

芯片参数与控制波形对 CZ 门保真度影响的系统性研究*

汪士^{1) #} 郑岩^{3) #} 侯杰¹⁾ 叶永金¹⁾ 季阳^{1) 2)} 吴永政^{1) 2) †}

1) (中国电子科技集团公司第三十二研究所, 上海 201808)

2) (上海量子科学研究中心, 上海 201315)

3) (清华大学计算机科学与技术系, 北京 100084)

(2025 年 1 月 23 日收到; 2025 年 5 月 17 日收到修改稿)

高保真度双量子比特门是实现容错量子计算至关重要, 是量子计算领域的重点研究内容之一. 量子门的保真度会受到量子芯片参数、控制波形等多种因素影响. 本文系统地研究了芯片参数、控制波形、耦合器起始频率、比特频率等对 CZ 门保真度的影响, 在此基础上进一步研究了门保真度对控制参数偏离的响应. 在芯片设计方案层面, 基于 CBQ 参数的量子芯片可以在更短的门操作时间实现更高保真度的 CZ 门. 控制波形方面, 三级傅里叶级数波相较方波和圆角梯形波在门错误率和门操作时间两方面均更为出色, 更能满足高效实现高保真度量子门的要求. 耦合器起始频率以及量子比特频率等因素对 CZ 门保真度的影响则相对较小, 在很宽的频率范围内, 总是可以通过优化控制波形参数实现高保真度的 CZ 门; 而轻微的控制参数偏离则会导致门错误率显著上升. 本研究对于厘清各因素对 CZ 门保真度的影响具有重要意义, 可为超导量子芯片设计及高保真度 CZ 门实验实现提供理论与技术支撑, 助力量子计算工程化发展.

关键词: 量子计算, 量子门, 量子调控, 保真度

PACS: 03.67.Lx, 03.67.Bg, 42.50.Dv

DOI: 10.7498/aps.74.20250108

CSTR: 32037.14.aps.74.20250108

1 引言

量子计算作为一种区别于传统计算范式的新型计算范式, 其基本单元为量子比特, 利用叠加、干涉和纠缠等量子效应来处理信息, 因此具有内在的并行处理能力, 能够显著提升计算效率. 在众多计算领域, 如密码破译^[1-3]、机器学习^[4,5]、化学模拟^[6,7]以及金融分析^[8-10]等方面, 量子计算展现出超越经典计算机的潜力.

自量子计算概念问世以来, 科研人员始终致力

于打造能够切实解决实际问题的量子计算机. 在过去的几十年间, 人类在量子计算技术领域取得了重大突破, 然而普遍认为人类距离实现容错通用量子计算仍有相当漫长的路要探索, 未来一段时期将处于中等规模含噪量子计算时代^[11], 面临量子比特数量少、退相干时间短、量子门保真度不足以及可扩展性差等问题. 在量子计算系统中, 量子门操作的质量是衡量硬件性能的核心技术指标, 直接决定着量子计算系统的可靠性、可扩展性及实际应用效能, 构成当前量子计算硬件研发的核心攻关方向.

* 上海市市级科技重大专项 (批准号: 2019SHZDZX01) 资助的课题.

同等贡献作者.

† 通信作者. E-mail: yzwu15@fudan.edu.cn

从理论上讲, 当量子门操作保真度突破量子纠错阈值后, 通过量子纠错编码技术可将逻辑错误率降至任意低水平, 为实现容错量子计算奠定基础^[12,13]. 近年来, 针对量子纠错技术的研究已取得阶段性进展, 实验上不仅成功实现多种量子纠错编码方案, 更突破了量子纠错盈亏平衡点, 在工程实践中验证了量子纠错技术的正收益效应^[14-18]. 然而, 量子纠错编码在实现容错量子计算的过程中仍然面临巨大的资源开销问题^[19], 为了将逻辑量子比特的错误率降低至可支持大规模量子算法运行的水平, 单个逻辑量子比特往往需要数百乃至数千个物理量子比特构成冗余支撑系统^[20]. 这种多项式甚至指数级增长的资源需求, 使得在扩展逻辑量子比特规模的同时维持系统性能, 成为当前面临的重大工程和科学难题. 作为量子纠错机制有效运行的关键前提, 高保真度量子门操作具有不可替代的技术价值. 通过提升量子门操作保真度, 能够显著降低基于门操作的量子纠错码实现开销^[16,21-25], 从底层架构上优化量子计算系统性能. 当前在量子调控技术体系中, 相对不可靠的双量子比特门成为了主要制约因素. 因此, 提高双量子比特门的保真度, 无疑是实现容错通用量子计算的核心任务与关键所在.

一般来说, 双量子比特门的实现依赖于一种可控的耦合机制, 在基于超导量子比特的技术方案中, 电容耦合是实现双量子比特门的一种常见耦合机制, 该耦合机制通常是形式为 $\sigma_{1x} \otimes \sigma_{2x}$ 的横向耦合^[26]. 动态控制这种横向耦合的常用方法是使用快速直流磁通脉冲来使量子比特状态进入或退出共振^[27-29], 或者使用可调谐耦合器元件来调节有效耦合强度^[30-35]. 在过去的几十年中, 人们提出并展示了各种双量子比特门方案, 例如绝热演化、非绝热演化、微波激励门、谐振器诱导等. 基于绝热演化的量子调控方案对控制脉冲的不完美和系统不确定性具有显著的鲁棒性, Setiawan 等^[36]介绍了一种利用受激拉曼绝热过程来实现绝热几何双量子比特门的方案, 该方案比此前基于受激拉曼绝热过程的双量子比特门方案^[37]更灵活且资源利用更高效, 尤其适合使用辅助量子比特作为耦合器的系统. Barends 等^[30]利用频率可调超导量子比特实现非绝热门, 通过同步纠缠参数、泄漏通道和弱频率依赖的量子比特间耦合, 在接近由相互作用强度设定的速度极限下实现高保真度门操作, 同时

降低泄漏误差. 对于微波激励方案, Majer 等^[38]提出了利用微波光子在传输线腔中实现超导量子比特耦合的量子总线方案, 展示了一种可扩展的量子信息处理架构; Chow 等^[39]在两个通过微波谐振器总线静态耦合的固定频率量子比特之间实现了条件相位门; Rigetti 和 Devoret^[40]综合早期双量子比特门方案的一些优势, 提出了一种用于在具有固定弱线性耦合的超导量子比特中实现快速、可调的通用双量子比特门的微波方案; Poletto 等^[41]引入了一种基于 $|00\rangle \rightarrow |11\rangle$ 跃迁的双量子比特门方案, 并且与单比特门一样, 由具有特定持续时间、幅度和相位的单个微波脉冲实现. Caldwell 等^[42]提出并实验验证了一种基于 transmon 量子比特的参量激活纠缠门方案, 该方案利用的相互作用具有高度选择性, 因此提供了一种缓解可扩展量子处理器架构中频率拥挤问题的方法. Paik 等^[43]在包含 4 个超导量子比特的系统中成功实现了谐振器诱导相位门, 该门诱导的 ZZ 相互作用对驱动相位波动不敏感, 从而降低了对控制微波相位稳定性的要求.

量子门的保真度会受到芯片参数、控制波形等多种因素影响. 理论上, 量子比特的频率是精确设计的, 然而, 在实际的超导量子芯片中, 由于制造工艺的限制和环境因素的干扰, 量子比特频率会出现偏差. 控制脉冲的幅度、宽度、上升和下降时间等对量子态的演化起着关键作用, 在实际产生控制波形时幅度、宽度、上升和下降时间等可能会因为电源波动、电路损耗、脉冲发生器的精度、信号传输延迟等因素而偏离理论值. 因此需要系统研究芯片参数、控制波形等因素对双量子比特门保真度的影响, 识别各因素对量子门保真度影响的大小与方向. 本文从描述系统的模型哈密顿量出发, 利用数值计算方法模拟实现 CZ 量子门操作, 系统地研究了模型参数、控制波形、耦合器起始频率、比特频率等因素对 CZ 门保真度的影响, 在此基础上进一步研究了控制波形参数偏移对 CZ 门保真度的影响.

本文第 2 节对模型哈密顿量和数值计算方法做一个简要介绍; 第 3 节详细讨论模型参数、控制波形、耦合器起始频率以及比特频率等因素对 CZ 门保真度的影响; 最后, 第 4 节总结研究结果并展望未来研究方向.

2 模型与方法

2.1 模型哈密顿量

本文研究借助可调频率耦合器实现的 CZ 门. 系统由两个频率固定的量子比特 (Q_1 和 Q_2) 以及一个频率可调的耦合器 (C) 组成. 量子比特 Q_1 和 Q_2 与耦合器之间的耦合强度分别为 g_{1c} 和 g_{2c} , 此外量子比特 Q_1 和 Q_2 之间还存在强度为 g_{12} 的直接耦合. 整个系统的哈密顿量包含两个量子比特和耦合器的单体哈密顿量 H_0 以及它们之间的相互作用项 H_{int} :

$$H = H_0 + H_{\text{int}}, \quad (1)$$

$$H_0 = \sum_{i=1,2,c} \left(\omega_i a_i^\dagger a_i + \frac{\alpha_i}{2} a_i^\dagger a_i^\dagger a_i a_i \right), \quad (2)$$

$$H_{\text{int}} = g_{12}(a_1^\dagger + a_1)(a_2^\dagger + a_2) + \sum_{i=1,2} g_{ic}(a_i^\dagger + a_i)(a_c^\dagger + a_c), \quad (3)$$

其中, $a_i^\dagger, a_i$ 分别是相应量子比特上的产生和湮灭算符; $\omega_{1,2,c}$ 分别是量子比特 Q_1, Q_2 以及耦合器 C 的比特频率; $\alpha_{1,2,c}$ 分别是量子比特 Q_1, Q_2 以及耦合器 C 的非谐性. 一般来讲, 耦合强度 g_{12}, g_{1c}, g_{2c} 会随着比特频率变化而变化, 本文采用近似公式^[32,35] $g_{ij} \approx \rho_{ij} \sqrt{\omega_i \omega_j}$ ($i, j = 1, 2, c$) 来反映耦合强度与比特频率的关系, 其中 ρ_{ij} 由芯片设计参数决定.

