

相互依赖网络上级联故障鲁棒性悖论研究*

王建伟^{1)2)†} 赵乃萱²⁾ 望楚佩²⁾ 向玲慧²⁾ 温廷新¹⁾

1) (辽宁工程技术大学工商管理学院, 葫芦岛 125105)

2) (东北大学工商管理学院, 沈阳 110167)

(2024 年 7 月 18 日收到; 2024 年 9 月 18 日收到修改稿)

相互依赖网络中的级联故障过程一直是网络级联分析的一个重要领域. 与以往研究不同的是, 本文考虑了人们在出行时最小化成本的需求, 提出了基于成本约束的网络动力学模型. 同时, 研究了相互依赖网络中不同层次的特性, 定义了不同的负载传播模式. 在此基础上, 本文通过改变网络结构和模型中的参数, 仿真现实中的网络防护策略并验证这些措施的防护效果, 并发现了一些有趣的结论. 一般认为, 增加网络中连边的数量或提高连边的质量可以有效地增强网络的鲁棒性. 然而, 本文的实验结果表明, 这些方法在某些情况下实际上可能会降低网络的鲁棒性. 一方面, 网络中一些特殊边的复活是导致边能力提升网络鲁棒性却下降的主要原因, 因为这些边会破坏原有网络的稳定结构; 另一方面, 无论是提高单层网络的内部连通性来增加网络连边数量, 还是提高相互依赖的网络之间的耦合强度来增加连边数量, 都不能完全有效地提高网络的鲁棒性. 这是因为随着边数量的增加, 网络中可能会出现一些关键边, 这些边会吸引大量的网络负载, 导致网络的鲁棒性下降.

关键词: 级联故障, 耦合网络, 鲁棒性, 能力悖论**PACS:** 89.75.Fb, 89.75.Hc**DOI:** 10.7498/aps.73.20241002**CSTR:** 32037.14.aps.73.20241002

1 引言

1996 年北美电网大面积停电引起了公众和学者的广泛关注. 随后, 一连串可怕的连锁灾害接踵而至, 严重扰乱了人们的正常生活, 造成了巨大的经济损失. 这种类似多米诺骨牌的级联故障现象在各大领域都造成了重大危害, 包括计算机网络、经济网络和疾病传播过程^[1-6]. 目前, 许多科学领域已经应用网络理论来解决级联故障问题和其他与之相似的复杂链式事件^[7-13]. 并且, 随着如今各种类型的网络系统不断扩展并发展成越来越复杂和敏感的结构, 学者们对这一主题的兴趣也在逐步扩大. 在这样的背景下, 学者们在级联故障建模方法^[14-17]、

各种网络中的级联过程和模型^[18-21]以及识别有效的预防措施^[22-25]、有效的恢复计划^[26,27], 甚至级联故障的攻击策略^[28-30]等领域进行了大量有价值的研究.

目前, 许多研究者和学者正在从单层网络和耦合网络的角度研究级联故障. 单层网络级联故障的研究是大多数学者早期的主要研究方向, 如沙堆模型^[31,32]、二元模型^[33]和耦合晶格级联失效模型^[34]. 对于单层网络上的级联故障模型, 可分为人工网络上的级联故障研究和实际网络上的级联故障研究.

在人工网络的级联故障研究中, 早期学者主要关注网络拓扑和负载分布对级联故障的影响. Motter 与 Lai^[35]提出了最经典的负载容量模型, 假定节点的负载和容量存在线性关系, 发现了复杂网络中高

* 国家自然科学基金 (批准号: 62076057) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jwwang@mail.neu.edu.cn

负载节点的故障更有可能导致级联故障的扩散. Moreno 等^[36]发现, 具有拓扑异质性的无标度网络的鲁棒性与网络上负载分布的均匀性呈正相关. Crucitti 等^[17]提出了网络流的动态重新分配模型, 发现了过载节点的故障会导致全局网络崩溃的现象. 因此, 对网络中介数量多或高负载的节点进行保护, 可以有效地控制级联故障的蔓延. Hamedmoghadam 等^[37]提出了一种基于负载流动异质性的网络渗流模型, 从理论上确定了流量如何通过网络影响那些网络中的关键连接.

对于实际网络中的级联故障, 许多学者将观点集中在电网上. Albert 等^[38]基于介数法构建了通用级联失效模型, 研究了北美电网在随机干扰和蓄意攻击下的鲁棒性. Dey 等^[39]研究了电网拓扑对级联故障动态行为的影响. Xue 等^[40]根据电网级联故障中网络结构与运行状态的关系, 构建了电网级联故障模型. Cai 等^[41]提出了电网与耦合通信系统的交互级联故障模型, 并对其相互依赖性进行了数值分析.

随着有关耦合网络的开创性研究发表在 *Nature* 杂志上^[10], 国内外许多学者开始关注耦合网络中的级联故障问题. 一些学者研究了不同类型耦合网络的渗流问题, 如 Hu 等^[42]研究了互联和相互依存网络中的渗流问题, 并构建了级联断层模型. 一些学者研究了提高耦合网络鲁棒性的方法. Tan 等^[43]研究了随机失效和蓄意攻击下耦合网络的鲁棒性, 发现随机失效或蓄意攻击下随机网络的相互依赖性具有强弱互补的特点. 一些学者研究了干扰场景下耦合网络的鲁棒性. Huang 等^[44]研究了节点攻击策略下耦合网络的鲁棒性. Wang 等^[45]研究了边缘攻击策略下关键基础设施耦合网络的脆弱性.

整体来看, 这些关于耦合网络的研究为本文展现了一个全新视角下的网络动力学规律, 并且对于网络级联故障现象的控制与预防有着重要的指导意义. 然而在研究过程中, 本文联想到, 即使是相互依赖的网络, 他们之间也存在着一定的差异性. 例如电力网络与计算机网络就有着不同的物理结构与负载的传播规律. 如果按照传统的研究方式, 按照同一视角衡量这些彼此依赖的网络, 并不能够完美地反映这些网络的真实特征. 因此, 尝试在网络动力学研究过程中模拟这种现象, 通过在两层网络中定义了两种不同的负载流动方式, 探究这一视

角下的网络动力学规律. 在研究过程中, 以真实的交通网络作为研究对象, 将其视作由上层公路网与下层轨道网彼此连接而形成的耦合网路. 探究了在以摘除最大负载边为网络袭击策略的级联故障现象. 通过调节模型中参数的大小, 进一步分析在不同负载流动方式视角下的网络级联故障现象与鲁棒性规律.

与此同时, 本文也关注到了针对于提升耦合网络稳定性的保护策略. 通常认为, 无论是在单层网络还是多层网络中, 要想提升网络的鲁棒性, 一种方式是提升网络中边的质量, 让每条边能够容纳更多的负载. 另一种则是提升网络中边的数量, 让更多的边去分配网络中的负荷. 于是, 在上述模型中实践了这两种策略. 首先, 通过引入可控的参数, 实现网络中边能力的调节, 探究提升边能力这一策略对网络的保护作用. 随后, 在探究增加边数量这一策略时, 采用了两种方式. 一种是提升网络内部的连边数量, 另一种则是提升相互依赖的网络间彼此连边的数量. 我们猜测这些策略对于网络的鲁棒性有提升作用, 但实际的研究结果却未验证此猜想. 通过在人工网络中进行的实验模拟, 本文发现, 边能力与边数量的提升都不能完全带来网络鲁棒性的增强. 通过对实验结果进一步地分析, 发现网络中一些特殊边的复活或者是关键边的出现是造成这些异常现象的主要原因. 另外, 模型中某些可控参数也对相互依赖网络的稳定性起到了影响作用.

本文的其余部分安排如下, 在第 2 节中提出并阐述了本文采用的网络与级联动力学模型, 在第 3 节中对实验过程与结果进行了说明与分析, 在第 4 节进行了总结.

2 相互依赖网络级联故障模型

2.1 相互依赖网络

在以往有关相互依赖网络的研究中, 学者们往往关注了网络级联故障的过程, 网络结构或者耦合方式对网络鲁棒性的影响等, 忽视了这些彼此依赖网络的具体特征. 以相互依赖的计算机与电力网络为例, 计算机网络中数据流的传输方式和电力网络中电流的传输方式并不相同. 那么如何用模型的方式来描述这样差异化的网络特征, 并进行级联过程的模拟呢?

本文选择从城市交通网络的视角进行了探究. 城市交通网络可看作由公路交通网和轨道交通网耦合而成的网络. 人们在出行时可自由地选择出行方式与目的地. 一方面, 出行目的地的选择与目标节点的吸引力相关. 目标节点的吸引力越强, 向其流动的负载量也就越大. 借鉴以往的研究^[23], 本文假设每个节点的吸引力与其在网络中的重要性相关. 而每个节点的重要性则由其度 k 衡量. 具体体现为: $\omega_i = k_i^\alpha$, 其中 α 是一个可控制的参数.

另一方面, 通行过程中所消耗的成本也影响着网络中负载的流动路径. 此前, 有学者将道路长度作为通行成本的计算方式, 以节点间的距离作为指标进行计算^[30]. 然而在交通网络中, 这种设计方式并不完全切合实际, 因此本文考虑在其研究基础上进行改善, 以通行时间衡量这一成本指标. 以现实生活中的交通网络举例, 人们在规划出行目的地与路径时, 会将很多因素纳入考虑的范畴. 人们为了节约出行的时间成本, 往往会选择那些不拥挤的、通行速度也更快的线路, 降低在过程中等待与消耗的时间. 然而, 我们观察到, 道路交通与轨道交通的消耗时间不能按照同一方式进行计算. 人们在公路上所花费的时间与道路的质量、拥挤程度等因素相关. 而轨道交通几乎不存在拥挤这一概念, 通过每段路程的时间近似固定, 整体花费的时间只与通行的距离正相关. 因此, 本文为整个城市的交通网络模型进行了如下定义.

