

一维任意子 Stark 模型的多体局域化*

游慧敏¹⁾ 刘敬鹄²⁾ 张云波^{3)†} 徐志浩^{1)4)‡}

1) (山西大学理论物理研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

2) (忻州师范学院物理系, 忻州 034000)

3) (浙江理工大学物理系, 浙江省光场调控重点实验室, 杭州 310018)

4) (山西大学极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2024 年 11 月 20 日收到; 2024 年 12 月 18 日收到修改稿)

本文研究了具有 Stark 势的一维相互作用任意子模型. 通过数值计算能谱统计、半链纠缠熵和粒子非平衡态占据数等来观测有限尺寸下的多体局域化现象. 随着线性势强度的增强, 系统的能谱统计分布从高斯系综向泊松系综过渡, 过渡区域的平均能级差比率表现为强烈依赖于统计角的非单调行为. 平均半链纠缠熵服从体积律到面积律转变且转变点对统计角有非单调依赖关系, 遍历相的半链纠缠熵随时间线性增长, 而在局域相中随时间呈对数增长, 其演化行为也与统计角有关. 最后随着线性势增大, 长时极限下粒子非平衡态占据数由零变为有限值, 有限值的大小与任意子统计角的取值有关, 这种演化行为进一步验证了任意子模型中统计角的重要性. 该研究结果为任意子系统中多体局域化的研究提供了新的视角.

关键词: 任意子, Stark 势, 多体局域化

PACS: 03.65.Vf, 05.30.Pr, 72.15.Rn

CSTR: 32037.14.aps.74.20241615

DOI: 10.7498/aps.74.20241615

1 引言

近年来, 作为本征态热化假说反例之一的多体局域化已经被广泛关注. 研究发现足够强的无序效应能够导致相互作用的多体系统局域化, 并且在系统演化过程中能够保留部分初态信息, 这使得多体局域化在量子控制和量子存储等领域有着潜在的应用前景. 这类无序导致的多体局域化已经在各类实验平台被观测到, 包括超冷原子^[1,2]、离子阱^[3]和超导电路^[4,5]等. 一直以来无序被认为是实现多体局域化的必要条件, 然而最近的理论和实验研究都表明干净系统中也存在多体局域化, 特别是在具

有 Stark 势的相互作用系统中已经探测到 Stark 多体局域化现象^[6-8]. Stark 多体局域化在能级统计、纠缠熵的转变以及实时动力学演化等方面展示了与无序导致的多体局域化相似的特征. 然而 Liu 等^[9]发现不同于无序导致的非厄米多体局域化系统存在拓扑转变、能谱实复转变和多体局域化转变相一致的特点, 非厄米 Stark 系统中实复转变和拓扑转变一致, 而与多体局域化转变存在偏差. 这类 Stark 势所导致的多体局域化相的新颖性质还有待进一步挖掘.

1977 年, Leinaas 和 Myrheim^[10]首次提出具有分数统计行为的一类粒子, 被称为任意子. 它不同于传统量子物理中所讨论的两种基本粒子, 即玻

* 国家自然科学基金 (批准号: 12375016, 12074340, 12461160324)、山西省基础研究计划 (批准号: 20210302123442)、北京凝聚态物理国家实验室 (批准号: 2023BNLCMPKF001) 和山西省“1331 工程”重点学科建设计划资助的课题.

† 通信作者. E-mail: ybzhang@zstu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: xuzhihao@sxu.edu.cn

色子和费米子, 当交换两个任意子的位置时, 系统的多体波函数会产生一个额外的相位因子 $e^{i\theta}$, 其中 θ 为统计角. 在 $\theta \rightarrow 0$ 极限, 任意子变为玻色子, 而当 $\theta \rightarrow \pi$ 时, 任意子转变为费米子. 二维分数量子霍尔效应中的准粒子就遵循分数统计, 被认为是任意子的一个典型例子 [11,12]. 随着对任意子的研究, 研究者们逐渐意识到任意子可以被应用到拓扑量子计算中 [13], 与 Majorana 费米子 [14] 和非阿贝尔量子系统 [15] 有着深远的联系. 之前分数统计的研究一直局限在二维体系, 直到 Haldane 将分数统计引入到了任意维度 [16]. Vitoriano 和 Coutinho-Filho [17] 通过在一维费米哈伯德模型引入关联的跃迁效应也实现了分数统计. 同样在玻色系统中通过引入光子辅助的隧穿、拉曼辅助的隧穿以及周期驱动等方案也可以等价地实现任意子模型 [18-20]. 这些模型是基于通过分数型 Jordan-Wigner 变换将任意子模型映射到具有密度依赖的跃迁型玻色子体系来实现的. 一维任意子模型的很多新奇性质与统计角有着紧密的联系, 如统计角依赖的基态相变 [21] 和粒子输运的不对称性 [22] 等. 2020 年, Zhang 等 [23] 研究了无序导致的任意子玻色哈伯德模型中的多体局域化转变过程, 发现能级统计、纠缠熵以及粒子非平衡态占据数的长时演化等序参量展示了依赖于统计角的非单调行为. 对于干净系统中分数统计效应对多体局域化的影响还所知甚少, 本文考虑一个具有 Stark 势的一维任意子相互作用系统, 展示统计角对多体局域化转变的影响.

