

改进型机-电模型及脉冲等离子体推力器 能量转化效率分析*

杨楠楠¹⁾ 王尚民²⁾ 张家良^{1)†} 温小琼¹⁾ 赵凯¹⁾

1) (大连理工大学, 三束材料改性教育部重点实验室, 大连 116024)

2) (兰州空间技术物理研究所, 真空技术与物理重点实验室, 兰州 730000)

(2024年8月10日收到; 2024年9月25日收到修改稿)

最初机-电模型是针对电磁轨道炮的电磁加速过程提出的, 脉冲等离子体推力器 (pulsed plasma thruster, PPT) 的工作原理也是通过电磁加速产生元冲量, 因此机-电模型是 PPT 能量转化及元冲量产生机制的主要理论分析工具之一. 但是作为 PPT 放电回路一部分的等离子体通道, 其几何形态与目前机-电模型的电流片模型存在明显差异. PPT 放电通道在离开推进剂表面向外喷出过程中多呈现弯曲形状, 并不断变化, 而非平直片状. 结合 PPT 放电通道的实际形态, 本文提出了 PPT 放电通道的二维形态电流片模型, 建立基于二维电流片的改进型机-电模型. 通过分析放电通道受力情况以及电磁加速过程, 推导了 PPT 羽流的电磁加速动能与放电回路电感量随时间演变函数的关系. 针对机-电模型电路方程, 提出了分段拟合 PPT 放电波形获得回路电感量随时间演变函数的算法. 形成了基于 PPT 放电波形分析得到羽流电磁加速动能的计算方案. 将改进型机-电模型应用于 PPT 样机能量转化效率评价, 通过分析 PPT 放电能量转化过程阐释了 PPT 机-电转化效率低的原因, 提出了提高 PPT 机-电效率的一种探索思路.

关键词: 脉冲等离子体推力器, 改进型机-电模型, 机-电效率, 羽流动能

PACS: 52.75.Di, 52.80.Vp, 02.60.Cb, 45.20.dg

DOI: 10.7498/aps.73.20241117

CSTR: 32037.14.aps.73.20241117

1 引言

脉冲等离子体推力器 (pulsed plasma thruster, PPT) 是一种利用脉冲弧放电使推进剂电离而产生等离子体, 并加速等离子体产生推力的电磁型推力器, 因无储供机构、系统简单紧凑、可靠性高、运行功率低、元冲量精细可调等诸多优点, 近年来已成为微小卫星在轨控制任务动力装置的探索焦点^[1-5]. 但是, PPT 的能量转化效率 (即每个放电脉冲消耗的电能转化为羽流脉冲动能的比例) 普遍较低^[6-8], 限制了其工程应用前景. 为提升 PPT 效率, 研究

人员从放电电极结构^[9,10]、工质馈入方式^[11]、工质成分^[12,13]等方面开展工艺优化研究, 实现了 PPT 能量效率的一定程度提升. 也有研究通过 PPT 的能量转化过程和机制, 以期在认清 PPT 能量转化动力学基础上, 探索能量转化途径的优化设计及干预能量分配途径的技术手段, 如通过分析 PPT 推进剂烧蚀^[14-16]过程、放电电路的参数布局^[17]和放电能量分配优化^[18]等, 优化注入能量用于推进剂烧蚀的比例以及放电电流的时间行为, 提升总体能量转化效果. 总之, 清晰认识 PPT 放电过程中能量转化途径以及机制是探索 PPT 能量效率有效提升方法的基础.

* 国家自然科学基金 (批准号: 12375248) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhangjl@dlut.edu.cn

机-电模型^[19]和磁流体动力学 (magnetohydrodynamic, MHD) 数值模型^[20,21]是研究 PPT 等离子体羽流加速机制的常用物理模型. 其中, 机-电模型将 PPT 放电回路及相应电能消耗过程等效为一种 RLC 电路及其导电行为, PPT 放电通道部分既是 RLC 电路的构成元件, 也是借助于电磁力产生羽流动能和元冲量的力学单元. 机-电模型中对于电磁加速体的加速过程有两种不同物理模型, 即弹丸模型 (slug model) 和雪犁模型 (snowplow model). 电磁加速过程中, 若加速体可以视为质量基本不变的, 即质量恒定的“弹丸”, 则采用弹丸模型, 适用于加速通道内无气体的固体推进剂 PPT. 雪犁模型中, 电磁加速体则像一个质量逐渐积累的“雪犁”, 在加速过程中由于不断电离“扫过”的气体, 而增加质量, 适用于以预填充气体为推进剂的 PPT 放电等离子体的电磁加速过程. 相较于 MHD 模型, 机-电模型结构分明、过程清晰、控制方程求解计算量较小, 尤其是电路模型能够再现 PPT 放电维持阶段的伏安波形, 利用波形仿真可得 PPT 放电回路等效元件参数, 因此成为一种分析 PPT 工艺条件与放电行为关联机制的可靠途径.

1968 年, Jahn^[19]首先基于等离子体弹丸假设提出了针对平行板电极结构 PPT 的一维机-电模型, 将 PPT 装置等效为 RLC 放电电路与等离子体“弹丸”加速机构组成的机-电装置. 其中, PPT 放电回路被模型化为离散、时变的 RLC 放电电路, 而 PPT 羽流的加速被假设为具有一定质量的薄电流片在安培力作用下以“弹丸”形式加速喷出的过程, 不涉及工质的烧蚀过程及其产物的热膨胀过程. 实际上, PPT 羽流的加速不仅包括安培力对带电成分的加速, 而且还包括热膨胀气动加速过程. Vondra 等^[22]考虑了羽流的热膨胀气动力, 在电流片的“弹丸”动力学方程中引入气动力项, 提出了一种修正机-电模型, 但这种修正的机-电模型不再封闭, 需要羽流气压及温度等热力学参数作为补充, 实际上已扩展为一种机-电-热模型. 魏荣华^[23]考虑到放电等离子体通道的有限几何尺寸, 将薄电流片修正为厚度随放电电流改变的扩散电流片, 这种修正虽然是针对薄电流片模型的局限性, 但是作为一种基于经验的唯像修正, 并不能帮助理解电流片形态的演变及其影响. Gatsoni 等^[24,25]通过施加外部磁场以影响放电通道等离子体受到的安培力, 优化

羽流加速过程, 但需要在电流片的“弹丸”动力学方程中引入阻尼项, 以确保羽流最终速度收敛.

为提高机-电模型中动力学方程的理论可解析性, Laperriere^[26]将平行板电极结构的 PPT 放电回路的电感元件具体化为一个准无限宽、理想导电薄片组成的单匝导电管, 提出了 PPT 回路电感的解析表达式以及等离子体“弹丸”的电阻表达式, 并且将“弹丸”电阻与电子温度、密度关联起来, 其目的是建立 PPT 电路参数与等离子体参数之间的关联机制, 仍然采用与文献^[24,25]相同的薄电流片“弹丸”动力学方程.

PPT 放电等离子体在加速喷出及飞行过程中其形态是持续演变的, 因此, 基本机-电模型中将放电通道视为一维薄“弹丸”等离子体片, 并以此形成的 PPT 羽流电磁加速机制存在不可避免的缺陷. 为了反映 PPT 放电通道“弹丸”的质量变化, 吴建军等^[27,28]考虑了推进剂的材料学和热学性质, 提出了聚四氟乙烯工质的一种烧蚀模型, 将烧蚀产物的实时积累以可变质量的方式纳入“弹丸”动力学方程, 可一定程度上体现电磁加速过程中“弹丸”质量的改变. 与此同时, 也有许多学者为了更有效地避开机-电模型中“弹丸”的缺陷, 将磁流体力学应用于描述 PPT 放电等离子体的磁流体加速过程, 开辟了 PPT 羽流加速机制的另一类理论研究途径. 与机-电模型中将工质烧蚀过程与羽流加速过程分割开来的处理方法不同, 在磁流体 (MHD) 模型中无法将放电等离子体力学过程与工质表面烧蚀过程分割开来. Mikellides 等^[29,30]假定推进剂表面存在饱和蒸气, 并以此界定推进剂表面与等离子体之间的烧蚀层热力学状态, 将烧蚀过程与磁流体过程耦合在一起, 在形式上建立了烧蚀过程与磁流体加速过程的兼容模型. Keidar 和 Boyd^[31,32]则认为推进剂表面烧蚀会形成所谓 Knudsen 层, 作为推进剂表面与等离子体之间的过渡层, 建立了 K-B 模型. Yang 等^[33,34]在弹丸模型中计入羽流等离子体质量积累和气动力效应, 优化了机-电模型中的动力学方程, 并考虑了烧蚀层内的化学反应并对 K-B 模型修正, 阐述了聚四氟乙烯在 PPT 中的烧蚀与电离过程. 虽然理论上 MHD 模型可以避开机-电模型电流片假设的缺陷, 其动量与能量方程既反映等离子体羽流携带动能及动量的演化机制, 又体现其加速历程, 但是 MHD 模型的求解, 需要可靠

的初始和边界条件, 这些条件的可靠性决定了模型计算结果的可信性. 但对于 PPT 放电等离子体而言, MHD 模型的初始与边界条件往往基于经验或者简化假设而设定, 不具有普遍合理性. 况且 MHD 主控方程数量多、形式复杂, 求解计算耗时大. 对于 PPT 性能优化的工艺设计期望而言, MHD 模型的复杂性形成了很大挑战, 丧失了解析功能的 MHD 模型, 降低了对工程产品迭代研制的支撑作用.

