

自旋-轨道耦合玻色凝聚体中的自旋频谱动力学响应*

樊景涛^{1)2)†} 贾锁堂¹⁾²⁾

1) (山西大学激光光谱研究所, 光量子技术与器件全国重点实验室, 太原 030006)

2) (山西大学, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2024 年 12 月 26 日收到; 2025 年 3 月 5 日收到修改稿)

基于自旋-轨道耦合玻色凝聚体, 提出了一种凝聚体的自旋频谱对外场调控参数的动力学响应效应. 该效应由对凝聚体的快速晃动和外加的迅变塞曼场来驱动. 研究发现, 自旋频谱的谱峰对外场驱动参数呈现出简单的线性关系. 通过对模型作适当近似和简化, 本文给出了该线性关系的解析关系式. 同时, 基于 Gross-Pitaevskii 方程对系统的动力学演化做了数值计算, 数值结果与解析表达式符合得很好. 另外, 本文还进一步探究了自旋频谱对外场驱动响应的物理本质, 发现该效应来源于不同自旋-轨道态之间的量子干涉, 可以利用量子多臂干涉仪的图像来理解其内涵. 文章的最后对方案的实验可行性及相关参数进行了讨论与估计. 本文的结果在量子控制和量子计量学等领域有潜在价值.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚, 自旋-轨道耦合, 超冷量子气体, 自旋频谱**PACS:** 67.85.-d, 67.85.Hj, 03.67.-a, 42.50.-p**DOI:** 10.7498/aps.74.20241783**CSTR:** 32037.14.aps.74.20241783

1 引言

随着激光技术的飞速发展, 对光学势阱中超冷量子气体的调控逐渐成为理论和实验物理学重要的研究方向^[1]. 超冷量子气体具有许多超越经典物理的新奇特征和常温物态无法比拟的调控优势. 一方面, 在极低温度下, 原子分子系综展示出奇特的量子统计性质, 这些性质本身超越了经典物理学范畴, 因而成为新物理学的生长点^[2]; 另一方面, 通过对光场参数的有效选择, 研究者们可以精确地操控原子间相互作用以及各种人造规范场^[3], 这不仅为模拟凝聚态体系中的量子多体现象提供了新的手段, 更催生了多种量子精密测量的新技术^[4-6].

特别是将玻色气体冷却至极低温度, 可以形成所谓玻色-爱因斯坦凝聚体^[7,8] (Bose-Einstein con-

densate, BEC). 光学势阱中的 BEC 兼具单原子内态丰富的能级结构和多原子体系独特的轨道动力学特性^[9-12]. 在实验上, BEC 的内态 (单个原子内部的超精细能级) 和外态 (原子体系的集体轨道状态) 拥有各自独立的动力学特征, 因而往往需要不同的调控手段. 前者需要作用于原子超精细能级的有效塞曼场^[13,14], 后者需要作用于原子质心轨道运动的光子动量转移^[15]. 近年来实现的基于 BEC 的自旋-轨道耦合将原子的自旋态和轨道态进行有机组合, 提出了将原子内外态纳入统一描述框架的新命题^[16,17]. 截至目前, 基于 BEC 自旋-轨道耦合效应方面的研究已取得了大量进展. 例如, 研究发现原子间的短程碰撞会与自旋-轨道耦合诱导的非阿贝尔规范场相互竞争, 进而衍生出密度波条纹相和自旋极化相等一系列新奇的量子物态^[17-23]. 另外, 自旋-轨道耦合还会诱导出自旋依赖的质心偶极振

* 国家重点研发计划 (批准号: 2022YFA1404201)、国家自然科学基金 (批准号: 12174233) 和山西省“1331 工程”重点学科建设项目资助的课题.

† 通信作者. E-mail: fanjt@sxu.edu.cn

荡等有趣的动力学效应^[24-32], 这些效应已部分地被应用于自旋纯化^[33,34] 和自旋共振^[35,36] 等领域.

在此背景下, 本文给出了一种自旋-轨道耦合 BEC 在内外态联合调控作用下的动力学响应效应. 此处的“内外态联合调控”指的是驱动场同时包含了作用于原子内态的塞曼场和作用于外态的轨道势场. 具体考虑 BEC 在某一时刻被快速晃动, 同时又感受到一外部施加的塞曼场. 通过适当简化模型, 得到了自旋在 x 方向上动力学演化的解析表达式, 并从该表达式出发, 推导出自旋频谱对外场参数的响应关系. 对 Gross-Pitaevskii (GP) 方程的数值求解结果与解析表达式符合得很好. 进一步研究发现, 自旋频谱对外场驱动响应的物理本质是不同自旋-轨道态之间的量子干涉. 在此背景下, 本文给出了频谱响应的动力学调控图像和量子干涉仪图像. 由于 BEC 的内态和外态等特征参数可以直接反映于自旋频谱上, 本结果在量子控制和量子计量学等领域有潜在应用价值.

2 系统和动力学调控

本模型的出发点是文献^[16]所报道的超冷原子气体中的人工自旋-轨道耦合. 如图 1(a) 所示, 考虑一团 ^{87}Rb 原子的 BEC, 它的运动自由度被限制在 x 方向上. 凝聚体的两个赝自旋态 $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 可分别选为 ^{87}Rb 原子的两个基态超精细能级 $|F=1, m_F=-1\rangle$ 和 $|F=1, m_F=0\rangle$, 这两个基态能级被来自 x 方向上的两束对向传播的拉曼激光 (频率分别为 ω_0^1 和 ω_0^2 , 波长为 λ) 所耦合 (图 1(b)). 沿 z 方向施加的磁场 B 不仅确定了系统的量子化轴, 还同时使得两个赝自旋态产生大小为 $\hbar\omega_z$ 的能级劈裂. 在大失谐条件下, 通过绝热消除掉激发态能级, 系统的动力学被限制在由自旋态 $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 张成的希尔伯特空间中, 其低能有效哈密顿量的矩阵形式为^[17]

$$H_0 = \begin{pmatrix} \frac{p_x^2}{2m} + V(x) + \hbar\eta & \frac{\hbar\Omega}{2} e^{i2k_0x} \\ \frac{\hbar\Omega}{2} e^{-i2k_0x} & \frac{p_x^2}{2m} + V(x) - \hbar\eta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

其中, p_x 和 m 分别是原子的动量和质量; $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为单光子反冲动量; Ω 为双光子过程的有效拉比频率; 塞曼能量 η 由拉曼光频移和磁场劈裂贡献, $\eta = \omega_0^1 - \omega_0^2 - \omega_z$; $V(x) = m\omega^2 x^2/2$ 提供原子在 x 方向上的外场俘获势.

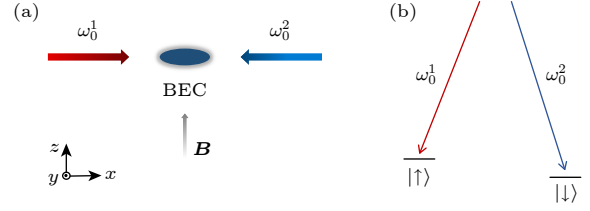


图 1 (a) 产生自旋-轨道耦合 BEC 的实验示意图; (b) 原子的能级结构以及激光诱导的跃迁

Fig. 1. (a) Schematic illustration of the experimental setup to generate spin-orbit coupled BEC; (b) the atomic level structure and their transitions.