2.2 数值计算方法

本文从模型哈密顿量 (1) 出发, 利用数值计算方法模拟 CZ 门实现过程. 在 CZ 量子门操作过程中, 保持哈密顿量中的 $\omega_{1,2}, \alpha_{1,2,c}$ 和 $\rho_{12,1c,2c}$ 等芯片参数不变, 按照特定公式调节耦合器 C 的频率 $\omega_c(t)$, 使其从“关闭”位置 ω_c^{off} ($\tilde{g}_{12} \approx 0$) 变化到“开启”位置 ω_c^{on} ($|\tilde{g}_{12}| > 0$) 再返回“关闭”位置 ω_c^{off} . 本文选取了方波、圆角梯形波和傅里叶级数波三种不同 $\omega_c(t)$ 函数关系. 方波函数关系为

$$\omega_c(t) = \begin{cases} \omega_c^{\text{off}}, & t \leq 0, \\ \omega_c^{\text{on}}, & 0 < t < t_{\text{gate}}, \\ \omega_c^{\text{off}}, & t \geq t_{\text{gate}}, \end{cases} \quad (4)$$

其中 t_{gate} 是门操作时间. 圆角梯形波的函数关系为

$$\omega_c(t) = \omega_c^{\text{off}} + \frac{\omega_c^{\text{on}} - \omega_c^{\text{off}}}{2} \left[\text{Erf} \left(\frac{t - t_{\text{ramp}}/2}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \text{Erf} \left(\frac{t - t_{\text{gate}} + t_{\text{ramp}}/2}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right], \quad (5)$$

其中 t_{ramp} 和 σ 是可调函数参数, $\text{Erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z d\tau e^{-\tau^2}$ 是误差函数. 在本文后续的计算中取 $\sigma = 1 \text{ ns}$, $t_{\text{ramp}} = 4\sqrt{2}\sigma$. 傅里叶级数波的函数关系式为

$$\omega_c(t) = \omega_c^{\text{off}} + \sum_{m=1}^{m_{\text{max}}} \lambda_m \left(1 - \cos \frac{2\pi m t}{t_{\text{gate}}} \right), \quad (6)$$

其中 λ_m 是各个傅里叶分量的振幅. 图 1 展示了方波、圆角梯形波和傅里叶级数波典型的函数图像.

在整个 CZ 门操作过程中, 使耦合器频率 $\omega_c(t)$ 按照前述的方波、圆角梯形波或者傅里叶级数波随时间变化, 系统在含时哈密顿量 $H(t)$ 的驱动下演化, 相应的系统演化算符可以写成以下形式:

$$U_{\text{evolution}} = \tilde{T} \exp \left(-i \int_0^{t_{\text{gate}}} H(t) dt \right), \quad (7)$$

其中算符 $\tilde{T}$ 表示编时积分, $H(t)$ 是含时的系统哈密顿量. 一般来讲, (7) 式中的编时积分是无法严格解析计算的. 本文采用时间离散化方法来近似计算该编时积分, 将整个门操作时间 t_{gate} 均分为 N 等份, 每份时间间隔为 $\Delta t = t_{\text{gate}}/N$. 考虑到实际量子调控设备的采样率, 在数值计算过程中, 将采样率设为 2.4 GHz , 即 $\Delta t = 1/2.4 \text{ ns}$. 假定在时间间隔 Δt 内, 耦合器频率 ω_c 保持不变, 即哈密顿量 $H(t)$ 保持不变, 则在第 n 个时间间隔内的时间演化矩阵为

$$U_n = \exp [-i \Delta t H(n \Delta t)], \quad (8)$$

门操作时间内完整的演化矩阵为 N 个 U_n 的顺序乘积:

$$U_{\text{evolution}} = U_{N-1} U_{N-2} \cdots U_1 U_0. \quad (9)$$

将 (9) 式中的演化算符 $U_{\text{evolution}}$ 投影到计算基矢张成的子空间中, 即可得到对应的门操作算符的矩阵表示. 在选择计算基矢时, 既可以选择哈密顿量 H_0 的本征态, 也可以选择哈密顿量 H 的本征态. 因为哈密顿量 H_0 是对角的, 所以它的本征态可以表示为

$$|n_1 n_c n_2\rangle = |n_1\rangle \otimes |n_c\rangle \otimes |n_2\rangle, \quad (10)$$

其中 $|n_i\rangle$ ($n_i = 0, 1, 2, \dots$) 是单个量子比特的光子数态. 整个系统哈密顿量 H 的本征态 $|\widetilde{n_1 n_c n_2}\rangle$ 一般地来讲是 $|n_1 n_c n_2\rangle$ 的线性组合, 称为修饰态或者

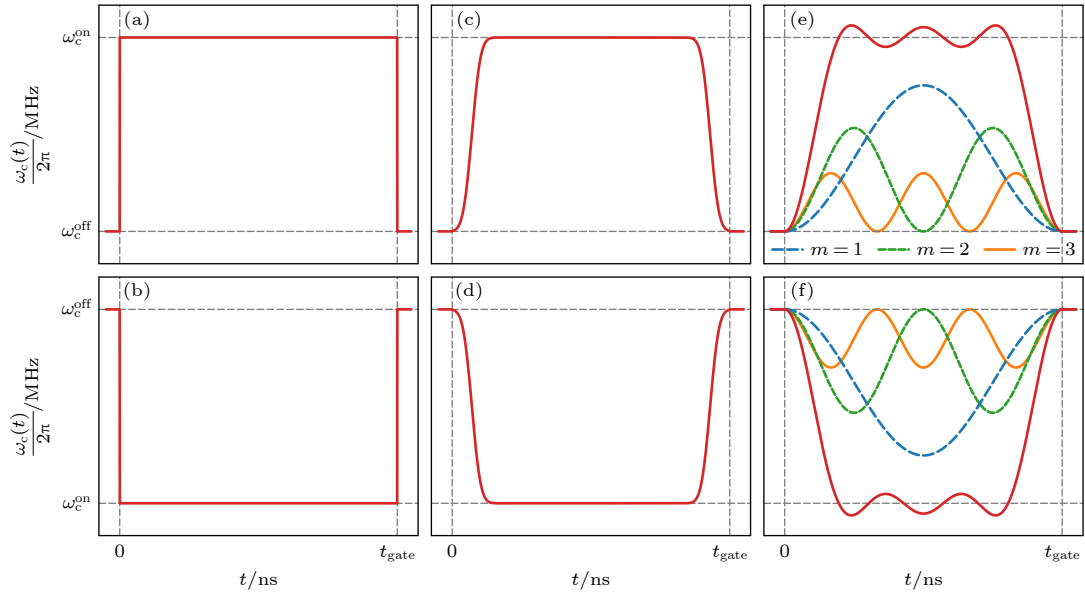


图 1 三种不同 $\omega_c(t)$ 波形示意图 (a), (b) 方波; (c), (d) 圆角梯形波; (e), (f) 傅里叶级数波. 图 (a), (c) 和 (e) 对应着 $\omega_c^{\text{off}} < \omega_c^{\text{on}}$ 的情形, 而图 (b), (d) 和 (f) 对应着 $\omega_c^{\text{off}} > \omega_c^{\text{on}}$ 的情形. 图 (e) 和 (f) 中的三条细虚线对应着傅里叶级数波形的三个分量: $\omega_c^{\text{off}} + \lambda_m \left(1 - \cos \frac{2\pi m t}{t_{\text{gate}}}\right)$, $m = 1, 2, 3$

Fig. 1. Schematic diagram of square pulse ((a), (b)), rounded-trapezoid-shaped pulse ((c), (d)) and Fourier-series pulse ((e), (f)). (a), (c) and (e) correspond to the case where $\omega_c^{\text{off}} < \omega_c^{\text{on}}$, and (b), (d) and (f) correspond to the case where $\omega_c^{\text{off}} > \omega_c^{\text{on}}$. The three thin dashed lines in (e) and (f) correspond to the three components of the Fourier series pulse: $\omega_c^{\text{off}} + \lambda_m \left(1 - \cos \frac{2\pi m t}{t_{\text{gate}}}\right)$, $m = 1, 2, 3$.

绝热态. 至于量子态标记符号 $|n_1 \widetilde{n_c} n_2\rangle$ 中的光子数 n_i 的取值, 我们取在色散极限下与它最接近的 H_0 的本征态 $|n_1 n_c n_2\rangle$ 的光子数, 因为在该极限下 $|\langle n_1 \widetilde{n_c} n_2 | n_1 n_c n_2 \rangle| \approx 1$. 当选择 H_0 的本征态 $\mathcal{S} = \{|0_1 0_c 0_2\rangle, |0_1 0_c 1_2\rangle, |1_1 0_c 0_2\rangle, |1_1 0_c 1_2\rangle\}$ 作计算基矢时, 投影后的演化算符矩阵为

$$U_{\text{evolution}}^{\text{bare}} = \langle n_1 n_c n_2 | U_{\text{evolution}} | n_1 n_c n_2 \rangle, \quad (11)$$

当选择 H 的本征态 $\widetilde{\mathcal{S}} = \{|0_1 \widetilde{0_c} 0_2\rangle, |0_1 \widetilde{0_c} 1_2\rangle, |1_1 \widetilde{0_c} 0_2\rangle, |1_1 \widetilde{0_c} 1_2\rangle\}$ 作计算基矢时, 投影后的演化算符矩阵为

$$U_{\text{evolution}}^{\text{dressed}} = \langle n_1 \widetilde{n_c} n_2 | U_{\text{evolution}} | n_1 \widetilde{n_c} n_2 \rangle. \quad (12)$$

以上两种不同的计算基矢选择方案, 在最终的门保真度等方面会有一些定量上的差别, 后续会进行对比讨论 (详见第 3.4 节).