如图 1 所示, 整个网络由上层网络 A 和下层网络 B 构成. 网络 A 代表道路交通网, 网络 B 则代表轨道交通网. 在计算 T 时刻, 通行公路交通网中某一条边 m 的时间成本 $t_m(T)$ 时, 本文参考了美国道路交通局提出的计算公式^[46]:

$$t_m(T) = t_m(0) \cdot \left[1 + a \left(\frac{L_m(T)}{C_m} \right)^b \right], \quad (1)$$

其中 $t_m(0)$ 为无负载情况下的最短通行时间, 本文中假定其值等于边的实际长度; $L_m(T)$ 为当时刻路段的负载量; C_m 为路段的能力, 也就是其最大负载量; a, b 为待设定参数, 通常认为 $a = 0.15$, $b = 4$. 需要特殊说明的是, 对于连接网络 A 和 B 的那些边缘 (如图 1 中边 k), 本文认为这些边相当于通往车站的道路, 因此也依照同样的方式计算通行时间.

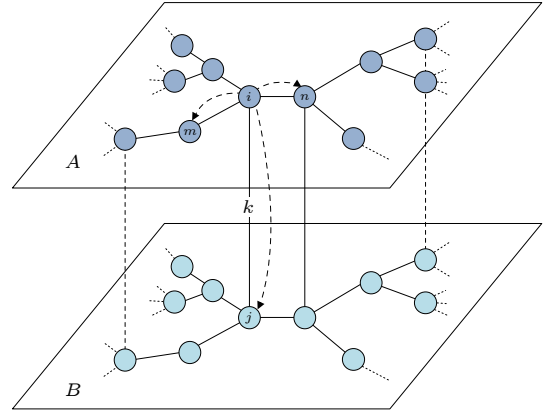


图 1 耦合网络模型

Fig. 1. Interdependent network model.

而对于轨道交通网络上的通行时间成本, 本文定义其值与其长度正相关. 根据上文所述的公式, 城市交通网中每条边的实际通行时间为其长度值的 1—1.15 倍. 因此本文设定轨道交通网络中边的通行时间为其长度的 1.075 倍, 即 $t_r = 1.075d_r$. 由此可以得到, 当网络中的通行压力较小时, 公路交通的整体花费时间更少, 而网络中出行的负载量较多时, 轨道交通或许是一个更优的选择.

2.2 级联故障模型

本文的网络负载流动与级联故障模型基于前人的研究改善而来^[14], 在其基础上扩展了通行成本的定义方式, 利用交通网络中的时间成本进行计算, 同时为时间成本这一指标提供了在不同网络下的计算方式, 并在相互依赖网络中进行仿真模拟. 本文所采用的其他有关负载流动以及级联故障模型的定义方式与内容见表 1.

表 1 级联故障模型组件和过程定义

Table 1. Definition of cascading failure model component and process.

组件或过程	定义方式
负载流动过程	$F_{i \rightarrow j} = F_{i \rightarrow} \cdot \frac{\omega_j / t_{ij}^\gamma}{\sum_{n \in N \cap n \neq i} \frac{\omega_n}{t_{in}^\gamma}}$
边初始负载	$L_m(0) = \sum_{i,j \in N} F_{i \rightarrow j} \cdot R_m^{i,j}$
边能力	$C_m = (1 + \beta) L_m(0), m \in E$
级联失效过程	若 $L_m(T) > C_m$, 则删除边 m
鲁棒性统计指标	失效边数 S

对于表 1 中的部分符号与公式的进一步解释说明如下.

1) 负载的流动过程: 在本文所构建的级联故障模型中, 网络中某一个节点 i 在任意时刻都会产生向外流动的负载 $F_{i \rightarrow}$. 依据过去的研究^[23], 本文认为其产生的负载量等于其权重值 ω_i . 同时, 本文定义从某一节点 i 出发, 流向 j 节点的负载量正比于节点 j 的权重, 反比于 i 到 j 的最短流动时间 t_{ij} , 公式中 N 为网络中所有节点的集合, γ 是一个可调参数, 用来反映网络中的负载对通行时间的关注.

2) 边初始负载的定义: 在初始时刻, 为网络中的各边分配负载. 由于此时各边的负载量为 0, 通行时间只与边的长度相关. 因此, 依据最短路径的方式定义各边的初始负载量. 以边 m 为例, 其初始负载量 $L_m(0)$ 为通过这条边所有负载的总和. 公式中 $R_m^{i,j}$ 代表了边 m 在从节点 i 到节点 j 中最短路径的贡献率, 如果只有 1 条最短路径, 则 $R_m^{i,j} = 1$, 如果有 n 条, 则 $R_m^{i,j} = 1/n$.

3) 边能力的定义: 借鉴以往的定义方式^[16], 在模型中, 各边的能力与其初始负载量正相关. 初始时刻负载量更大的边, 其在网络中的相对重要性也就越强, 理应投入更大的资源量进行维护. 表中 E 为网络中所有边的集合, β 为能力值参数, 或者称为容忍度参数. 其大小反映了对于网络的资源投入程度, β 越大, 网络中各边的能力就越高.

3 仿真过程与结果分析

3.1 仿真过程

为了验证模型, 并给出提升网络鲁棒性的建议. 首先在两个人工的相互依赖网络中进行了模拟. 选取了 BA 无标度和 WS 小世界这两个经典的人工网络进行实验. 首先对于 BA 网络, 本文定义其由上下两层网络构成, 网络整体累计 1000 节点, 上下每层网络都由 500 个节点构成, 节点的平均度为 4. 随后, 为上下两层网络之间添加连边. 这里定义了耦合强度 p 这一概念. 这一指标反映了两层网络间的相互依赖程度, 其值等于网络间的连边数除以上下两层网络的节点数总和. 如果 $p = 0.5$, 则意味着从上下两层网络各自选择一个节点, 这两个间平均有一条连边. 这里本文也取 BA 网络的耦合强度为 0.5, 连接方式为随机连接. WS 网络也按照类似的方式定义, 上下两层均包含 500 个节点, 网络

整体 1000 节点, 重连概率为 0.01, 耦合强度为 0.5, 两层网络间随机添加连边.

随后, 依据上文所述的模型在这两个构建好的网络中模拟. 首先, 关注了模型中参数对网络鲁棒性带来的影响. 在模型中, 有三个可控的参数, 分别为 β, α, γ . β 定义了网络中边的整体能力, β 越大, 各边可容纳的负载也就越多. 在模拟过程中, 定义 β 的变化范围为从 0 到 2, 每次增加 0.04. 通过调整 β 的大小来探究增加边能力这一策略为网络鲁棒性带来的影响. α 控制了网络中负载量的大小, α 越大, 代表了整个网络的通行压力就越大. γ 则反映了网络负载对于通行成本的关注程度. 根据多次实验结果, 设定这两个参数均取值 1, 2, 3, 4. 实验过程与上文所述一致. 通过摘除网络中负载量最大的边作为初始攻击条件, 最终输出整个网络和上下层网络各自的失效边数.

实验在两个场景下进行, 分别为固定 $\gamma = 1$ 探究 α 的影响和令 $\alpha = 2$ 关注 γ 为网络鲁棒性带来的影响. 为了避免偶然性, 本文在每种场景下进行了 10 次重复实验, 将这 10 次结果的平均值作为实验的结果进行输出. 图 2 和图 3 为上述两种场景下的实验结果, 从中发现了一些有趣的现象和反直觉的规律.

3.2 模型参数变化的讨论

首先, 本文关注了 α 和 γ 这两个参数的影响作用. 通过图 2(a) 和图 3(d), 可以很明显地观察到这两个参数的增大, 都会带来网络鲁棒性的降低. 对于 α 来说, 其值反映了网络中负载的总量. 当网络中流动的负载增多时, 必然会带来各边压力的增大, 进而降低了网络的鲁棒性. 而对于参数 γ , 其控制了网络中负载对于出行成本的关注度. 网络中的负载为了降低出行成本, 一定会选择距离自己最近的那些节点作为目的节点. 这也就导致了大量的负载会集中在源节点附近的区域. 这种聚集现象造成了初始时刻高权重值节点临近的区域负载量激增, 带来网络中大量边的失效.