2 理论模型

本文考虑一个具有一维 Stark 势的相互作用的任意子模型, 其开边界条件下的哈密顿量为

$$\hat{H}^{\text{anyon}} = -J \sum_{j=1}^{L-1} (\hat{a}_j^\dagger \hat{a}_{j+1} + \text{h.c.}) + \frac{U}{2} \sum_{j=1}^L \hat{n}_j (\hat{n}_j - 1) + \sum_{j=1}^L h_j \hat{n}_j, \quad (1)$$

其中, J 和 U 分别是相邻格点间的跃迁强度和相互作用强度, L 是系统的尺寸, \hat{n}_j 为第 j 个格点上的粒子数算符. 在位势为 $h_j = -\gamma(j-1) + \alpha \left(\frac{j-1}{L-1} \right)^2$, 其中 γ 为线性势的强度, α 为非线性势强度 [5,6,24], 纯线性的系统中, 系统能级存在高度简并, 能谱统

计会偏离高斯分布和泊松分布. 引入非线性项可以有效地避免能级简并使得系统能谱统计恢复到标准能级统计行为. $\hat{a}_j^\dagger (\hat{a}_j)$ 为任意子的产生 (湮灭) 算符, 遵循广义对易关系:

$$\hat{a}_j \hat{a}_l^\dagger - e^{-i \cdot \text{sgn}(j-l)\theta} \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_j = \delta_{jl}, \quad \hat{a}_j \hat{a}_l = e^{i \cdot \text{sgn}(j-l)\theta} \hat{a}_l \hat{a}_j, \quad (2)$$

式中, θ 为统计角, sgn 为符号函数并且 $\text{sgn}(0) = 0$. 因此, 交换任意子的位置将会使多体波函数产生一个额外的相位因子 $e^{i\theta}$, 而任意子处于同一格点时展示出玻色子的特性. 通过引入分数型 Jordan-Wigner 变换, 一维系统中的任意子可以映射到玻色子系统 [18,23,25], 即

$$\hat{a}_j^\dagger = \exp \left(-i\theta \sum_{l=1}^{j-1} \hat{n}_l \right) \hat{b}_j^\dagger, \quad \hat{a}_j = \hat{b}_j \exp \left(i\theta \sum_{l=1}^{j-1} \hat{n}_l \right). \quad (3)$$

其中, $\hat{b}_j^\dagger (\hat{b}_j)$ 为玻色子的产生 (湮灭) 算符. 值得注意的是, 当 $\theta = \pi$ 时, 相应的粒子为费米粒子, 即虽然波函数满足交换反对易性, 但是多个粒子可以占据同一格点. 通过这一映射关系, 任意子的哈密顿量被重写到由玻色算符所描述的哈密顿量:

$$\hat{H}^{\text{boson}} = -J \sum_{j=1}^{L-1} (\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_{j+1} e^{i\theta \hat{n}_j} + \text{h.c.}) + \frac{U}{2} \sum_{j=1}^L \hat{n}_j (\hat{n}_j - 1) + \sum_{j=1}^L h_j \hat{n}_j. \quad (4)$$

而这一玻色型的哈密顿量 \hat{H}^{boson} 可以在冷原子体系中被实现. 在没有相互作用 U 的情况下, 当 $\theta = 0$ 时, 等效的玻色子系统为无相互作用的单粒子模型, 而对于任意的 $\theta \neq 0$ 时, 跃迁项中被引入了 θ 角依赖的相互作用, 变成一个多体模型. 统计角的引入改变了系统的相互作用效应, 进而会对系统的多体局域化转变产生影响.

本文利用精确对角化方法对哈密顿量 (4) 式进行数值研究, 考虑半填充 $N/L = 1/2$ 的情况, 其中 N 为系统中填充的粒子数, 则希尔伯特空间维度为 $D = \binom{L+N-1}{L-1}$. 选取能量单位 $J = 1$, 固定相互作用 $U = 1$ 以及非线性势强度 $\alpha = 2$ 作为具体例子进行讨论. 全文中对序参量的统计平均记为 $\langle \dots \rangle$, 统计平均选取能谱中心 $1/5$ 范围的能级.

3 数值结果

能谱统计是探测多体局域化的主要手段之一.