为了实现 CZ 门, 除了执行以上时间演化以外, 还需要在量子比特 Q_1 和 Q_2 上执行辅助的单量子比特 Z 旋转门操作:

$$U_{\text{pre}} = \exp(-i\phi'_1 \sigma_1^z \otimes I_2/2) \times \exp(-i\phi'_2 I_1 \otimes \sigma_2^z/2), \quad (13)$$

$$U_{\text{post}} = \exp(-i\phi_1 \sigma_1^z \otimes I_2/2) \times \exp(-i\phi_2 I_1 \otimes \sigma_2^z/2), \quad (14)$$

其中 $\phi_{1,2}$ 和 $\phi'_{1,2}$ 为旋转角度, 是待优化参数; $\sigma_{1,2}^z$ 是分别作用在 Q_1 和 Q_2 上的 Pauli-Z 矩阵, $I_{1,2}$ 是分别作用在 Q_1 和 Q_2 上的单位矩阵. 执行辅助的单量子比特 Z 旋转门操作 U_{pre} 和 U_{post} 之后, 实际实现的量子门操作 U_{actual} 的矩阵表示为

$$U_{\text{actual}} = U_{\text{post}} \times U_{\text{evolution}}^{\text{bare/dressed}} \times U_{\text{pre}}. \quad (15)$$

为了定量描述实际实现的量子门操作 U_{actual} 与目标量子门操作 U_{target} 之间的差距, 采用如下公式定义的门保真度^[44]:

$$F_g = \frac{\text{Tr}(U^\dagger U) + \left| \text{Tr}(U_{\text{target}}^\dagger U) \right|^2}{d(d+1)}, \quad (16)$$

其中 U_{target} 是想要实现的门操作矩阵表示, d 是 U_{target} 矩阵的维度, U 是实际实现的演化矩阵, 即 (15) 式中的 U_{actual} . 对于 CZ 门, U_{actual} 和 U_{target} 均是 $d = 4$ 的矩阵,

$$U_{\text{target}} = U_{\text{CZ}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

根据以上介绍, 本文从描述量子比特以及量子

比特与控制系统之间的相互作用的哈密顿量 $H(t)$ 出发, 选定耦合器频率 $\omega_c(t)$ 随时间变化的函数关系以及相关参数, 然后给定一组初始参数, 利用 (8) 式、(9) 式、(15) 式和 (16) 式计算演化矩阵 U_{actual} 和量子门操作保真度 F_g . 在此基础上, 定义门操作错误率函数 $E_g = 1 - F_g$, 然后利用 basinhopping 全局优化算法 [45] 寻找最优控制参数以及相应的 Z 旋转角度 $\phi_{1,2}$ 和 $\phi'_{1,2}$, 从而给出高保真度 CZ 门操作实现方案.

3 结果与讨论

3.1 能谱与 ZZ 相互作用

系统哈密顿量决定着系统演化规律, 是影响量子门操作保真度的关键因素, 本节讨论系统哈密顿量 (1) 的能谱以及 ZZ 相互作用与耦合器频率 ω_c 的关系. ZZ 相互作用定义为

$$\zeta = E_{|1_1 0_c 1_2\rangle} - E_{|0_1 0_c 1_2\rangle} - E_{|1_1 0_c 0_2\rangle} + E_{|0_1 0_c 0_2\rangle}, \quad (17)$$

其中 $E_{|n_1 n_c n_2\rangle}$ 是修饰本征态 $|n_1 n_c n_2\rangle$ 的能量.

针对模型哈密顿量 (1) 选取了两组模型参数 (见表 1), 分别计算系统本征能谱和 ZZ 相互作用, 结果如图 2 所示. 图 2(a) 和图 2(c) 中黑色虚线对应着无相互作用哈密顿量 H_0 的本征能谱, 彩色实线是系统哈密顿量 H 的本征能谱. 从能谱图可以看出, 在耦合器频率 ω_c 远离比特频率 $\omega_{1,2}$ 的区间内, H 的本征能谱与 H_0 的高度重合, 表明在该区间内修饰本征态 $|n_1 n_c n_2\rangle$ 中 $|n_1 n_c n_2\rangle$ 的权重占比很大; 而在接近频率共振的区域, H 的本征能谱相对 H_0 的偏离程度较大, 修饰本征态 $|n_1 n_c n_2\rangle$ 由多个 H_0 的本征态线性叠加而来, 且每一个本征态都有较为显著的权重. 通过绝热地将耦合器频率从“关闭”状态 (低 ZZ 相互作用) 调整到近共振状态 ($\omega_c \approx \omega_{1,2}$) 然后再返回“关闭”状态, 将在 $|1_1 0_c 1_2\rangle$ 态上积累一个非平庸的相位, 从而实现受控相位门. 对于第 1 组模型参数 (表 1 的第 2 列), 从图 2(b) 可以看出, ZZ 相互作用在 $\omega_c/2\pi \approx 7870$ MHz 时取极小值, 而在 $\omega_c \approx \omega_2$ 时取极大值. 系统的“关闭”状态对应的耦合器频率需要在量子比特 Q_1 和 Q_2 的频率之上, 即 $\omega_c > \omega_{1,2}$, 因此将这组参数简记为 CAQ (coupler above qubits) 参数, 其物理实现可参考文献 [46]. 对于第 2 组模型参数 (表 1 的第 3 列), 从图 2(d) 可以看出, ZZ 相互作用在 $\omega_c/2\pi \approx$

3594 MHz 和 $\omega_c/2\pi \approx 3678$ MHz 两处等于零 (对应着图中尖峰位置). 系统的“关闭”状态对应的耦合器频率需要小于量子比特 Q_1 和 Q_2 的频率, 即 $\omega_c < \omega_{1,2}$, 因此将这组参数简记为 CBQ (coupler below qubits) 参数. CBQ 模型参数的重要特征是量子比特 Q_1 和 Q_2 与耦合器 C 之间的耦合强度具有相反的符号, 可以采用一种悬浮可调耦合器架构 [32] 来实现这种符号相反的耦合强度.

表 1 本文选取的两组模型参数, 分别标记为 CAQ 和 CBQ

Table 1. Two sets of model parameters used in this paper, marked as CAQ and CBQ respectively.

模型参数	CAQ	CBQ
ρ_{1c}	0.0180	0.0220
ρ_{2c}	0.0180	-0.0220
ρ_{12}	0.0015	0.0013
$\frac{\omega_1}{2\pi}/\text{GHz}$	6.0	5.0
$\frac{\omega_2}{2\pi}/\text{GHz}$	5.4	4.8
$\frac{\alpha_1}{2\pi}/\text{MHz}$	-250.0	-220.0
$\frac{\alpha_2}{2\pi}/\text{MHz}$	-250.0	-220.0
$\frac{\alpha_c}{2\pi}/\text{MHz}$	-300.0	-170.0

3.2 不同模型参数下的 CZ 门保真度

针对 CAQ 和 CBQ 两组模型参数, 本文使用傅里叶级数波形来模拟实现 CZ 量子门操作. 对于 (6) 式所定义的傅里叶级数波形, 给定耦合器起始频率 ω_c^{off} 、门操作时间 t_{gate} 以及傅里叶分量数目 m_{max} , 利用 basinhopping 全局优化算法对目标函数 $E_g = 1 - F_g$ 进行优化, 以获取最优振幅参数 λ_m . 图 3(a) 和图 3(b) 分别展示了采用 CAQ 和 CBQ 模型参数时 CZ 门错误率与门操作时间的关系. 分析图 3(a) 中 CAQ 模型参数的情况可知, 当采用一级 ($m_{\text{max}} = 1$) 或二级 ($m_{\text{max}} = 2$) 傅里叶级数时, CZ 门错误率仅当门操作时间足够长时方可降至 10^{-5} 量级 (一级: $t_{\text{gate}} \sim 100$ ns, 二级: $t_{\text{gate}} > 55$ ns). 而在采用三级 ($m_{\text{max}} = 3$) 傅里叶级数波形时, 门错误率在 $t_{\text{gate}} = 40$ ns 左右即可降至 10^{-5} 以下, 且随着门操作时间的增长, 错误率可进一步降低, 本文实现的最低门错误率约为 10^{-8} .

