

# 低磁场螺旋波等离子体中 Trivelpiece-Gould 波的功率沉积特性\*

李文秋<sup>1)†</sup> 唐彦娜<sup>1)</sup> 刘雅琳<sup>1)</sup> 王刚<sup>1)2)</sup>

1) (中国科学院空天信息创新研究院, 北京 100190)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

(2025 年 3 月 21 日收到; 2025 年 5 月 19 日收到修改稿)

深入理解螺旋波等离子体中的低磁场密度峰值现象, 对全面揭示螺旋波放电机制至关重要. 本研究基于低温等离子体动理学效应和带电粒子温度各向异性假设, 利用均匀等离子体中电磁波的一般色散关系, 理论分析了低磁场 ( $<100$  G ( $1$  G =  $10^{-4}$  T)), 低气压条件下 Trivelpiece-Gould (TG) 波的色散特性、波数关系及功率沉积特性. 研究表明: 在波频率  $\omega/2\pi = 13.56$  MHz、离子与电子轴向温度比值  $T_{i,z}/T_{e,z} = 0.1$ 、等离子体密度  $n_0 = 1 \times 10^{11}$  cm<sup>-3</sup>、中性气体 (Ar) 气压  $p_{Ar} = 0.5$  mTorr ( $1$  mTorr =  $0.133$  Pa) 参量条件下, 粒子间的碰撞阻尼效应彻底改变了螺旋波与 TG 波的色散特性和波数关系; 对于 TG 波  $m = 0$  角向模,  $n = 1$  径向模较其余高次径向模在功率沉积中扮演主要角色; 对于 TG 波 ( $m = 0, n = 1$ ) 模, 在电子温度  $T_{e,z} \in (3, 8)$  eV 范围内, 在低磁场和电子温度各向异性因子  $\chi_e \ll 1$  ( $\chi_e = T_{e,\perp}/T_{e,z}$ ) 条件下朗道阻尼在功率沉积中占据主导地位, 而在高磁场和  $\chi_e \gg 1$  条件下碰撞阻尼主导功率沉积.

**关键词:** 等离子体动理学, 电磁波, 色散特性, 非线性现象**PACS:** 52.25.Dg, 52.35.Hr, 11.55.Fv, 52.35.Mw**DOI:** 10.7498/aps.74.20250303**CSTR:** 32037.14.aps.74.20250303

## 1 引言

在螺旋波等离子体电离机制研究中, 一般认为电离产生的等离子体密度随外界静磁场线性变化, 但在许多实验结果中却观测到低磁场密度峰值现象, 这一反常现象的理论解释至今未有统一的共识<sup>[1-7]</sup>. 1992 年, Chen<sup>[8]</sup> 在进行高密度螺旋波等离子体源研究过程中首次观测到约 50 G ( $1$  G =  $10^{-4}$  T) 磁场处的密度峰值现象, 并将出现这一现象的原因归结于 Trivelpiece-Gould(TG) 波的回旋共振放电, 但在理论层面未就这一现象进行详细研究. 1996 年, Degeling 等<sup>[4]</sup> 利用 Half-turn-

helical 天线激发的螺旋波在 50 G 磁场处观测到了密度峰值现象, 结合实验结果, 给出的理论解释是螺旋波的相速度与麦克斯韦电子速率分布中的局部电子热速度相近, 两者之间发生了朗道阻尼效应, 导致螺旋波的能量传递给电子, 得到能量的电子变成热电子, 这部分热电子使得中性气体电离率增大, 从而使得等离子体密度变大. 2003 年, Chen<sup>[9]</sup> 采用流体代码计算发现, 当考虑放电管终端反射波效应时, 在约 50 G 磁场处即可出现密度峰值现象, 原因是反射波使得沉积入等离子体中的功率增大, 从而提高了电离率. 2006 年, Cho<sup>[10]</sup> 发现对于 Single Loop 天线, 放电管终端的反射波效应可以引发低磁场密度峰值现象; 而对于 Nagoya type III 或 Half-

\* 中国科学院空天信息创新研究院高功率微波源与技术重点实验室 (批准号: E3E2130901) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: beiste@163.com

turn-helical 天线, 无论是否存在放电管终端的反射波效应, 均出现低磁场密度峰值现象. 2007 年, Sato 等<sup>[11]</sup>通过实验发现, 在低磁场 ( $< 100$  G) 情况下, Helical 天线激发的 TG 波诱发密度峰值现象, TG 波通过朗道阻尼效应产生高密度等离子体. 2013 年, Barada 等<sup>[12]</sup>在低磁场 ( $< 100$  G) 情形下观测到约 50 和 25 G 处的密度峰值现象, 借助磁探针和 Langmuir 探针发现这些密度峰值源于模式共振锥边界处的静电波动, 这种静电波动从螺旋波中获取能量, 并将能量沉积入等离子体中, 从而引发密度峰值现象. 2015 年, Wang 等<sup>[13]</sup>在 40—55 G 低磁场处观测到密度峰值现象, 认为这在一定程度上是由非共振模式转换激发 TG 波引起的. 2024 年, Cui 等<sup>[14]</sup>在实验中观测到了低磁场 (50—200 G) 密度峰值现象, 但未做出进一步的理论解释.

以上分析表明关于低磁场密度峰值这一现象还没有统一的解释, 仍需在理论层面进行深入研究. 本文基于低温等离子体动理学效应和带电粒子温度各向异性假设, 利用广义等离子体介电张量矩阵, 进一步在 Chen<sup>[8]</sup>的实验研究工作基础上, 在理论层面分析了 TG 波  $m = 0$  角向模的各次径向模在低磁场密度峰值现象中扮演的角色, 所得理论结果揭示了  $n = 1$  次径向模较其余高次径向模在功率沉积中的主导作用. 同时, 电子温度各向异性和磁场强度对此模式的功率沉积特性具有决定性影响. 这一新研究结果不仅在理论层面进一步加深了我们对低磁场密度峰值现象的理解, 同时也为全面揭示螺旋波放电机理提供了新的线索.