哈密顿量 (1) 在坠饰基 $|+\rangle = \exp(-ik_0x)|\uparrow\rangle$ 和 $|-\rangle = \exp(ik_0x)|\downarrow\rangle$ 下可写成如下更简洁的形式^[16,17]:

$$H_0 = \frac{p_x^2}{2m} + V(x) + \alpha p_x \sigma_z + \frac{\hbar\Omega}{2} \sigma_x + \hbar\eta \sigma_z, \quad (2)$$

其中, σ_i ($i = x, y, z$) 是新基矢下的泡利自旋算符, $\alpha = \hbar k_0/m$ 为自旋-轨道耦合强度. 仔细观察哈密顿量 (2), 系统的动力学由外态和内态两部分贡献, 前者包含位置和动量的变化, 而后者则是自旋的演化. 自旋-轨道耦合强度 α 承担着连接自旋态和轨道态的作用. 可以预见, 由于存在非零的 α , 对外态的操控势必会影响内态, 反之亦然. 在此背景下, 考虑对系统内外态的联合含时操控, 以期获得更加丰富的动力学信息. 具体考虑凝聚体在 t_0 时刻经历一次“晃动”, 与此同时, 作用于自旋的塞曼场 η 由零变化为非零^[32]. 该过程可以归结为哈密顿量 (2) 中的 $V(x)$ 和 η 受到如下含时调控:

$$\begin{aligned} V(x) &\rightarrow V(x, t) = \frac{1}{2} m\omega^2 [x - x_0(t)]^2, \\ x_0(t) &= \zeta \exp\left[-\frac{(t - t_0)^2}{\tau^2}\right], \\ \eta &\rightarrow \eta(t) = \eta_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t - t_0}{\tau}\right)\right] \Theta(t - t_0), \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\Theta(s)$ 为宗量 s 的阶跃函数, 满足 $\Theta(s > 0) = 1$ 和 $\Theta(s < 0) = 0$. 注意到, 晃动操作体现在俘获势中心所历经的一个含时高斯脉冲 $x_0(t)$; ζ 和 τ 分别描述晃动脉冲的峰值和脉宽. 注意到在实际的实验操作中, 塞曼场的快速开启需要耗费有限的时间, 将 $\eta(t)$ 的开启设定为按照指数调增的时序, 开关特征时间为 τ . 显然 $\tau \rightarrow 0$ 时, 有 $\eta(t) \rightarrow \eta_0 \Theta(t - t_0)$. 另外, 考虑到实验系统中不可避免的原子间相互作用, 系统完整的动力学演化将由如下 GP 方程描述^[9]:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (H_0 + H_i)\Psi, \quad (4)$$

式中 $\Psi = (\psi_+, \psi_-)^T$ 为旋量波函数; H_i 是刻画原子间相互作用影响的平均场哈密顿量, 其矩阵形式为^[37]

$$H_i = \begin{pmatrix} g_{++}|\psi_+|^2 + g_{+-}|\psi_-|^2 & 0 \\ 0 & g_{+-}|\psi_+|^2 + g_{--}|\psi_-|^2 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

其中, $g_{\sigma\sigma'}$ ($\sigma, \sigma' = +, -$) 刻画超精细基态原子间的 s 波相互作用, 其强度可在实验中利用 Feshbach 共振技术灵活调节. 需要说明, 平均场哈密顿量 H_i 本质上来来自于平均场近似^[38], 即将粒子间的相互作用归结为单粒子感受到的平均势场, 其代价是哈密顿量成为单粒子自身波函数的泛函, 原先的线性薛定谔方程变为非线性方程. 如非特殊说明, 本文接下来的数值模拟中将考虑 s 波相互作用为^[28,29]

$g_{+-} \approx g_{++} \approx g_{--} = g$, 并且 $g/\sqrt{\hbar^3\omega/m} = 0.1$. 将方程 (3) 代入 GP 方程 (4) 中求解, 原则上可以获得任意物理量的动力学细节.

3 自旋动力学响应

3.1 自旋动力学

假定初始时刻凝聚体被制备在 $|+\rangle$ 和 $|-\rangle$ 的某个叠加态上, 研究体系随自旋对联合含时驱动 ((3) 式) 所做出的动力学响应. 图 2 给出了自旋 $\langle\sigma_x\rangle$ 在不同调控参数下的含时演化数值计算结果. 可以看到, 一般而言, 自旋以俘获频率 ω 为特征频率随时间快速地相干振荡 (图中的蓝色实线). 有趣的是, 当参数给定时, 该高频振荡背景上会出现一支低频包络 (在图中以黑色虚线标出), 该低频包络的周期与调控参数 ζ 和 η_0 呈现出某种简单的线性关系. 事实上, 通过将模型作适当简化, 可以在解析上精确得到该关系.

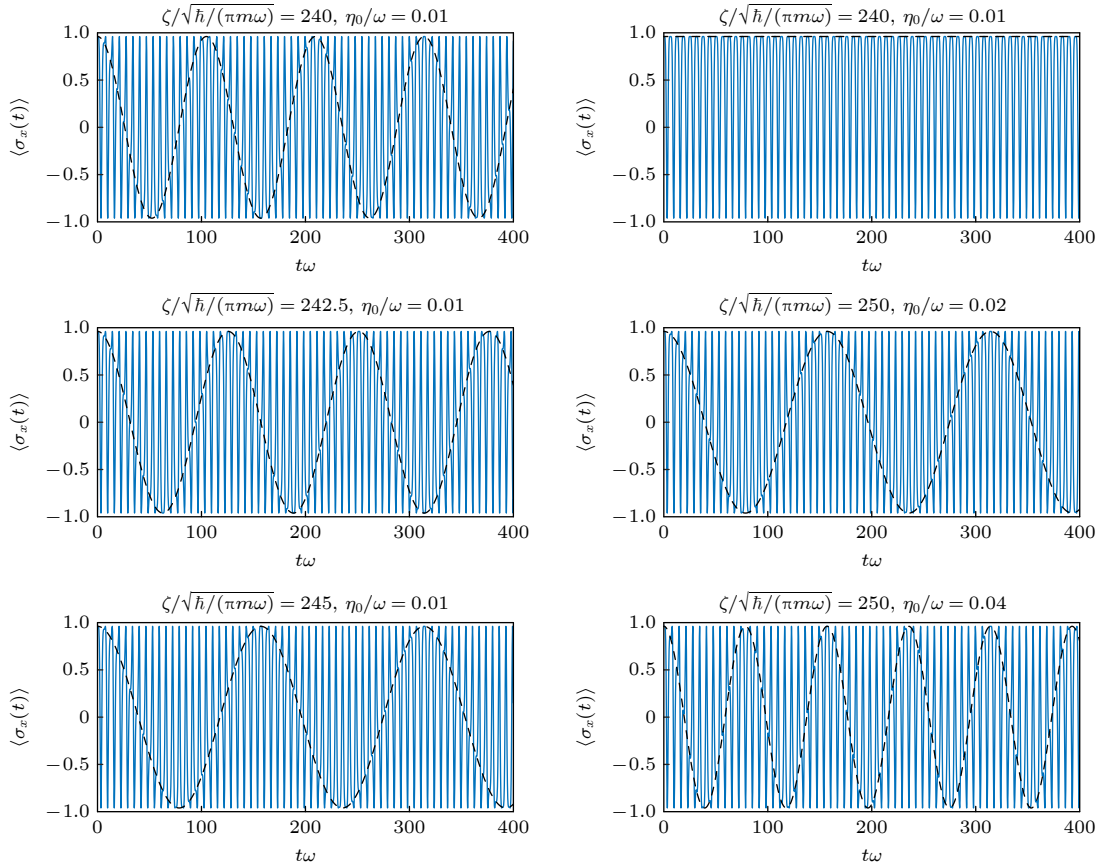


图 2 $\langle\sigma_x(t)\rangle$ 在不同驱动参数下以 $|\Psi(0)\rangle = (|\chi_+(0)\rangle|+\rangle + |\chi_-(0)\rangle|-\rangle)/\sqrt{2}$ 为初态随时间的演化, 其他参数固定为 $\alpha = 0.2\sqrt{\hbar\omega/m}$, $\tau = 0.01/\omega$, $\Omega = 0$

Fig. 2. Time evolution of $\langle\sigma_x(t)\rangle$ under the initial state $|\Psi(0)\rangle = (|\chi_+(0)\rangle|+\rangle + |\chi_-(0)\rangle|-\rangle)/\sqrt{2}$ for different driving parameters. The other parameters are set by $\alpha = 0.2\sqrt{\hbar\omega/m}$, $\tau = 0.01/\omega$, $\Omega = 0$.