随后, 探讨参数改变对于不同负载流动方式下网络稳定性的影响. 表 2 为 BA 与 WS 两个网络中上层网络 A 失效边数与网络总失效边数的比值, 用百分比表示. 从表 2 可以很明显地观察到, 随着 α 的增大, BA 上层网络失效边数的占比变少, 而 WS 网络并未体现出规律性. 本文推测, BA 网络这样

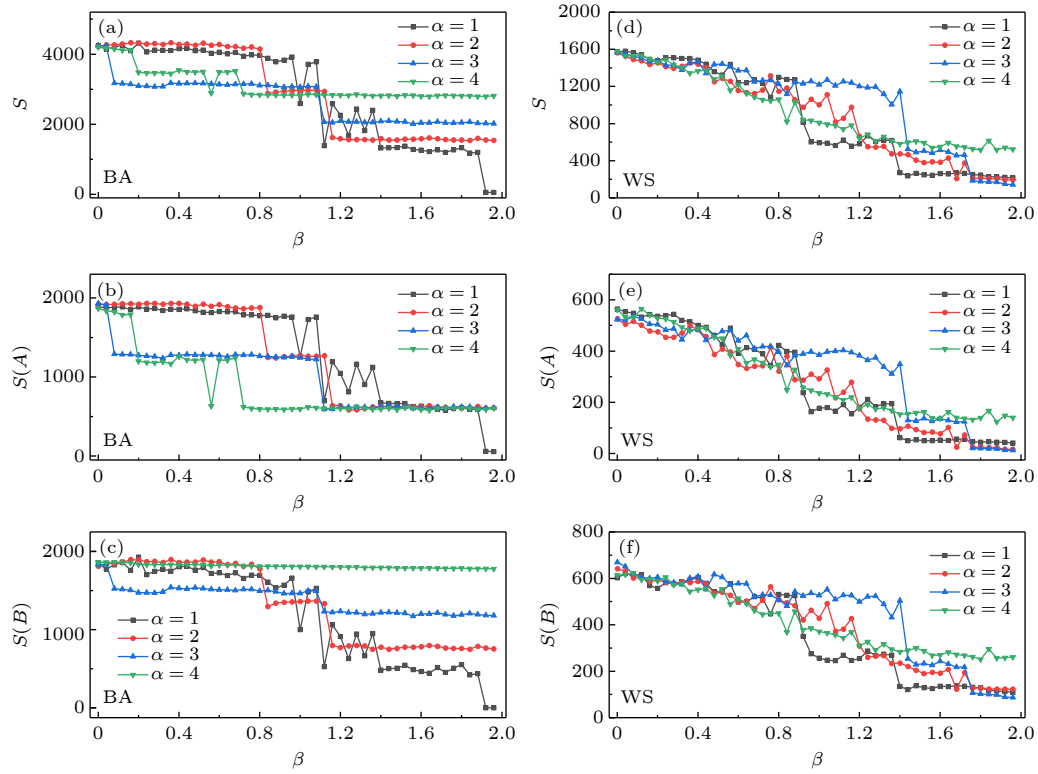


图2 不同 α 值下BA与WS网络各自失效边数与 β 值的关系(控制 γ 值为1) (a)不同 α 值下BA网络整体失效边数变化情况; (b), (c)不同 α 值下BA网络上下层失效边数各自变化情况; (d)不同 α 值下WS网络整体失效边数变化情况; (e), (f)不同 α 值下WS网络上下层失效边数各自变化情况

Fig. 2. Cascading failures in BA and WS networks for different values of α (γ is fixed at 1): (a) Cascading failures in BA networks; (b), (c) cascading failures in the upper and lower levels of BA networks; (d) cascading failures in WS networks; (e), (f) cascading failures in the upper and lower levels of WS networks.

变化是由于, 随着网络中负载量的增大, 网络中各边上的负载随之增大. 而对于依据边拥挤度计算通勤时间的网络 A , 其上各边的整体通行时间也随之增大. 这就导致了基于通行时间最短原则选取路径的网络负载更倾向于选择网络 B 上的轨道交通路线. 当大量负载集中于网络 B , 并且超过其上边的能力限度时, 就导致了网络瘫痪. 为了验证分析, 本文绘制了表3与表4. 表3为 $T=1$ 时刻下, 网络 A 中负载量占 A, B 总负载量的百分比; 表4则为网络 A 的平均通行时间随参数 α 变化的情况. 可以观察到参数 α 的增大导致了网络 A 的整体通行时间变长, 进而导致负载的转移.

表2 BA和WS网络上层网络 A 失效边数百分比与 α 值变化对应关系

Table 2. Correlation between α and the percentage of failed edges in the upper layer A of BA and WS network.

	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$
BA	55.25%	47.61%	40.67%	31.03%
WS	39.33%	35.54%	40.37%	38.92%

表3 BA和WS网络上层网络 A 负载量百分比与 α 值变化对应关系

Table 3. Correlation between α and the percentage of loads in the upper layer A of BA and WS network.

	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$
BA	60.74%	52.41%	46.83%	44.11%
WS	45.54%	46.70%	43.69%	41.15%

表4 BA和WS网络上层网络 A 通行时间平均值与 α 值变化对应关系(假定每条边长度为1)

Table 4. Correlation between α and the passage time in the upper layer A of BA and WS network (with the length of each edge equals to 1).

	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$
BA	1.0454	1.0762	1.0968	1.1375
WS	1.1124	1.1287	1.0962	1.0931

对于 γ 来说, 同样绘制了网络失效边数的对比统计表5. 相对于BA网络, WS网络受到 γ 的影响更为显著. 这是由于网络结构的异质性造成的, WS网络的小世界特征显著, 负载更容易到达期望到达的路径上, 也就是集中在那些整体通行时间短

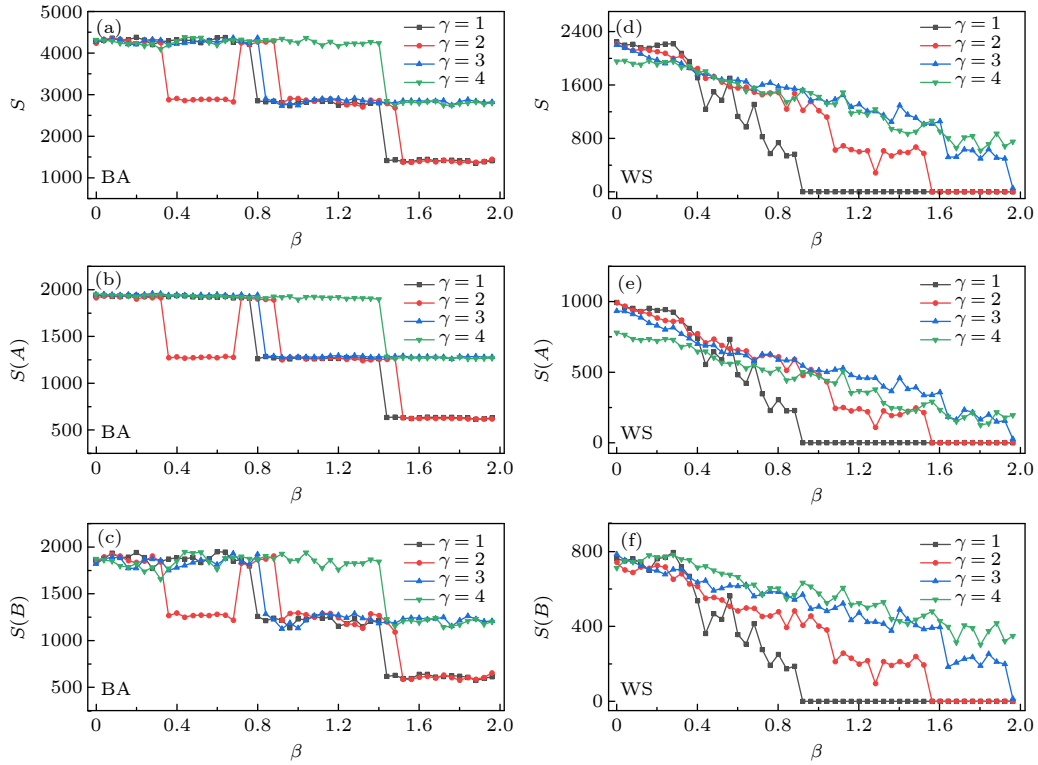


图3 不同 γ 值下BA与WS网络各自失效边数与 β 值的关系(控制 α 值为2) (a)不同 γ 值下BA网络整体失效边数变化情况; (b), (c)不同 γ 值下BA网络上下层失效边数各自变化情况; (d)不同 γ 值下WS网络整体失效边数变化情况; (e), (f)不同 γ 值下WS网络上下层失效边数各自变化情况

Fig. 3. Cascading failures in BA and WS networks for different values of γ (α is fixed at 2): (a) Cascading failures in BA networks; (b), (c) cascading failures in the upper and lower levels of BA networks; (d) cascading failures in WS networks; (e), (f) cascading failures in the upper and lower levels of WS networks.

的线路上. 从这种角度来看, γ 对于网络负载起到的更多是一种类似助推剂的作用. 例如, 当网络A的整体通行时间低时, 参数 γ 的增大就会使得负载更快速地流向网络A, 导致网络A的失效边数增多. 因此, 本文额外进行了一组对比实验.

表5 BA和WS网络上层网络A失效边数百分比与 γ 值变化对应关系(当 $\alpha=2$)

Table 5. Correlation between γ and the percentage of failed edges in the upper layer A of BA and WS network when $\alpha=2$.

	$\gamma=1$	$\gamma=2$	$\gamma=3$	$\gamma=4$
BA	50.85%	50.59%	51.25%	52.20%
WS	56.30%	55.64%	50.71%	42.02%

表6 BA和WS网络上层网络A失效边数百分比与 γ 值变化对应关系(当 $\alpha=0$)

Table 6. Correlation between γ and the percentage of failed edges in the upper layer A of BA and WS network when $\alpha=0$.

	$\gamma=1$	$\gamma=2$	$\gamma=3$	$\gamma=4$
BA	50.63%	52.21%	55.84%	57.16%
WS	48.15%	49.32%	55.47%	58.94%

令 $\alpha=0$, 仍然统计不同 γ 值下网络失效边数的百分比, 如表6所列. 此时可以观察到, 失效边数出现了与表5相反的规律性. 这也证明了实验规律的可靠性.