## 2 理论模型

螺旋波放电产生的等离子体柱浸没在轴向静

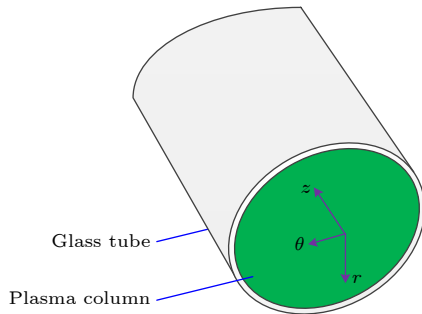


图 1 等离子体柱横向截面示意图

Fig. 1. Cross section of plasma column.

磁场中, 等离子体柱被内径  $r = a$  的绝缘玻璃管包裹. 假定等离子体中离子携带单位正电荷, 径向等离子体密度均匀分布, 电子和离子均有有限温度. 整个系统的示意图如图 1 所示.

采用圆柱坐标系  $(r, \theta, z)$ , 假设电磁场场量具有形式  $e^{j(m\theta + k_z z - \omega t)}$ , 基于麦克斯韦方程组:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\frac{j\omega}{c^2} \mathbf{K} \cdot \mathbf{E}, \quad (2)$$

得到描述无界均匀等离子体中电磁波的波动方程:

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) + k_0^2 \mathbf{K} \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (3)$$

式中  $m$  为角向模数;  $k_z$  为轴向波数;  $k_0 = \omega/c$  为真空波数,  $\omega$  为波频率,  $c$  为光速;  $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k_0$  为折射率,  $k = \sqrt{k_z^2 + k_\perp^2}$  为总波数;  $k_\perp$  为横向波数, 符号  $\perp$  表示垂直于轴向静磁场的横向方向.  $\mathbf{K}$  为广义等离子体介电张量<sup>[15]</sup>,

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \kappa_\perp & j\kappa_\perp & 0 \\ -j\kappa_\perp & \kappa_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{//} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

式中, 张量各元素可表示为<sup>[15]</sup>

$$\kappa_\perp = 1 + \sum_{\ell=i,e} \frac{\omega_{p\ell}^2 e^{-\lambda_\ell}}{\omega^2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{s^2 I_s(\lambda_\ell)}{\lambda_\ell} \times \left[ \zeta_{0,\ell} Z(\zeta_{s,\ell}) + (1 - \chi_\ell) \frac{Z'(\zeta_{s,\ell})}{2} \right], \quad (5)$$

$$\kappa_\perp = \sum_{\ell=i,e} \frac{\epsilon_\ell \omega_{p\ell}^2 e^{-\lambda_\ell}}{\omega^2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} s [I_n(\lambda_\ell) - I'_s(\lambda_\ell)] \times \left[ \zeta_{0,\ell} Z(\zeta_{s,\ell}) + (1 - \chi_\ell) \frac{Z'(\zeta_{s,\ell})}{2} \right], \quad (6)$$

$$\kappa_{//} = 1 - \sum_{\ell=i,e} \frac{\omega_{p\ell}^2 e^{-\lambda_\ell}}{\omega^2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} I_s(\lambda_\ell) \times \left[ 1 + \frac{s\omega_{c\ell}}{\omega} (1 - \chi_\ell) \right] \zeta_{0,\ell} \zeta_{s,\ell} Z'(\zeta_{s,\ell}). \quad (7)$$

这里  $\ell$  代表带电粒子种类 (电子或离子);  $\epsilon_e = -1$ ,  $\epsilon_i = 1$ .  $\omega_{p\ell} = \sqrt{n_0 q_\ell^2 / \epsilon_0 m_\ell}$  为等离子体频率, 其中  $q_\ell$  为带电粒子电荷电量,  $n_0$  为等离子体密度,  $m_\ell$  为带电粒子质量,  $\epsilon_0$  为真空介电常数.  $\omega_{c\ell} = |q_\ell| B_0 / m_\ell$  为带电粒子回旋频率, 其中  $B_0$  为轴向静磁场强度.  $\lambda_\ell = k_\perp^2 \rho_\ell^2 / 2$  为有限拉莫尔半径效应因子<sup>[16]</sup>, 其中  $\rho_\ell = v_{th,\ell} / \omega_{c\ell}$  为带电粒子回旋半径,  $v_{th,\ell} =$

$\sqrt{2|q_\ell|T_{\ell,\perp}/m_\ell}$  为带电粒子横向热速度,  $T_{\ell,\perp}$  ( $T_{\ell,z}$ ) 为带电粒子横向 (轴向) 温度 (单位为 eV).  $\chi_\ell = T_{\ell,\perp}/T_{\ell,z}$  为带电粒子温度各向异性因子.  $\zeta_{s,\ell} = (\omega + j\nu_\ell + s\omega_{c\ell})/k_z v_{th\ell,z}$  为等离子体色散函数宗量 [17], 其中  $s$  为回旋谐波次数;  $v_{th\ell,z} = \sqrt{|q_\ell|T_{\ell,z}/m_\ell}$  为带电粒子轴向热速度;  $\nu_\ell$  是碰撞频率, 可表示为 [18-20]

$$\nu_e = 2.9 \times 10^{-12} \ln \Lambda \frac{n_0}{T_{e,z}^{3/2}} + n_n \langle \sigma_{en} v_{the,z} \rangle, \quad (8)$$

$$\nu_i = 4.8 \times 10^{-14} \ln \Lambda \frac{n_0}{\sqrt{AT_{i,z}^{3/2}}}, \quad (9)$$