对于 PPT 设计以及工艺优化研究而言, 作为一种高效分析预测手段, 机-电模型仍然具有不可替代的价值. 如前所述, 为了克服基本机-电模型的某些局限性, 虽然许多学者提出了机-电模型改进思路, 但这些改进聚焦于对 PPT 羽流形成及加速过程的补充. 如为了纳入羽流热膨胀加速过程, 必须引入推进剂烧蚀模型. 而关于推进剂烧蚀的实验数据很少, 过程机制仍然不明确, 只能借用某些现成烧蚀模型以保证方程组的封闭性, 在一定程度上降低机-电模型的可靠性. 机-电模型的基本目标是基于 PPT 放电电路模型构建羽流的电磁加速机制, 对 PPT 能量转化过程进行模型分析预测. 到目前为止, 对机-电模型中的 PPT 电路模型以及电流片电磁加速模型存在的固有局限性进行改进研究的报道不多.

本文针对机-电模型的电路及电流片模型的固有局限性, 提出如下改进思路: 1) 现有机-电模型中, 认为 PPT 放电的等效 RLC 电路各等效元件的参数是固定的, 目的是为了能够获得电路方程的解析解. 但实际上, 等效电阻与电感随 PPT 放电路程而变化, 而且电阻与电感变化在 PPT 放电波形中有所体现, 因此将 PPT 电路修正为变参数 RLC 电路, 提出了求解变参数电路方程的一种方法. 2) 现有机-电模型将 PPT 放电通道视为一维电流片, 无论是薄电流片还是有限厚电流片, 均为垂直于极板方向的一维平直构型. 实际上, PPT 放电通道形状是复杂变化的, 为此, 将放电通道模型修正为二维电流片, 通过分析放电通道的电磁受力以及加速过程, 提出了二维电流片受电磁加速而获得动能的理论与计算方法. 并将上述改进后的机-电模型用于 PPT 样机不同工况的能量转化过程及机-电效率分析, 改进型机-电模型保留了模型结构简单、计算量不大的优点, 而且适用性得到提升.

2 改进机-电模型

2.1 基本机-电模型简介

所谓基本机-电模型是针对平行板构型 PPT 提出的, 其电路模型将 PPT 放电回路视为离散元件构成的 RLC 电路, 示意如图 1 所示. 等效电感 $L_{eq}(t) = L_c + (L_{w1} + L_{w2}) + L_p(t)$, 等效电阻 $R_{eq}(t) = R_c + (R_{w1} + R_{w2}) + R_p(t)$, 均由三部分构成. 其中, R_c 和 L_c 分别为储能电容寄生电阻和寄生电感; R_{w1} , R_{w2} 和 L_{w1} , L_{w2} 分别为正负电极及连接导线的电阻和电感; $R_p(t)$, $L_p(t)$ 是 PPT 放电通道的等效电阻和电感. 回路电容即储能电容 C , 即 $C_{eq} = C$ 为常数.

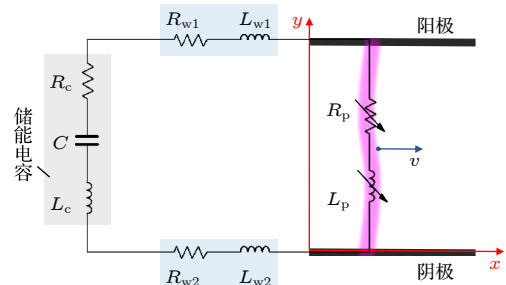


图 1 基本 PPT 机-电模型等效电路示意图

Fig. 1. Equivalent circuit schematic of primary PPT electromechanical model.

根据基尔霍夫定律, PPT 放电过程中, 电路的电压方程为

$$\begin{aligned} V_c(t) &= i(t) R_{eq}(t) + \frac{d[L_{eq}(t) i(t)]}{dt} \\ &= \left[R_{eq}(t) + \frac{dL_{eq}(t)}{dt} \right] i(t) + L_{eq}(t) \frac{di(t)}{dt}, \quad (1) \end{aligned}$$

其中, $V_c(t)$ 为储能电容的极板间电压, $i(t)$ 为回路电流, 定义电容放电电流为正电流. 若电容电量为 $Q(t)$, 则 $V_c(t) = \frac{Q(t)}{C}$, $i(t) = -\frac{dQ(t)}{dt}$. 代入 (1) 式消去 $V_c(t)$ 和 $i(t)$ 得到:

$$\begin{aligned} L_{eq}(t) \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + \left[R_{eq}(t) + \frac{dL_{eq}(t)}{dt} \right] \\ \times \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0, \quad (2) \end{aligned}$$

(2) 式即是 PPT 的模型电路方程. 基本机-电模型中认为回路电感和电阻不随时间变化, 视电路 R , L , C 参数为常数, 所以 (2) 式简化为常系数微分方程:

$$L_{\text{eq}} \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R_{\text{eq}} \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0. \quad (3)$$

PPT 放电通道是机-电模型中的移动单元, 是实现电能转化为机械能的核心. 放电通道被近似为以垂直于电极方向的平直构型向喷口加速喷出的薄电流片, 该电流片在回路电流激励的磁场中受到安培力作用而加速, 称为“弹丸”. 电流片沿图 1 中 x 轴方向加速喷出, 形成羽流. 电流片“弹丸”的动力学方程为

$$\frac{d}{dt} [m\dot{x}(t)] = \mathbf{F}, \quad (4)$$

其中, m 为电流片质量为常数, 忽略推进剂烧蚀电离导致的电流片质量变化; $\mathbf{x}(t)$ 为电流片的位置, 则 $\dot{\mathbf{x}}(t)$ 为电流片速度; \mathbf{F} 为电流片受力, 机-电模型认为安培力是电流片唯一受力.

电流片所受的安培力可以根据虚功原理计算. 当 PPT 回路电流为 $i(t)$ 时, 则回路储存的磁能 $E_L = \frac{1}{2} L_{\text{eq}} [i(t)]^2$. 根据虚功原理, 若电流片发生虚位移 δx , 则虚功为 $\delta W = \delta E_L = \delta \left[\frac{1}{2} L_{\text{eq}} [i(t)]^2 \right] = \frac{1}{2} \delta L_{\text{eq}} [i(t)]^2$, δL_{eq} 是虚位移过程导致的回路自感虚增量, 一维电流片所受安培力 F_L 的大小可表示为

$$F_L = \frac{\delta W}{\delta x} = \frac{1}{2} \frac{\delta L_{\text{eq}}}{\delta x} [i(t)]^2 = \frac{1}{2} L'_{\text{eq}x} [i(t)]^2, \quad (5)$$

其中, $L'_{\text{eq}x} = \frac{\delta L_{\text{eq}}}{\delta x}$ 为电流片沿 x 方向移动单位长度导致的回路电感增量, 即电感梯度.