3.3 能力悖论

能力悖论是在研究过程中发现的异常现象, 本文关注到, 在图2与图3中, 随着能力参数 β 的增大, 网络中的失效边数 S 并不是严格地随着其增大而减小. 例如图3(a)中的红色曲线, 当 β 取值介于0.36—0.68之间时, 出现了一段很明显的低谷. 然而之后随着 β 增大, 失效边数又再次增加. 特别地, 本文发现, 这种不严格的增减变化现象在BA与WS网络, 和他们各自的上下层网络都有发生, 并不是一种特殊情况. 通常认为, 网络中边的能力越强, 也就意味着网络中所能容纳的负载越多. 在网络整体负载不变的情况下, 增加对于网络的投入程度, 能够有效地提升网络的鲁棒性. 然而, 这种异常现象的出现冲击了我们的直觉.

为此, 构建了一个小型人工网络来探究这一现象的原理. 图 4 所示的网络即为构建的人工网络. 该网络的上下两层各由 12 个节点与 24 条边组成. 并且为了排除其他因素的干扰, 将网络设计为环形结构, 并且令其中每一个节点的度均为 4, 每一条边的长度均为 1. 按照上文同样的实验方式, 删除了网络中负载量最大的边 (边 7—9) 来开启级联故障. 图 5 和图 6 展示了 β 分别取 0.1, 0.2, 0.3 时网络完整的级联故障过程. 需要说明的是, 图像中的箭头代表了各条边上的负载与前一时刻相比的变化情况. 如果箭头为红色, 则说明这一时刻该条边

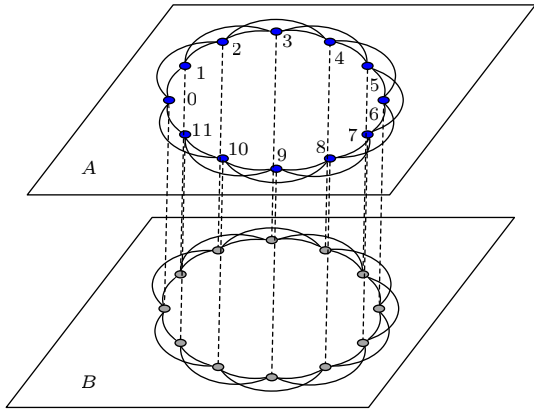


图 4 每层 12 个节点与 24 条连边的小型人工网络
Fig. 4. Artificial network with 12 nodes and 24 edges on each layer.

上的负载超过了其能力, 并将被从网络中删除. 从结果来看, 当 β 分别为 0.1, 0.2, 0.3 时, 相对应的网络最终的剩余边数为 2, 6 和 1, 体现出了能力悖论现象. 从过程来看, 可以将各时刻的网络结构进行对比. 在初始时刻, 受到摘除边 7—9 的影响, 网络中各边上的负载出现了波动. 此时, 对比于图 6(a), 图 6(e), 图 6(i) 可以发现, 环形网络各条边上负载的变化规律基本相同. 但由于 β 值的改变, 在图 6(a) 中失效的某些边在图 6(e) 中得以存活, 例如边 1—2, 2—3. 将这些边称为复活的边^[47]. 这些边看似是网络边能力提升带来网络鲁棒性提升的产物, 但在某些时刻反而为网络的稳定带来了危害. 以图 6(j) 中的边 1—2 为例, 相较于 $\beta = 0.2$ (图 6(f)) 时, 这条边出现了复活. 但从模型中的 (1) 式可知, 对于这些刚复活的边来说, 其负载与自身能力的比值较高, 边相对拥挤. 受到模型中时间参数的影响, 边上的负载就会向外转移. 观察图 6(k) 则可发现, 此时边 1—2 上的负载相较于前一时刻仍在减小, 也就意味着其上负载流动至了附近的边上. 而将图 6(g) 与图 6(k) 对比就可以发现, 边 2—3 成为了这一复活现象的受害者. 总得来说, 网络中边能力的提升并不一定能提高网络的鲁棒性. 需要注意的是, 随着能力提升, 导致网络中一些边的复活反而会破坏原有结构的稳定.

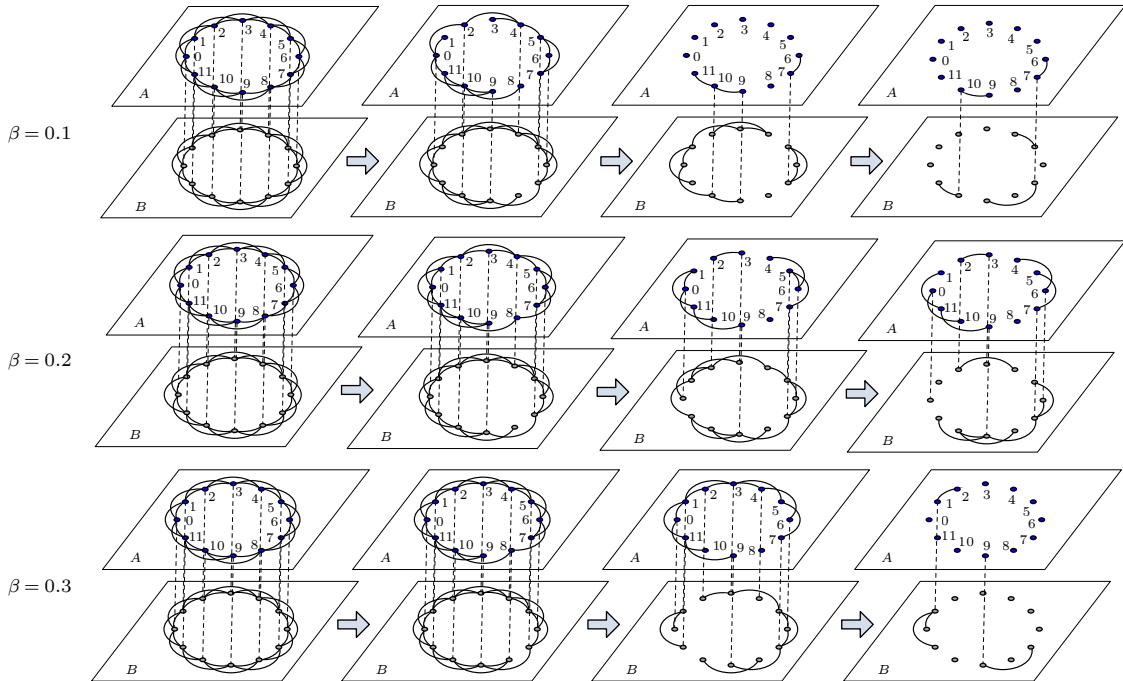


图 5 人工网络的级联失效过程
Fig. 5. Cascading failure process in the artificial network.

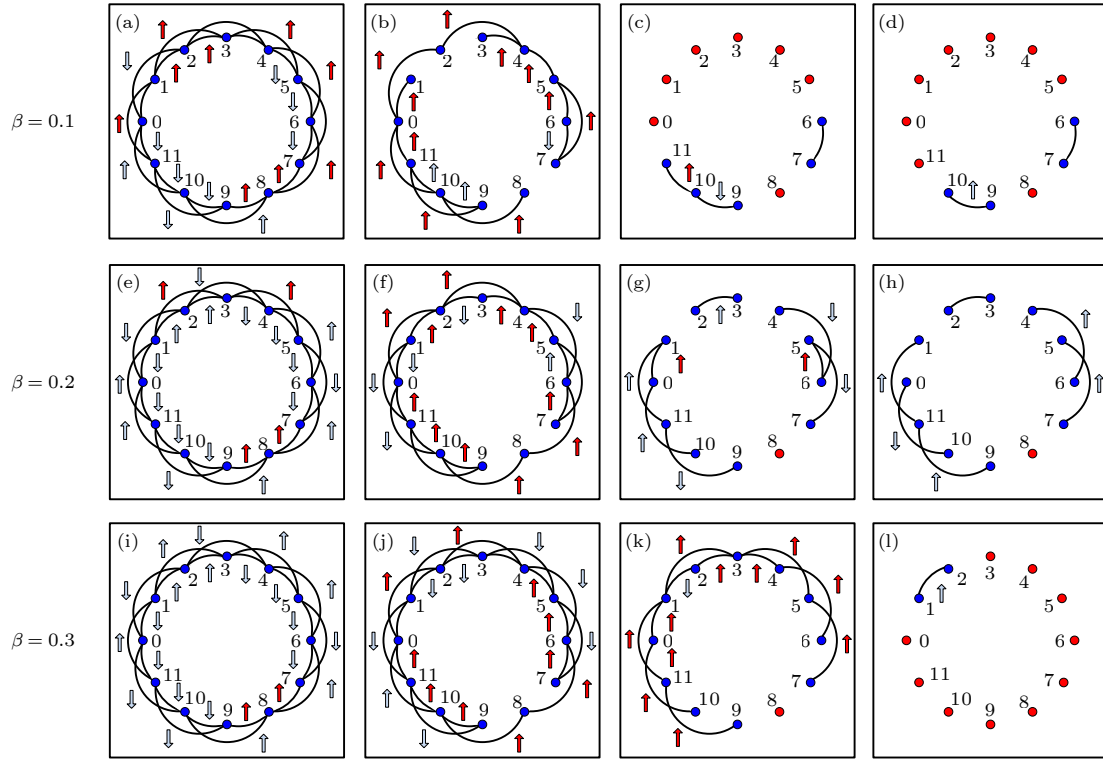


图6 人工网络上层网络A的负载量变化过程 (a)–(d) $\beta = 0.1$ 时的变化情况; (e)–(h) $\beta = 0.2$ 时的变化情况; (i)–(l) $\beta = 0.3$ 时的变化情况

Fig. 6. Dynamic change of load on network A: (a)–(d) The situation of $\beta = 0.1$; (e)–(h) the situation of $\beta = 0.2$; (i)–(l) the situation of $\beta = 0.3$.