对于 CBQ 模型参数 (见图 3(b)), 一级傅里叶级数波形同样难以实现错误率低于 10^{-5} 的 CZ 门

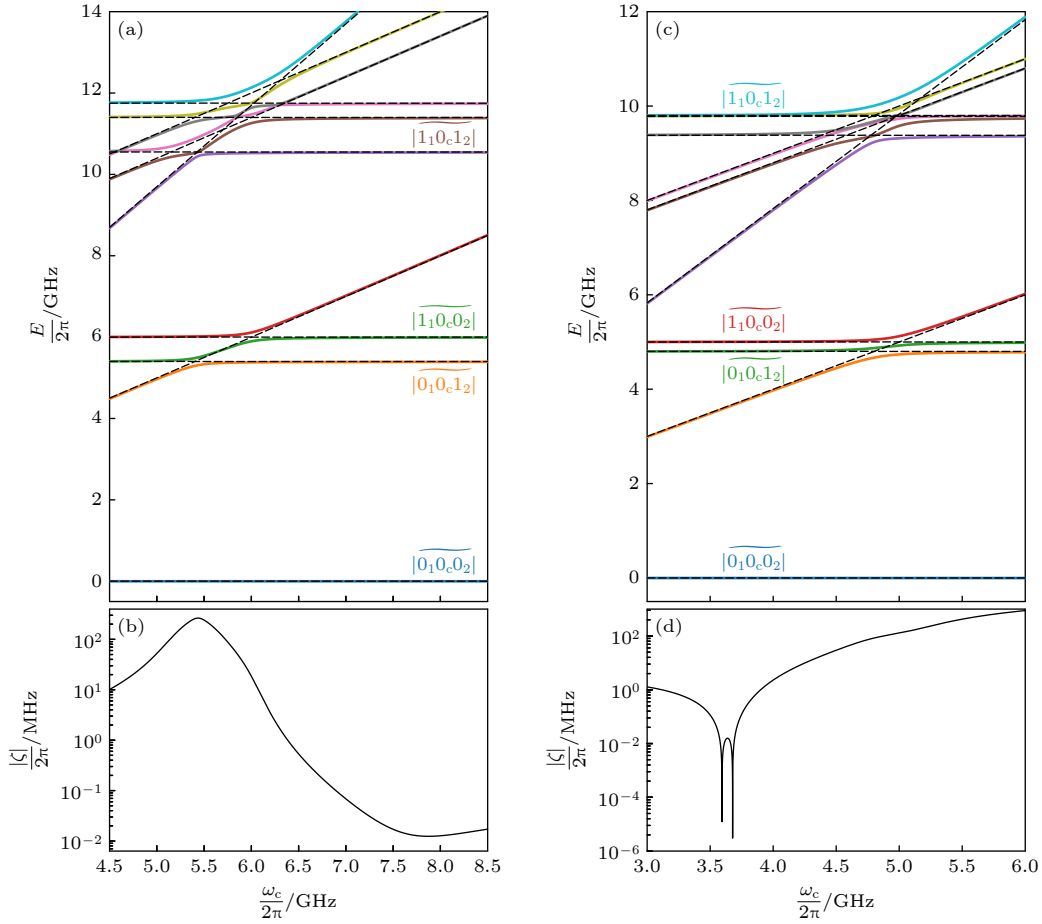


图 2 哈密顿量 H 和 H_0 的能谱 ((a), (c)) 以及 ZZ 相互作用 $|\zeta|/2\pi$ ((b), (d)) 与耦合器频率 $\omega_c/2\pi$ 的关系 (a), (b) 对应 CAQ 模型参数; (c), (d) 对应 CBQ 模型参数. 图 (a) 和 (c) 中的黑色虚线对应着无相互作用哈密顿量 H_0 的本征能量, 彩色实线对应着系统哈密顿量 H 的本征能量

Fig. 2. Energy-level spectra ((a), (c)) and ZZ interaction $|\zeta|/2\pi$ ((b), (d)) of the system Hamiltonian H as a function of the coupler frequency $\omega_c/2\pi$. Panels (a) and (b) correspond to the CAQ model parameters, and panels (c) and (d) correspond to the CBQ model parameters. The black dashed lines in panels (a) and (c) correspond to the eigen-energies of the non-interacting Hamiltonian H_0 , and the colored solid lines correspond to the eigen-energies of the system Hamiltonian H .

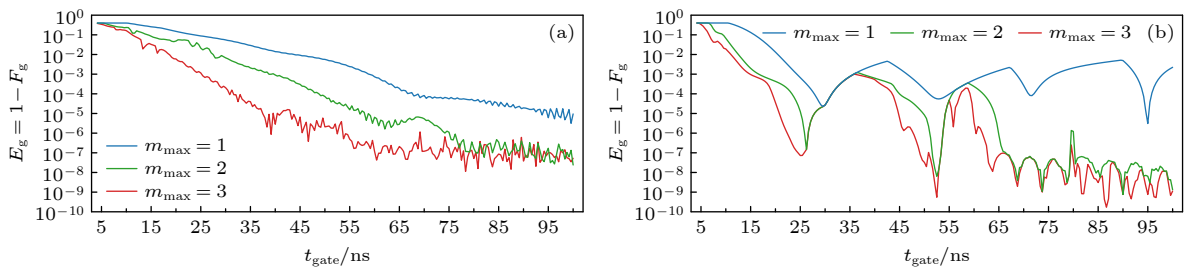


图 3 不同模型参数下的 CZ 门错误率. 图 (a) 和图 (b) 分别对应 CAQ 和 CBQ 两组模型参数. 图中蓝色、绿色和红色实线分别对应 $m_{\max} = 1, 2, 3$ 三种不同的傅里叶级数波形

Fig. 3. CZ gate errors under different model parameters. Panels (a) and (b) correspond to the CAQ and CBQ model parameters, respectively. The blue, green, and red solid lines in the panels correspond to three different Fourier series pulses with $m_{\max} = 1, 2$, and 3, respectively.

操作. 然而, 当傅里叶分量增加至两个或三个时, 在 $t_{\text{gate}} \sim 25$ ns 附近即可实现 $E_g < 10^{-5}$ 的高保真度 CZ 门操作. 值得指出的是, 虽然二级和三级傅里叶级数波形均可以实现较低错误率的 CZ 门操

作, 但三级傅里叶级数波形较二级傅里叶级数波形可供选择的 t_{gate} 范围明显更大, 且错误率更低. 这表明在二级傅里叶级数波形的基础上加上第三个分量以后, 可以进一步降低门操作错误率. 对比 CAQ

和 CBQ 两组模型参数下的 CZ 门保真度可以发现, CBQ 模型参数相比 CAQ 模型参数可以在更短的门操作时间实现更高保真度的 CZ 量子门操作. 其原因在于 CAQ 模型参数在 ω_c 处于频率共振区间时, 修饰态 $|\widetilde{1_1 0_c 1_2}\rangle$ (图 2(a) 中的棕色实线) 与 $|\widetilde{2_1 0_c 0_2}\rangle$ 以及 $|\widetilde{0_1 0_c 2_2}\rangle$ (图 2(a) 中的粉色和紫色实线) 之间的能隙较小, 导致 CZ 门操作过程中泄漏误差较大; 而 CBQ 模型参数在频率共振区间, 修饰态 $|\widetilde{1_1 0_c 1_2}\rangle$ (图 2(c) 中的藏青色实线) 与其他能级之间的能隙较大, 处于相对孤立状态, 可有效抑制演化过程中的泄漏误差. 这种能级结构的差异导致了两组模型参数下 CZ 门保真度和门操作时间的差异. 基于上述优势本文接下来的研究内容均基于 CBQ 模型参数.

3.3 不同控制波形的比较

本节针对 CBQ 模型参数, 分别使用方波 ((4) 式)、圆角梯形波 ((5) 式) 和傅里叶级数波 ((6) 式) 三种控制波形来实现 CZ 量子门, 并从门错误率和门操作时间两个维度展开对比分析. 对于方波和圆角梯形波, 在选定了模型参数和耦合器起始频率 ω_c^{off} 以后, 待优化参数包括 ω_c^{on} 和辅助的单量子比特 Z 旋转角度 $\phi_{1,2}$ 和 $\phi'_{1,2}$. 具体优化策略为: 在一定范围内以 0.5 MHz 为间隔遍历 ω_c^{on} , 针对每个选定的 ω_c^{on} , 采用 basinhopping 全局优化算法优化目标函数 $E_g = 1 - F_g$ 寻找最优的辅助的单量子比特 Z 旋转角度及相对应的 CZ 门错误率 E_g . 图 4(a) 和图 4(b) 分别展示了方波和圆角梯形波对应的 CZ 门错误率 E_g 与门操作时间 t_{gate} 以及 ω_c^{on} 的关系. 从

图 4(a) 可以看出, 方波实现的 CZ 门错误率普遍高于 10^{-3} 量级, 表明简单方波难以满足高保真度量子门操作需求. 而圆角梯形波在保持与方波相近的最优 ω_c^{on} 和 t_{gate} 的同时, CZ 门错误率却显著降低, 最低错误率达到 10^{-5} 量级 (如图 4(b) 所示). 这一性能提升可归因于波形平滑度的改善: 方波从 ω_c^{off} 到 ω_c^{on} 的跃变特性导致量子比特演化过程偏离绝热近似条件, 从而积累可观的泄漏误差; 相比之下, 圆角梯形波的频率变化过程相对更为平滑, 量子比特状态的演化更趋近于绝热过程, 有效地抑制了泄漏误差. 对于傅里叶级数波形, 待优化参数包括 $\lambda_m, m=1, 2, \dots, m_{\text{max}}$ 和辅助的单量子比特 Z 旋转角度 $\phi_{1,2}$ 和 $\phi'_{1,2}$. 当 $m_{\text{max}} > 1$ 时, 暴力搜索方法因计算复杂度随 m_{max} 指数增长而不再适用. 为此, 我们采用 basinhopping 全局优化算法对所有参数进行统一优化, 优化结果如图 3(b) 所示. 与圆角梯形波结果 (如图 4(b) 所示) 对比可见, 傅里叶级数波形能够在更短的门操作时间内实现更高保真度的 CZ 门. 结合图 1(b)、图 1(d) 和图 1(f) 中三种波形示意图, 傅里叶级数波形的优势源于其对耦合器频率 ω_c 的精细化调控能力: 该波形不仅能实现比圆角梯形波更平滑的频率变化过程, 还允许在频率共振区间内进行动态调节, 而方波和圆角梯形波则只能固定在单一频率点上. 这种精细化调控能力使得傅里叶级数波形能够更好地满足绝热近似条件, 从而有效抑制泄漏误差, 同时确保 $|101\rangle$ 态相位积累的精确性. 综合比较三种波形的性能表现, 傅里叶级数波形在门错误率和门操作时间两方面均展现出显著优势, 更适合用于实现高保真度量子门操作.