为此, 首先忽略相互作用 $g_{\sigma\sigma'}$ 和拉比频率 Ω 对体系的影响, 并对哈密顿量 H_0 施加一含时么正变换 $U = \exp[-im\omega^2 A(t)/\hbar]$, 式中,

$$A(t) = \int_0^t x_0(t') dt' \\ = A_0 \{ \text{erf}[(t - t_0)/\tau] + \text{erf}[t_0/\tau] \} / 2, \quad (6)$$

其中, $A_0 = \sqrt{\pi}\tau\zeta$, $\text{erf}(s)$ 是宗量 s 的误差函数. 经过么正操作 U , 哈密顿量 H_0 变为

$$H_0 = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \alpha p_x \sigma_z + \omega^2 A(t) p_x + \hbar\eta(t) \sigma_z. \quad (7)$$

从规范变换的角度来看, 哈密顿量 (2) 通过么正操作 U 变为哈密顿量 (7) 相当于从“长度规范”变换为“速度规范”^[39]. 接下来考虑这样一种强短脉冲极限, 即 $\tau \rightarrow 0$, $\zeta \rightarrow \infty$, 但 A_0 保持为定值^[31]. 在该极限下, 原来的高斯脉冲 $x_0(t)$ 变为 δ 型函数, 而含时规范场 $A(t)$ 变为了简单的阶跃函数 $A(t) = A_0 \times \Theta(t - t_0)$. 于是, 由哈密顿量 (7) 所支配的含时动力学问题简化为一个“量子淬火”问题, 即体系在 $t < t_0$ 和 $t > t_0$ 时分别由两个不含时的哈密顿量 $H_<$ 和 $H_>$ 控制. 更加幸运的是, 注意到 σ_z 是守恒量, 这两个不含时的哈密顿量都是精确可解的. 容易发现, 哈密顿量 $H_<$ 有两个简并基态: $|\chi_{\pm}(0)\rangle |\pm\rangle = \exp[\mp i(m\alpha x)/\hbar] |\phi_0\rangle |\pm\rangle$, 其中, $|\phi_0\rangle$ 是一维谐振子势的基态矢量, 满足 $\langle x | \phi_0 \rangle = [m\omega/(\pi\hbar)]^{1/4} \times \exp[-m\omega x^2/(2\hbar)]$. 假定系统初态制备在这两个简并基态的某个线性叠加态中, $|\Psi(0)\rangle = C_+ |\chi_+(0)\rangle |+\rangle + C_- |\chi_-(0)\rangle |-\rangle$, 其中 $C_{\pm}$ 是叠加系数 (简单起见, 假定 $C_{\pm}$ 为实数, 当叠加系数为一般的复数时只会给初态增加一个相位因子, 而不影响本文的物理结论). 由于 σ_z 守恒, $|\chi_+(0)\rangle$ 和 $|\chi_-(0)\rangle$ 将携带不同的时间积分因子独立演化. 基于此, 可以方便地计算出任意 t 时刻体系的态矢量:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{\sigma=\pm} C_{\sigma} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left[\frac{m}{2} (\omega^2 A_0 + \sigma\alpha)^2 t - \frac{m\omega A_0}{2} \times (\omega^2 A_0 + \sigma\alpha) \sin(\omega t) - \sigma\eta_0 t \right] \right\} |\chi_{\sigma}(t)\rangle |\sigma\rangle, \quad (8)$$

式中, $|\chi_{\sigma}(t)\rangle = \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} [m(\omega^2 A_0 - \omega^2 A_0 \cos(\omega t) + \sigma\alpha)x - \omega A_0 \sin(\omega t)p_x] \right\} |\phi_0\rangle$. 利用 (8) 式, 可以计算得到 t 时刻的自旋:

$$\langle \sigma_x(t) \rangle = \langle \Psi(t) | \sigma_x | \Psi(t) \rangle \\ = 2C_+ C_- \exp \left(-\frac{m}{\hbar\omega} \alpha^2 \right) \cos[At - \varpi \sin(\omega t)], \quad (9)$$

式中, $A = 2(m\omega^2 A_0 \alpha / \hbar - \eta_0)$, $\varpi = 2m\omega A_0 \alpha / \hbar$.

(9) 式是量子淬火条件下的精确解, 观察该公式可以发现, 自旋的高频相干振荡由 $\varpi \sin(\omega t)$ 项贡献, 而约化参数 A 影响低频调制, 具体关系将在 3.2 节通过分析自旋频谱得到.

3.2 自旋频谱响应

通过观察 $\langle \sigma_x(t) \rangle$ 的傅里叶频谱 $S_x(\nu) = \int_{t_0}^{t_0+T_L} \langle \sigma_x(t) \rangle e^{-i\nu t} dt / T_L$ 来分析自旋的动力学响应信息, 其中 T_L 是一个较长的时间间隔. $S_x(\nu)$ 通常是复函数, 为了方便讨论, 对其实部进行研究. 将 (9) 式代入 $S_x(\nu)$ 并取实部可以计算得到:

$$\text{Re}[S_x(\nu)] = 2C_+ C_- \exp \left(-\frac{m}{\hbar\omega} \alpha^2 \right) \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n J_n(\varpi) \\ \times \frac{1}{T_L} \int_{t_0}^{t_0+T_L} dt \{ \cos[(\nu - A - n\omega)t - n\pi] \\ + \cos[(\nu - A + n\omega)t] \\ + \cos[(\nu + A + n\omega)t + n\pi] \\ + \cos[(\nu + A - n\omega)t] \}, \quad (10)$$

其中 $J_n(\varpi)$ 是 n 阶第一类贝塞尔函数, $\varepsilon_0 = 1/2$, $\varepsilon_n = 1$ (其中 $n = 1, 2, 3, \dots$). 由 (10) 式可知, 自旋频谱 $S_x(\nu)$ 在

$$\nu_k = k\omega \pm A = k\omega \pm 2 \left(\frac{A_0 m \omega^2}{\hbar} \alpha - \eta_0 \right), \\ k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (11)$$

处会出现峰值, 图 2 中的低频包络即对应于频率 $\nu = \nu_{\min} = \min(|k\omega \pm A|)$.

作为本文的重要结论之一, (10) 式建立了自旋频谱谱峰与凝聚体多个内外态参数的严格关系. 除了丰富自旋-轨道耦合的相关物理外, 该结果的一个潜在的应用方向是面向物理量测量的量子计量学^[4-6]. 例如, 当已知 $\omega, \zeta, \alpha, \eta_0$ 四个参数当中的 3 个时, 可基于 (11) 式, 对另外一个未知参数进行测量或校准.

为了佐证 (11) 式的结论, 对 GP 方程 (4) 进行了直接数值积分. 图 3 展示了计算得到的固定 ω, α, η_0 变化 ζ , 以及固定 ω, ζ, α 变化 η_0 的自旋频谱 $|S_x(\nu)|$. 可以看到, 谱峰对调控参数的响应规律完全符合 (11) 式. 图 4(a), (b) 分别画出了 $\zeta - \nu$ 平面和 $\eta_0 - \nu$ 平面上 $|S_x(\nu)|$ 的数值二维图, 所得结果也与 (11) 式符合得非常好.

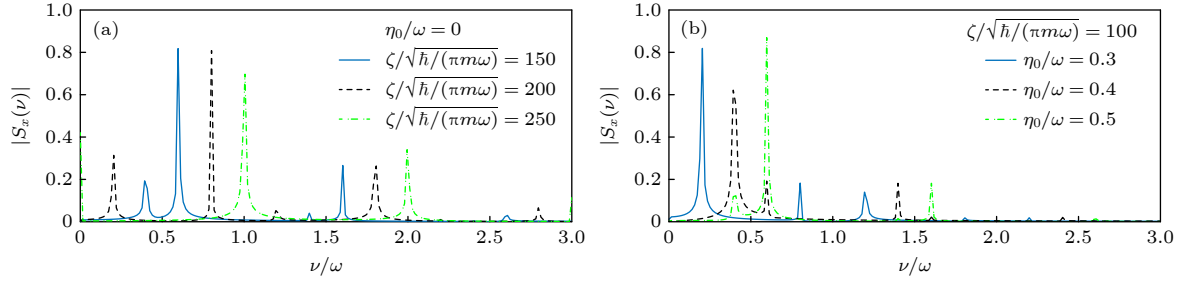


图 3 固定其余参数, 变化 ζ (a) 和 η_0 (b) 时自旋频谱 $|S_x(\nu)|$ 的取值, 其他参数固定为 $\alpha = 0.2\sqrt{\hbar\omega/m}$, $\tau = 0.01/\omega$, $T_L = 400/\omega$, $\Omega = 0$, 初态选择为 $|\Psi(0)\rangle = (|\chi_+(0)\rangle|+\rangle + |\chi_-(0)\rangle|-\rangle)/\sqrt{2}$

Fig. 3. Spin frequency spectrum $|S_x(\nu)|$ for varying ζ (a) and η_0 (b). The other parameters are set by $\alpha = 0.2\sqrt{\hbar\omega/m}$, $\tau = 0.01/\omega$, $T_L = 400/\omega$, and $\Omega = 0$. The initial state is chosen as $|\Psi(0)\rangle = (|\chi_+(0)\rangle|+\rangle + |\chi_-(0)\rangle|-\rangle)/\sqrt{2}$.