当系统处于遍历相时, 能谱统计呈现高斯分布. 具体地, 对于具有时间反对称的系统, $H = H^T$, 哈密顿量为实对称矩阵, 对应的分布为高斯正交系综 (Gaussian orthogonal ensemble, GOE)^[26]; 对于时间反演对称性破缺的系统, 哈密顿量为复厄米矩阵, 对应的分布为高斯酉系综 (Gaussian unitary ensemble, GUE)^[27]; 对于自对偶对称的系统, 对应的分布为高斯辛系综 (Gaussian symplectic ensemble, GSE)^[28]. 然而, 当系统处于可积或多体局域相时, 能谱的统计分布遵循泊松统计^[29]. 为了消除不同系统能级差的差异带来的影响, 引入能级差比率^[5,24,29]:

$$r_n = \frac{\min\{\delta_n, \delta_{n-1}\}}{\max\{\delta_n, \delta_{n-1}\}}, \quad (5)$$

其中, $\delta_n = E_{n+1} - E_n$ 表示相邻能级差. 通过比较系统的能级差比率与对应的高斯系综分布以及泊松系综分布给出的预测值^[27,29], 可以直观地检测局域化转变.

图 1(a) 展示了对应于不同统计角 θ , 平均能级差比率 $\langle r \rangle$ 随着线性势强度 γ 变化的情况. 当 γ 较小时, 系统处于遍历相. 对于 $\theta = 0$ 和 π , 能级差统计满足 GOE 分布, 平均能级差比率稳定在 $\langle r \rangle \approx 0.53$ 附近; 而当 $\theta = 0.5\pi$ 时, 遍历相的平均能级差比率 $\langle r \rangle \approx 0.6$, 这是由于此时哈密顿量的时间反演对称性破缺, 成为复厄米矩阵, 满足 GUE 分布^[27]. 随着线性势强度 γ 增大, 系统逐渐进入到多体局域相, 能级差统计的特征满足泊松分布, 平均能级差比率对于这三种统计角都满足 $\langle r \rangle \approx 0.39$. 图 1(b) 展示了不同 γ 时, 平均能级差比率 $\langle r \rangle$ 随统计角 θ 变化的情况. 可以看到, 当 $\gamma = 1$ 时, 除了 $\theta = 0$ 和 π

时, $\langle r \rangle \approx 0.53$ 外, 几乎所有的 θ 下, 平均能级差比率 $\langle r \rangle$ 都趋近于 0.6, 这是由于除了 $\theta = 0$ 和 π 外, 系统的时间反演对称性破缺, 哈密顿量矩阵都由实厄米矩阵变为复厄米矩阵, 相应地, 由满足 GOE 转变为满足 GUE 分布. 由此可见, 此时所有的 θ 角下, 系统都处于遍历相. 当系统处于强线性势情况下, 如图 1(b) 中 $\gamma = 6$, 可以看到对于不同的 θ , 平均能级差比率几乎都趋近于 0.39, 表明此时系统进入了多体局域相, 而 $\langle r \rangle$ 不依赖于 θ 的取值. 而对于 γ 选在过渡区域时, 以 $\gamma = 2$ 为例, 可以看出 $\langle r \rangle$ 展现出强烈的依赖于 θ 的非单调行为.

通过观测半链纠缠熵的行为来确定相应的本征态是满足体积律还是面积律, 从而判断系统是否进入多体局域相^[30]. 将系统分为两个部分 $L_A = L_B = L/2$, 对第 n 个本征态的密度矩阵 $\rho^n = |\psi_n\rangle \langle \psi_n|$ 求偏迹得到系统的约化密度矩阵 $\rho_A^n = \text{Tr}_B(\rho^n)$, 从而定义半链纠缠熵为: $S_n = -\text{Tr}(\rho_A^n \ln \rho_A^n)$ ^[23]. 从图 2(a) 可以看出, 当 $\gamma = 1$ 时, 对于不同的 θ , 平均半链纠缠熵 $\langle S \rangle$ 随着尺寸的增大而增大, 展现了体积律的行为. 而对于不同的统计角, 当 $\gamma = 6$ 时, $\langle S \rangle$ 为不依赖于尺寸 L 的常数, 满足面积律. 图 2(b) 展示了 $\gamma = 2$ 时, 平均半链纠缠熵 $\langle S \rangle$ 随着统计角 θ 变化的情况. 从图中可以看出, 平均半链纠缠熵表现出与 θ 的非单调关系. 图 2(c) 展示了在不同统计角时不同尺寸的平均半链纠缠熵 $\langle S \rangle/L$ 随 γ 变化的情况. 由此可以看出, 系统的本征态随着 γ 的增大, 由体积律向面积律转变, 系统发生多体局域化转变. 而对于不同的统计角, 其多体局域化转变点位置并不一致. 如图 2(c) 所示, 在 $\theta = 0.05\pi$ 时, 多体局域化转变点发生在 $\gamma_c \approx 1.80$, 而当 $\theta = 0.9\pi$ 时,