基本机-电模型利用电感定义^[26] 获得电感梯度, 回路电感与电感梯度可以表示为

$$L_{\text{eq}}(x(t)) = \mu_0 \frac{h}{w} x(t) + \mu_0 \frac{\delta h}{2w}, \quad (6)$$

$$L'_{\text{eq}x} = \mu_0 \frac{h}{w}, \quad (7)$$

其中, μ_0 为真空磁导率, h 为平行板极间距, w 为电极宽度 (远大于极间距 h 和电流片厚度 δ). 将 (7) 式代入 (5) 式可得

$$F_L = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{h}{w} [i(t)]^2. \quad (8)$$

(8) 式代入电流片动力学方程 (4) 可得

$$\frac{d}{dt} [m\dot{x}(t)] = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{h}{w} [i(t)]^2. \quad (9)$$

在 PPT 一次放电脉冲的持续时间内对 (9) 式进行积分, 可得到 PPT 在一个放电脉冲内产生的元冲量:

$$I_{\text{bit}} = \int_0^{t_{\text{end}}} F_L dt = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{h}{w} \int_0^{t_{\text{end}}} [i(t)]^2 dt, \quad (10)$$

其中, t_{end} 表示 PPT 放电结束时刻.

(3) 式与 (10) 式构成基本机-电模型的控制方程:

$$\begin{cases} L_{\text{eq}} \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R_{\text{eq}} \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0, \\ I_{\text{bit}} = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{h}{w} \int_0^{t_{\text{end}}} [i(t)]^2 dt. \end{cases} \quad (11)$$

在 PPT 维持放电阶段, 一般满足 $R_{\text{eq}} < 2\sqrt{\frac{L_{\text{eq}}}{C}}$, 故 (11) 式中电路方程为欠阻尼振荡方程, 有解析解:

$$Q(t) = \frac{Q_0}{\omega \sqrt{L_{\text{eq}} C}} e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \beta), \quad (12)$$

$$i(t) = -\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{V_0}{\omega L_{\text{eq}}} e^{-\alpha t} \sin(\omega t), \quad (13)$$

其中, $Q_0 = CV_0$ 为 PPT 放电维持阶段开始时刻的电容电量, V_0 为该时刻的电容电压; $\alpha = \frac{R_{\text{eq}}}{2L_{\text{eq}}}$; $\omega = \left(\frac{1}{L_{\text{eq}} C} - \frac{R_{\text{eq}}^2}{4L_{\text{eq}}^2} \right)^{1/2}$; $\beta = \arctan\left(\frac{4L_{\text{eq}}}{R_{\text{eq}}^2 C} - 1 \right)^{1/2}$.

2.2 对机-电模型的改进

对基本机-电模型的两处基本缺陷进行改进:

1) 为了解析法求解电路方程, 忽略 PPT 放电模型电路回路电感和电阻的时间变化; 2) PPT 放电通道被简化为一维平直电流片.

2.2.1 时变参数 PPT 电路方程

基本机-电模型控制方程 (11) 中, 电路方程将回路等效电阻和电感视为不随时间改变的常数, 而电流片动力学方程则认为回路等效电感是变化的, 可见两个控制方程之间并不自治. 事实上, PPT 回路的 $L_{\text{eq}}(t)$ 和 $R_{\text{eq}}(t)$ 均随时间而变, 所以电路方程应该采用含时电路参数的方程 (2) 的形式, 并改写为

$$L_{\text{eq}}(t) \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R(t) \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0, \quad (14)$$

其中 $R(t) = R_{\text{eq}}(t) + \frac{dL_{\text{eq}}(t)}{dt}$ 为 PPT 电路的形式电阻.

电路方程 (14) 是一个变系数二阶微分方程, 目前尚无解析求解方法. Riazantsev 等^[35] 最近提出了利用最小二乘法和逆向解法求解方程 (14) 的方案. 在最小二乘法方案中, 需要假设回路电阻和

电感均是随时间的线性函数, 针对实测放电波形进行拟合, 以确定回路电感以及电阻的时间函数形式, 但是该方案掩盖了 PPT 放电可能存在的非线性电路动态特性. 而逆向求解方案中, 将微分方程离散化差分方程, 从而转化为线性代数求解问题, 虽然通过数值方法求解该差分问题, 但是需要 PPT 放电开始与结束时刻的准确回路电感和电阻作为初始条件. 该算法对信号噪声敏感, 信号误差可导致计算结果不稳定.

本文提出方程 (14) 一种新求解方法. 在 PPT 放电的维持阶段, 虽然等效电阻和电感随时间而变, 但是累计变化量并不大, 因为 PPT 放电实际波形基本呈现为欠阻尼振荡波形. 由此, 在 PPT 放电持续时间 $[0, t_{\text{end}}]$ 内, 若将 $[0, t_{\text{end}}]$ 分成多个时间间隔足够小的时间单元, 在每个时间单元内, 回路电感和电阻均可以作为常数, 则方程 (14) 可作为常系数二阶微分方程, 即:

$$\text{在 } [0, T_1] \text{ 内, (14) 式可写为 } L_1 \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R_1 \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0, L_1, R_1 \text{ 为常数;}$$

$$\text{在 } [T_1, T_2] \text{ 内, (14) 式可写为 } L_2 \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R_2 \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0, L_2, R_2 \text{ 为常数;}$$

.....

$$\text{在 } [T_{n-1}, T_n] \text{ 内, (14) 式可写为 } L_n \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R_n \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0, L_n, R_n \text{ 为常数.}$$

每个时间片段内, 利用方程 (14) 的通解形式, 拟合 PPT 实际波形, 可得各时间片段内的 R_i, L_i . 本文中各时间片段得到的电路参数与该片段中间时刻对应, 以这些离散参数体现 PPT 放电回路电感和电阻的动态变化. 将这些离散数据视为时间演变函数 $R_{\text{eq}}(t), L_{\text{eq}}(t)$ 的插值点, 进行插值拟合, 得到 $R_{\text{eq}}(t), L_{\text{eq}}(t)$ 的函数形式. 将得到 $R_{\text{eq}}(t), L_{\text{eq}}(t)$ 的函数代回 (14) 式, 利用数值解法便可以实现对 PPT 的放电波形的仿真, 并于实测波形对比, 以验证 $R_{\text{eq}}(t), L_{\text{eq}}(t)$ 函数形式的可靠性.

2.2.2 二维薄电流片模型

基本机-电模型中的平直电流片“弹丸”与 PPT 放电通道实际形态有明显差别, 根据 PPT 放电通道的二维形貌特点, 将 PPT 放电通道视为厚度可忽略的“弧线”型二维电流片, 如图 2 中的粉色弧线所示, 电流片在垂直于纸面方向上视为延伸足够

远. 曲线 ab 表示 t_1 时刻电流片的形态与位置, 曲线 cd 表示电流片经过 dt 时间运动后的形态与位置, 运动中电流片的形态有变化但基本保持弧形. 为了分析电流片的安培力作用过程, 假设放电中某一时刻的回路电流为 $i(t) = I$, 方向如图 2 中绿色箭头所示, 回路电流形成的磁场也示于图 2 中. 在电流片中任取一个电流元 $I dl$ (绿色箭头所示), $d\mathbf{F}$ 为该电流元所受安培力, 此刻该电流元速度为 \mathbf{v} , 黄色区域为电流元在 dt 时间内扫过的面积, 绿色区域为电流片在 dt 时间内扫过的面积.

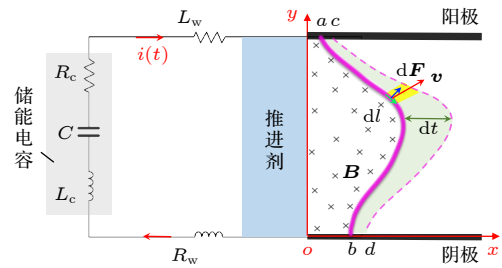


图 2 二维薄电流片及机-电模型电路示意图

Fig. 2. Circuit schematic of the improved electromechanical model with 2D thin current sheet.