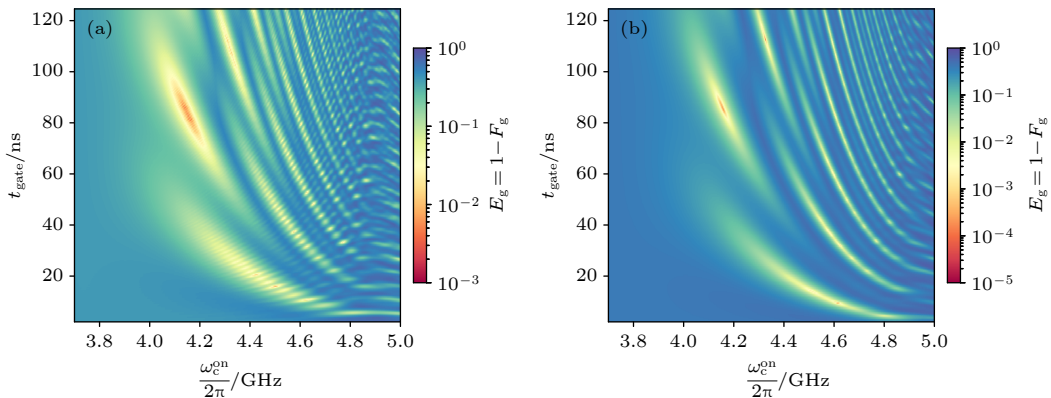


图 4 (a) 方波对应的 CZ 门错误率; (b) 圆角梯形波对应的 CZ 门错误率; 傅里叶级数波对应的 CZ 门错误率见图 3(b). (a), (b) 和图 3(b) 均是采用 CBQ 模型参数计算所得

Fig. 4. (a) CZ gate errors under square pulse; (b) CZ gate errors under rounded-trapezoid-shaped pulse. CZ gate errors under Fourier-series pulse is shown in Fig. 3(b). Both (a), (b) and Fig. 3(b) are calculated using CBQ model parameters.

3.4 耦合器频率 ω_c 不同起始点对门保真度的影响

本节系统探究不同耦合器起始频率 ω_c^{off} 对 CZ 门保真度的影响. 为了确保计算结果的准确性与可靠性, 有效隔离其他干扰因素, 首先选择圆角梯形波作为控制波形, 该波形允许采用暴力搜索算法确定最优的 ω_c^{on} . 另一方面, 初始时刻系统哈密顿量是与 ω_c^{off} 有关的, 如果选用初始时刻系统哈密顿量 H 的本征态作计算基矢的话 (见 (12) 式), 也

会对不同 ω_c^{off} 下的门错误率产生影响. 因此本文首先利用 H_0 的本征态作计算基矢 (与 ω_c^{off} 无关) 来计算门错误率并优化控制参数.

针对 CBQ 模型参数, 选取了 $\omega_c^{\text{off}} = 3594, 3636, 3678, 3800, 4000$ MHz 五组参数, 相应的 CZ 门错误率如图 5(a1)—(e1) 所示, 同时给出了图中具有代表性的局部最优点对应的 t_{gate} , ω_c^{on} 以及门错误率, 见表 2. 可以看出, 对于不同耦合器起始频率 ω_c^{off} , 门错误率与门操作时间 t_{gate} 以及 ω_c^{on} 的关系

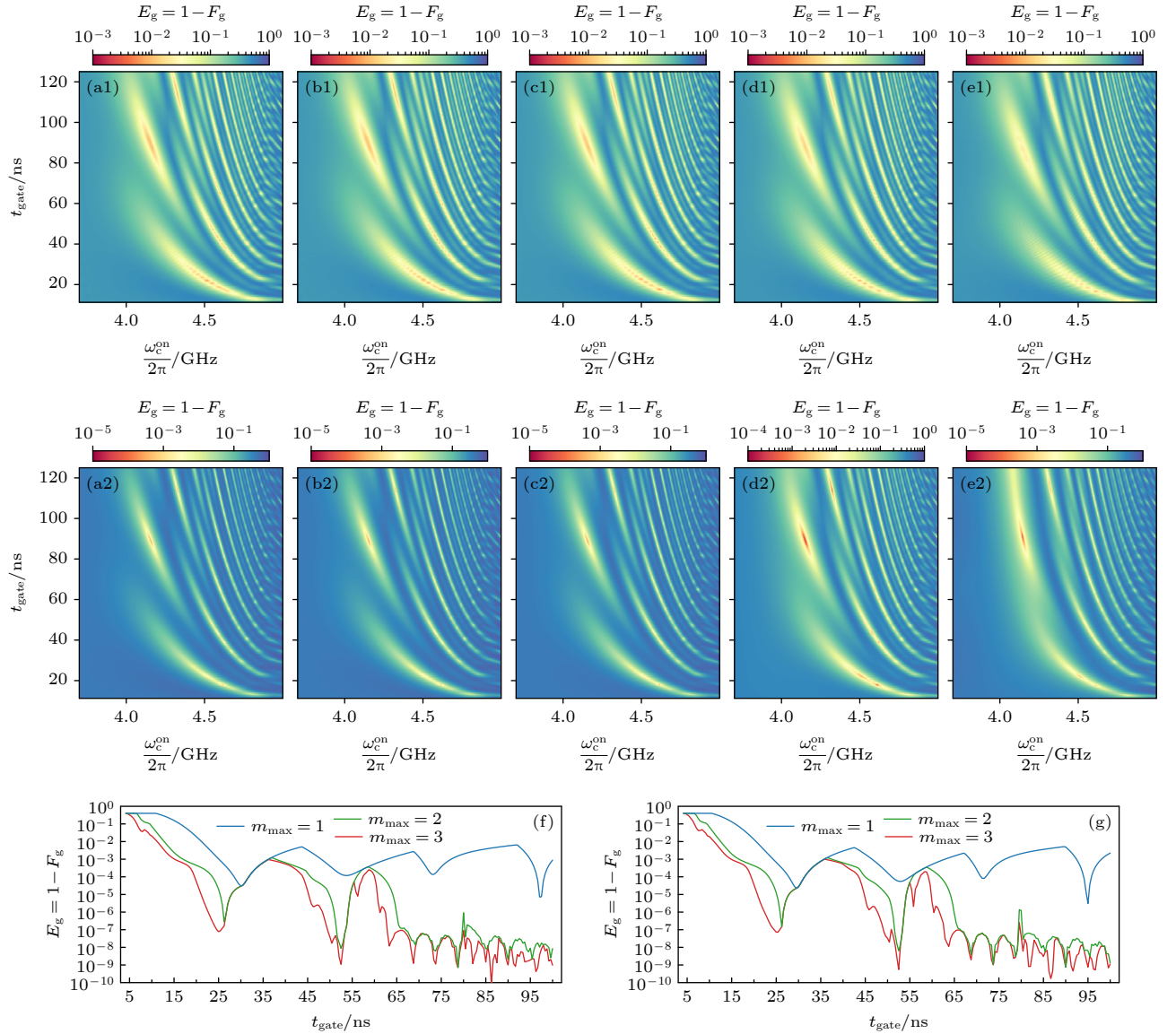


图 5 不同 ω_c^{off} 下的 CZ 门错误率. 每一行的五张子图 ((a1)—(e1) 以及 (a2)—(e2)) 对应的 ω_c^{off} 分别为 3594, 3636, 3678, 3800 和 4000 MHz, 其他参数同 CBQ 模型参数. (a1)—(e1) 的门错误率是使用 H_0 的本征态计算的, 见 (11) 式; (a2)—(e2) 的门错误率是使用系统哈密顿量 H 的本征态计算的, 见 (12) 式. (f) 和 (g) 是采用傅里叶级数波形时的门错误率, 分别对应 $\omega_c^{\text{off}} = 3594, 3678$ MHz. Fig. 5. CZ gate errors rate under different ω_c^{off} . The corresponding ω_c^{off} of the five sub-figures ((a1)—(e1) and (a2)—(e2)) in each row are 3594, 3636, 3678, 3800, 4000 MHz, respectively, other model paramters are the same as CBQ. The gate errors in (a1)—(e1) are calculated using the eigenstates of H_0 , see Eq. (11); (a2)—(e2) are calculated using the eigenstates of H , see Eq. (12). (f) and (g) are the gate error rates with Fourier series pulse, $\omega_c^{\text{off}} = 3594, 3678$ MHz, respectively.

没有发生显著变化. 作为比较, 本文也利用 H 的本征态作计算基矢 (与 ω_c^{off} 有关) 来计算门错误率并优化控制参数, 结果如图 5(a2)—(e2) 所示. 两组计算基矢得到的门错误率 E_g 以及最优 t_{gate} 和 ω_c^{on} 在定性上并无大的差别, 但在定量上, 采用修饰态作为计算基矢得到的门错误率要更低.

此外, 针对傅里叶级数波形, 选取了 $\omega_c^{\text{off}} = 3594, 3678$ MHz 两组参数, 对应的 CZ 门错误率如图 5(f) 和图 5(g) 所示. 数据表明, 采用该控制波形时不同耦合器起始频率 ω_c^{off} 不会对 CZ 门保真度产生显著的影响, 这与圆角梯形波的定性结论是一致的.

综上所述, 如果仅从 CZ 门操作的单一维度考量, 选取不同的耦合器起始频率 ω_c^{off} 并不会对 CZ 门保真度产生实质性影响. 然而需要特别指出, ω_c^{off} 的取值直接决定量子比特之间的有效耦合强度, 进而对单量子比特门性能产生重要影响. 因此, 在实际应用场景中, 为了降低量子比特之间的串扰, 应合理选择 ω_c^{off} , 使系统尽可能处于弱耦合的“关闭”状态, 从而保证量子门操作的准确性.