3.4 连通性效应

网络的连通性效应是指随着网络连通程度的增加, 网络鲁棒性反而降低的特殊现象. 通常认为, 网络中的边数量越高, 网络就越稳定^[48]. 因为当网络中某些节点或边发生故障或遭受攻击时, 这些节点或边的影响会传播到它们的邻居节点或边, 从而导致网络中一些路径不再可用. 在高连通程度的网络中, 由于节点之间的连接比较紧密, 因此存在其他路径可以维持网络的连通性, 从而减轻了故障或攻击的影响. 相反, 在低连通程度的网络中, 节点之间的连接比较稀疏, 可能只存在一条或很少的路径, 网络中的故障或攻击会更容易导致整个网络的崩溃. 因此, 增加网络中的连边数量常常被认为是维护网络稳定的一种重要方式.

为了探究这种防护策略的效果, 在耦合网络模型中进行了实验. 与上文的实验过程类似, 仍在两种人工网络中进行仿真, 即BA网与WS网络. 这两种网络均由上下两层构成, 每层包含500个节点, 共计1000节点. 但与上文不同的是, 这里本文令上下两层网络节点的平均度 N 分别为1, 3, 5, 7. 在生成网络时, 通过调整节点度的大小来增加网络

中连边的数量, 提升网络的连通程度. 仍以删除网络中负载最大的边作为攻击手段, 另外控制参数 α 和 γ 的值为2和1. 与前文的实验方式相似, 同样进行了10次重复实验, 并以实验结果的均值作为实际结果输出. 最终, 将网络中总的失效边数和上下层网络各自的失效边数作为输出结果, 如图7所示. 由图7可以初步观察到, 随着网络连通性的增大, 网络鲁棒性并没有得到显著改善. 以BA网络为例, 如图7(b)–(d)所示, 当网络平均度为 $N = 3$ 时, 整体失效边 S 在 $\beta = 1.1$ 时出现了显著的下降. 而当平均度 $N = 5, 7$ 时, 相对应的 β 值则分别为1.45和1.4. 这也就意味着网络整体连边数的增加并不能直接带来网络鲁棒性的提升. 为了更清晰地对比这一现象, 将不同度下的网络失效边数与网络总边数的比值作为结果 (转化为百分比形式), 绘制出了图8. 此时能更明显地观察到, 网络连通性的提升并不能使得网络鲁棒性增加. 本文将这样的现象定义为网络的连通性效应, 即网络连边数和连通性的提高并不会带来网络鲁棒性的相应提升.

本文认为, 连通性效应的出现与网络中某些具有高吸引力的边相关. 不难想象, 在一个城市交通

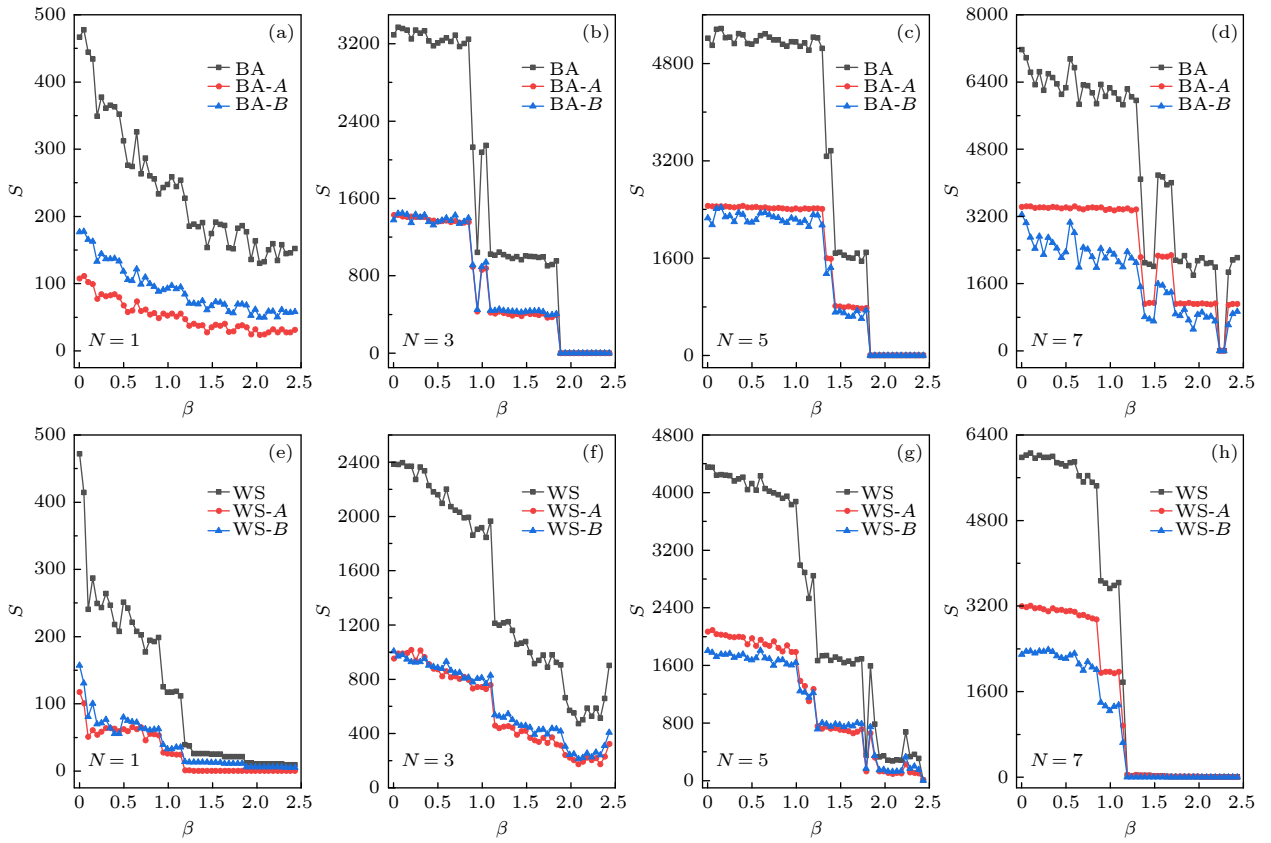


图 7 BA 和 WS 网络中不同 N 值 (网络节点平均度) 的级联故障仿真结果 (固定 α 与 γ) (a)–(d) BA 网络的级联故障仿真结果; (e)–(h) WS 网络的级联故障仿真结果

Fig. 7. Cascading failure simulation in BA and WS networks with different values of N (α and γ are fixed): (a)–(d) Cascading failure simulation in BA networks; (e)–(h) cascading failure simulation in WS networks. N is the average degree of network nodes.

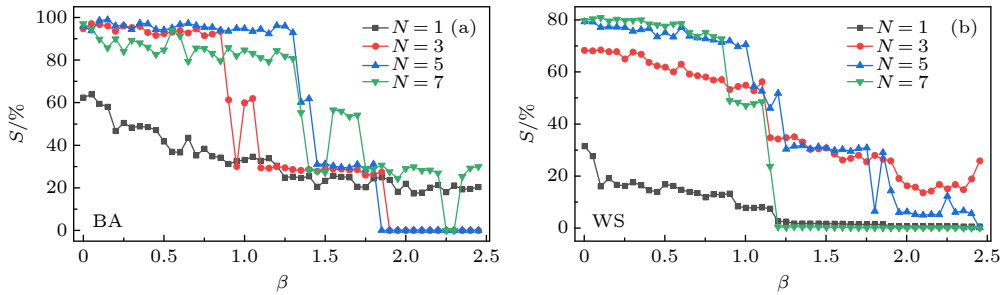


图 8 网络中失效边数百分比与 N 值的关系 (固定 α 与 γ) (a) BA 网络的仿真结果; (b) WS 网络的仿真结果

Fig. 8. Correlation between N and the percentage of failed edges (α and γ are fixed): (a) Simulation in BA networks; (b) simulation in WS networks.

网络中, 如果存在一条能快速到达各个区域的主干道, 这条边就会吸引大量的负载. 而此时, 如果提升网络的连通性, 让越来越多的节点能接入这条边, 那么随之而来就会有大量负载涌入这条边. 当负载超过这条边的能力时, 这条边就会被从网络中摘除. 并且由于其在初始时刻已经吸引了大量的负载, 当这条边失效时, 其上的负载就会向外溢出, 进而引发更大规模的级联故障.