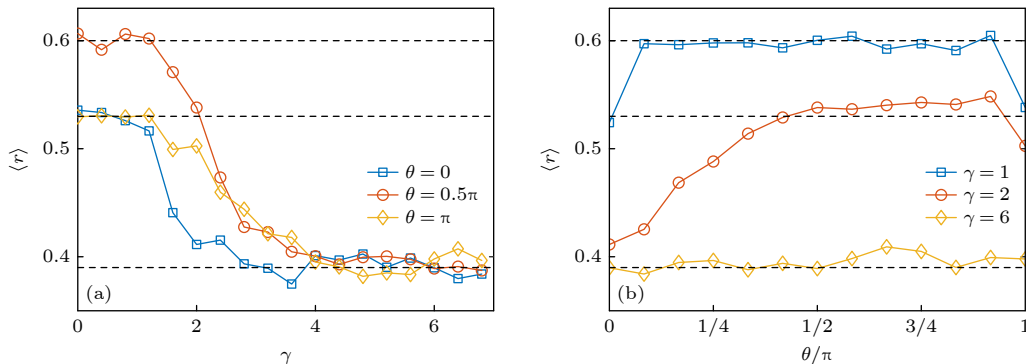


图 1 (a) 不同统计角 θ 下平均能级差比率 $\langle r \rangle$ 与 Stark 线性势强度 γ 的关系; (b) 平均能级差比率 $\langle r \rangle$ 在不同线性势强度 γ 下与统计角 θ 的关系, 其中 $L = 12$

Fig. 1. (a) The mean value of the gap-ratio parameter $\langle r \rangle$ as a function of the Stark linear potential strength γ for different statistical angles θ ; (b) $\langle r \rangle$ as a function of the statistical angle θ for different γ . Here, $L = 12$.

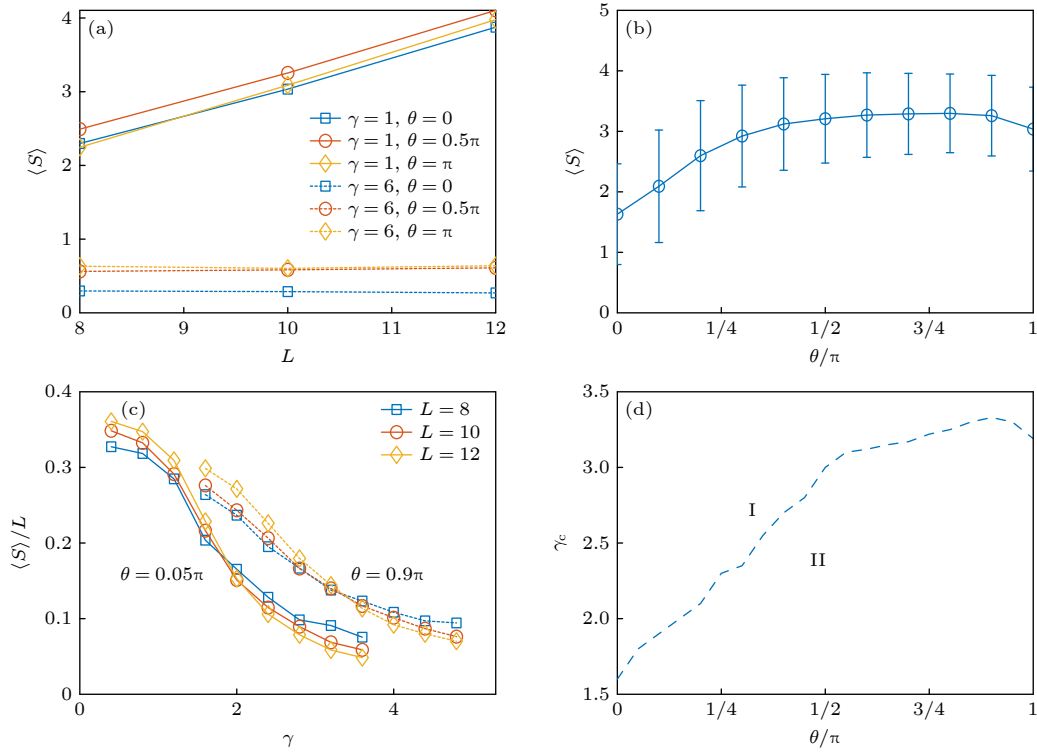


图 2 (a) 线性势强度分别为 $\gamma = 1$ 和 6 时, 不同统计角的平均半链纠缠熵与系统尺寸 L 的关系图; (b) 当 $L = 12$, $\gamma = 2$ 时, 平均半链纠缠熵随统计角 θ 的变化趋势; (c) 任意统计角分别为 $\theta = 0.05\pi$ 和 0.9π 时, 不同尺寸的平均半链纠缠熵 $\langle S \rangle/L$ 随线性势强度 γ 的变化; (d) 多体局域化转变点 γ_c 随着统计角 θ 变化的情况. I 和 II 区域分别为多体局域相和遍历相