3.5 不同比特频率下的 CZ 门保真度

本节讨论量子比特频率对 CZ 门保真度的影响. 固定量子比特 Q_1 的频率 $\omega_1/2\pi = 5.0$ GHz, 选取不同的 ω_2 , 然后采用傅里叶级数波形并优化波形参数来实现 CZ 门操作. 不同 ω_2 下的 CZ 门错误率如图 6 所示. 从图 6(a) 和图 6(b) 可知, 对于一级和二级傅里叶级数波形 ($m_{\text{max}} = 1, 2$), ω_2 对 CZ 门保真度影响较大, 仅在部分特定 ω_2 取值下才能实现相对较低的门错误率 ($E_g < 10^{-5}$), 且此时门操作时间也较长 (45—55 ns). 当傅里叶级数分量数目增加至三级 (如图 6(c) 所示), 计算结果呈现明显优势: 对于所有选定的 ω_2 , 均可在相对较短的门操作时间内实现高保真度 CZ 门操作 ($t_{\text{gate}} < 45$ ns, $E_g < 10^{-5}$). 上述结果表明, 通过选用合适的 $\omega_c(t)$ 波形并优化相应参数, 针对不同量子比特频率取值, 均能够在较短的门操作时间内实现高保真度 CZ 门操作. 这一特性极大地降低了量子芯片对参数一致性的严格要求, 为实际量子器件的设计与制备提供了更灵活的参数空间.

表 2 不同 ω_c^{off} 下的 CZ 门错误率
Table 2. CZ gate errors rate under different ω_c^{off} .

$\omega_c^{\text{off}}/\text{MHz}$	Bare			Dressed		
	$t_{\text{gate}}/\text{ns}$	$\omega_c^{\text{on}}/\text{MHz}$	E_g	$t_{\text{gate}}/\text{ns}$	$\omega_c^{\text{on}}/\text{MHz}$	E_g
3594	53/2.4	4514.0	7.2431×10^{-3}	43/2.4	4615.5	5.9816×10^{-4}
	104/2.4	4582.5	9.1781×10^{-3}	93/2.4	4623.5	1.6110×10^{-3}
	220/2.4	4144.0	5.5215×10^{-3}	212/2.4	4159.0	2.4819×10^{-4}
	272/2.4	4327.5	5.1956×10^{-3}	273/2.4	4326.0	8.4726×10^{-5}
3636	54/2.4	4505.0	7.4825×10^{-3}	43/2.4	4614.5	5.0617×10^{-4}
	114/2.4	4548.5	9.7407×10^{-3}	93/2.4	4623.5	1.4097×10^{-4}
	220/2.4	4141.5	6.0894×10^{-3}	212/2.4	4158.5	2.3052×10^{-4}
	272/2.4	4325.5	6.0173×10^{-3}	273/2.4	4326.0	7.3497×10^{-5}
3678	43/2.4	4612.5	7.3516×10^{-3}	43/2.4	4613.5	4.4968×10^{-4}
	102/2.4	4587.5	6.6712×10^{-3}	93/2.4	4623.5	1.2503×10^{-3}
	209/2.4	4163.0	6.3633×10^{-3}	213/2.4	4156.5	2.1617×10^{-4}
	273/2.4	4325.5	6.2150×10^{-3}	273/2.4	4326.0	8.0159×10^{-5}
3800	41/2.4	4624.0	8.2440×10^{-3}	43/2.4	4610.5	4.9159×10^{-4}
	101/2.4	4590.0	8.6945×10^{-3}	93/2.4	4622.0	1.0150×10^{-3}
	209/2.4	4154.0	7.6224×10^{-3}	213/2.4	4155.5	1.7852×10^{-4}
	271/2.4	4323.5	7.8218×10^{-3}	273/2.4	4325.5	1.0117×10^{-5}
4000	40/2.4	4610.0	1.0993×10^{-2}	53/2.4	4508.0	5.3763×10^{-4}
	100/2.4	4584.5	6.1489×10^{-3}	105/2.4	4576.0	9.3363×10^{-4}
	208/2.4	4148.0	1.1798×10^{-2}	218/2.4	4144.5	2.4616×10^{-5}
	273/2.4	4318.0	1.1304×10^{-2}	274/2.4	4322.5	3.1172×10^{-4}

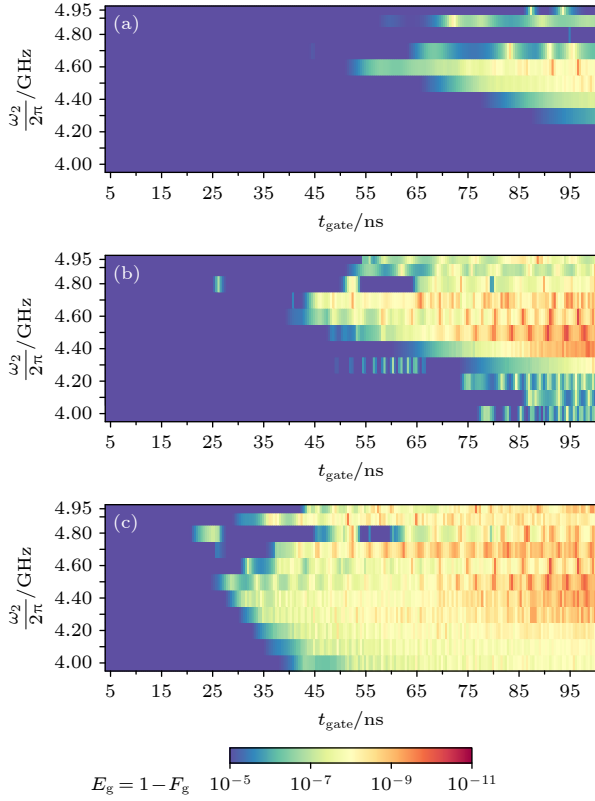


图6 不同量子比特频率 ω_2 下的CZ门错误率, 横轴是门操作时间 t_{gate} , 纵轴是量子比特 Q_2 的比特频率 ω_2 , 一共选取了 $\omega_2/2\pi = 4.0, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.95$ GHz共11个不同的 ω_2 值, 其他模型参数同CBQ模型参数. (a)–(c)分别对应傅里叶分量数目 $m_{\text{max}} = 1, 2, 3$ 的情形

Fig. 6. CZ gate error under different qubit frequencies ω_2 . The horizontal axis is the gate operation time t_{gate} , and the vertical axis is the qubit frequency ω_2 of the Q_2 . A total of 11 different ω_2 values are selected, including $\omega_2/2\pi = 4.0, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.95$ GHz. Other model parameters are the same as the CBQ model parameters. (a)–(c) $m_{\text{max}} = 1, 2, 3$.

3.6 控制波形参数偏移对 CZ 门保真度的影响

在量子态演化过程中, 控制脉冲的幅度、宽度、上升和下降时间等参数起着关键调控作用. 然而在实际波形生成时, 受电源波动、电路损耗、脉冲发生器精度及信号传输延迟等因素影响, 这些参数往往会偏离理论设计值. 在前述研究的基础上, 本节聚焦控制波形参数偏移对 CZ 门保真度的影响. 针对 CBQ 模型参数, 使用三级傅里叶级数波形来模拟实现 CZ 量子门操作, 在模拟过程中给定耦合器起始频率 ω_c^{off} 、门操作时间 t_{gate} , 利用basinhopping全局优化算法优化目标函数 $E_g = 1 - F_g$ 并给出最优的振幅参数 $\lambda_{1,2,3}$ (见第3.2节).

在最优振幅参数 $\lambda_{1,2,3}$ 基础上引入参数偏移模型, 定义随机偏移后的控制参数为: $\lambda_{1,2,3}^{\text{offset}} = \lambda_{1,2,3} \times \text{random}(1 - \gamma, 1 + \gamma)$, 其中偏移系数 γ 取 $\{0, 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}\}$ 系列值. 利用偏移后的控制参数 $\lambda_{1,2,3}^{\text{offset}}$ 生成实际控制波形, 进行 CZ 门操作并计算门错误率, 相关结果如图7所示. 图中蓝色实线代表最优控制参数 $\lambda_{1,2,3}$ 对应的门错误率基线, 其他实线是使用不同程度偏移后的控制参数 $\lambda_{1,2,3}^{\text{offset}}$ 得到的门错误率. 数据表明, 随着控制参数偏移系数 γ 的增大, CZ 门错误率迅速上升. 这一现象揭示了量子调控过程对参数精度的极高敏感性, 轻微的控制参数偏移也可能导致门操作误差的显著增加, 从而对量子控制技术的工程实现提出了严苛的精度控制要求.

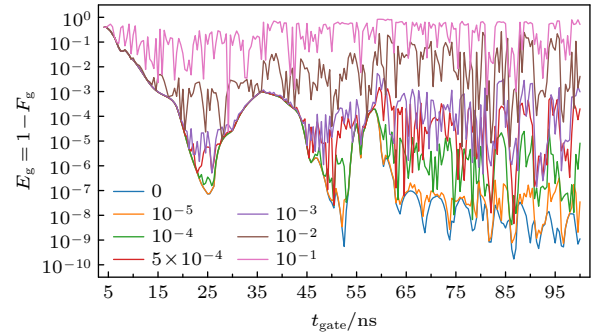


图7 控制波形参数偏移对 CZ 门保真度的影响

Fig. 7. Effect of control waveform parameter deviation on CZ gate fidelity.