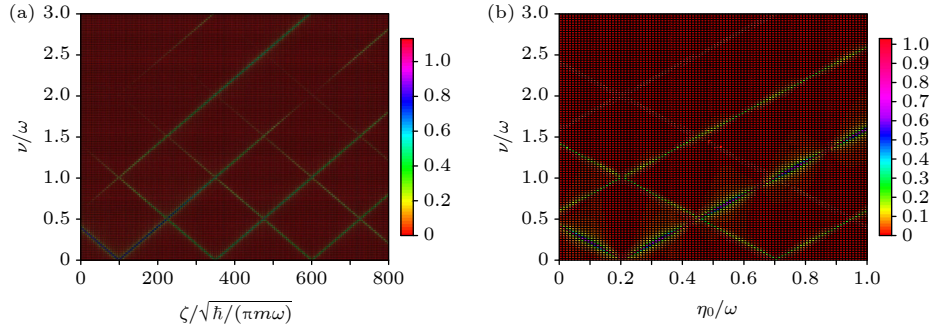


图 4 自旋频谱 $|S_x(\nu)|$ 在 (a) $\zeta - \nu$ 和 (b) $\eta_0 - \nu$ 平面上的取值 (a) $\eta_0 = 0.2\omega$; (b) $\zeta = 100\sqrt{\hbar/(\pi m\omega)}$; 其他参数以及初态选择与图 3 一致

Fig. 4. Spin frequency spectrum $|S_x(\nu)|$ in the (a) $\zeta - \nu$ plane and the (b) $\eta_0 - \nu$ plane: (a) $\eta_0 = 0.2\omega$; (b) $\zeta = 100\sqrt{\hbar/(\pi m\omega)}$. The other parameters and the initial state are the same as those in Fig. 3.

4 单粒子能谱和量子干涉

为了进一步理清 (11) 式所刻画的频谱响应背后的物理根源, 分析“淬火”前后哈密顿量 $H_<$ 和 $H_>$ 的单粒子能谱. $H_>$ 的本征态和对应的本征能量可以写为

$$|\psi_{n,\sigma}\rangle = |\psi_n^\sigma\rangle |\sigma\rangle$$

$$= \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(m\alpha\sigma + m\omega^2 A_0)x\right] |\phi_n\rangle |\sigma\rangle, \quad (12)$$

$$E_{n,\sigma} = n\hbar\omega - \frac{1}{2}m\alpha^2 - \frac{1}{2}m\omega^4 A_0^2 - \sigma m\omega^2 \alpha A_0 + \sigma\hbar\eta_0. \quad (13)$$

$H_<$ 的本征态和本征能量只需在 (12) 式和 (13) 式中令驱动场 A_0 和 η_0 为零即可获得. 这里的量子数 $n (= 0, 1, 2, \dots)$ 和 $\sigma (= \pm)$ 分别标记轨道态和自旋态, $|\phi_n\rangle$ 表示一维谐振子势的第 n 个本征态. 不难发现, 在“淬火”前, 对于每一个轨道能级 n , 体系还存在关于自旋取向 σ 的二重简并. 驱动场 A_0 和 η_0 破坏了原先关于自旋取向的二重简并, 从而使得轨道能量获得了正比于场强的能级劈裂. 我们

仍然假定系统在初始时刻被制备在 $H_<$ 的两个简并基态的叠加态中, 即 $|\Psi(0)\rangle = C_+ |\chi_+(0)\rangle|+\rangle + C_- |\chi_-(0)\rangle|-\rangle$, 则“淬火”后的任意时刻量子态可以按照本征态 (12) 展开为

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\sigma=\pm} N_{n,\sigma} |\psi_{n,\sigma}\rangle \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_{n,\sigma} t\right), \quad (14)$$

其中, $N_{n,\sigma} = \langle \psi_{n,\sigma} | \Psi(0) \rangle$. 根据 (14) 式, 任意时刻的自旋演化可以写为

$$\langle \sigma_x(t) \rangle = \sum_{n,n'=0}^{\infty} \left\{ M_{+,-}(n,n') \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E_{n,+} - E_{n',-})t\right] + M_{-,+}(n,n') \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E_{n,-} - E_{n',+})t\right] + M_{+,+}(n,n') \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E_{n,+} - E_{n',+})t\right] + M_{-,-}(n,n') \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E_{n,-} - E_{n',-})t\right] \right\}, \quad (15)$$

其中 $M_{\sigma,\sigma'}(n,n') = N_{n,\sigma} N_{n',\sigma'}^* \langle \psi_{n',\sigma'}^\sigma | \psi_n^\sigma \rangle$ ($\sigma, \sigma' = \pm$). 考虑到 σ_x 的自旋翻转作用且 σ_z 在哈密顿量 (7) 中是守恒量, (15) 式中 $M_{+,+}(n,n') = M_{-,-}(n,n') = 0$.

这样, (15) 式中的动力学相位因子将只包含这样的能量差项:

$$E_{n,\pm} - E_{n',\mp} = k\hbar\omega \mp 2(m\omega^2\alpha A_0 - \hbar\eta),$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (16)$$

(16) 式恰好携带了驱动场的全部信息. 将 (15) 式进行傅里叶变换, 可得到自旋频谱:

$$S_x(\nu) = \sum_{n,k} \sum_{\sigma=\pm} M_{\sigma,-\sigma}(n+k, n) \frac{1}{T_L} \int_{t_0}^{t_0+T_L} dt$$

$$\times \exp\{-i[\nu + k\omega - 2\sigma(m\omega^2\alpha A_0/\hbar - \eta_0)]t\}. \quad (17)$$

显然, 由于 T_L 较大, (17) 式中只有相位因子宗量为零的那些项对积分有贡献, 其他项将随时间快速振荡而干涉相消. 由 $\nu + k\omega - 2\sigma(m\omega^2\alpha A_0/\hbar - \eta_0) = 0$, 再次得到谱峰 (11) 式.

上述基于单粒子能谱建立的动力学图像可以归结为 3 个部分, 即外场驱动、自由演化和自旋频谱输出. 事实上, 该过程的物理本质是多轨道态的量子干涉, 它可以更方便地纳入到多臂干涉仪的图像中来理解^[40]. 由方程 (12)–(14) 可知, 外场驱动在 t_0 时刻将初始量子态“分裂”为多个不同的自旋-轨道态, 每个自旋-轨道态携带不同的动力学相位独立演化 (图 5). 因此, 外场驱动扮演了干涉仪中分束器的角色, 而“分束”后的一系列自旋-轨道态则充当干涉臂, 它们通过自由演化来完成干涉过程中的相位积累. 干涉仪的合束操作则由对自旋频谱

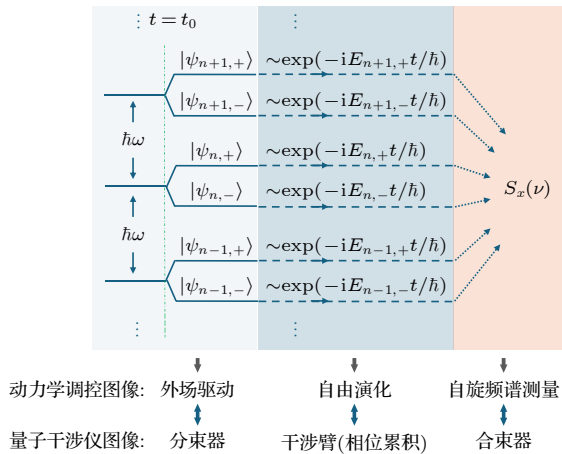


图 5 多自旋-轨道态量子干涉的示意图, 动力学调控图像与量子干涉图像具有对应关系, 图中不同颜色的模块表示干涉过程的不同组成部分

Fig. 5. Schematic description of the multiple spin-orbit states interference. The dynamical control image corresponds to the quantum interference image, where different colored modules in the diagram represent different components of the interference process.