(8) 式右侧第一项代表电子-离子碰撞频率, 第二项代表电子和中性工质气体之间的电离频率. 这里  $\ln \Lambda = 23 - 0.5 \ln(10^{-6} n_0 / T_{e,z}^3)$  为库仑对数 [18];  $A$  为中性气体原子质量数;  $n_n = 3.54 \times 10^{19} p_{Ar} \text{ m}^{-3}$  为中性气体密度 [21],  $p_{Ar}$  为中性气体 (氩气) 气压, 单位是 mTorr (1 mTorr = 0.133 Pa);  $\sigma_{en} = 5 \times 10^{-19} \text{ m}^2$  为电子-氩气碰撞截面数据 [21].  $I_s(\cdot)$  为  $s$  阶第一类修正贝塞尔函数 [22].  $Z(\zeta)$  为等离子体色散函数 [17], 其定义为

$$Z(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\tau^2}}{\tau - \zeta} d\tau, \quad \text{Im}\{\zeta\} > 0, \quad (10)$$

$$Z'(\zeta) = -2[1 + \zeta Z(\zeta)]. \quad (11)$$

求解 (3) 式, 得到描述无界均匀等离子体中电磁波的一般色散关系 [23]:

$$\begin{aligned} & \kappa_\perp k_\perp^4 + k_\perp^2 [k_z^2 (\kappa_\perp + \kappa_{//}) - k_0^2 (\kappa_\perp \kappa_{//} + RL)] \\ & + \kappa_{//} (k_z^2 - k_0^2 R) (k_z^2 - k_0^2 L) = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $R = \kappa_\perp + \kappa_{//}$ ,  $L = \kappa_\perp - \kappa_{//}$ . 在典型螺旋波等离子体频率范围内,  $\omega_{ci} \ll \omega < \omega_{ce}$ , (12) 式色散关系可化简为 [23]

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + j\nu_e - \omega_{ce} \cos \theta)}, \quad (13)$$

其中  $\cos \theta = k_z/k$ . 在有界均匀等离子体中, (13) 式描述的在电离层中传播的 Whistler 波转变为具有电磁特性的螺旋波和具有静电特性的 TG 波, 由于 TG 波是一种静电波, 故其色散关系满足下式 [15]:

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{k} = 0. \quad (14)$$

代入 (5)–(7) 式, 得到有界等离子体中 TG 波的一般色散关系:

$$\frac{k_{\perp,mn}^2}{k_z^2} = -\frac{\kappa_{//}}{\kappa_\perp}. \quad (15)$$

在冷等离子体近似条件下, (15) 式可化简为 [24]

$$\frac{k_{\perp,mn}^2}{k_z^2} = \frac{[(\omega + j\nu_e)^2 - \omega_{ce}^2][\omega(\omega + j\nu_e) - \omega_{pe}^2]}{(\omega + j\nu_e)[(\omega + j\nu_e)\omega_{pe}^2 + \omega\omega_{ce}^2 - \omega(\omega + j\nu_e)^2]}, \quad (16)$$

其中  $k_{\perp,mn} = p_{mn}/a$ ,  $p_{mn}$  为  $m$  阶第一类贝塞尔函数  $J_m(\cdot)$  的第  $n$  个零根.

在考虑阻尼效应的有损等离子体介质中, TG 波电场的轴向分量可表示为 [25]

$$E_{z,mn} = A_{mn} J_m(k_{\perp,mn} r), \quad (17)$$

其中  $A_{mn}$  为幅值系数. 联立上述分析, 求得螺旋波等离子体中 TG 波的功率沉积 [26]:

$$\begin{aligned} P_{\text{abs},mn} &= \frac{1}{2} \text{Re}\{\mathbf{E} \cdot \mathbf{J}^*\} \\ &= \frac{1}{2} \omega \varepsilon_0 \int_0^a \int_0^{2\pi} \text{Im} \left[ \kappa_\perp (|E_{r,mn}|^2 + |E_{\theta,mn}|^2) \right. \\ &\quad \left. + 2\kappa_\perp \text{Re}(E_{r,mn} E_{\theta,mn}^*) + \kappa_{//} |E_{z,mn}|^2 \right] r dr d\theta, \end{aligned} \quad (18)$$

其中  $\mathbf{J}$  为等离子体电流;  $\mathbf{J}^*$  为  $\mathbf{J}$  的共轭;  $E_{r,mn}$  和  $E_{\theta,mn}$  分别为 TG 波的径向、角向电场分量, 其可通过 Maxwell 方程 (1) 和方程 (2) 求得;  $E_{\theta,mn}^*$  为  $E_{\theta,mn}$  的共轭.

本文分析过程中, 统一采用如下参数进行计算: 中性气体是氩气 (即原子质量数  $A = 40$ ), 均匀密度等离子体柱内径  $a = 3 \text{ cm}$ , 电磁波频率  $f = \omega/2\pi = 13.56 \text{ MHz}$ , 中性氩气气体气压  $p_{Ar} = 0.5 \text{ mTorr}$ ,  $n_0 = 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ , 离子与电子轴向温度比值  $T_{i,z}/T_{e,z} = 0.1$  [16,20].

### 3 数值计算与结果分析

本文分析在低磁场情形下 TG 波的传播及能量沉积特性, 在低磁场条件下, 波频率不再远小于电子回旋频率, 此时电子与波之间的动理学相互作用应予以考虑. 因此, 在定量计算之前, 有必要先对等离子体色散函数宗量  $\zeta_{s,\ell}$  和有限拉莫尔半径效应因子  $\lambda_\ell$  这两个影响计算结果的核心参量予以分析. 在  $\chi_e = 1$  参量条件下, 图 2 给出了 ( $m = 0$ ,  $n = 1$ ) 模等离子体色散函数宗量随归一化电子回旋频率 ( $\omega/\omega_{ce}$ ) 的变化特性. 计算结果表明, 在轴向静磁场  $B_0 \in (24 \text{ G}, 48 \text{ G})$  (即  $\omega/\omega_{ce} \in (0.1, 0.2)$ ) 范围内,  $\zeta_{0,e}$  的幅值远远小于其他高次谐波的幅值.