该电流元所受安培力为

$$d\mathbf{F} = I dl \times \mathbf{B}, \quad (15)$$

其中, \mathbf{B} 是 PPT 放电回路中除该电流元以外的其他电流元在“当地”所产生的磁感强度. 安培力对电流元做功的瞬时功率 dP 为

$$dP = d\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = I(dl \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} = I\mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} \times dl). \quad (16)$$

电流片 ab 所对应的曲线路径记为 Σ , 安培力对该电流片做功的瞬时功率 P 为 (16) 式对该路径的积分, 即:

$$P = \int_{\Sigma} dP = \int_{\Sigma} I\mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} \times dl). \quad (17)$$

在 dt 时间内安培力对电流片所做的功 dW :

$$\begin{aligned} dW &= P dt = \int_{\Sigma} I\mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} \times dl) dt \\ &= \int_{\Sigma} I\mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} dt \times dl), \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $\mathbf{v} dt \times dl$ 表示电流元在 dt 时间内扫过的面积, 图 2 中黄色区域. 图 2 中浅绿色区域则表示电流片由 ab 在 dt 时间内到达 cd 扫过的面积 $dS_{\Sigma} = \int_{\Sigma} (\mathbf{v} dt \times dl)$. 而 $\int_{\Sigma} \mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} dt \times dl) = d\phi_{\Sigma}$ 则是 dt 时间内电流片位移过程扫过的磁通量, 即 PPT 放电

回路在 dt 时间内由于电流片从位置 ab 移动到 cd 所导致的磁通增量. 若 PPT 回路自感用 L_{eq} 表示, 在 dt 时间内由于电流片从位置 ab 移动到 cd 所导致的回路自感增量用 dL_{eq} 表示, 则磁通增量 $d\phi_{\Sigma} = \int_{\Sigma} \mathbf{B} \cdot (\mathbf{v}dt \times d\mathbf{l}) = IdL_{eq}$, 那么由 (18) 式得

$$dW = \int_{\Sigma} I \mathbf{B} \cdot (\mathbf{v}dt \times d\mathbf{l}) = Id\phi_{\Sigma} = I^2 dL_{eq}. \quad (19)$$

安培力对电流片所做功转化为电流片的动能, 所以, 在 PPT 的一个放电脉冲期间, 安培力做功所产生的动能为

$$\begin{aligned} E_k &= \int_0^{t_{end}} dW = \int_0^{t_{end}} [i(t)]^2 dL_{eq} \\ &= \int_0^{t_{end}} [i(t)]^2 \frac{dL_{eq}}{dt} dt. \end{aligned} \quad (20)$$

与安培力做功过程对应, 在 PPT 的一个放电脉冲期间内, 电流片所受安培力的冲量转化为电流片的元冲量, 但由于电流片为弧形, 不同位置电流元所受安培力方向各异, 电流片的元冲量作为矢量只有 x 方向分量才能成为 PPT 的反推冲量. 但是该冲量分量难以与回路参数关联起来, 所以用安培力加速电流片的动能方程作为机-电模型中的动力学方程. 因此, 二维电流片机-电模型控制方程如下:

$$\begin{cases} L_{eq}(t) \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + \left[R_{eq}(t) + \frac{dL_{eq}(t)}{dt} \right] \frac{dQ(t)}{dt} \\ + \frac{Q(t)}{C} = 0, \\ E_k = \int_0^{t_{end}} [i(t)]^2 \frac{dL_{eq}(t)}{dt} dt. \end{cases} \quad (21)$$

根据该模型, 利用 2.2.1 节的算法求解其中的电路方程, 可以得到 PPT 回路等效电感的时间函数 $L_{eq}(t)$, 进而可以利用 (21) 式中的第 2 个方程计算电磁加速产生的动能. 该动能与储能电容初始储能的比值即为评价 PPT 能量效率的指标, 定义该比值为 PPT 的机-电效率:

$$\eta_{emk} \equiv \frac{E_k}{E_0} = \frac{\int_0^{t_{end}} \frac{dL_{eq}(t)}{dt} [i(t)]^2 dt}{\frac{1}{2} CV_0^2}. \quad (22)$$

3 改进机-电模型应用验证

3.1 PPT 样机实验装置

为验证改进机-电模型, 基于图 3 所示 PPT 样机实验装置, 测量了多种工况的 PPT 放电波形, 利用改进模型计算各种工况下 PPT 的电磁加速动能及机电效率, 分析机电效率与工况条件的关系, 以判断模型的可靠性. 所用平行板 PPT 样机包括火花塞、平行极板、储能电容、推进剂, 样机置于 10^{-3} Pa 的真空舱内. 样机推进剂为聚四氟乙烯棒, 与电极宽度和电极间隙适配. 电极板为紫铜板, 电极间隙 h 为 30—40 mm, 电极加速长度为 25 mm. 储能电容为 $3 \mu\text{F}$ (内阻为 $10 \text{ m}\Omega$), 充电电压 V_0 为 1.0—2.0 kV 可变. 火花塞固定在阴极上且贴近推进剂表面, 以外触发控制的脉冲电源驱动. 为了对 PPT 放电通道及羽流高速成像, 利用时序控制器可产生两路 TTL 信号, 一路触发火花塞电源, 另一路为高速相机提供快门信号, 两路控制信号的延迟可调以保证高速相机快门与 PPT 点火同步.

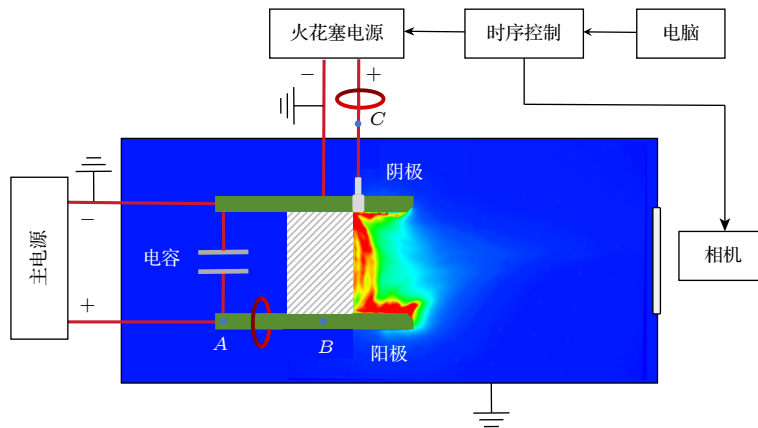


图 3 PPT 实验装置示意图

Fig. 3. Schematic of PPT experimental setup.

PPT 放电、电流波形通过电压探头 (Tek P5100) 和电流探头 (优测 LS-T-1000) 测量, 并用示波器 (Tek DPO3034) 记录. 在 A , B , C 三个不同位置监测电压: 电容的输出电压 (A 点), PPT 放电间隙电压 (B 点), 火花塞电压 (C 点). PPT 放电电流和火花塞电流测量位置示于图 3 中红色椭圆. 火花塞的点火电压幅值 1.2 kV, 单次放电能量为 50 mJ.

3.2 利用电路方程仿真回溯 PPT 回路等效电感

采用二维电流片模型改进的机-电模型, 需通过求解电路方程, 得到 PPT 回路等效电感的时间变化行为, 才能进行电磁加速动能及机-电效率的计算分析. 本节对不同工况下测得的 PPT 放电波形, 利用 2.2.1 节阐述的电路方程解法, 进行放电波形仿真, 得到等效电感及其时变特性.

图 4 展示了典型的 PPT 电流波形图 (工况为 $h = 40$ mm, $V_0 = 2$ kV). 图 4(a) 中的蓝色波形为原始测量波形, 为一欠阻尼衰减振荡波形. 可以看出在放电初期, 由于发生击穿导致电流波形叠加了高频振荡干扰, 为了开展数值拟合计算, 对原始波形进行数值滤波处理, 得到图 4(a) 中红色波形, 该波形与原始波形的平均轮廓吻合.

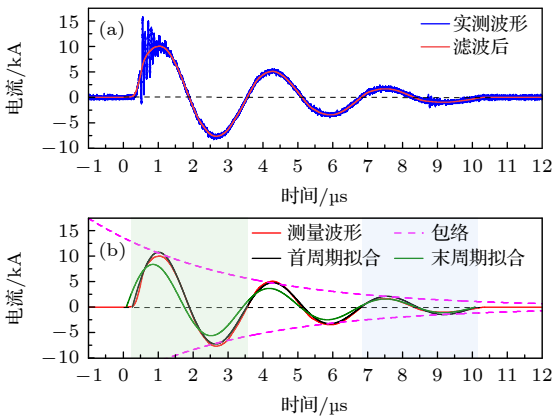


图 4 典型 PPT 放电电流波形及其数值滤波、对比拟合效果 (a) 原始电流波形及滤波效果; (b) 电流波形的不同拟合效果对比

Fig. 4. A typical current waveform and its numerical filtering and fitting: (a) Measured and filtered waveforms; (b) current waveform fittings with different scheme.