的测量来承担^[41]. 由方程 (15)–(17) 可知, 自旋频谱的输出过程实则是对满足“同相干涉”(in-phase interference) 条件 (即 (11) 式) 的那些频率 ν_k 作挑选, 而其他频率则由于“非同相干涉”(out-of-phase interference) 而抑制. 至此, 着眼于自旋频谱对于外场的响应机制, 我们建立了动力学调控图像和量子干涉仪图像, 其对应关系可以用图 5 进行描述.

目前为止, 本文分析局限于令哈密顿量 (2) 中 $\Omega = 0$, 下面从微扰论的精神出发来简要讨论较小的 Ω 会对系统带来哪些影响. 当 $\Omega \neq 0$ 时, 哈密顿量 (7) 不再严格可解, 将 Ω/ω 当作微扰参量, 则准至微扰参量一阶修正的本征态和本征能量可写为

$$|\psi_{n,\sigma}^{(1)}\rangle = |\psi_n^\sigma\rangle|\sigma\rangle$$

$$+ \frac{\Omega}{2\omega} \sum_{n' \neq n} \frac{\langle \psi_{n'}^{-\sigma} | \psi_n^\sigma \rangle}{n - n' - 2\sigma(m\omega\alpha A_0/\hbar - \eta)}$$

$$\times |\psi_{n'}^{-\sigma}\rangle|-\sigma\rangle, \quad (18)$$

$$E_{n,\sigma}^{(1)} = E_{n,\sigma}. \quad (19)$$

由于 Ω 将自旋相反的状态耦合在一起, (15) 式中的动力学相位因子将包含同自旋能量差 $E_{n,\sigma} - E_{n',\sigma} = k\hbar\omega$ 的贡献, 权重系数的量级可由 (18) 式估计为 $M_{+,+}(n, n') = M_{-,-}(n, n') \propto \Omega/\omega$. 因此, 自旋频谱 $|S_x(\nu)|$ 中将出现一组新的不依赖于外场驱动参数而只取决于俘获频率 ω 的边带, 其谱位置为 $\nu = k\omega$. 图 6 对比了 Ω 取零和非零值时 $|S_x(\nu)|$ 的变化. 可以明显看到 $\Omega \neq 0$ 时 $|S_x(\nu)|$ 在 $\nu = k\omega$ 处出现了峰值, 与微扰分析完全符合.

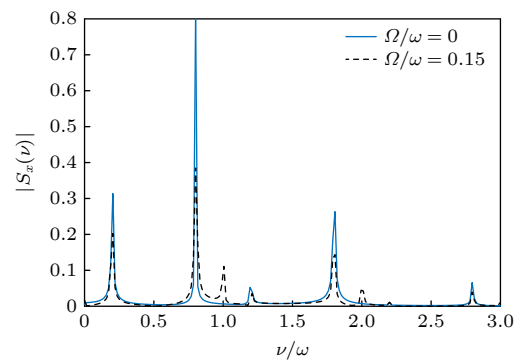


图 6 $\Omega = 0$ (蓝色实线) 和 $\Omega = 0.15\omega$ (黑色虚线) 时自旋频谱 $|S_x(\nu)|$ 的取值, 驱动参数固定为 $\zeta = 100\sqrt{\hbar/(\pi m\omega)}$, $\eta = 0$, 其他参数以及初态选择与图 3 一致

Fig. 6. Spin frequency spectrum $|S_x(\nu)|$ for $\Omega = 0$ (blue solid curve) and $\Omega = 0.15\omega$ (green dashed curve). The driving parameters are set by $\zeta = 100\sqrt{\hbar/(\pi m\omega)}$, $\eta = 0$. The other parameters and the initial state are the same as those in Fig. 3.

5 动力学共振

从 (11) 式出发, 还可以得到一种由外场驱动诱导的动力学共振效应^[31]. 图 7 所示为自旋在某一频率 $\nu = \tilde{\nu}$ 处的取值 $|S_x(\tilde{\nu})|$ 随外场参数的变化. 可以看到, 当固定其余参数时, 不论变化 ζ 还是 η_0 , $|S_x(\tilde{\nu})|$ 均出现两组共振峰, 分别对应 (20) 式中的 R_+^k 和 R_-^k ($R = \zeta, \eta_0$). 利用 (11) 式可以很容易得到这些共振峰位置:

$$\begin{cases} \zeta_{\pm}^k = (k\omega + 2\eta \pm \tilde{\nu}) \frac{\hbar}{2\sqrt{\pi} m \omega^2 \tau \alpha}, \\ \eta_{\pm}^k = \frac{k\omega}{2} + \frac{\sqrt{\pi} m \omega^2 \tau \alpha}{\hbar} \zeta \pm \frac{\tilde{\nu}}{2}. \end{cases} \quad (20)$$

由 (20) 式可知, 两组共振峰的相对间距, 即 $R_+^k - R_-^k$ ($R = \zeta, \eta$) 正比于 $\tilde{\nu}$. 而每组共振峰等间距排列, 对于驱动参数 ζ 和 η_0 , 其间距分别为 $\Delta\zeta = \zeta_{\pm}^{k+1} - \zeta_{\pm}^k = \hbar/(2\sqrt{\pi} m \omega^2 \tau \alpha)$ 和 $\Delta\eta = \eta_{\pm}^{k+1} - \eta_{\pm}^k = \omega/2$. 显然, 对共振峰间距 $\Delta\zeta$ 和 $\Delta\eta$ 的测量提供了另一种校准体系参数 α 和 ω 的方案.

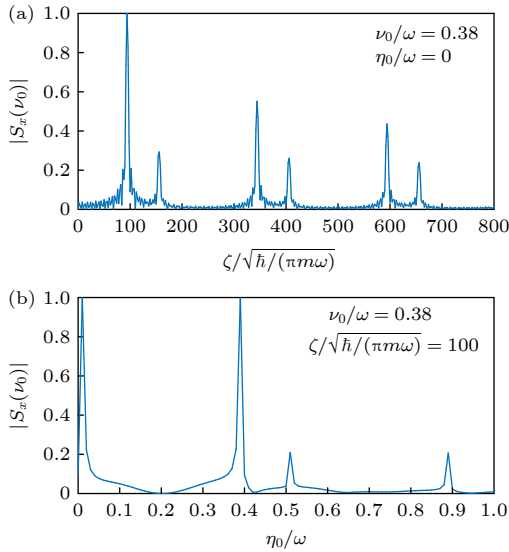


图 7 自旋频谱 $|S_x(\nu)|$ 在 $\nu = \tilde{\nu} = 0.38\omega$ 处随驱动参数 (a) ζ 和 (b) η_0 的变化, 其他参数以及初态选择与图 3 一致
Fig. 7. Value of spin frequency spectrum $|S_x(\nu)|$ at $\nu = \tilde{\nu} = 0.38\omega$ as a function of (a) ζ and (b) η_0 . The other parameters and the initial state are the same as those in Fig. 3.

6 进一步讨论

本节将对动力学调控的一些细节作进一步阐述和讨论.