此外, 为得到尽可能精确的结果, 在定量计算时同时考虑  $|s| = 1$  次谐波的影响, 尽管相较基次 ( $s = 0$ ) 谐波其影响很小.

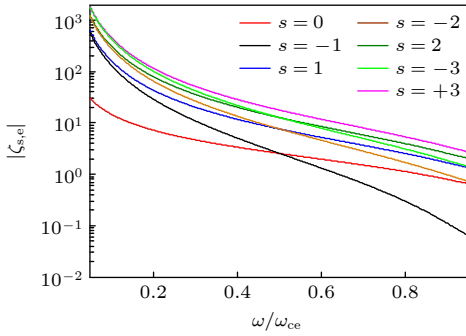


图 2 等离子体色散函数宗量随归一化电子回旋频率的对应关系

Fig. 2. Relation of the plasma dispersion function argument on normalized electron cyclotron frequency.

轴向静磁场作为影响带电粒子拉莫尔半径大小的直接参量, 在  $\chi_e = 0.1$ ,  $T_{e,z} = 3 \text{ eV}$  及  $k_z = 1 \text{ cm}^{-1}$  参量条件下, 图 3 给出了在轴向静磁场  $B_0 \in (5 \text{ G}, 100 \text{ G})$  范围内有限拉莫尔半径效应因子  $\lambda_\ell$  随归一化电子回旋频率  $\omega/\omega_{ce}$  的变化特性. 可以看到, 离子有限拉莫尔半径效应因子  $\lambda_i$  远远大于电子有限拉莫尔半径效应因子  $\lambda_e$ , 即  $\lambda_e \ll \lambda_i$ , 这是由于离子质量远远大于电子质量, 这表明在当前低轴向静磁场条件下, 相较电子, 离子是非磁化的, 即在计算等离子体介电张量元素时, 离子项  $e^{-\lambda_i}$  项可以忽略.

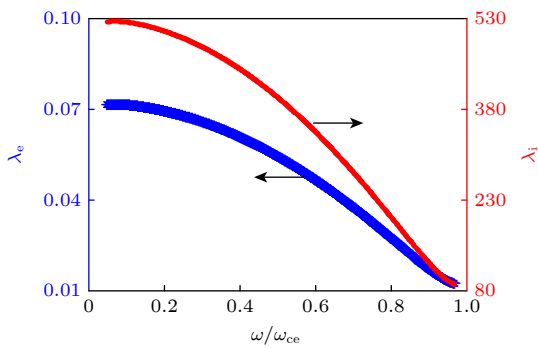


图 3 有限拉莫尔半径效应因子随归一化电子回旋频率的变化

Fig. 3. Dependence of the finite Larmor radius effects on normalized electron cyclotron frequency.

图 4 给出了在  $B_0 = 24 \text{ G}$ ,  $\omega_{pe} = 10\omega_{ce}$ ,  $T_e = 3 \text{ eV}$ ,  $\chi_e = 1$  参量条件下碰撞频率对 Whistler 波的色散关系的影响. 图 4(a) 给出了不考虑碰撞效

应条件下 Whistler 波的色散关系的情形, 由 (13) 式中的  $\frac{1}{[\omega\omega_{ce}(\omega/\omega_{ce} - \cos\theta)]}$  项可以看出, 随着  $\omega/\omega_{ce}$  逐渐趋近  $\cos\theta$ , 归一化轴向波数  $ck_z/\omega_{ce}$  趋于无穷大. 而对于考虑碰撞效应的情形, 图 4(b) 表明碰撞效应的存在从根本上改变了 Whistler 波的色散关系在  $x = \omega/\omega_{ce} = \cos\theta$  处的特性, 这是因为此时  $\frac{1}{[\omega(\omega/\omega_{ce} + j\nu_e/\omega_{ce} - \cos\theta)/\omega_{ce}]}$  项中的分母  $\omega/\omega_{ce} + j\nu_e/\omega_{ce} - \cos\theta$  在  $x = \omega/\omega_{ce} = \cos\theta$  时不为零, 使得归一化轴向波数  $ck_z/\omega_{ce}$  在  $x = \omega/\omega_{ce} = \cos\theta$  处具有有限值. 对比图 4(a) 和图 4(b) 可以看出, 随着  $\omega/\omega_{ce}$  越来越趋近  $\cos\theta$ , 碰撞效应对轴向波数  $k_z$  幅值的影响愈发显著, 即轴向波数幅值增大.

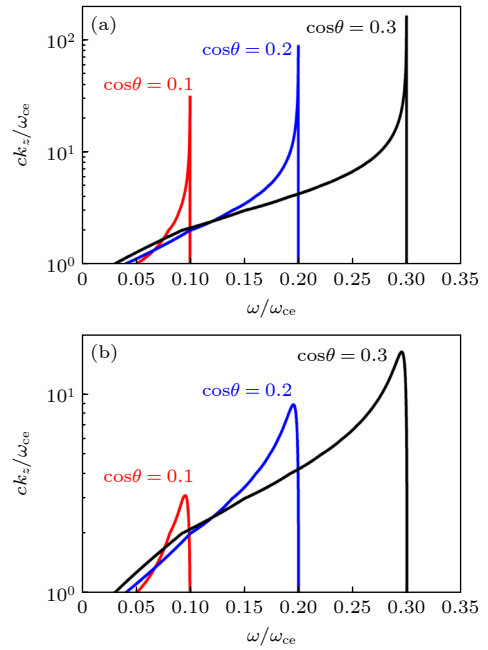


图 4 Whistler 波的色散关系 ( $\omega$ - $k_z$  空间) (a) 碰撞频率  $\nu_\ell = 0$ ; (b) 碰撞频率  $\nu_\ell \neq 0$

Fig. 4. Dispersion relation of Whistler waves ( $\omega$ - $k_z$  space): (a) collisional frequency  $\nu_\ell = 0$ ; (b) collisional frequency  $\nu_\ell \neq 0$ .