虽然模型方程 (21) 中的电路方程以电量 $Q(t)$ 为函数, 但考虑 (12) 式和 (13) 式, 电量 $Q(t)$ 与电流 $i(t)$ 有相似通解形式, 所以后续计算过程直接针对 PPT 电流波形. 为了直观显示 PPT 回路电感

的变化, 图 4(b) 展示了对电流波形进行不同拟合效果的对比. 图 4(b) 红色波形即图 4(a) 红色波形, 粉色虚线是红色波形的衰减轮廓线 (对应于 (13) 式的指数函数部分), 黑色波形是以红色波形首周期 (即图中浅绿色区域) 为拟合目标, 根据 (13) 式拟合得到的; 绿色波形则是以红色波形末周期 (即图中浅蓝色区域) 为目标的拟合波形. 对比发现, 黑色波形在放电前段与红色波形吻合, 但后期不重合, 绿色波形则相反, 在放电后期与红色波形吻合, 而前期波形则存在波形错位, 绿色波形周期大于黑色波形周期. 这表明放电过程前后期, 电流波形周期不一致, 即回路电感随时间变化.

根据 2.2.1 节所述求解系数含时电路方程的方法, 需要对 PPT 电流波形进行分时间段拟合, 可以得到回路电感与电阻的时间变化特性. 虽然图 4(b) 显示 PPT 回路电感随时间改变, 但是电流波形的周期改变并不大 (3 个半周期的时间跨度内, 波形错位小于 $1/4$ 周期), 所以将 PPT 电流波形划分为多个时间片段, 在每个时间片段内可以视为回路电感和电阻不变. 虽然划分的时间片段越小, 波形畸变程度越小, 但是时间片段越小, 参与拟合的数据点越少, 无法保证拟合精度, 所以选择时间片段长度为 $1/2$ 周期. 图 5(a) 显示了 3 个时间片段, 标记为 T_1 , T_2 , T_3 片段. 图 5(a) 波形的首个 $1/4$ 周期未划入任何拟合片段, 因为这个时段对应 PPT 放电通道的建立阶段, 不属于 PPT 放电维持阶段. 为了将波形的衰减轮廓拟合与波形周期拟合分离进行, 首先对 PPT 波形全时段波形轮廓利用 (13) 式指数衰减函数进行拟合获得衰减系数 α , 然后分片段进行波形拟合. 在片段波形拟合时轮廓拟合得到的衰减系数, 从而获得各时间片段内的回路电感和电阻, 并且与时间片段的中间时刻对应, 构成回路电感、电阻的随时间变化函数关系. 图 5(b) 展示了分段拟合波形 (不同颜色对应不同时间片段) 与实测波形 (红色) 的符合情况, 各片段的拟合优度高于 0.99. 为了进行放电波形的仿真验证, 将得到的回路电感、电阻的时间函数及回路电容 $C = 3\mu\text{F}$ 带回电路方程 (14), 利用 MATLAB 中自带的 ODE45 求解器对该工况的电路方程进行数值求解, 可以得到该工况的电流仿真波形, 如图 5(c) 的蓝色波形所示 (同时显示实测电流波形以对比), 表明仿真波形和实验波形的吻合程度明显优于图 4(b) 的吻合程度, 可见含时回路电感、电阻的电路方程的仿真

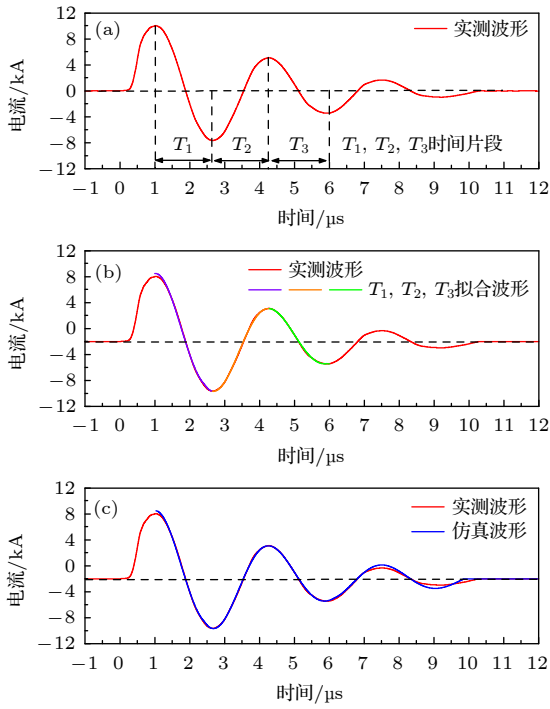


图 5 PPT 波形的分段拟合区间划分及仿真效果 (a) 分段拟合区间的划分示意图; (b) 波形的分段拟合效果; (c) 波形的仿真效果

Fig. 5. Segmentation and the simulation outcome of PPT waveform: (a) Fitting segments; (b) segmental fitted waveform; (c) simulated waveform.

精度得到了改善. 另外, 对于仿真波形值得提出的是: 在放电初期和末期的仿真波形与实测波形有差别, 其中放电初期的 1/4 周期的波形未进行仿真, 因为该时段为 PPT 放电通道的形成阶段, 不是放电维持阶段, 电路方程 (14) 并不适用于该时段. 放电末期的两个半周期波形也不够吻合, 这是因为放电临近结束时, 放电电流过小, 放电通道逐渐呈现出不能充分维持的状态, 因此电路方程 (14) 的适用性逐渐变低, 导致仿真精度下降.

为进一步考察时间片段拟合方案的可靠性, 对图 5 工况 ($h = 40 \text{ mm}$, $V_0 = 2 \text{ kV}$) 下 PPT 的 6 次独立放电波形进行仿真计算, 获得的 6 组电感、电阻数据展示在图 6 中. 其中图 6(a), (b) 显示分别是仿真计算得到的回路电感、电阻数据, 为了体现随时间的变化趋势, 同一组数据用相同颜色显示并连以折线. 可以看出, 1) 6 次放电中, 回路电感和电阻分别随时间呈现相似的增大趋势, 与文献 [36] 预测结论一致; 2) 确定工况下的 6 次 PPT 放电中, 回路电感和电阻的数值略有差异, 但不超过 5%, 这些差异是 PPT 放电起伏以及数据误差共同产生的. 对 6 组数据进行平均, 可以得到同一工况下

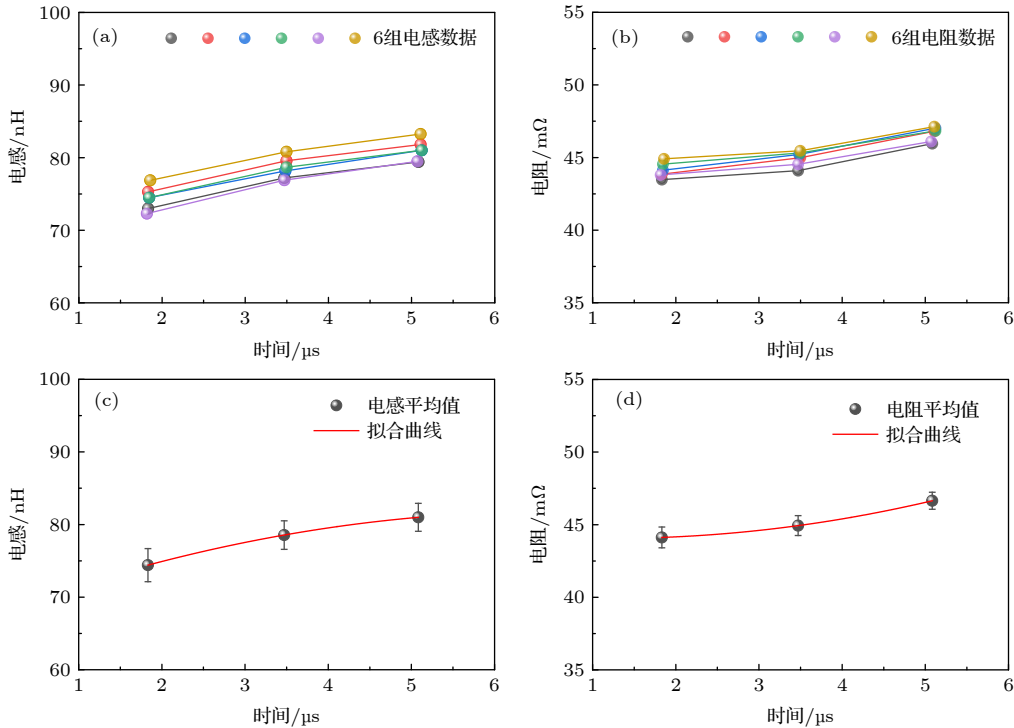


图 6 PPT 放电回路的时变特性 (a) 6 次 PPT 回路电感数据; (b) 6 次 PPT 回路电阻数据; (c) 电感二次式拟合效果; (d) 电阻二次式拟合效果

Fig. 6. Temporal variance of PPT circuit inductance during discharge: (a) Inductive data for 6 PPT discharges; (b) resistance data for 6 PPT discharges; (c) inductive fitting with a quadratic function; (d) resistance fitting with a quadratic function.