6.1 “晃动”脉冲的参数选择

本文方案里, 对 BEC 的晃动体现在俘获势中心所历经的一个短时脉冲 $x_0(t)$. 前文的数值计算中, 已假定晃动脉冲为高斯型, 且脉冲时间宽度固定为 $\tau = 0.01/\omega$. 事实上, 只要保证晃动脉冲的时间宽度 τ 相较于系统的特征振荡时间尽可能短 (即 $\tau \ll 1/\omega$), 文中所述的关于自旋动力学相应的物理图像依然适用. 图 8(a1)—(c1) 比较了脉冲时间宽度 τ 取不同值时的自旋频谱. 可以看到, 在时间宽度高至 $\tau = 0.2/\omega$ 时, 自旋频谱的特征依然没有明显改变. 显然, 在此条件下, 脉冲的波形选取也是任意的. 本质上, BEC 晃动的相关参数最终归结于 (6) 式中的 A_0 . 可将 A_0 一般性地写为 $A_0 = \Gamma\tau\zeta$, 不同的脉冲波形仅影响前置因子 Γ . 例如, 对于 (3) 式中的高斯型脉冲, 前置因子为 $\Gamma = \sqrt{\pi}$; 对于如下方波:

$$x_0(t) = \begin{cases} \zeta/\tau, & t_0 \leq t \leq t_0 + \tau \\ 0, & t < t_0, t > t_0 + \tau, \end{cases} \quad (21)$$

前置因子为 $\Gamma = 1$. 图 8(a2)—(c2) 给出了短时脉冲为 (21) 式所描述方波时的自旋响应频谱. 与图 8(a1)—(c1) 对比可以发现, 该结果与高斯型脉冲的结果完全一致. 这种对脉冲波形选取的任意性客观上也增加了相关实验的灵活性.

6.2 积分时间对自旋频谱的影响

(11) 式的获得客观上要求 $T \gg 1/\omega$. 在此条件下, 改变积分时间将起到调控自旋频谱中的谱峰宽度的作用. 图 9(a) 给出其他参数条件固定时改变积分时间自旋频谱的变化. 可以看到, 随着积分时间缩短, 谱峰宽度随之增大但位置不变. 图 9(b) 定量地给出 ν_1 和 ν_2 两个谱峰的半高宽 $h_{\frac{1}{2}}$ 随积分时间的变化. 随着 T 增大, 半高宽均展现出幂律衰减的特征. 与之对比, 谱峰的峰值位置依然由 (11) 式决定, 不随 T 的变化而变化 (见图 9(c)). 因此, 通过合理调整积分时间可以更方便地在实验中观测到自旋响应信号.

6.3 原子间相互作用的影响

本文的核心物理图像来自于凝聚原子不同内外态之间的量子相干性, 这种相干性建立在粒子间无相互作用的背景上. 原子间相互作用体现在 GP 方程 (4) 的参数 g 中. 自旋频谱在不同相互作

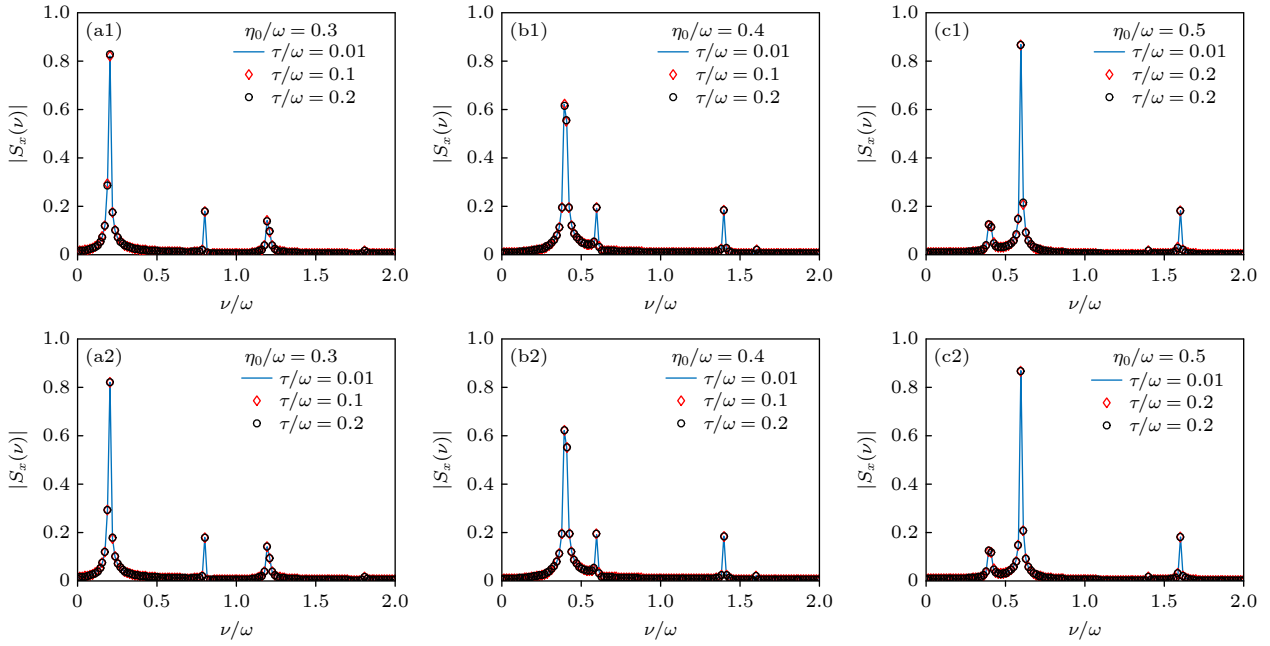


图 8 $|S_x(\nu)|$ 对于不同脉冲宽度 τ 的取值 (a1)–(c1) 对应于 (3) 式描述的高斯型脉冲; (a2)–(c2) 对应于 (21) 式描述的方波型脉冲; $\zeta = 100\sqrt{\hbar/(\Gamma m\omega)}$, 其中 $\Gamma = \sqrt{\pi}$ 对应于高斯型脉冲, $\Gamma = 1$ 对应于方波型脉冲, 其他参数以及初态选择与图 3 一致

Fig. 8. Value of spin frequency spectrum $|S_x(\nu)|$ for different τ : (a1)–(c1) correspond to the Gaussian pulse defined in Eq. (3); (a2)–(c2) correspond to the square pulse defined in Eq. (21). In these figures, $\zeta = 100\sqrt{\hbar/(\Gamma m\omega)}$, where $\Gamma = \sqrt{\pi}$ for the Gaussian pulse and $\Gamma = 1$ for the square pulse. The other parameters and the initial state are the same as those in Fig. 3.

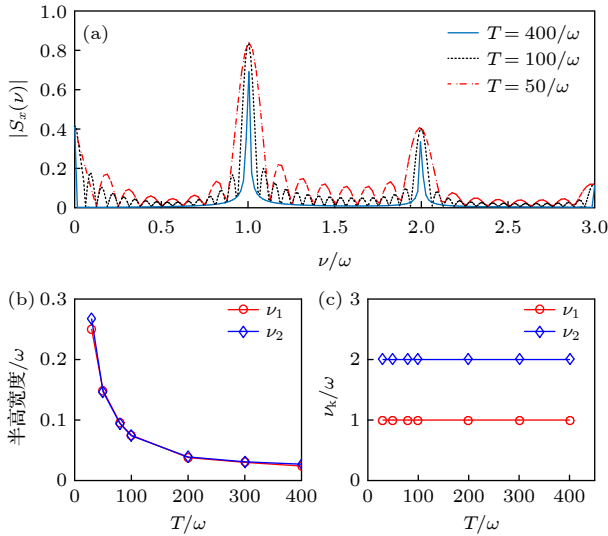


图 9 (a) $|S_x(\nu)|$ 在不同积分时间 T 下的取值; (b) 图 (a) 中两个谱峰 ν_1 和 ν_2 的半高宽度随积分时间 T 的变化; (c) 图 (a) 中两个谱峰 ν_1 和 ν_2 的峰值位置随积分时间 T 的变化; 所有图中 $\zeta = 250\sqrt{\hbar/(\pi m\omega)}$, $\eta_0/\omega = 0$, 其他参数以及初态选择与图 3 一致

Fig. 9. (a) Value of spin frequency spectrum $|S_x(\nu)|$ for different T ; (b) the half-height width of the spectrum peak ν_1 and ν_2 appearing in panel (a) as a function of T ; (c) the peak position of ν_1 and ν_2 appearing in panel (a) as a function of T . In these figures, $\zeta = 250\sqrt{\hbar/(\pi m\omega)}$ and $\eta_0/\omega = 0$. The other parameters and the initial state are the same as those in Fig. 3.