更进一步, 基于 (13) 式, 图 5 给出了在  $B_0 = 24 \text{ G}$ ,  $\omega = 0.1\omega_{ce}$ ,  $\omega_{pe} = 10\omega_{ce}$ ,  $T_e = 3 \text{ eV}$ ,  $\chi_e = 1$  参量条件下波模式对应的波数关系 ( $k_z$ ,  $k_\perp$ ). 可以看到, 当  $k_z$  取不同值时, 对应的横向波数  $k_\perp$  存在若干个不同的值. 例如, 当  $k_z = 0.35 \text{ cm}^{-1}$  时,  $k_\perp$  存在三个不同的值, 即  $k_{\perp,1} = 0.62 \text{ cm}^{-1}$ ,  $k_{\perp,2} = 2.75 \text{ cm}^{-1}$  和  $k_{\perp,3} = 3.47 \text{ cm}^{-1}$ , 这暗示此时存在三种不同的波模式, 三种波模式在径向存在模式耦

合, 并同步将电磁波的能量沉积入等离子体中. 另外, 从图 5 还可以看到, 在考虑碰撞效应情形下, 当  $k_z > 0.47 \text{ cm}^{-1}$  时, 等离子体中不存在任何波模式; 但在不考虑碰撞效应条件下, 当  $k_z > 0.47 \text{ cm}^{-1}$  时, 等离子体中存在两种波模式, 这表明碰撞效应的存在改变了等离子体中波模式的涵盖情况.

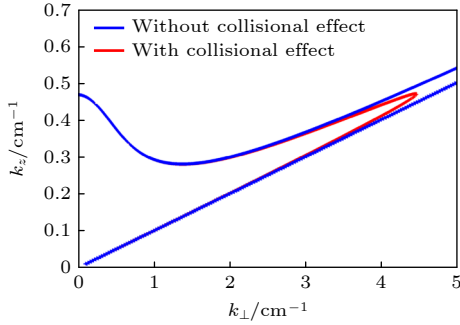


图 5 Whistler 波的色散关系 ( $k_{\perp}$ - $k_z$  空间)

Fig. 5. Dispersion relation of the whistler waves ( $k_{\perp}$ - $k_z$  space).

在低磁场螺旋波等离子体中, 通常存在两种典型的波模式, 即螺旋波和 TG 波, 它们是有界受约束情形下由 Whistler 波演化而来的两个分支. 图 6 给出了在  $n_0 = 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_e = 3 \text{ eV}$ ,  $\chi_e = 1$  参量条件下螺旋波与 TG 波横向波数的实部随轴向静磁场的变化 (图中实线代表考虑碰撞效应的情形, 虚线代表忽略碰撞效应的情形). 由图 6 可知, 这两个分支对应的横向波数实部具有这样的特性: 螺旋波具有较小的横向波数实部, TG 波具有较大的横向波数实部; 存在一个临界轴向静磁场值  $B_{0, \text{mcs}}$ , 螺旋波与 TG 波在模式耦合层 (mode coupling surface, MCS) 发生模式耦合<sup>[27]</sup>. 从图 6 还可以发现, 碰撞效应的存在使得模式耦合层的位置 (临界轴向静磁场值  $B_{0, \text{mcs}}$ ) 发生了变化, 即  $B_{0, \text{mcs}}$  减小. 最后, 对比图 6(a) 和图 6(b) 可以发现, 随着轴向波数  $k_z$  的增大, 临界轴向静磁场值  $B_{0, \text{mcs}}$  变小, 螺旋波和 TG 波的横向波数数值也发生了改变, 这表明轴向波数的改变可以从根本上影响波模式的传播特性, 进而改变波模式的能量沉积特性.

在低轴向静磁场 ( $B_0 = 12 \text{ G}$ ),  $n_0 = 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\chi_e = 1$  参量条件下, 采用理论分析公式  $\nu_{\text{LD}} = (\omega/\zeta_e^2) \text{Re}\{-j/Z'(\zeta_e)\}$  (其中  $\nu_{\text{LD}}$  表示朗道阻尼频率,  $\zeta_e = \omega/k_z v_{\text{the}, z}$ )<sup>[28]</sup>, 图 7 给出了 TG 波 ( $m = 0$ ,

$n = 1$ ) 模的阻尼特性. 可以看到, 在整个电子温度范围内, 随着电子温度的增大, 碰撞阻尼频率先减小后增大, 在  $T_{e, z} = 1.2 \text{ eV}$  处取得最小值; 而朗道阻尼频率单调逐渐增大, 在  $T_{e, z} = 1 \text{ eV}$  处急剧陡升; 更为重要的是, 在当前低轴向静磁场条件下, 可以发现在  $T_{e, z} \in (0.1, 2.1) \text{ eV}$  范围内碰撞阻尼占据主导地位, 而在  $T_{e, z} \in (2.1, 10) \text{ eV}$  范围内朗道阻尼占据主导地位, 这表明轴向静磁场和轴向电子温

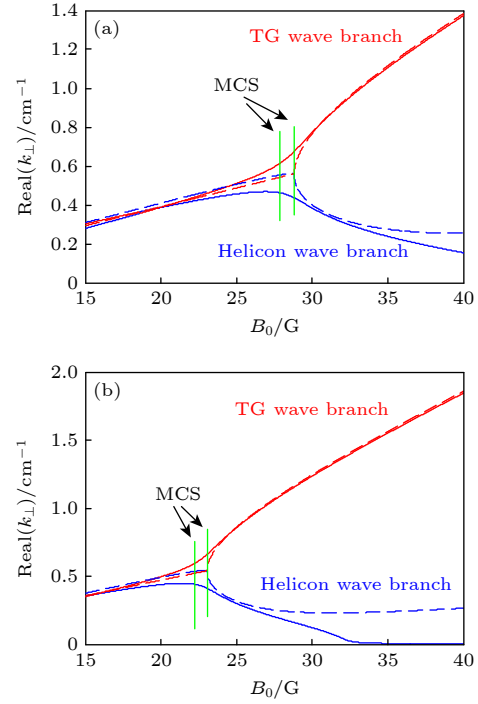


图 6 给定轴向波数时螺旋波与 TG 波横向波数的实部随轴向静磁场的变化 (a)  $k_z = 0.2 \text{ cm}^{-1}$ ; (b)  $k_z = 0.25 \text{ cm}^{-1}$

Fig. 6. Dependence of real part of the perpendicular wave number of helicon and TG waves on axial static magnetic field for given axial wave number: (a) Axial wave number  $k_z = 0.2 \text{ cm}^{-1}$ ; (b) axial wave number  $k_z = 0.25 \text{ cm}^{-1}$ .