Fig. 2. (a) The average half-chain entanglement entropy $\langle S \rangle$ as a function of the system size L for different θ with $\gamma = 1$ and 6 ; (b) $\langle S \rangle$ as a function of θ with $\gamma = 2$ and $L = 12$; (c) $\langle S \rangle/L$ as a function of γ for $\theta = 0.05\pi$ and 0.9π ; (d) the many-body transition points γ_c as a function of θ , where region I and region II correspond to many-body localization and ergodic phases, respectively.

转变点发生在 $\gamma_c \approx 3.33$. 对于不同尺寸的平均半链纠缠熵 $\langle S \rangle/L$ 的数据通过临界标度缩放函数 $(\gamma - \gamma_c) L^{1/\nu}$ 进行标度分析, 进而给出了多体局域化转变点 γ_c 随着统计角 θ 变化的情况如图 2(d) 所示, 其中 $\nu = 1.5$. 在图 2(d) 中, I 区域为多体局域相, II 区域对应为遍历相. 可以看出, 多体局域化转变点 γ_c 随着统计角 θ 变化也展现非单调行为.

图 3(a) 展示了不同的线性势强度和统计角下系统的半链纠缠熵 $S(t)$ 随时间的演化情况. 其中, 初态设为直积态 $|\psi_0\rangle = |0101\dots\rangle$, 半链纠缠熵定义为: $S(t) = -\text{Tr}[\rho_A(t) \ln \rho_A(t)]$, 并且 $\rho_A(t) = \text{Tr}_B(|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|)$, $|\psi(t)\rangle = e^{-i\hat{H}^{\text{boson}}t}|\psi_0\rangle$. 从图中可以看出, 在 $\gamma = 1$ 的情况下, 不同统计角时, 系统均处于遍历相, 其半链纠缠熵 $S(t)$ 随时间线性增长. 而线性势强度较大 ($\gamma = 6$) 时, 系统处于多体局域相, $S(t)$ 随时间呈对数增长, 且长时极限下仍保持较小数值. 图 3(b) 中展示了半链纠缠熵平均值 $\bar{S} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} S(t) dt$ 随统计角变化的情况. 这里

选取 $t_1 = 80, t_2 = 100$. 由图可知在遍历相中任意子的统计角对 $S(t)$ 长时行为几乎没有影响, 而多体局域相区 $S(t)$ 的长时演化行为依赖于统计角的取值.

淬火动力学为实验上探测遍历性破坏提供强有力的证据. 初态仍然选取直积态 $|\psi_0\rangle$. 通过观察对长时间极限下的奇偶粒子非平衡态占据数 [5,23,31]

$$\mathcal{I}(t) = \frac{n_e(t) - n_o(t)}{n_e(t) + n_o(t)}, \quad (6)$$

来判断系统是否处于多体局域相. 其中, $n_e(t) = \langle\psi(t)|\sum_{i=1}^{L/2} \hat{n}_{2i}|\psi(t)\rangle$ 和 $n_o(t) = \langle\psi(t)|\sum_{i=1}^{L/2} \hat{n}_{2i-1}|\psi(t)\rangle$ 分别表示 t 时刻任意子在偶数和奇数格点上的总粒子数. 在遍历相中, 当时间趋于无穷大时, 非平衡态占据数 $\mathcal{I}(t)$ 趋向于零. 而对于多体局域相, 长时间极限下 $\mathcal{I}(t)$ 变成一个有限值 [5,6,24,31]. 图 3(c) 展示了处于不同统计角不同 γ 值时, 非平衡态占据数 $\mathcal{I}(t)$ 随时间的演化情况. 在 $\gamma = 1$ 时, 系统处于遍历相, 对于不同统计角的情况, 非平衡态占据数在长时演化下快速趋近于零. 在局域相中 ($\gamma = 6$),