为此, 绘制了一个简易的说明图——图 9. 在初始时刻, 存在着从节点 i 出发流向节点 j 的负载. 对于这些负载, 它们有两条路线可供选择, 即 $i-m-n-j$ 和 $i-o-p-j$. 为简化计算, 假设每一段的通行时间都为 1. 那么此时, 这两条路径的通行时间均为 3. 在排除其他因素的影响下, 这两条路线对负载的吸引力相同, 负载会平均分配在这两条路径上. 而随着网络连边数量的增加, 假设此时

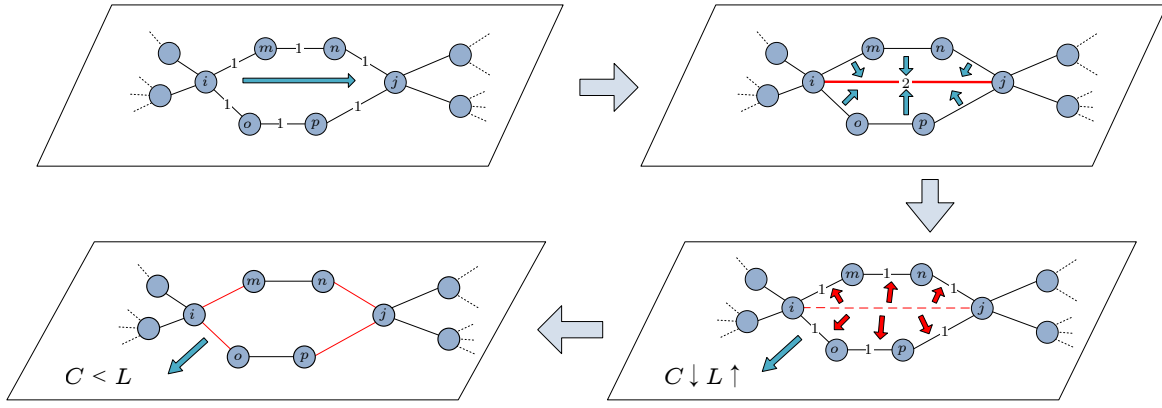


图 9 连通性效应的一种解释

Fig. 9. An explanation for the connectivity effect.

出现了一条直接连通节点 i 与 j 的边, 且此边的通行时间为 2. 那么原本流通于 $i-m-n-j$ 和 $i-o-p-j$ 的负载就会选择 $i-j$ 这条路径流动. 此时, 如果干扰网络, 摘除网络中负载量最大的边, 这条边上的负载就会向外迁移, 其他边上的负载也会受到影响. 当这些溢出的负载流通到 i, j 这一区段时, 也会自发地涌入 $i-j$ 这一条边. 而当负载超过其能力时, 边 $i-j$ 失效. 而当边 $i-j$ 失效后, 其上原有的负载也会向外扩张, 如子图 9(c) 所示. 并且根据表 1 中边能力定义公式可知, 由于初始时刻 $i-m-n-j$ 和 $i-o-p-j$ 上的负载量减少, 其能力相较于未添加连边 $i-j$ 时也会发生下降, 更容易受到破坏. 因此那些向外溢出的负载也会随之破坏 $i-m$, $i-o$ 等边, 造成更大规模的级联故障. 从某种角度上来说, 这种现象与上文能力悖论中的边复活相似. 都是因为新边缘的出现破坏了原本平衡的负载流动模式, 进而引发了网络中更多边缘的失效. 总得来说, 提升层次网络的内部连通性并不能直观有效地起到保护网络的作用. 因此, 将视角转移至耦合网络的层次上, 通过调整相互依赖网络间的连通性程度来探究增加边数量这一策略对于网络维护所起到的效果.

为了进一步验证这种规律, 引入了网络聚类系数这一概念. 聚类系数是反映网络中节点之间结集成团程度的系数, 同时其也可以从另一个角度反映网络的连通程度 [49,50]. 在此理论基础上, 调整了 BA 与 WS 网络的聚类系数 [51], 仍将网络的失效边数作为统计结果, 反映聚类系数与网络鲁棒性的相关性. 同时, 为了解释聚类系数对于网络鲁棒性的影响, 引入了网络负载的不平均分配指数这一统计

指标 [14], 其通过统计对比网络级联故障开始后的第一个时刻网络上各边的负载量, 来判断网络负载是否存在集中分布于某些边的情况, 不平均分配指数越大, 代表网络负载分布的越不平均. 通过分析网络聚类系数、不平均分配指数和失效变数这三者之间相对应的关系, 来验证我们的猜想是否正确. 此外, 为了直观地反映聚类系数对于网络鲁棒性的影响, 在固定了 α 与 γ 的基础上, 将 β 值也固定为 1, 在此基础上进行仿真实验, 所得结果如表 7 和表 8 所列.

表 7 BA 网络聚类系数与网络不平均分配指数及失效边数占比变化对应关系

Table 7. Corresponding values of unequal distribution index and the proportion of failure edges with the change of clustering coefficient in BA network.

聚类系数	0.2311	0.4647	0.6536
不平均分配指数	0.637	0.819	0.845
失效边数占比/%	59.80	84.72	84.70

表 8 WS 网络聚类系数与网络不平均分配指数及失效边数占比变化对应关系

Table 8. Corresponding values of unequal distribution index and the proportion of failure edges with the change of clustering coefficient in WS network.

聚类系数	0.2149	0.3681	0.4276
不平均分配指数	0.452	0.611	0.656
失效边数占比/%	54.78	70.46	67.07

根据实验结果可以发现, 当网络的聚类系数增大时, 网络负载的不平均分配指数普遍也在增大, 网络失效边数的占比也在逐渐增大. 这是因为, 当网络中的负载存在着路径选择偏好时, 随着聚类系数逐渐增大时, 网络中的负载可以更加容易地移动

至他们偏好的路径上,这也就导致那些通行时间短的路径会吸引大量的负载,进而导致这些边上的负载量超过自身能力而被移除.这样的结论在多个真实网络中也得到了验证^[14],也能证明连通性效应的普遍存在性.

3.5 耦合强度

网络的耦合强度是指上下两层网络之间连接的密集程度,即网络间的连边数量.在本文中用 p 表示这一指标,并将其量化为两层网络间的连边数量与网络总节点数量的比值.作为增加网络连边数量的一种方式,提升网络的耦合强度也被认为是保护相互依赖网络的重要手段.如图 10 所示,为上下层网络间增加连边 $i-n$ 和 $m-j$,提升网络的耦合强度.此时,对于下层网络 B 的节点 j 来说,其除了与本层网络的节点有关联外,还同时受到来自上层网络节点 i 和 m 的控制.即使某一时刻,网络中的边 $i-j$ 失效,认为仍有边 $m-j$ 能维持 j 与上层网络 A 的连接关系,维持耦合网络的稳定.

为此,本文进行了探究实验,验证耦合强度与相互依赖网络的鲁棒性关系.仍以共计 1000 节点,上下层各具备 500 个节点的 BA 与 WS 网络进行实验.实验中,控制模型参数 α 和 γ 分别为 2 和 1,调整网络耦合强度 p 分别取值 1, 1.5, 2, 2.5,通过能力参数 β 和失效边数 S 的关系反映网络的鲁棒性.实验共计进行 10 次,取平均值作为实验结果输出.图 11 为根据实验结果绘制出的图像.以 BA 网络为例,可以观察到,当耦合强度取不同值时,失效边数 S 第一次大幅下降对应的 β 分别为 0.65,

1.35, 1.05 和 1.8.这也就意味着耦合强度的提升并没有带来相互依赖网络稳定性的增强.这样的现象与 3.4 节中的连通性效应类似,随着耦合强度的提升,两层网络彼此间的连接数量增加.这一过程中不可避免地会带来一些关键边的出现,这些边能有效地连接起两层网络的关键节点并吸引大量网络负载.当负载超过其能力时,这些边就会失效,而聚集在这些边上的负载就会向外流动,破坏其他的边.这样的现象也启示了我们,一味地投入资源来增加网络中连边数量并不能有效地提升网络的鲁棒性.科学地设计网络结构,避免少数重点边的出现才能更有效地维护网络安全.

随后,将网络 A 与 B 各自的失效边数绘制出图像,对比耦合强度对于具备不同负载流动方式的网络的影响.一方面,从图 12(a), (c) 与图 12(b), (d) 对比可以看出,耦合强度的改变对于这两种流动方式下网络的鲁棒性没有显著的影响.尤其是 BA 网络,左右侧图像的曲线几乎相同.另一方面,如果将图 12(a), (b) 与图 12(c), (d) 进行对比,则可以发现,耦合强度对于 BA 网络的影响更大.在不同的耦合强度时,网络中的曲线体现出了差异性.而 WS 相对应的曲线则互相交织,彼此重叠.这是因为 WS 网络本就具备了较高的连通性,通过提升耦合强度来提升网络连通性的方式对于 WS 网络作用并不明显,因此在曲线中也无法体现出差异性.最后可以观察到,在图 12(a) 中,当 β 值达到 2.25 时,耦合强度 $p = 2.5$ 所对应曲线的失效边数为 0.这也就意味着通过增加耦合强度来提升网络鲁棒性的方式仍起到了一定的作用,并不能完全否定这一维护网络稳定的方式.