PPT 放电的回路电感、电阻数据, 显示于图 6(c), (d) 中, 图中同时显示了数据的起伏范围. 对图 6(c), (d) 中电感、电阻数据以多项式进行时间分布拟合, 当回路电感、电阻随时间的关联函数, 分别为 $L_{eq}(t) = -3.12 \times 10^{11} \cdot t^2 + 4.19 \times 10^6 \cdot t + 67.78$ (nH), $R(t) = 1.73 \times 10^{11} \cdot t^2 - 4.23 \times 10^5 \cdot t + 44.32$ (m Ω) 时, 拟合优度可达 0.999. 另外, 针对在其他工况下 ($h = 30, 35$ mm 和 $l = 15, 25, 35$ mm) 的 PPT 放电波形, 同样进行了类似计算过程, 拟合得到回路电感、电阻的时间函数均为二次多项式, 且拟合优度高. 由此可见, PPT 放电回路电感、电阻的时间函数可用二次多项式 $y = At^2 + Bt + C$ 表达.

3.3 PPT 样机的机-电效率分析

利用 3.2 节的 PPT 电路方程仿真方法, 通过对 PPT 放电波形进行分段拟合, 可得到不同工况下 PPT 放电的回路电感时间特性, 进而利用方程 (20) 可以计算 PPT 放电通道等离子体在安培力作用下获得的动能, 即 PPT 羽流的电磁加速动能, 图 7 以柱状图展示了计算得到的不同工况下 PPT 羽流电磁加速动能. 图 7 所示的工况范围内, PPT 羽流获得的电磁加速动能在 50—370 mJ 之间. 图 7 的数据表明: 1) 在相同充电电压条件下, 随着电极间距增大, 电磁加速动能大致呈现逐步增大趋势, 这是因为电极间隙越大, 放电通道对应电流片长度越大所致. 但是, $V_0 = 1.4$ kV, 1.6 kV 且 $h = 30$ mm 工况的电磁加速动能计算结果偏大, 其原因在于: 电磁加速动能的大小取决于多个工况参数, 不同参数的影响机制复杂多变. 其中电流片长度的影响最为直接, 所以随电极间隙增大, 电磁加速动能的增大趋势比较明显. 但是充电电压的影响比较复杂, 因为充电电压不但对放电通道的形貌有影响, 而且也影响放电通道维持时间. 2) 若保持电极间距不变, 充电电压 1.0—2.0 kV 范围内, 电磁加速动能随充电电压的增加趋势只是 1.6 kV 以上的工况才较为明确. 在较低充电电压 (1.0—1.4 kV 之间) 时, 由于电容初始储能较小, 相应的电磁加速动能应该低于 1.6 kV 工况, 然而却有多个计算结果高于 1.6 kV 工况的, 这种“反常”计算结果表明 (20) 式的适用条件, 即 PPT 放电电流通道须符合薄电流片模型. 而 1.0—1.4 kV PPT 放电通道可能与薄电流片模型差距较大, 使得 (20) 式中使用的针对薄电流片定义的电感不再成立, 而且

电路方程中的回路电感也不能与之等价. 因为低放电电压条件相应的放电能量低, 导致放电通道发展不充分, 形态分散, 电流强度分布不集中, 不宜将电流通道视为边界清晰的薄电流片模型; 与之相反, 若 PPT 放电能量足够大, 则放电通道形态清晰, 放电电流集中, 符合电流片模型. 当 PPT 放电通道不宜采用电流片模型时, 尽管放电波形仍然可以采用 PPT 电路方程 (14) 进行仿真计算, 并得到等效回路电感等参数, 但 (14) 式中的回路电感等价于 (20) 式使用的电感.

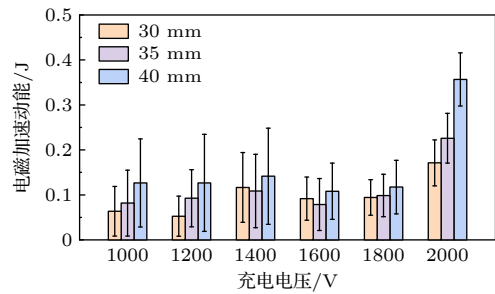


图 7 基于改进 PPT 机-电模型计算的电磁加速动能
Fig. 7. Electromagnetic kinetic energy calculated with the improved PPT electromechanical model.

根据计算出的 PPT 羽流电磁加速动能, 由 (22) 式可得 PPT 机-电效率. 虽然对各工况均可进行 (22) 式的计算, 但电流片模型不适用的工况下 (22) 式的计算结果会反常. 根据图 7 的结果, 图 8 仅显示了薄电流片模型基本符合得 1.6—2.0 kV 各工况的机-电效率计算结果, 充电电压为 1.6—2.0 kV 的 9 种工况下, PPT 机-电效率均小于 6%, 且绝大部分工况的电效率为 2%—4%. 文献 [22] 报道了储能电容 2 μ F、充电电压 1360 V 工况下 PPT 的机-电效率, 文中使用 Langmuir 探针、微波干涉仪和 Faraday 杯等工具, 表征了羽流等离子体参数和羽

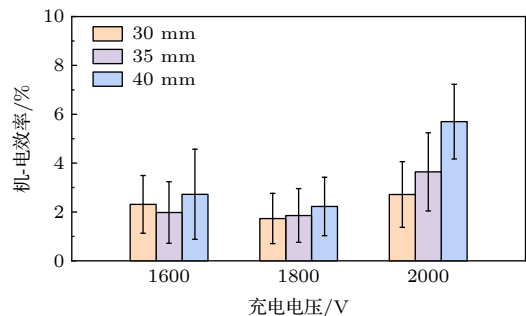


图 8 PPT 机-电效率随工况参数的变化
Fig. 8. Electromechanical efficiency with operation conditions of PPT.

流速度, 并据此估算了羽流的平均动能, 结果表明机-电效率大约 3%, 与图 8 中充电电压 1.6 kV 的结果相符, 这表明 (22) 式的计算结果是可靠的.

文献 [22] 提出 PPT 机-电转化效率低是由于绝大部分放电能量用于推进剂烧蚀、电离和放电通道的热维持, 而用于电磁加速等离子体羽流的部分很少. 图 8 结果表明通过提高电压或者加大放电间隙不能显著提高 PPT 机-电效率, 其原因可能是仅仅改变这两个参数不能显著影响放电能量分配过程. 为了阐述 PPT 放电能量转化过程的特点, 图 9 的绿、红波形显示了 $h = 40 \text{ mm}$, $V_0 = 2.0 \text{ kV}$ 工况下 PPT 放电电压 (绿) $V_p(t)$ 与放电电流波形 (红) $i(t)$, 其中电压波形是在图 3 所示 B 点测量的 PPT 放电间隙电压波形. 注入放电通道的功率波形根据 $P_{\text{arc}}(t) = V_p(t)i(t)$ 得到, 如图 9 红色波形. 即时注入放电能量根据 $E_{\text{arc}}(t) = \int_0^t P_{\text{arc}}(t) dt = \int_0^t V_p(t)i(t) dt$ 计算, 如图 9 黑色波形, 称为放电通道沉积能量. 根据 PPT 放电电压波形可以区分 3 个放电阶段, 图 9 绿色波形上标注了 4 个特殊时刻, 分别为: t_1 , PPT 开始放电 (即图中时间零点); t_2 , PPT 放电状态突变; t_3 , 电压首次过 0; t_4 , 放电结束. 其中, t_1-t_2 为 PPT 放电通道形成时段 (I), 即击穿阶段, 过程快, 持续时间短; t_2-t_3 为放电增长阶段 (II), 能量快速注入, 放电通道温度与电离度快速升高, 放电电流快速增长, 电压快速下降, 形成电弧通道, 为能量快沉积阶段 [37], 相应注入能量构成快沉积能量; t_3-t_4 为电弧维持阶段 (III), 沉积功率变小, 由于电路参数约束导致的周期性振荡, 导致沉积功率小幅振荡直至放电结束. 该时段的放电能量沉积相较于 (I), (II) 阶段慢许多, 故称为慢沉积能量. 所以, 图 9 黑色波形可以划分为两个阶段, 黑色虚线所示区分为能量快、慢沉积阶段. 对于图 9 的 PPT 工况, 可以计算, PPT 放电的快沉积能量 $E_q \approx 3.6 \text{ J}$ 占放电过程总沉积能量 (4.6 J) 的 78%; 而慢沉积能量 $E_s \approx 1.0 \text{ J}$, 约占总沉积能量的 22%. 其中, 能量快沉积阶段对应于推进剂的烧蚀、电离和放电通道成长过程, 快沉积能量消耗在这些过程中. 而能量慢沉积阶段持续时间较长, 能量消耗用于放电通道加热维持与电磁加速转化为机械能. 可见, PPT 放电能量的注入过程决定了能量分配比例, 用于推进剂烧蚀、电离 (阶段 I+II) 与用于放电通道的成长、维持及电磁加速 (阶段 III)

的能量是互相竞争的. 其中, 阶段 I+II 决定等离子体密度, 即电流片质量, 而阶段 II 决定电磁加速动能大小, 所以放电注入能量在阶段 I+II 与 III 之间的分配需要调控优化, PPT 的机-电效率才可能最大化.