用 g 下的变化由图 10(a) 给出. 可以看到, 对于相互作用大至 $g/\sqrt{\hbar^3\omega/m} = 20$, 自旋频谱的主要特征几乎没有发生改变 (可见的变化是在某些频率处出现了相互作用诱导的微弱的次级峰), 特别是谱峰位置依然服从 (11) 式. 说明此时的原子间相互作用尚不足以破坏本文基于量子相干的物理图像. 图 10(b) 给出了在频率 $\tilde{\nu} = \omega$ 处的自旋频谱随晃动参数展示出的共振效应. 随着相互作用增大, 晃动幅值 ζ 较大的共振峰出现显著削弱迹象 (峰值位置仍未改变), 而其他共振峰几乎没有明显变化. 这表明凝聚体的自旋响应在强晃动调控下将对原子间相互更为敏感. 因此, 将晃动幅值限制在较小范围内将使得体系对相互作用的鲁棒性更强.

6.4 实验方案和参数估计

针对本文提出的对凝聚体施加的晃动操作, 一种可行的实验实现方案是在原先的俘获 BEC 基础上再施加一梯度磁场, 从而使得 BEC 感受到随磁场梯度变化的非零合力 [42]. 具体地, 在梯度磁场作用下, 俘获势变为

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \mu_B m_F g_F \frac{\partial B}{\partial x} x, \quad (22)$$

其中 μ_B 是玻尔兹曼因子, m_F 是磁量子数, g_F 是朗德因子, $\partial B/\partial x$ 是磁场梯度. 于是, 谐振子俘获势的快速晃动等价于相应地改变磁场梯度.

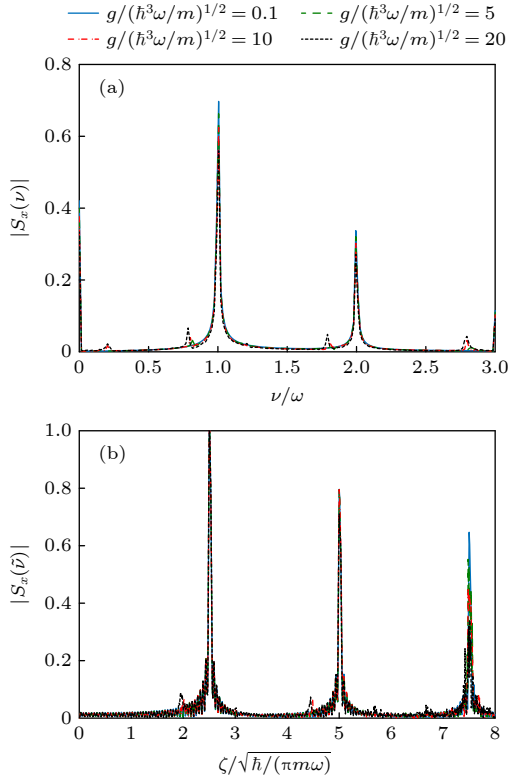


图 10 (a) 相互作用 g 不同时, 自旋频谱 $|S_x(\nu)|$ 的取值; (b) 自旋频谱 $|S_x(\nu)|$ 在 $\nu = \bar{\nu} = \omega$ 处随驱动参数 ζ 的变化, 不同相互作用 g 用不同线型表示; 其他参数以及初态选择与图 3 一致

Fig. 10. (a) Value of spin frequency spectrum $|S_x(\nu)|$ for different interaction coefficient g ; (b) the value of spin frequency spectrum $|S_x(\nu)|$ at $\nu = \bar{\nu} = \omega$ as a function of ζ , and the results of different g are labelled by different line-types. The other parameters and the initial state are the same as those in Fig. 3.

为了进一步展示本文方案的实验可行性, 对实验中涉及的一些相关参数进行简要估计. 对于 ^{87}Rb 原子形成的 BEC, 其俘获频率可以设置为 $\omega \sim 2\pi \times 40 \text{ Hz}$ [27,29]. 相应地, 晃动脉宽和积分时间可以分别选为 $\tau \sim 0.2/\omega \approx 0.8 \text{ ms}$ 和 $T = 50/\omega \approx 200 \text{ ms}$. 本文中使用的一维相互作用系数 g 可由其三维形式推知为 $g = g_{3D}/l_y l_z$ [29,37], 其中 $g_{3D} = 4\rho V_0 \pi \hbar^2 a_s/m$ 是三维相互作用系数, a_s 为 s 波散射长度, ρ 和 V_0 分别为原子数密度和凝聚体体积; $l_{y,z} = \sqrt{\hbar/m\omega_{y,z}}$ 是俘获势的横向特征长度. 我们选择冷原子实验的特征参数 $g_{3D}\rho/\hbar = 1 \text{ kHz}$ [23] 和 $\rho = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, 以及 $(\omega_y, \omega_z) = 2\pi \times (134, 178) \text{ Hz}$ [29],

并代入 ^{87}Rb 原子参数 $m = 1.44 \times 10^{-25} \text{ kg}$, 可得 $g/\sqrt{\hbar^3\omega/m} \sim 0.03$. 由 6.3 节分析可知, 该相互作用远不足以破坏文中所使用的单粒子物理图像. 综合以上分析, 本文所预言的自旋动力学响应原则上可以在当前实验条件下被观测到.

如前所述, 作为本文所给出的自旋频谱响应效应的一个可能的潜在应用, $\omega, \zeta, \alpha, \eta_0$ 等参数可通过动力学的方式测量或校准. 以自旋轨道耦合强度 α 为例简要讨论其测量精度的估算. 实验中, 待测参数可通过对自旋频谱的峰值位置测量而获得, 于是参数的测量精度将反映在自旋频谱的峰值位置精度中. 作为一种定量估计, 可认为当谱峰位置随参数的变化等于该峰的半高宽时为其测量精度极限. 按照这种精神, 参照方程 (11), 可得精度估值公式 $\Delta\nu = 2m\omega^2 A_0 \Delta\alpha/\hbar \geq h_{\pm}$. 由 6.2 节分析可知, 半高宽 $h_{\pm}$ 随积分时间 T 增大而幂律减小: $h_{\pm} \approx CT^{-\beta}$, 其中无量纲参数 C 和 β 可通过数值拟合来确定. 于是得到自旋-轨道耦合强度 α 的测量精度满足 $\Delta\alpha \geq C\hbar/(2m\omega^2 A_0 T^\beta)$. 可见增大晃动幅值或积分时间均可提高 α 的测量精度. 作为一个估算的例子, 我们考虑实验中的特征参数 $A_0 = 2.5\sqrt{\hbar/m\omega^3}$, $\omega \approx 2\pi \times 40 \text{ Hz}$, $m = 1.44 \times 10^{-25} \text{ kg}$, $T = 50/\omega \approx 200 \text{ ms}$, $k_0 = 8 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$. 另外, 对图 9(b) 作幂律拟合可得 $C \approx 5.2$ 和 $\beta \approx 0.9$. 将以上参数代入 α 的精度公式, 可估算出测量的相对精度为 $\Delta\alpha/\alpha \sim 6 \times 10^{-3}$.

7 结 论

本文提出了一种自旋-轨道耦合玻色凝聚体的自旋频谱对外场驱动的动力学响应效应. 该效应由对凝聚体的快速晃动和外加的迅变塞曼场来驱动. 通过对模型作适当简化, 我们在解析上精确导出了自旋频谱对外场参数的响应关系. 对 GP 方程的数值积分结果与解析表达式符合得很好. 将该频谱响应的物理本质归因于多自旋-轨道态之间的量子干涉, 并给出了动力学演化在量子干涉仪背景下的物理图像. 文章的最后对方案的实验可行性及相关参数进行了讨论与估计. 进一步的研究包括将本文的自旋-轨道耦合机制推广到更高维度, 并设计出更广义的含时调控方案.