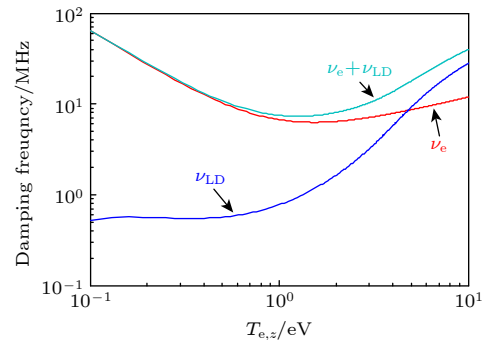


图 7 TG 波 ( $m = 0$ ,  $n = 1$ ) 模的碰撞阻尼频率和朗道阻尼频率

Fig. 7. Collision damping frequency and Landua damping frequency of the TG wave ( $m = 0$ ,  $n = 1$ ) mode.

度对波模的能量沉积特性具有根本的影响。

为做更进一步的详细比较,在参量条件  $B_0 = 48 \text{ G}$ ,  $n_0 = 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\chi_e = 0.1$  下,图 8 给出了 TG 波  $m = 0$  角向模的前三个径向模的功率沉积  $P_{\text{abs}}$  随电子温度  $T_{e,z}$  的变化特性. 计算结果表明,在当前低磁场、带电粒子温度各向异性条件下,三个径向模在不同的电子温度区间进行功率沉积,  $n = 1$  径向模功率沉积对应的电子温度范围最广,  $n = 3$  径向模功率沉积对应的电子温度范围最窄;三个径向模中,  $n = 1$  径向模主导功率沉积,其贡献远远大于其他径向模;在  $T_{e,z} \in (3, 8) \text{ eV}$  电子温度范围内,只有  $n = 1$  径向模的功率沉积随着电子温度的增大而逐渐增强. 这些结论表明,在当前参量条件下,应主要关注  $n = 1$  径向模的功率沉积特性.

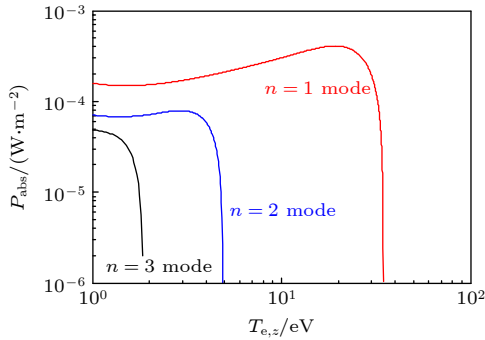


图 8 TG 波  $m = 0$  角向模对应的前三个径向模的功率沉积比较

Fig. 8. Comparison of power deposition for the first three radial modes of the  $m = 0$  TG wave.

基于以上分析,在参量条件  $B_0 = 48 \text{ G}$ ,  $n_0 = 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\chi_e = 0.1$  下,图 9 为 TG 波 ( $m = 0$ ,  $n = 1$ ) 模在  $(r, T_{e,z})$  参量空间的功率沉积二维分布. 由图 9 可知,在电子温度  $T_{e,z} \in (1, 10) \text{ eV}$  范围内,功率沉积随着电子温度的增大逐渐增强;功率沉积在径向具有抛物线型分布轮廓,在  $r = 0$  处取得最大值,即功率沉积在等离子体柱中心轴处取得峰值,这可能是因为在当前参量条件下, TG 波完全渗透到等离子体柱内部传播,使得电磁波与等离子体在整个径向范围内发生相互作用,随着  $T_{e,z}$  的增大,碰撞阻尼效应和朗道阻尼效应愈发强烈,两者导致的电磁波功率沉积逐渐增强;而对于回旋阻尼,由于其位于横向,轴向电子温度的增大并不会影响电子在横向与电磁波的相互作用强度,所以轴向电子温度的变化对回旋阻尼引起的功率沉积并无影响.

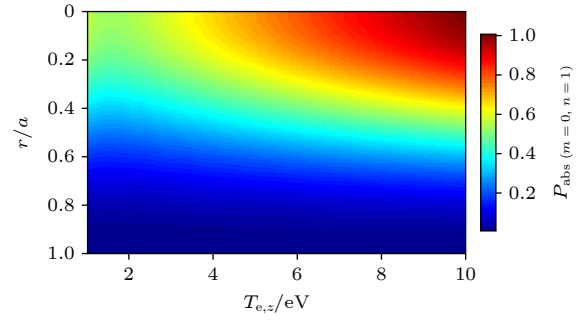


图 9 TG 波 ( $m = 0$ ,  $n = 1$ ) 模归一化功率沉积在  $(r, T_{e,z})$  参量空间的分布

Fig. 9. Normalized power deposition of the TG wave ( $m = 0$ ,  $n = 1$ ) mode in the  $(r, T_{e,z})$  parameter space.