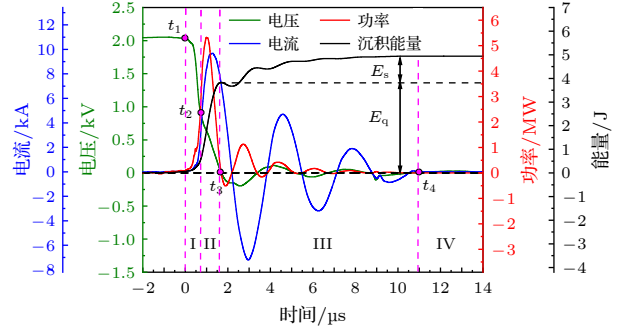


图 9 PPT 放电电压、电流、瞬时功率和能量沉积的典型波形 (E_q , 快沉积能量; E_s , 慢沉积能量)
Fig. 9. Typical waveforms of PPT discharge voltage, current, power and energy deposition (E_q , quick deposition energy; E_s , slow deposition energy).

图 10 展示了不同工况下 PPT 放电能量以及慢沉积能量占比. 图 10(a) 的每个数据柱分为上下两段, 下段为快沉积能量 E_q , 上段为慢沉积能量 E_s . 图 10(a) 表明: 1) 随着充电电压升高, 快、慢沉积能量均上升; 2) 随电极间隙的增大, 快、慢沉积能量在不同电压下的趋势则有所不同. 充电电压为 1—1.4 kV 范围内, 电极间隙的作用趋势不明朗, 似乎小电极间隙有利于放电能量注入. 而充电电压 1.6—2 kV 范围内, 极间隙的作用趋势清晰,

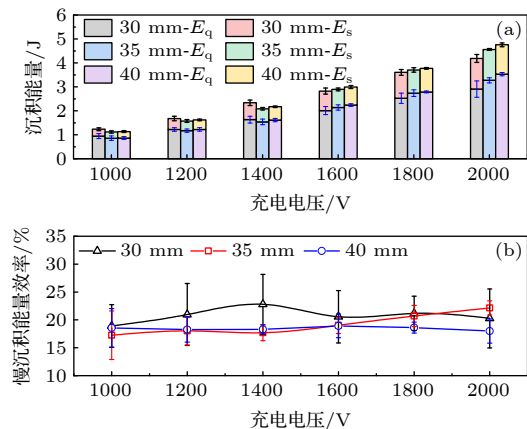


图 10 不同工况 PPT 放电的能量注入分配 (a) 快沉积能量与慢沉积能量; (b) 慢沉积能量占比
Fig. 10. Energy deposition for PPT discharges with different operation conditions: (a) Quick (E_q) and slow (E_s) deposition energy; (b) ratio of slow deposition energy.

较大极间距使得放电通道延长, 推进剂烧蚀面增大, 有利于快沉积能量的注入, 这与文献 [38] 结果相吻合, 即在较大放电能量时, 放电间隙增大能够有效提升推进剂烧蚀量. 图 10(b) 显示了图 10(a) 各工况下的慢沉积能量占比 (按照 $\eta_s = 100\% \times \frac{E_s}{E_s + E_q}$ 计算), 表明: 不同工况下慢沉积能量占比在 17%—22% 之间, 变化幅度不大. 而能量慢沉积阶段是电磁加速形成羽流机械能的主要时段, 所以提高慢沉积能量占比才有可能显著提高 PPT 机-电效率, 提高充电电压和优化极间隙工艺改进之外, 需要开展 PPT 放电能量分配机制和调控技术的探索.

4 结 论

本文针对基本 PPT 机-电模型中电路方程和放电通道电流片的简化模型导致的局限性, 提出了体现放电通道形态特征的改进型二维电流片模型. 基于二维电流片模型分析了放电通道受力情况以及电磁自加速过程, 推导了 PPT 羽流电磁加速动能与放电等效回路电感变化率的定量关系; 针对含时系数电路方程提出了时间分段拟合放电波形得到等效回路电感变化率的计算方法, 形成了基于放电波形仿真计算 PPT 羽流电磁加速动能的分析方案. 将该机-电模型用于 PPT 样机的能量转化及机-电效率分析以开展验证. 结果表明, 改进型机-电模型通过修正基本机-电模型的过度简化, 使得电流片模型更接近放电通道实际形态, 电路方程更符合放电回路的真实表现. 所以改进后的机-电模型对 PPT 放电通道形貌的适用范围扩大, 改进后的电路方程的仿真程度更高. 改进型机-电模型计算结果表明 PPT 样机的机-电效率很低, 符合预期, 而且与其他文献的结果相符. PPT 样机系列工况下机-电效率计算结果界定了改进型机-电模型的适用条件. 分析了 PPT 放电沉积能量的分配机制, 阐述了导致 PPT 机-电效率低的原因, 仅改变 PPT 放电工况不能大幅度提高机-电效率, 须探索 PPT 放电能量分配机制和调控技术, 寻找大幅度提升 PPT 机-电效率的思路.

参考文献

[1] Wu Z W, Huang T K, Liu X Y, Ling W Y L, Wang N F, Ji L

- C 2020 *Plasma Sci. Technol.* **22** 094014
- [2] Northway P 2020 *Ph. D. Dissertation* (Washington: University of Washington)
- [3] Lev D, Myers R M, Lemmer K M, Kolbeck J, Koizumi H, Polzin K 2019 *Acta Astronaut.* **159** 213
- [4] Wu J J, Hu Z J, Zhang Y, He Z C, Ou Y, Zheng P, Zhao Y Z, Li Y Q 2023 *J. Propul. Technol.* **44** 11 (in Chinese) [吴建军, 胡泽君, 张宇, 何志成, 欧阳, 郑鹏, 赵元政, 李宇奇 2023 *推进技术* **44** 11]
- [5] Molina-Cabrera P, Herdrich G, Lau M, Fausolas S, Schönherr T, Komurasaki K 2011 *the 32nd International Electric Propulsion Conference* Wiesbaden, September 11–15, 2011 p1
- [6] Spanjers G, McFall K, Gulczinski F, Spores R 1996 *32nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit* Lake Buena Vista, July 1–3, 1996 p2723
- [7] Koizumi H, Noji R, Komurasaki K, Arakawa Y 2007 *Phys. Plasmas* **14** 033506
- [8] Gomez E W, Saravia M M, Castelló W B, Elaskar S 2022 *8th International Conference on Space Propulsion ESTORIL*, May 9–13, 2022 p00203
- [9] Antropov N, Diakonov G, Orlov M, Popov G, Yakovlev V 2003 *28th International Electric Propulsion Conference Paper* Toulouse, March 17–21 2003 p3
- [10] Schönherr T, Nawaz A, Herdrich G, Röser H P, Auweter-Kurtz M 2009 *J. Propul. Power* **25** 380
- [11] Palumbo D J, Guman W J 1976 *J. Spacecraft Rockets* **13** 163
- [12] Ling W Y L, Zhang S, Fu H, Huang M C, Quansah J, Liu X Y, Wang N F 2020 *Chin. J. Aeronaut.* **33** 2999
- [13] Ou Y, Wu J J, Du X R, Zhang H, He Z F 2019 *Vacuum* **165** 163
- [14] Spanjers G G, Lotspeich J S, McFall K A, Spores R A 1998 *J. Propul. Power* **14** 554
- [15] Schönherr T, Komurasaki K, Herdrich G 2013 *J. Propul. Power* **29** 1478
- [16] Zeng L H, Wu Z W, Sun G R, Huang T K, Xie K, Wang N F 2019 *Acta Astronaut.* **160** 317
- [17] Nawaz A, Albertoni R, Auweter-Kurtz M 2010 *Acta Astronaut.* **67** 440
- [18] Wu Z W, Sun G R, Huang T K, Liu X, Xie K, Wang N F 2018 *AIAA J.* **56** 3024
- [19] Jahn R G 1968 *Physics of Electric Propulsion* (New York: McGraw-Hill) p263
- [20] Turchi P, Mikellides P 1995 *31st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit* San Diego, July 10–12, 1995 p1
- [21] Gatsonis N A, Hastings D E 1992 *J. Geophys. Res.-Space* **97** 14989
- [22] Vondra R J, Thomassen K, Solbes A 1970 *J. Spacecraft Rockets* **7** 1402
- [23] Wei R H 1982 *Chin. J. Space Sci.* **2** 319 (in Chinese) [魏荣华 1982 *空间科学学报* **2** 319]
- [24] Laperriere D, Gatsonis N, Demetriou M 2005 *41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit* Tucson, July 10–13, 2005 p4077
- [25] Gatsonis N, Demetriou M 2004 *40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit* Florida, July 11–14, 2004 p3464
- [26] Laperriere D D 2005 *M. S. Thesis* (Massachusetts: Worcester Polytechnic Institute)
- [27] Ou Y, Wu J J, Zhang Y, Li J, Tan S 2018 *Energies* **11** 1146
- [28] Zhang H, Wu J J, Zhang D X, Zhang R, He Z 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 210202 (in Chinese) [张华, 吴建军, 张代贤, 张

