its neuron circuit

物理学报. 2023, 72(7): 070501 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222013>