紧接着上面的分析,在  $T_{e,z} = 3 \text{ eV}$ ,  $n_0 = 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  参量条件下, TG 波 ( $m = 0$ ,  $n = 1$ ) 模的功率沉积在  $(\omega/\omega_{ce}, \chi_e)$  参量空间的分布特性如图 10 所示. 计算结果表明,电子温度各向异性效应(电子温度各向异性因子  $\chi_e$ ) 和磁场强度(归一化电子回旋频率  $\omega/\omega_{ce}$ ) 均对功率沉积有显著的影响. 由图 10 可以看到,对于电子温度各向异性效应,在给定的低磁场值 ( $B_0 = 20 \text{ G}$ ) 条件下,随着横向电子温度的增大(即  $\chi_e$  的增大),功率沉积幅值均逐渐减小;而在给定的较高磁场值 ( $B_0 = 60 \text{ G}$ ) 条件下,随着  $\chi_e$  的增大,功率沉积幅值均逐渐增大. 对于磁场强度效应,在给定的低横向电子温度 ( $T_{e,\perp} = 0.1T_{e,z}$ , 即  $\chi_e = 0.1$ ) 条件下,随着磁场强度的增大(即  $\omega/\omega_{ce}$  的减小),功率沉积幅值均逐渐减小;而在给定的高横向电子温度 ( $T_{e,\perp} = 10T_{e,z}$ , 即  $\chi_e = 10$ ) 条件下,在某一磁场阈值处,功率沉积存在最小值,高于或低于此磁场阈值,功率沉积均随磁场的增大或减小而逐渐增大. 这些结果表明,在低横向电子温度和低磁场情形下,由朗道阻尼引

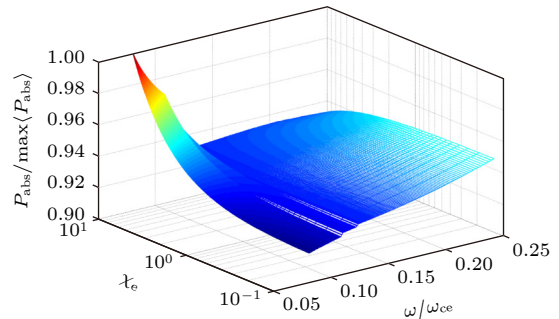


图 10 TG 波 ( $m = 0$ ,  $n = 1$ ) 模归一化功率沉积在  $(\omega/\omega_{ce}, \chi_e)$  参量空间的分布

Fig. 10. Normalized power deposition of the TG wave ( $m = 0$ ,  $n = 1$ ) mode in the  $(\omega/\omega_{ce}, \chi_e)$  parameter space.

起的轴向功率沉积占据主导地位;而在高横向电子温度和较高磁场情形下,由碰撞阻尼引起的横向功率沉积占据主导地位.

## 4 结 论

为在理论层面进一步研究低温螺旋波等离子体中的低磁场密度峰值现象,本文基于低温等离子体动理学效应和带电粒子温度各向异性假设,采用等离子体中电磁波的一般色散关系,理论分析了低磁场、低气压条件下轴向波数与碰撞阻尼效应对螺旋波与 TG 波的模式耦合特性的影响,以及 TG 波 ( $m = 0, n = 1$ ) 模的功率沉积特性. 计算结果暗示: 1) 在低磁场、低气压情形下,粒子间的碰撞效应(碰撞阻尼)彻底改变了螺旋波与 TG 波的色散特性和波数关系;轴向波数对螺旋波与 TG 波的模式耦合特性影响显著. 2) 在低磁场条件下, TG 波  $m = 0$  模的各个径向模在功率沉积中贡献各异,其中  $n = 1$  径向模的贡献远远超过其他高次径向模,即 TG 波 ( $m = 0, n = 1$ ) 模在电子温度  $T_{e,z} \in (3, 8)$  eV 范围内扮演主导作用. 3) 对于 TG 波 ( $m = 0, n = 1$ ) 模,其功率沉积在径向呈现抛物线轮廓,且轴向电子温度越大,功率沉积愈发强烈;在低横向电子温度和低磁场情形下,朗道阻尼在功率沉积中占据主导地位,而在高横向电子温度和较高磁场情形下,碰撞阻尼在功率沉积中扮演主导作用. 以上分析结果在理论层面进一步加深了对低磁场密度峰值现象的理解,同时也为全面了解螺旋波放电机理提供了新的线索.

## 参考文献

- [1] Degeling A W, Jung C O, Boswell R W, Ellingboe A R 1996 *Phys. Plasmas* **3** 2788  
 [2] Chen F F, Jiang X, Evans J D, Tynan G, Arnush D 1997