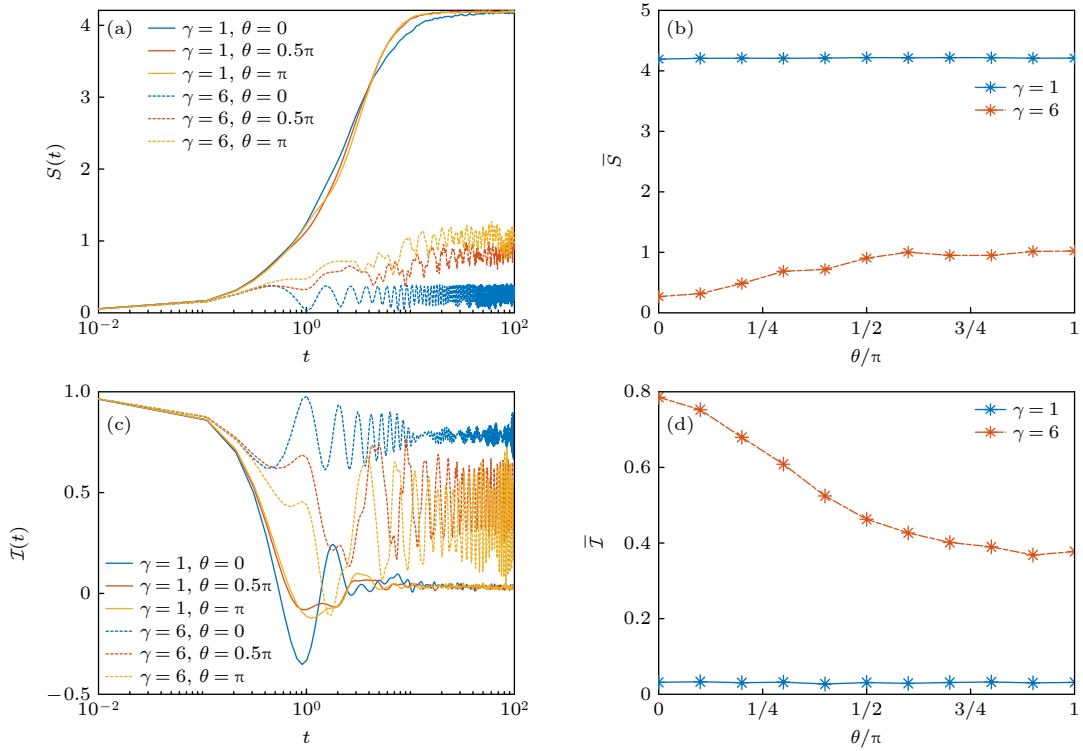


图 3 (a) 不同 θ 和 γ 时半链纠缠熵 $S(t)$ 随时间 t 的演化行为; (b) 对于不同的 γ , 半链纠缠熵平均值 \bar{S} 随统计角 θ 的变化情况; (c) 不同 θ 和 γ 时, 粒子非平衡态占据数 $\mathcal{I}(t)$ 随时间演化的情况; (d) 对于不同的 γ , 非平衡态占据数平均值 $\bar{\mathcal{I}}$ 随统计角 θ 的变化情况, 其中 $L = 12$

Fig. 3. (a) Evolution of the half-chain entanglement entropy $S(t)$ vs. t for different θ and γ ; (b) \bar{S} as a function of θ for different γ ; (c) evolution of the particle imbalance $\mathcal{I}(t)$ for different θ and γ ; (d) $\bar{\mathcal{I}}$ as a function of θ for different γ . Here, $L = 12$.

长时极限下, 不同的统计角对应的非平衡态占据数趋于有限值. 如图 3(d) 所示, 展示了在 $\gamma=1$ 和 $\gamma=6$, $L = 12$ 时, 非平衡态占据数长时极限下平均值 $\bar{\mathcal{I}} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{I}(t) dt$ 随统计角变化的情况^[23], 同样选取 $t_1 = 80, t_2 = 100$. 由图可知, 遍历相区的粒子非平衡态占据数平均值不依赖于统计角, 而在多体局域相区, 长时极限下的 $\bar{\mathcal{I}}$ 的取值依赖于 θ .

4 总 结

本文研究了一维有限尺寸下具有 Stark 势的相互作用任意子模型, 通过分数型 Jordan-Wigner 变换, 将其映射到一维具有密度依赖的跃迁型玻色子体系. 利用精确对角化方法, 分析了系统的能级差统计, 半链纠缠熵以及非平衡态占据数等序参量, 发现通过增大线性势强度 γ , 系统可以从遍历相转变为多体局域相. 然而其多体局域化转变过程展现出依赖于统计角 θ 的行为. 从等效哈密顿量 (4) 式可以看出任意子的统计行为等效地改变了玻色系统的跃迁相互作用, 这是一个多体效应. 通过

改变统计角 θ 进而改变系统的多体相互作用, 而多体相互作用强度的改变会影响多体局域化转变的发生, 这也是本文中多体局域化转变随统计角 θ 变化的原因. 本文的研究为任意子系统中多体局域化转变提供了思路, 而热力学极限下这一现象是否存在需要未来进一步讨论.