- 锐, 何振 2013 物理学报 **62** 210202]
- [29] Mikellides Y G 1999 *Theoretical Modeling and Optimization of Ablation-fed Pulsed Plasma Thrusters* (The Ohio State University)
- [30] Mikellides P G, Henrikson E M, Rajagopalan S S 2019 *J. Propul. Power* **35** 811
- [31] Keidar M, Boyd I D, Beilis I I 2003 *J. Propul. Power* **19** 424
- [32] Keidar M, Boyd I 2002 *38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit* Indianapolis, July 7–10, 2002 p4275
- [33] Yang L, Huang Y, Tang H, Liu X 2015 *34th International Electric Propulsion Conference and 6th Nano-satellite Symposium Hyogo-Kobe*, July 4–10, 2015 p1
- [34] Yang L, Liu X Y, Wu Z W, Wang N F 2011 *47th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit* California, USA, July 31–August 3, 2011 p6077
- [35] Riazantsev A, Jakubczak M, Kurzyna J 2024 *38th International Electric Propulsion Conference* Toulouse, June 23–28, 2024 p1
- [36] Schönherr T, Nawaz A, Lau M, Petkow D, Herdrich G 2010 *Trans. JSASS Aerospace Tech. Japan* **8** Tb_11
- [37] Wang Y N, Ren L Y, Ding W D, Sun A B, Geng J Y 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 235204 (in Chinese) [王亚楠, 任林渊, 丁卫东, 孙安邦, 耿金越 2021 物理学报 **70** 235204]
- [38] Wang S M, Tian L C, Zhang J L, Zhang T P, Feng W W, Chen W X, Gao J 2017 *Chin. Space Sci. Technol.* **37** 24 (in Chinese) [王尚民, 田立成, 张家良, 张天平, 冯玮玮, 陈新伟, 高军 2017 中国空间科学技术 **37** 24]

Improved electro-mechanical model and energy conversion efficiency analysis of pulsed plasma thrusters^{*}

Yang Nan-Nan¹⁾ Wang Shang-Min²⁾ Zhang Jia-Liang^{1)†}
Wen Xiao-Qiong¹⁾ Zhao Kai¹⁾

1) (*Key Laboratory of Materials Modification by Laser, Ion and Electron Beams, Ministry of Education, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China*)

2) (*Science and Technology on Vacuum Technology and Physics Laboratory, Lanzhou Institute of Physics, Lanzhou 730000, China*)

(Received 10 August 2024; revised manuscript received 25 September 2024)

Abstract

The primary electro-mechanical model is developed for the acceleration kinetics of electromagnetic railguns. Pulsed plasma thrusters (PPTs), whose operation principle is similar to that of electromagnetic railguns, generate thrust via electromagnetic acceleration of plasma. Therefore, the electro-mechanical model serves as a valuable analytical tool to explore the mechanisms of energy conversion and thrust generation of PPTs. In fact, a PPT initiates discharge at its propellant surface and then ejects the discharged channel away to form accelerated plume. During the acceleration, the plasma channel assumes a curved shape, which is different from the flat sheet shape. The curved geometric shape of PPT discharge channel makes the flat current sheet model currently used in the electro-mechanical models inherently flawed. In this paper, a two-dimensional (2D) curved current sheet model is proposed to improve the PPT electro-mechanical model, by referring to the curved morphology of PPT discharge plasma channels. No matter what is the real geometry of the 2D current sheet, the Ampere force on discharge plasma channels and corresponding kinetics can be derived to obtain final kinetic energy of discharge plasma channels. As a result, the relation between the kinetic energy and the inductance of PPT discharge circuit is obtained and expressed as $E_k = \int_0^{t_{\text{end}}} i(t)^2 \frac{dL_{\text{eq}}(t)}{dt} dt$. To determine the inductance as a temporal function, an algorithm for the inductance is proposed in which time-segment fitting of PPT discharge waveforms is adopted. Moreover, based on the temporal function of the inductance, PPT discharge waveforms can be simulated by using the ODE45 solver of MATLAB with high fitting goodness. So far, a calculation scheme for the kinetic energy of PPT plumes and simulation code for PPT discharge waveforms have set up based on the improved electro-mechanical model. To verify the improved model and the corresponding calculation scheme, the PPT prototype is used to evaluate its energy conversion efficiency. The results show that the model enables elucidating the low PPT electro-mechanical efficiency, which is attributed to the partition limitation of PPT energy to electromagnetic acceleration process. Accordingly, a possible exploration routine for elevating PPT electro-mechanical efficiency is suggested.

Keywords: pulsed plasma thruster, improved electro-mechanical model, electro-mechanical efficiency, plume kinetic energy

PACS: 52.75.Di, 52.80.Vp, 02.60.Cb, 45.20.dg

DOI: [10.7498/aps.73.20241117](https://doi.org/10.7498/aps.73.20241117)

CSTR: [32037.14.aps.73.20241117](https://cstr.cn/32037.14.aps.73.20241117)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12375248).

[†] Corresponding author. E-mail: zhangjl@dlut.edu.cn

改进型机-电模型及脉冲等离子体推力器能量转化效率分析

杨楠楠 王尚民 张家良 温小琼 赵凯

Improved electro-mechanical model and energy conversion efficiency analysis of pulsed plasma thrusters

Yang Nan-Nan Wang Shang-Min Zhang Jia-Liang Wen Xiao-Qiong Zhao Kai

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 215202 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20241117

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241117>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

腔体结构参数对毛细管放电型脉冲等离子体推力器放电特性的影响

Influence of cavity configuration parameters on discharge characteristics of capillary discharge based pulsed plasma thruster

物理学报. 2021, 70(23): 235204 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211198>

应用于电推进的碘工质电子回旋共振等离子体源

Iodine electron cyclotron resonance plasma source for electric propulsion

物理学报. 2023, 72(22): 225202 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230785>

大气压脉冲放电等离子体射流特性及机理研究

Discharge characteristics and mechanism of plasma plume generated by atmospheric pulsed discharge

物理学报. 2021, 70(9): 095202 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202246>

2 cm电子回旋共振离子推力器离子源中磁场对等离子体特性与壁面电流影响的数值模拟

Numerical simulation of influence of magnetic field on plasma characteristics and surface current of ion source of 2-cm electron cyclotron resonance ion thruster

物理学报. 2021, 70(7): 075204 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201667>

大气压氩气刷形等离子体羽的特性研究

Discharge characteristics of argon brush plasma plume operated at atmospheric pressure

物理学报. 2021, 70(15): 155201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202091>

飞翼模型纵向气动特性等离子体流动控制试验

Experiment on longitudinal aerodynamic characteristics of flying wing model with plasma flow control

物理学报. 2022, 71(2): 024702 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211425>