3.7 各因素对 CZ 门保真度影响大小的比较

前述各节分别研究了模型参数、控制波形、耦合器起始频率、比特频率以及控制波形参数偏移等对 CZ 门保真度的影响. 本研究通过量化分析明确了不同因素对 CZ 门保真度的影响差异, 基于计算结果形成了实验优化的优先级排序体系. 从核心物理机制层面来看, 量子芯片结构与量子比特间耦合系数具有最高优化优先级(参考第3.1和第3.2节). 其中, 量子芯片的空间布局、耦合架构及调控能力直接决定了门操作的误差基底, 其物理设计缺陷可能引入不可控的退相干机制. 而耦合系数作为描述双量子比特相互作用的关键参数, 其可调范围与精度直接影响门操作的动力学过程, 过高或过低的耦合强度均会导致演化路径偏离目标态. 次优化层级涵盖控制波形、控制参数及门操作时间(参考第3.3节). 这些因素通过调控量子态演化轨迹影响保真

度:合适的控制波形能够有效抑制量子态泄漏等误差,而精准的参数设置与时间窗口匹配则是确保演化终态与目标态重合的关键.值得注意的是,控制参数的微小偏移即可能引发门操作错误,因此实验中需对量子调控设备进行高精度标定,保证理论波形与实际生成信号的高度吻合.从实验实施策略而言,耦合器起始频率 ω_c^{off} 与量子比特频率 ω_2 的优化优先级较低.前者经计算表明对保真度无显著影响,后者的不利效应可通过控制波形优化有效补偿,无需进行针对性参数调整.

4 总结与展望

高效、高保真度双量子比特门实现方案是实现容错通用量子计算的核心任务与关键所在.在超导量子计算技术路线中,借助可调耦合器来实现CZ门的方案近年来受到广泛关注.本文基于可调耦合器方案,从描述包含两个频率固定的量子比特和一个频率可调的耦合器的系统的模型哈密顿量出发,利用数值计算方法模拟实现CZ量子门操作,开展了一系列针对不同因素与CZ门保真度关系的研究.系统地研究了模型参数、控制波形、耦合器起始频率、比特频率以及控制波形参数偏移等对CZ门保真度的影响.针对CAQ和CBQ两组模型参数的模拟结果表明,基于悬浮可调耦合器的芯片架构可以在更短的门操作时间实现更高保真度的CZ量子门操作.在控制波形选择方面,三级傅里叶级数波在门错误率和门操作时间两方面均明显优于方波和圆角梯形波,是高效实现高保真度CZ量子门的可行方案.虽然CZ门保真度会受到耦合器起始频率以及量子比特频率等因素的影响,但是在很宽的频率范围内,总是可以通过优化控制波形参数实现高保真度的CZ门,因此很大程度地降低了对量子芯片参数要求.在控制波形参数方面,轻微的控制波形参数偏离会导致门错误率显著上升,因此对量子调控精度提出很高的要求.未来,将进一步考虑超导量子系统中各类噪声对门保真度的影响,在考虑各类噪声的基础上,进一步优化控制波形参数;同时考虑到理论模型与实际量子系统的差异,将在实际量子芯片上开展实验验证,研究各因素对CZ门保真度的影响,评估理论计算结果的准确性,探索高保真量子门实现方案.

参考文献

- [1] Easttom C 2022 *Modern Cryptography: Applied Mathematics for Encryption and Information Security* (Cham: Springer International Publishing) pp397–407
- [2] Hossain Faruk M J, Tahora S, Tasnim M, Shahriar H, Sakib N 2022 *1st International Conference on AI in Cybersecurity* Victoria, TX, USA, May 24–26, 2022 p1
- [3] Cavaliere F, Mattsson J, Smeets B 2020 *Network Security* 2020 9
- [4] Biamonte J, Wittek P, Pancotti N, Rebentrost P, Wiebe N, Lloyd S 2017 *Nature* **549** 195
- [5] Wang Y, Liu J 2024 *Rep. Prog. Phys.* **87** 116402
- [6] Lanyon B P, Whitfield J D, Gillett G G, Goggin M E, Almeida M P, Kassal I, Biamonte J D, Mohseni M, Powell B J, Barbieri M, Aspuru-Guzik A, White A G 2010 *Nat. Chem.* **2** 106
- [7] Cao Y, Romero J, Olson J P, Degroote M, Johnson P D, Kieferová M, Kivlichan I D, Menke T, Peropadre B, Sawaya N P D, Sim S, Veis L, Aspuru-Guzik A 2019 *Chem. Rev.* **119** 10856
- [8] Ortíz R, Mugel S, Lizaso E 2019 *Rev. Phys.* **4** 100028
- [9] Herman D, Googin C, Liu X, Sun Y, Galda A, Safro I, Pistoia M, Alexeev Y 2023 *Nat. Rev. Phys.* **5** 450
- [10] Egger D J, Gambella C, Marecek J, McFaddin S, Mevissen M, Raymond R, Simonetto A, Woerner S, Yndurain E 2020 *IEEE Transactions on Quantum Engineering* **1** 1
- [11] Preskill J 2018 *Quantum* **2** 79
- [12] Aharonov D, Ben-Or M 2008 *SIAM J. Comput.* **38** 1207
- [13] Knill E, Laflamme R, Zurek W H 1998 *Science* **279** 342
- [14] Krinner S, Lacroix N, Remm A, Di Paolo A, Genois E, Leroux C, Hellings C, Lazar S, Swiadek F, Herrmann J, Norris G J, Andersen C K, Müller M, Blais A, Eichler C, Wallraff A 2022 *Nature* **605** 669
- [15] Zhao Y, Ye Y, Huang H L, Zhang Y, Wu D, Guan H, Zhu Q, Wei Z, He T, Cao S, Chen F, Chung T H, Deng H, Fan D, Gong M, Guo C, Guo S, Han L, Li N, Li S, Li Y, Liang F, Lin J, Qian H, Rong H, Su H, Sun L, Wang S, Wu Y, Xu Y, Ying C, Yu J, Zha C, Zhang K, Huo Y H, Lu C Y, Peng C Z, Zhu X, Pan J W 2022 *Phys. Rev. Lett.* **129** 030501
- [16] Google Quantum AI 2023 *Nature* **614** 676
- [17] Gupta R S, Sundaresan N, Alexander T, Wood C J, Merkel S T, Healy M B, Hillenbrand M, Jochym-O'Connor T, Wootton J R, Yoder T J, Cross A W, Takita M, Brown B J 2024 *Nature* **625** 259
- [18] Brock B L, Singh S, Eickbusch A, Sivak V V, Ding A Z, Frunzio L, Girvin S M, Devoret M H 2025 *Nature* **641** 612
- [19] Babbush R, McClean J R, Newman M, Gidney C, Boixo S, Neven H 2021 *PRX Quantum* **2** 010103
- [20] Litinski D 2019 *Quantum* **3** 128
- [21] Fowler A G, Mariantoni M, Martinis J M, Cleland A N 2012 *Phys. Rev. A* **86** 032324
- [22] Tomita Y, Svore K M 2014 *Phys. Rev. A* **90** 062320
- [23] O'Brien T E, Tarasinski B, DiCarlo L 2017 *npj Quantum Inf.* **3** 39
- [24] Raussendorf R, Harrington J 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 190504
- [25] Gao D, Fan D, Zha C, Bei J, Cai G, Cai J, Cao S, Chen F, Chen J, Chen K, Chen X, Chen X, Chen Z, Chen Z, Chen Z, Chu W, Deng H, Deng Z, Ding P, Ding X, Ding Z, Dong S, Dong Y, Fan B, Fu Y, Gao S, Ge L, Gong M, Gui J, Guo C, Guo S, Guo X, Han L, He T, Hong L, Hu Y, Huang H L, Huo Y H, Jiang T, Jiang Z, Jin H, Leng Y, Li D, Li D, Li F, Li J, Li J, Li J, Li J, Li N, Li S, Li W, Li Y, Li Y, Liang F, Liang