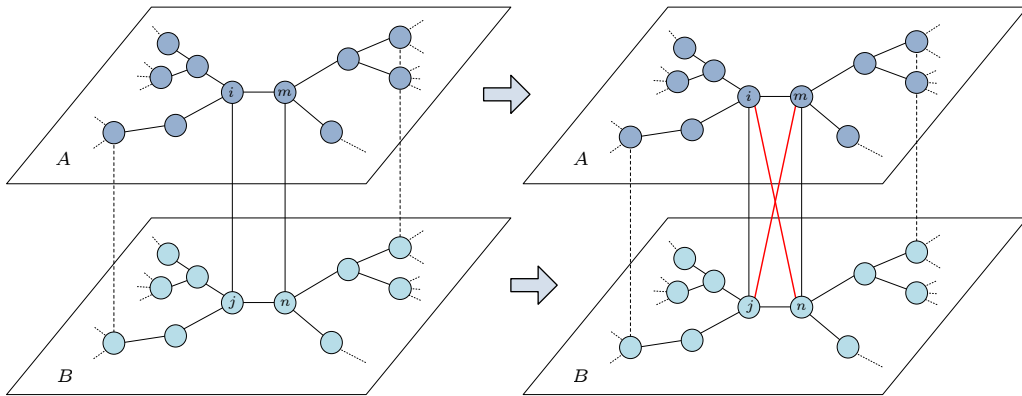


图 10 增强网络耦合强度示例

Fig. 10. An example to enhance the coupling strength of the network.

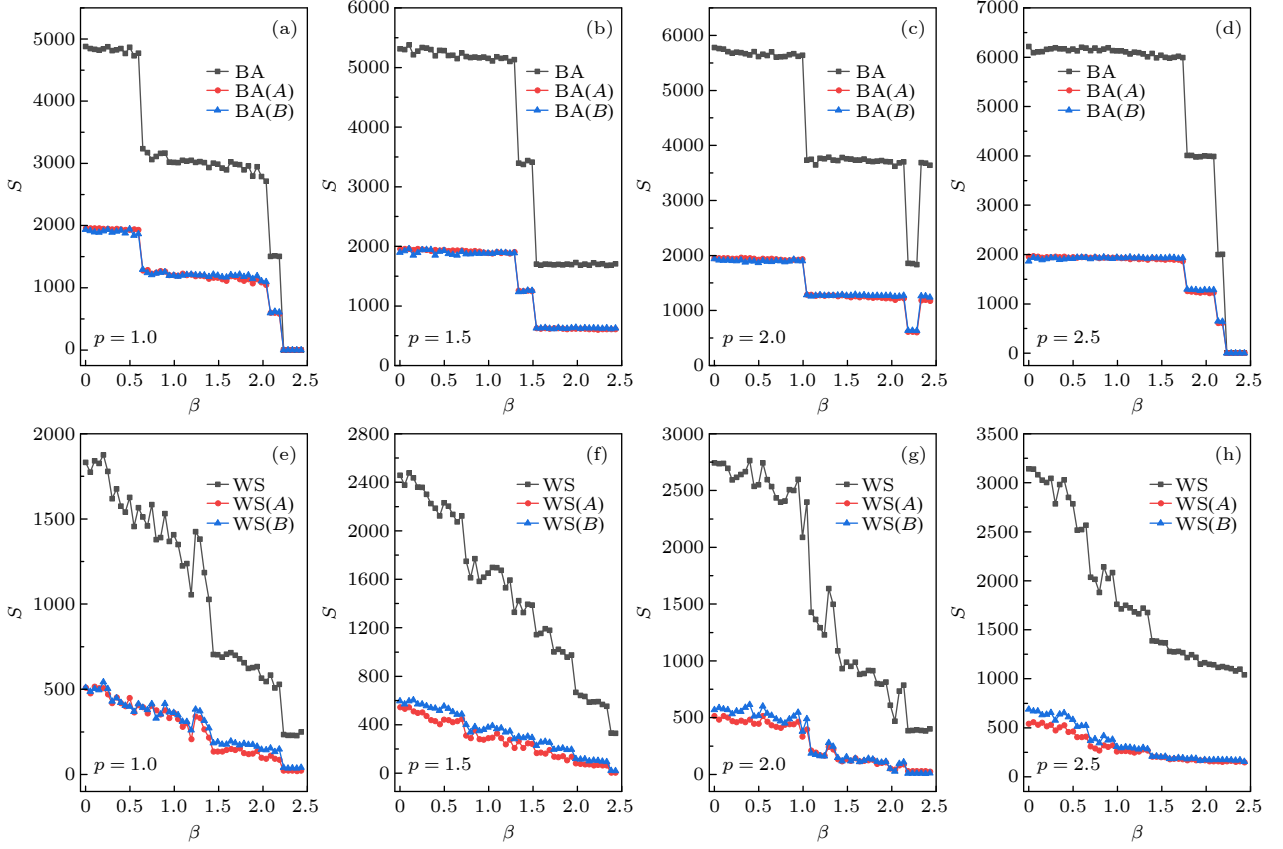


图 11 BA 和 WS 网络中不同 p 值 (网络耦合强度) 的级联故障仿真结果 (固定 α 与 γ) (a)–(d) BA 网络的级联故障仿真结果; (e)–(h) WS 网络的级联故障仿真结果

Fig. 11. Cascading failure simulation in BA and WS networks with different values of p (coupling strength) (α and γ are fixed): (a)–(d) Cascading failure simulation in BA networks; (e)–(h) cascading failure simulation in WS networks.

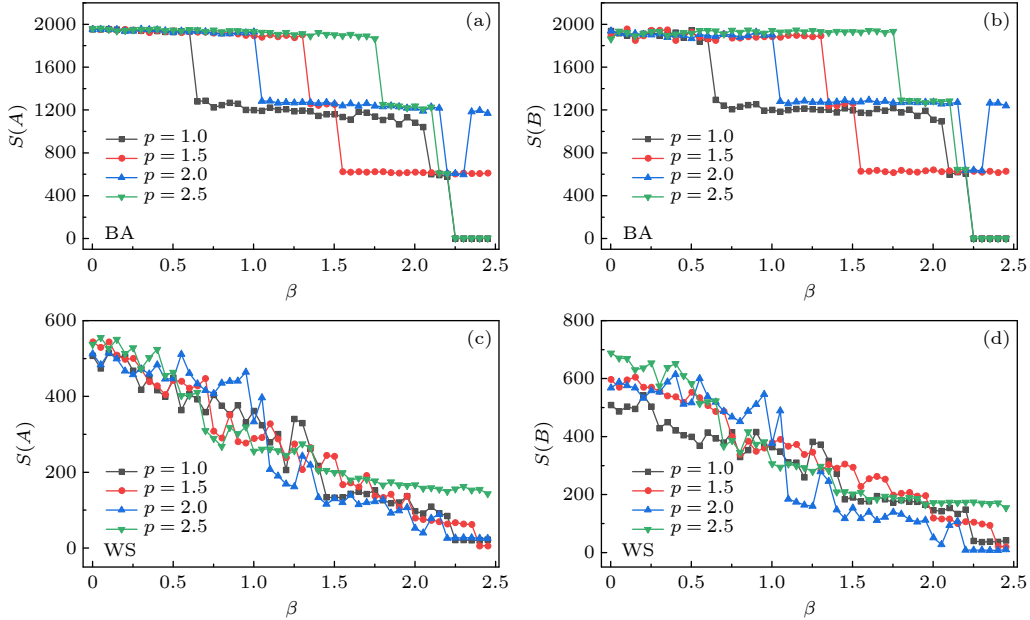


图 12 不同网络层中 p 值变化对网络级联故障结果的影响 (固定 α 与 γ) (a) BA 上层网络的级联故障仿真结果; (b) BA 下层网络的级联故障仿真结果; (c) WS 上层网络的级联故障仿真结果; (d) WS 下层网络的级联故障仿真结果

Fig. 12. Correlation between p and failed edges in different layers (α and γ are fixed): (a) Results of the upper layer of BA networks; (b) results of the lower layer of BA networks; (c) results of the upper layer of WS networks; (d) results of the lower layer of WS networks.

4 结 论

本文提出了一种全新的基于相互依赖网络的级联故障模型. 该模型以时间作为负载的分配依据, 并且综合了两层网络的实际特征, 在不同层次中分别定义了相匹配的负载流动方式. 通过将模型在 BA 与 WS 这两个经典人工网络中进行模拟, 发现了如下结论: 传统认为的网络维护方法, 无论是增加边的数量还是质量都不能保证网络鲁棒性的必然增强. 对于增强网络中边的能力来说, 这种作法会导致一些边复活. 与此同时, 这些复活的边有可能破坏原有网络的稳定结构, 让网络变得更脆弱. 另一方面, 增加网络中连接的数量也存在着为网络带来破坏的可能. 在实验过程中, 通过两种方式提升相互依赖网络的连边数量, 一种是提升层次内部网络的连通性, 增加每一层网络的连边数量, 另一种则是提升两层网络间的耦合强度. 然而, 这两种方式都得到了一致的结论, 即网络连边数量的增加也有可能降低网络的鲁棒性. 这是因为, 在增加边数量的同时, 有可能衍生出一些关键边, 这些边会吸引网络中大量的负载进而导致自身或者临近边的失效, 为网络带来破坏.

这些结论警示着我们, 一味地投入资源建设网络并不能起到最佳的防护效果. 科学地设计网络结构, 合理地分配网络资源才能更有效地提升网络地鲁棒性. 例如, 平衡好城市的公路交通与轨道交通, 避免其中一方过量拥挤; 在规划城市交通路径时, 适当增加一些长距离的连接, 以满足人们不同的出行需求. 在未来的研究中, 我们仍将继续关注网络资源分配与网络结构设计的具体方式, 为维护网络安全与稳定提供有效的指导意见.