参考文献

- [1] Chu S 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 685
- [2] Bloch I, Dalibard J, Zwerger W 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 885
- [3] Dalibard J, Gerbier F, Juzeliūnas G, Öhberg P 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 1523
- [4] Qiu X Z, Zoller P, Li X P 2020 *PRX Quantum* **1** 020311
- [5] Jayaseelan M, Manikandan S K, Jordan A N, Bigelow N P 2021 *Nat. Commun.* **12** 1847
- [6] Kaufman A M, Ni K K 2021 *Nat. Phys.* **17** 1324
- [7] Davis K B, Mewes M O, Andrews M R, van Druten N J, Durfee D S, Kurn D M, Ketterle W 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 3969
- [8] Anderson M H, Ensher J R, Matthews M R, Wieman C E, Cornell E A 1995 *Science* **269** 198
- [9] Pitaevskii L, Stringari S 2016 *Bose-Einstein Condensation and Superfluidity* (Oxford: Oxford University Press)
- [10] Jie J W, Guan Q, Blume D 2019 *Phys. Rev. A* **100** 043606
- [11] Jie J W, Guan Q, Zhong S, Schwettmann A, Blume D 2020 *Phys. Rev. A* **102** 023324
- [12] Jie J W, Zhong S, Zhang Q, Morgenstern I, Ooi H G, Guan Q, Bhagat A, Nematollahi D, Schwettmann A, and Blume D 2023 *Phys. Rev. A* **107** 053309
- [13] Huang Y X, Zhang Y B, Lu R, Wang X G, Yi S 2012 *Phys. Rev. A* **86** 043625
- [14] Xing H, Wang A, Tan Q S, Zhang W, Yi S 2016 *Phys. Rev. A* **93** 043615
- [15] Lewenstein M, Sanpera A, Ahufinger V 2012 *Ultracold Atoms in Optical Lattices: Simulating Quantum Many-body Systems* (Oxford: Oxford University Press)
- [16] Lin Y J, Jiménez-García K, Spielman I B 2011 *Nature* **471** 83
- [17] Wang C, Gao C, Jian C M, Zhai H 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 160403
- [18] Sinha S, Nath R, Santos L 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 270401
- [19] Hu H, Ramachandran B, Pu H, Liu X J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 010402
- [20] Pan J S, Zhang W, Yi W, Guo G C 2016 *Phys. Rev. A* **94** 043619
- [21] Li J R, Lee J, Huang W, Burchesky S, Shteynas B, Top F C, Jamison A O, and Ketterle W 2017 *Nature* **543** 91
- [22] Liao R Y 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 140403
- [23] Campbell D L, Price R M, Putra A, Valdés-Curiel A, Trypogeorgos D, Spielman I B 2016 *Nat. Commun.* **7** 10897
- [24] Vaishnav J Y, Clark C W 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 153002
- [25] Zhang Y P, Mao L, Zhang C W 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 035302
- [26] Zhang Y P, Chen G, Zhang C W 2013 *Sci. Rep.* **3** 1937
- [27] Zhang J Y, Ji S C, Chen Z, Zhang L, Du Z D, Yan B, Pan G S, Zhao B, Deng Y J, Zhai H, Chen S, Pan J W 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 115301
- [28] Qu C L, Hamner C, Gong M, Zhang C W, Engels P 2013 *Phys. Rev. A* **88** 021604(R)
- [29] Hamner C, Qu C, Zhang Y, Chang J, Gong M, Zhang C, Engels P 2014 *Nat. Commun.* **5** 4023
- [30] Khomechi M A, Hossain K, Mossman M E, Zhang Y, Busch T, Forbes M M, Engels P 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 155301
- [31] Wu C H, Fan J T, Chen J, Jia S T 2019 *Phys. Rev. A* **99** 013617
- [32] Fan G, Chen X L, Zou P 2022 *Front. Phys.* **17** 52502
- [33] Bednarek S, Szumniak P, Szafran B 2010 *Phys. Rev. B* **82** 235319
- [34] Pawłowski J, Szumniak P, Skubis A, Bednarek S 2014 *J. Phys.: Condens. Matter* **26** 345302
- [35] Golovach V N, Borhani M, Loss D 2006 *Phys. Rev. B* **74** 165319
- [36] Li R, You J Q, Sun C P, Nori F 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 086805
- [37] Widera A, Gerbier F, Fölling S, Gericke T, Mandel O, Bloch I 2006 *New. J. Phys.* **8** 152
- [38] Ho T L 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 742
- [39] Grossmann F 2008 *Theoretical Femtosecond Physics: Atoms and Molecules in Strong Laser Fields* (Berlin, Heidelberg: Springer)
- [40] Baudon J, Mathevet R, Robert J 1999 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **32** R173
- [41] Shevchenko S N, Ashhab S, Nori F 2010 *Phys. Rep.* **492** 1
- [42] Li Y Q, Feng G S, Xu R D, Wang X F, Wu J Z, Chen G, Dai X C, Ma J, Xiao L T, Jia S T 2015 *Phys. Rev. A* **91** 053604

Dynamical response of spin frequency spectrum in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensate^{*}

FAN Jingtao^{1)2)†} JIA Suotang¹⁾²⁾

1) (*State Key Laboratory of Quantum Optics Technologies and Devices, Institute of Laser Spectroscopy, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

2) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

(Received 26 December 2024; revised manuscript received 5 March 2025)

Abstract

Dynamical characteristics of internal and external states of a Bose-Einstein condensate are generally different and independent, thus requiring different experimental manipulation techniques. The spin-orbit coupling recently achieved in Bose-Einstein condensates essentially connects spin and motion degree of freedom, endowing spin states with the ability to respond to orbital manipulation, and vice versa. In this work, a dynamical response effect, induced by simultaneously manipulating the internal and external states of a spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate, is predicted. Here, the “simultaneously manipulating the internal and external states” means that the driving field combines the Zeeman field applied to the internal state of the atom and the orbital potential affecting the external states of the atom. Specifically, the Bose-Einstein condensate is assumed to be activated by an abruptly applied Zeeman field and a sudden shake of the trapping potential. After some reasonable simplification and approximation of the model (i.e. neglecting the inter-atomic interactions and modelling the shake of the trapping potential by a short time-dependent pulse), an analytical relationship connecting spin frequency spectrum and the parameters of the driving fields is derived. The numerical calculations based on directly integrating the Gross-Pitaevskii equation are in good agreement with the results from the analytical relationship. The physical origin of the predicted spin dynamical response can be traced back to the quantum interference among different spin-orbit states. Due to the fact that a series of characteristic parameters of the condensate can be manifested in the spin frequency spectrum, the dynamical response effect predicted here provides a candidate method for determining and calibrating various system parameters by measuring the spin frequency spectrum.

Keywords: Bose-Einstein condensate, spin-orbit coupling, ultracold quantum gases, spin frequency spectrum

PACS: 67.85.-d, 67.85.Hj, 03.67.-a, 42.50.-p

DOI: [10.7498/aps.74.20241783](https://doi.org/10.7498/aps.74.20241783)

CSTR: [32037.14.aps.74.20241783](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20241783)

^{*} Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant No. 2022YFA1404201), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12174233), and the Fund for Shanxi “1331 Project” Key Subjects Construction, China.

[†] Corresponding author. E-mail: fanjt@sxu.edu.cn

自旋-轨道耦合玻色凝聚体中的自旋频谱动力学响应

樊景涛 贾锁堂

Dynamical response of spin frequency spectrum in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensate

FAN Jingtao JIA Suotang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 096701 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20241783

CSTR: 32037.14.aps.74.20241783

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241783>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

自旋-轨道耦合二分量玻色-爱因斯坦凝聚系统的孤子解

Soliton solutions of the spin-orbit coupled binary Bose-Einstein condensate system

物理学报. 2023, 72(10): 106701 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222319>

自旋-轨道耦合玻色爱因斯坦凝聚中多能级绝热消除理论

Adiabatic elimination theory of multi-level system in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensate

物理学报. 2023, 72(21): 216701 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20231052>

可调自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的隧穿动力学

Tunneling dynamics of tunable spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2022, 71(21): 210302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220697>

光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的非线性能谱特性

Nonlinear energy band structure of spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates in optical lattice

物理学报. 2021, 70(20): 200302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210705>

非线性相互作用的自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的淬火动力学

Quench dynamics of a spin-orbital coupled Bose-Einstein condensate with nonlinear interactions

物理学报. 2023, 72(10): 100309 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222401>

自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体激发谱及其有效调控

Excitation spectrum of tunable spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates and its effective regulation

物理学报. 2023, 72(6): 060302 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222306>