- X, Liao N, Lin J, Lin W, Liu D, Liu H, Liu M, Liu X, Liu X, Liu Y, Lou H, Ma Y, Meng L, Mou H, Nan K, Nie B, Nie M, Ning J, Niu L, Peng W, Qian H, Rong H, Rong T, Shen H, Shen Q, Su H, Su F, Sun C, Sun L, Sun T, Sun Y, Tan Y, Tan J, Tang L, Tu W, Wan C, Wang J, Wang B, Wang C, Wang C, Wang C, Wang J, Wang L, Wang R, Wang S, Wang X, Wang X, Wang X, Wang Y, Wei Z, Wei J, Wu D, Wu G, Wu J, Wu S, Wu Y, Xie S, Xin L, Xu Y, Xue C, Yan K, Yang W, Yang X, Yang Y, Ye Y, Ye Z, Ying C, Yu J, Yu Q, Yu W, Zeng X, Zhan S, Zhang F, Zhang H, Zhang K, Zhang P, Zhang W, Zhang Y, Zhang Y, Zhang L, Zhao G, Zhao P, Zhao X, Zhao X, Zhao Y, Zhao Z, Zheng L, Zhou F, Zhou L, Zhou N, Zhou N, Zhou S, Zhou S, Zhou Z, Zhu C, Zhu Q, Zou G, Zou H, Zhang Q, Lu C Y, Peng C Z, Zhu X, Pan J W **2025** *Phys. Rev. Lett.* **134** 090601
- [26] Krantz P, Kjaergaard M, Yan F, Orlando T P, Gustavsson S, Oliver W D **2019** *Appl. Phys. Rev.* **6** 021318
- [27] DiCarlo L, Chow J M, Gambetta J M, Bishop L S, Johnson B R, Schuster D I, Majer J, Blais A, Frunzio L, Girvin S M, Schoelkopf R J **2009** *Nature* **460** 240
- [28] Dewes A, Ong F R, Schmitt V, Lauro R, Boulant N, Bertet P, Vion D, Esteve D **2012** *Phys. Rev. Lett.* **108** 057002
- [29] Zhao P, Xu P, Lan D, Chu J, Tan X, Yu H, Yu Y **2020** *Phys. Rev. Lett.* **125** 200503
- [30] Barends R, Quintana C M, Petukhov A G, Chen Y, Kafri D, Kechedzhi K, Collins R, Naaman O, Boixo S, Arute F, Arya K, Buell D, Burkett B, Chen Z, Chiaro B, Dunsworth A, Foxen B, Fowler A, Gidney C, Giustina M, Graff R, Huang T, Jeffrey E, Kelly J, Klimov P V, Kostritsa F, Landhuis D, Lucero E, McEwen M, Megrant A, Mi X, Mutus J, Neeley M, Neill C, Ostby E, Roushan P, Sank D, Satzinger K J, Vainsencher A, White T, Yao J, Yeh P, Zalcman A, Neven H, Smelyanskiy V N, Martinis J M **2019** *Phys. Rev. Lett.* **123** 210501
- [31] Chen Y, Neill C, Roushan P, Leung N, Fang M, Barends R, Kelly J, Campbell B, Chen Z, Chiaro B, Dunsworth A, Jeffrey E, Megrant A, Mutus J Y, O'Malley P J J, Quintana C M, Sank D, Vainsencher A, Wenner J, White T C, Geller M R, Cleland A N, Martinis J M **2014** *Phys. Rev. Lett.* **113** 220502
- [32] Foxen B, Neill C, Dunsworth A, Roushan P, Chiaro B, Megrant A, Kelly J, Chen Z, Satzinger K, Barends R, Arute F, Arya K, Babbush R, Bacon D, Bardin J C, Boixo S, Buell D, Burkett B, Chen Y, Collins R, Farhi E, Fowler A, Gidney C, Giustina M, Graff R, Harrigan M, Huang T, Isakov S V, Jeffrey E, Jiang Z, Kafri D, Kechedzhi K, Klimov P, Korotkov A, Kostritsa F, Landhuis D, Lucero E, McClean J, McEwen M, Mi X, Mohseni M, Mutus J Y, Naaman O, Neeley M, Niu M, Petukhov A, Quintana C, Rubin N, Sank D, Smelyanskiy V, Vainsencher A, White T C, Yao Z, Yeh P, Zalcman A, Neven H, Martinis J M **2020** *Phys. Rev. Lett.* **125** 120504
- [33] Yan F, Krantz P, Sung Y, Kjaergaard M, Campbell D L, Orlando T P, Gustavsson S, Oliver W D **2018** *Phys. Rev. Appl.* **10** 054062
- [34] Li X, Cai T, Yan H, Wang Z, Pan X, Ma Y, Cai W, Han J, Hua Z, Han X, Wu Y, Zhang H, Wang H, Song Y, Duan L, Sun L **2020** *Phys. Rev. Appl.* **14** 024070
- [35] Sete E A, Chen A Q, Manenti R, Kulshreshtha S, Poletto S **2021** *Phys. Rev. Appl.* **15** 064063
- [36] Setiawan F, Groszkowski P, Clerk A A **2023** *Phys. Rev. Appl.* **19** 034071
- [37] Møller D, Madsen L B, Mølmer K **2008** *Phys. Rev. Lett.* **100** 170504
- [38] Majer J, Chow J M, Gambetta J M, Koch J, Johnson B R, Schreier J A, Frunzio L, Schuster D I, Houck A A, Wallraff A, Blais A, Devoret M H, Girvin S M, Schoelkopf R J **2007** *Nature* **449** 443
- [39] Chow J M, Gambetta J M, Cross A W, Merkel S T, Rigetti C, Steffen M **2013** *New J. Phys.* **15** 115012
- [40] Rigetti C, Devoret M **2010** *Phys. Rev. B* **81** 134507
- [41] Poletto S, Gambetta J M, Merkel S T, Smolin J A, Chow J M, Córcoles A D, Keefe G A, Rothwell M B, Rozen J R, Abraham D W, Rigetti C, Steffen M **2012** *Phys. Rev. Lett.* **109** 240505
- [42] Caldwell S A, Didier N, Ryan C A, Sete E A, Hudson A, Karalekas P, Manenti R, da Silva M P, Sinclair R, Acala E, Alidoust N, Angeles J, Bestwick A, Block M, Bloom B, Bradley A, Bui C, Capelluto L, Chilcott R, Cordova J, Crossman G, Curtis M, Deshpande S, Bouayadi T E, Girshovich D, Hong S, Kuang K, Lenihan M, Manning T, Marchenkov A, Marshall J, Maydra R, Mohan Y, O'Brien W, Osborn C, Otterbach J, Papageorge A, Paquette J P, Pelstring M, Polloreno A, Prawiroatmodjo G, Rawat V, Reagor M, Renzas R, Rubin N, Russell D, Rust M, Scarabelli D, Scheer M, Selvanayagam M, Smith R, Staley A, Suska M, Tezak N, Thompson D C, To T W, Vahidpour M, Vodrahalli N, Whyland T, Yadav K, Zeng W, Rigetti C **2018** *Phys. Rev. Appl.* **10** 034050
- [43] Paik H, Mezzacapo A, Sandberg M, McClure D T, Abdo B, Córcoles A D, Dial O, Bogorin D F, Plourde B L T, Steffen M, Cross A W, Gambetta J M, Chow J M **2016** *Phys. Rev. Lett.* **117** 250502
- [44] Pedersen L H, Møller N M, Mølmer K **2007** *Phys. Lett. A* **367** 47
- [45] Wales D J, Doye J P K **1997** *J. Phys. Chem. A* **101** 5111
- [46] Chu J, Yan F **2021** *Phys. Rev. Appl.* **16** 054020

Systematical study of effects of chip parameters and control waveforms on fidelity of CZ gate*

WANG Shi ^{1) #} ZHENG Yan ^{3) #} HOU Jie ¹⁾ YE Yongjin ¹⁾
 JI Yang ^{1) 2)} WU Yongzheng ^{1) 2) †}

1) (*The 32nd Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Shanghai 201808, China*)

2) (*Shanghai Research Center for Quantum Sciences, Shanghai 201315, China*)

3) (*Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

(Received 23 January 2025; revised manuscript received 17 May 2025)

Abstract

Efficient and high-fidelity two-qubit gates are crucial to achieving fault-tolerant quantum computing and have become one of the key research topics in the quantum computing field. The fidelity of quantum gate is affected by many factors, such as quantum chip parameters and control waveforms. In theory, the chip parameters and waveforms can be precisely designed. However, in practice, the actual chip parameters and waveforms may deviate from the theoretical values. It is necessary to systematically study the effects of chip parameters, control waveforms, and other factors on the fidelity of two-qubit gate, and determine the magnitude and direction of the each factor's effect. Here, we systematically study the effects of chip parameters, control waveforms, coupler start frequency, qubit frequency, etc. on the fidelity of CZ gate. On this basis, the response of gate fidelity to deviations in control parameters is further studied. At the chip design level, quantum chips based on CBQ parameters can achieve higher-fidelity CZ gate in shorter gate operation time. In terms of controlling waveforms, the three-level Fourier series wave is superior to the square wave and rounded trapezoidal wave in achieving lower gate error rate and shorter gate operation time, and can better meet the requirements for efficient implementation of high-fidelity quantum gates. Factors such as the coupler starting frequency and qubit frequency have relatively little effect on the fidelity of the CZ gate. In a wide frequency range, high-fidelity CZ gate can always be achieved by optimizing the control waveform parameters. It should be pointed out that slight deviations of control parameters will lead to a significant increase in gate error. This study is of great significance for clarifying the effects of various factors on the fidelity of the CZ gate. It can provide theoretical and technical support for designing superconducting quantum chips and realizing high-fidelity CZ gate, thereby promoting the engineering development of quantum computing.

Keywords: quantum computing, quantum gates, quantum control, fidelity

PACS: 03.67.Lx, 03.67.Bg, 42.50.Dv

DOI: [10.7498/aps.74.20250108](https://doi.org/10.7498/aps.74.20250108)

CSTR: [32037.14.aps.74.20250108](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20250108)

* Project supported by the Shanghai Municipal Science and Technology Major Project (Grant No. 2019SHZDZX01).

These authors contributed equally.

† Corresponding author. E-mail: yzwu15@fudan.edu.cn

芯片参数与控制波形对CZ门保真度影响的系统性研究

汪士 郑岩 侯杰 叶永金 季阳 吴永政

Systematical study of effects of chip parameters and control waveforms on fidelity of CZ gate

WANG Shi ZHENG Yan HOU Jie YE Yongjin JI Yang WU Yongzheng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 150302 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250108

CSTR: 32037.14.aps.74.20250108

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250108>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

硅基半导体量子计算研究进展

New progress of silicon-based semiconductor quantum computation

物理学报. 2022, 71(23): 230301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221900>

时间旅行的量子门

Quantum computing with time-travelling quantum gates

物理学报. 2024, 73(2): 020303 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231289>

量子噪声对Shor算法的影响

Effects of quantum noise on Shor's algorithm

物理学报. 2024, 73(5): 050301 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231414>

硅和锗量子计算材料研究进展

Research progress of silicon and germanium quantum computing materials

物理学报. 2021, 70(21): 217802 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211492>

多功能量子远程传态网络

A multifunctional quantum teleportation network

物理学报. 2021, 70(10): 104203 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201749>

离子阱量子计算规模化的研究进展

Research progress of ion trap quantum computing

物理学报. 2023, 72(23): 230302 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20231128>