参考文献

- [1] Schreiber M, Hodgman S S, Bordia P, Lüschen H P, Fischer M H, Vosk R, Altman E, Schneider U, Bloch I 2015 *Science* **349** 842
- [2] Bordia P, Lüschen H P, Hodgman S S, Schreiber M, Bloch I, Schneider U 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 140401
- [3] Smith J, Lee A, Richerme P, Neyenhuis B, Hess P W, Hauke P, Heyl M, Huse D A, Monroe C 2016 *Nat. Phys.* **12** 907
- [4] Xu K, Chen J J, Zeng Y, Zhang Y R, Song C, Liu W X, Guo Q J, Zhang P F, Xu D, Deng H, Huang K Q, Wang H, Zhu X B, Zheng D N, Fan H 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 050507
- [5] Guo Q, Cheng C, Sun Z H, Song Z, Li H, Wang Z, Ren W, Dong H, Zheng D, Zhang Y R, Mondaini R, Fan H, Wang H 2021 *Nat. Phys.* **17** 234
- [6] Guo Q J, Cheng C, Li H K, Xu S B, Zhang P F, Wang Z, Song C, Liu W X, Ren W H, Dong H, Mondaini R, Wang H 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 240502
- [7] Morong W, Liu F, Becker P, Collins K S, Feng L,

- Kyprianidis A, Pagano G, You T, Gorshkov A V, Monroe C 2021 *Nature* **599** 393
- [8] Scherg S, Kohlert T, Sala P, Pollmann F, Hebbe Madhusudhana B, Bloch I, Aidelsburger M 2021 *Nat. Commun.* **12** 4490
- [9] Liu J H, Xu Z H 2023 *Phys. Rev. B* **108** 184205
- [10] Leinaas J M, Myrheim J 1977 *Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis. B* **37** 1
- [11] Tsui D C, Stormer H L, Gossard A C 1982 *Phys. Rev. Lett.* **48** 1559
- [12] Laughlin R B 1983 *Phys. Rev. Lett.* **50** 1395
- [13] Nayak C, Simon S H, Stern A, Freedman M, Das Sarma S 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 1083
- [14] Kitaev A 2006 *Ann. Phys.* **321** 2
- [15] Stern A 2008 *Ann. Phys.* **323** 204
- [16] Haldane F D M 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 937
- [17] Vitoriano C, Coutinho-Filho M D 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 146404
- [18] Keilmann T, Lanzmich S, McCulloch I, Roncaglia M 2011 *Nat. Commun.* **2** 361
- [19] Greschner S, Santos L 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 053002
- [20] Sträter C, Srivastava S C L, Eckardt A 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 205303
- [21] Zuo Z W, Li G L, Li L 2018 *Phys. Rev. B* **97** 115126
- [22] Liu F, Garrison J R, Deng D L, Gong Z X, Gorshkov A V 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 250404
- [23] Zhang G Q, Zhang D W, Li Z, Wang Z D, Zhu S L 2020 *Phys. Rev. B* **102** 054204
- [24] Wang Y Y, Sun Z H, Fan H 2021 *Phys. Rev. B* **104** 205122
- [25] Wang L, Jia L F, Zhang Y B 2022 *Acta. Rhys. Sin.* **71** 130501 (in Chinese) [王利, 贾丽芳, 张云波 2022 物理学报 **71** 130501]
- [26] Liu J H, Xu Z H 2024 *Acta. Rhys. Sin.* **73** 077202 (in Chinese) [刘敬鹤, 徐志浩 2024 物理学报 **73** 077202]
- [27] Wu H, Vallières M, Feng D H, Sprung D W L 1990 *Phys. Rev. A* **42** 1027
- [28] Hamazaki R, Kawabata K, Kura N, Ueda M 2020 *Phys. Rev. Res.* **2** 023286
- [29] Oganessian V, Huse D A 2007 *Phys. Rev. B* **75** 155111
- [30] Serbyn M, Papić Z, Abanin D A 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 127201
- [31] Van Nieuwenburg E, Baum Y, Refael G 2019 *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **116** 9269

Many-body localization of a one-dimensional anyon Stark model*

YOU Huimin¹⁾ LIU Jinghu²⁾ ZHANG Yunbo^{3)†} XU Zhihao^{1)4)‡}

1) (*State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Theoretical Physics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

2) (*Department of Physics, XinZhou Normal University, Xinzhou 034000, China*)

3) (*Key Laboratory of Optical Field Manipulation of Zhejiang Province, Department of Physics, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China*)

4) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

(Received 20 November 2024; revised manuscript received 18 December 2024)