参考文献

- [1] Kinney R, Crucitti P, Albert R, Latora V 2005 *Eur. Phys. J. B* **46** 101
- [2] Glanz J, Perez-Pena R <https://www.nytimes.com/2003/08/26/nyregion/90-seconds-that-left-tens-of-millions-of-people-in-the-dark.html> [2024-7-17]
- [3] Turkey P G <https://docs.entsoe.eu/dataset/ops-report-turkey-blackout-march-2015> [2024-7-17]
- [4] Li Y F, Sansavini G, Zio E 2013 *Reliab. Eng. Syst. Saf.* **111** 195
- [5] Hamzelou N, Ashtiani M 2019 *Future Gener. Comput. Syst.* **94** 564
- [6] Azzolin A, Dueñas-Osorio L, Cadini F, Zio E 2018 *Reliab. Eng. Syst. Saf.* **175** 196
- [7] Li Z, Guo Y H, Xu G A, Hu Z M 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 158901 (in Chinese) [李钊, 郭燕慧, 徐国爱, 胡正名 2014 物理学报 **63** 158901]
- [8] Artime O, Grassia M, De Domenico M, Gleeson J P, Makse H A, Mangioni G, Perc M, Radicchi F 2024 *Nat. Rev. Phys.* **6** 114
- [9] Peng X Z, Yao H, Du J, Wang Z, Ding C 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 048901 (in Chinese) [彭兴钊, 姚宏, 杜军, 王哲, 丁超 2015 物理学报 **64** 048901]
- [10] Alessandro V 2010 *Nature* **464** 984
- [11] Sun H, Wang H, Yang M, Reniers G 2024 *Saf. Sci.* **171** 106375
- [12] Wu J, You W, Wu T, Xia Y 2018 *Physica A* **506** 451
- [13] Zhang L, Du Y 2023 *Reliab. Eng. Syst. Saf.* **237** 109379
- [14] Wang J, Zhao N, Xiang L, Wang C 2023 *Physica A* **627** 129128
- [15] Zhang Y, Ren W, Feng J, Zhao J, Chen Y, Mi Y 2024 *Appl. Energy* **371** 123655
- [16] Wang J, Zhang C, Huang Y, Xin C 2014 *Nonlinear Dyn.* **78** 37
- [17] Crucitti P, Latora V, Marchiori M 2004 *Phys. Rev. E* **69** 045104
- [18] Albert R, Jeong H, Barabási A L 2000 *Nature* **406** 378
- [19] Li M, Li M, Wu Q, Xu X, Shen J 2024 *Electr. Power Syst. Res.* **235** 110844
- [20] Zhang C, Xu X, Dui H 2020 *Reliab. Eng. Syst. Saf.* **202** 106963
- [21] Wang J, Rong L 2009 *Saf. Sci.* **47** 1332
- [22] Huang S, Li C 2024 *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **160** 110136
- [23] Wang J 2013 *Physica A* **392** 2257
- [24] Dang H, Bai J Z, Lu Y, Li J 2024 *Sustainable Cities and Society* **114** 105749
- [25] Zhou M, Liu J 2014 *Physica A* **410** 131
- [26] Fu X, Xu X, Li W 2024 *Physica A* **634** 129478
- [27] Zhang L, Xu M, Wang S 2023 *Reliab. Eng. Syst. Saf.* **235** 109250
- [28] Zheng K, Liu Y, Wang Y, Wang W 2021 *Europhys. Lett.* **133** 48003
- [29] Dong G, Gao J, Tian L, Du R, He Y 2012 *Phys. Rev. E* **85** 016112
- [30] Wang J, Wang S, Wang Z 2022 *Physica A* **585** 126399
- [31] Goh K I, Lee D S, Kahng B, Kim D 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 148701
- [32] Lee D S, Goh K I, Kahng B, Kim D 2004 *Physica A* **338** 84
- [33] Watts D J 2002 *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **99** 5766
- [34] Wang X F, Xu J 2004 *Phys. Rev. E* **70** 056113
- [35] Motter A E, Lai Y C 2002 *Phys. Rev. E* **66** 065102
- [36] Moreno Y, Gómez J B, Pacheco A F 2002 *Europhys. Lett.* **58** 630
- [37] Hamedmoghadam H, Jalili M, Vu H L, Stone L 2021 *Nat. Commun.* **12** 1254
- [38] Albert R, Albert I, Nakarado G L 2004 *Phys. Rev. E* **69** 025103
- [39] Dey P, Mehra R, Kazi F, Wagh S, Singh N M 2016 *IEEE Trans. Smart Grid* **7** 1970
- [40] Xue F, Bompard E, Huang T, Jiang L, Lu S, Zhu H 2017 *Physica A* **482** 728
- [41] Cai Y, Li Y, Cao Y, Li W, Zeng X 2017 *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **89** 106
- [42] Hu Y, Kshirim B, Cohen R, Havlin S 2011 *Phys. Rev. E* **84** 066116

- [43] Tan F, Xia Y, Wei Z 2015 *Phys. Rev. E* **91** 052809.
- [44] Huang X, Gao J, Buldyrev S V, Havlin S, Stanley H E 2011 *Phys. Rev. E* **83** 065101
- [45] Wang S, Hong L, Ouyang M, Zhang J, Chen X 2013 *Saf. Sci.* **51** 328
- [46] Bureau of Public Roads 1964 *Traffic Assignment Manual for Application with a Large, High Speed Compute* (Oxford University)
- [47] Wang J, Xu B, Wu Y 2015 *Sci. Rep.* **5** 13939
- [48] Tan S Y, Wu J, Lu L, Li M J, Lu X 2016 *Sci. Rep.* **6** 22916
- [49] Wu J, Barahona M, Tan Y J, Deng H Z 2011 *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Part A Syst. Humans* **41** 1244
- [50] Dai B T, Qin S, Tan S Y, Liu C C, Mou J H, Deng H Z, Liljeros F Z, Lu X 2023 *J. Comput. Sci.* **69** 102030
- [51] Holme P, Kim B J, Yoon C N, Han S K 2002 *Phys. Rev. E* **65** 056109

Robustness paradox of cascading dynamics in interdependent networks*

Wang Jian-Wei ^{1)2)†} Zhao Nai-Xuan ²⁾ Wang Chu-Pei ²⁾
Xiang Ling-Hui ²⁾ Wen Ting-Xin ¹⁾

¹⁾ (School of Business Administration, Liaoning Technical University, Huludao 125105, China)

²⁾ (School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110167, China)

(Received 18 July 2024; revised manuscript received 18 September 2024)

Abstract

Cascading failure process in interdependent networks has always been an important field of network cascading analysis. Unlike the previous studies, we take people's demand for minimizing travel costs into consideration in this article and propose a network dynamics model based on the cost constraint. On this basis, we pay attention to the characteristics of different layers in the interdependent network, and taking the real-world traffic network for example, we define different load propagation modes for different layers. Then, we carry out the simulation experiment on cascade failure in the artificial network. By changing the structure of the network and the parameters in the model, such as the capability value of the network side and the connectivity of the network, we are able to focus on the effects of traditional protection strategies during the simulation and obtain some interesting conclusions. It is generally believed that increasing the quantity of connections in the network or improving the quality of edges will enhance the network robustness effectively. However, our experimental results show that these methods may actually reduce network robustness in some cases. On the one hand, we find that the resurrection of some special edges in the network is the main reason for the capacity paradox, as these edges will destroy the stable structure of the original network. On the other hand, neither improving the internal connectivity of a single-layer network nor enhancing the coupling strength between interdependent networks will effectively improve network robustness. This is because as the number of edges increases, some critical edges may appear in the network, attracting a large amount of the network load and leading the network robustness to decrease. These conclusions remind us that blindly investing resources in network construction cannot achieve the best protection effect. Only by scientifically designing the network structures and allocating network resources reasonably can the network robustness be effectively improved.

Keywords: cascading failures, interdependent networks, robustness, capacity paradox

PACS: 89.75.Fb, 89.75.Hc

DOI: 10.7498/aps.73.20241002

CSTR: 32037.14.aps.73.20241002

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62076057).

† Corresponding author. E-mail: jwwang@mail.neu.edu.cn



相互依赖网络上级联故障鲁棒性悖论研究

王建伟 赵乃萱 望楚佩 向玲慧 温廷新

Robustness paradox of cascading dynamics in interdependent networks

Wang Jian-Wei Zhao Nai-Xuan Wang Chu-Pei Xiang Ling-Hui Wen Ting-Xin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 218901 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20241002

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241002>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

二元双层耦合网络渗流行为分析

Analysis of seepage behaviour in binary two-layer coupled networks

物理学报. 2024, 73(16): 168901 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240454>

具有弱依赖组的复杂网络上的级联失效

Cascading failures on complex networks with weak interdependency groups

物理学报. 2022, 71(11): 110505 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210850>

高压IGBT雪崩鲁棒性的研究

Study on avalanche ruggedness of high voltage IGBTs

物理学报. 2023, 72(7): 078501 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222248>

连续变量Einstein-Podolsky-Rosen纠缠态光场在光纤信道中分发时纠缠的鲁棒性

Entanglement robustness of continuous variable Einstein-Podolsky-Rosen-entangled state distributed over optical fiber channel

物理学报. 2022, 71(9): 094202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212380>

多层网络级联失效的预防和恢复策略概述

Overview of precaution and recovery strategies for cascading failures in multilayer networks

物理学报. 2020, 69(8): 088904 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20192000>

基于耦合强度的双层网络数据传输能力

Data traffic capability of double-layer network based on coupling strength

物理学报. 2020, 69(18): 188901 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200181>