Abstract

In this work, a one-dimensional interacting anyon model with a Stark potential in the finite size is studied. Using the fractional Jordan Wigner transformation, the anyons in the one-dimensional system are mapped onto bosons, which are described by the following Hamiltonian:

$$\hat{H}^{\text{boson}} = -J \sum_{j=1}^{L-1} \left(\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_{j+1} e^{i\theta \hat{n}_j} + \text{h.c.} \right) + \frac{U}{2} \sum_{j=1}^L \hat{n}_j (\hat{n}_j - 1) + \sum_{j=1}^L h_j \hat{n}_j,$$

where θ is the statistical angle, and the on-site potential is $h_j = -\gamma(j-1) + \alpha \left(\frac{j-1}{L-1} \right)^2$ with γ representing the strength of the Stark linear potential and α denoting the strength of the nonlinear part. Using the exact

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12375016, 12074340, 12461160324), the Fundamental Research Program of Shanxi Province, China (Grant No. 20210302123442), the Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics (Grant No. 2023BNLCMPKF001), and the Fund for "1331 Project" Key Subjects of Shanxi Province, China.

† Corresponding author. E-mail: ybzhang@zstu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: xuzhihao@sxu.edu.cn

diagonalization method, the spectral statistics, half-chain entanglement entropy and particle imbalance are numerically analyzed to investigate the onset of many-body localization (MBL) in this interacting anyon system, induced by increasing the linear potential strength. As the Stark linear potential strength increases, the spectral statistics transforms from a Gaussian ensemble into a Poisson ensemble. In the ergodic phase, except for $\theta = 0$ and π , where the average value of the gap-ratio parameter $\langle r \rangle \approx 0.53$, due to the destruction of time reversal symmetry, the Hamiltonian matrix becomes a complex Hermit matrix and $\langle r \rangle \approx 0.6$. In the MBL phase, $\langle r \rangle \approx 0.39$, which is independent of θ . However, in the intermediate γ regime, the value of $\langle r \rangle$ strongly depends on the choice of θ . The average of the half-chain entanglement entropy transforms from a volume law into an area law, which allows us to construct a θ -dependent MBL phase diagram. In the ergodic phase, the entanglement entropy $S(t)$ of the half chain increases linearly with time. In the MBL phase, $S(t)$ grows logarithmically with time, reaching a stable value that depends on the anyon statistical angle. The localization of particles in a quench dynamics can provide the evidence for the breakdown of ergodicity and is experimentally observable. It is observed that with the increase of γ , the even-odd particle imbalance changes from zero to non-zero values in the long-time limit. In the MBL phase, the long-time average value of the imbalance is dependent on the anyon statistical angle θ . From the Hamiltonian \hat{H}^{boson} , it can be inferred that the statistical behavior of anyon system equally changes the hopping interactions in boson system, which is a many-body effect. By changing the statistical angle θ , the many-body interactions in the system are correspondingly changed. And the change of the many-body interaction strength affects the occurrence of the MBL transition, which is also the reason for MBL transition changing with the anyon statistical angle θ . Our results provide new insights into the study of MBL in anyon systems and whether such phenomena persist in the thermodynamic limit needs further discussing in the future.

Keywords: anyon, Stark potential, many-body localization

PACS: 03.65.Vf, 05.30.Pr, 72.15.Rn

DOI: [10.7498/aps.74.20241615](https://doi.org/10.7498/aps.74.20241615)

CSTR: [32037.14.aps.74.20241615](https://cstr.net/urn:csdn:CSTR:32037.14.aps.74.20241615)



一维任意子Stark模型的多体局域化

游慧敏 刘敬鹤 张云波 徐志浩

Many-body localization of a one-dimensional anyon Stark model

YOU Huimin LIU Jinghu ZHANG Yunbo XU Zhihao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 040301 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20241615

CSTR: 32037.14.aps.74.20241615

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241615>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

随机两体耗散诱导的非厄米多体局域化

Random two-body dissipation induced non-Hermitian many-body localization

物理学报. 2024, 73(7): 077202 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231987>

一维晶格中全同任意子的量子动力学与关联

Quantum dynamics and correlations of indistinguishable anyons in one-dimensional lattices

物理学报. 2022, 71(13): 130501 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20220188>

非监督学习高维多体波函数矢量轨迹所在低维子空间

Low-dimensional trajectory subspace of high-dimensional many-body wavefunctions by unsupervised learning

物理学报. 2021, 70(24): 247101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210697>

基于冷原子的非平衡量子多体物理研究

Non-equilibrium quantum many-body physics with ultracold atoms

物理学报. 2023, 72(23): 230701 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20231375>

量子多体系统中的拓扑序与分数化激发

Topological order and fractionalized excitations in quantum many-body systems

物理学报. 2024, 73(7): 070301 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240222>

离子阱中以声子为媒介的多体量子纠缠与逻辑门

Phonon-mediated many-body quantum entanglement and logic gates in ion traps

物理学报. 2022, 71(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220360>