- Plasma Phys. Controlled Fusion* **39** A411  
 [3] Braginskii O V, Vasil'Eva A N, Kovalev A S 1998 *Plasma Phys. Rep.* **24** 762  
 [4] Wang S J, Kwak J G, Kim C B, Kim S K 2003 *Phys. Lett. A* **313** 278  
 [5] Shinohara S, Soejima T 1998 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **40** 2081  
 [6] Degeling A W, Borg G G, Boswell R W 2004 *Phys. Plasmas* **11** 2144  
 [7] Lafleur T, Charles C, Boswell R W 2010 *Phys. Plasmas* **17** 073508  
 [8] Chen F F 1992 *J. Vac. Sci. Technol.*, **A** **10** 1389  
 [9] Chen F F 2003 *Phys. Plasmas* **10** 2586  
 [10] Cho S 2006 *Phys. Plasmas* **13** 033504  
 [11] Sato G, Oohara W, Hatakeyama R 2007 *Plasma Sources Sci. Technol.* **16** 734  
 [12] Barada K K, Chattopadhyay P K, Ghosh J, Kumar S, Saxena Y C 2013 *Phys. Plasmas* **20** 042119  
 [13] Wang Y, Zhao G, Liu Z W, Ouyang J T, Chen Q 2015 *Phys. Plasmas* **22** 093507  
 [14] Cui R, Zhang T, He F, Zheng B, Ouyang J 2024 *Plasma Sources Sci. Technol.* **33** 025021  
 [15] Swanson D G 1989 *Plasma Waves* (New York: Academic Press) p155  
 [16] Li W Q, Tang Y N, Liu Y L, Wang G 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 075202 (in Chinese) [李文秋, 唐彦娜, 刘雅琳, 王刚 2024 物理学报 **73** 075202]  
 [17] Fried B D, Conte S D 2015 *The Plasma Dispersion Function: the Hilbert Transform of the Gaussian* (New York: Academic Press) p1  
 [18] Huba J D 2016 *NRL Plasma Formulary* (Washington: Naval Research Laboratory) p34  
 [19] Kamenski I V, Borg G G 1998 *Comput. Phys. Commun.* **113** 10  
 [20] Li W Q, Tang Y N, Liu Y L, Wang G 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 055202 (in Chinese) [李文秋, 唐彦娜, 刘雅琳, 王刚 2023 物理学报 **72** 055202]  
 [21] Mouzouris Y, Scharer J E 1998 *Phys. Plasmas* **5** 4253  
 [22] Martin P, Olivares J, Maass F, Valero E 2018 *Results Phys.* **11** 1028  
 [23] Chen F F, Arnush D 1997 *Phys. Plasmas* **4** 3411  
 [24] Borg G, Boswell R 1998 *Phys. Plasmas* **5** 564  
 [25] Glaude V M M, Moisan M, Pantel R, Leprince P, Marec J 1980 *J. Appl. Phys.* **51** 5693  
 [26] Shamrai K P, Shinohara S 2001 *Phys. Plasmas* **8** 4659  
 [27] Li W Q, Zhao B, Wang G, Xiang D 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 115201 (in Chinese) [李文秋, 赵斌, 王刚, 相东 2020 物理学报 **69** 115201]  
 [28] Loewenhardt P K, Blackwell B D, Boswell R W, Conway G D, Hamberger S M 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 2792

# Analysis of power deposition characteristics of Trivelpiece-Gould wave in low magnetic field helicon plasma\*

LI Wenqiu<sup>1)†</sup> TANG Yanna<sup>1)</sup> LIU Yalin<sup>1)</sup> WANG Gang<sup>1)2)</sup>

1) (*Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

2) (*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

( Received 21 March 2025; revised manuscript received 19 May 2025 )

## Abstract

Low-field peak phenomenon, which has been observed in low magnetic helicon plasma discharge, is generally considered to have great commercial value in the field of low-cost semiconductor etching ion sources. As an important phenomenon in helicon plasma discharge, in-depth theoretical investigation on it may help us fully understand the physical mechanism behind the helicon plasma discharge.

As a theoretical attempt to explore this phenomenon, which still lacks a unified explanation, we employ a plasma dielectric tensor model that better aligns with the actual discharge situation. Specifically, we use the general plasma dielectric tensor while accounting for the low temperature plasma kinetic effects and charged particle temperature anisotropy. Under typical helicon plasma discharge parameters, i.e. wave frequency  $\omega/2\pi = 13.56$  MHz, plasma column radius  $a = 3$  cm, neutral gas pressure  $p_{Ar} = 0.5$  mTorr, plasma density  $n_0 = 1 \times 10^{11}$  cm<sup>-3</sup>, and ratio of axial ion temperature to axial electron temperature  $T_{i,z}/T_{e,z} = 0.1$ , we theoretically investigate the dispersion characteristics and wave number relations of Whistler waves, the mode coupling between helicon and Trivelpiece-Gould (TG) waves, and the power deposition properties of TG wave in low magnetic field circumstances. Analytical results suggest that under low electron temperature  $T_e = 3$  eV and low magnetic field ( $B_0 < 48$  G) circumstances, the high-order ( $|s| > 1$ ) electron cyclotron harmonics can be ignored; the electron finite Larmor radius effect should be considered, while the ion finite Larmor radius effect can be ignored; the collision effect (collision damping) among particles completely changes the dispersion characteristics and wave number relations of the Whistler waves; for the helicon and TG waves, the value  $B_{0, mcs}$  (where the mode coupling surface (MCS) is located) decreases with the increase of the axial wave number, meanwhile, the collision effect greatly affects the mode coupling characteristic of helicon and TG waves near the mode coupling surface; collision damping and Landau damping respectively dominate wave power deposition in different axial electron temperature ranges; in the typical helicon plasma electron temperature range,  $T_{e,z} \in (3, 8)$  eV, the TG wave ( $m = 0, n = 1$ ) mode dominates the power deposition; for the TG wave ( $m = 0, n = 1$ ) mode, its power deposition peaks at the central axis of the plasma column, for low perpendicular electron temperature and low magnetic field, Landau damping dominates the power deposition, while under high perpendicular electron temperature and higher magnetic field, the collision damping dominates the power deposition.

These conclusions not only further deepens our understanding of the low magnetic field density peak phenomenon at the theoretical level, but also provides new clues for fully revealing the mechanism of helicon discharge mechanism.

**Keywords:** plasma kinetic equations, electromagnetic waves, dispersion characteristics, nonlinear phenomena

**PACS:** 52.25.Dg, 52.35.Hr, 11.55.Fv, 52.35.Mw

**DOI:** [10.7498/aps.74.20250303](https://doi.org/10.7498/aps.74.20250303)

**CSTR:** [32037.14.aps.74.20250303](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20250303)

\* Project supported by the Key Laboratory of High Power Microwave Sources and Technology, Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, China (Grant No. E3E2130901).

† Corresponding author. E-mail: [beiste@163.com](mailto:beiste@163.com)

## 低磁场螺旋波等离子体中Trivelpiece-Gould波的功率沉积特性

李文秋 唐彦娜 刘雅琳 王刚

### Analysis of power deposition characteristics of Trivelpiece-Gould wave in low magnetic field helicon plasma

LI Wenqiu TANG Yanna LIU Yalin WANG Gang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 155201 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250303

CSTR: 32037.14.aps.74.20250303

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

电子温度各向异性对螺旋波等离子体中电磁模式的传播及功率沉积特性的影响

Influence of electron temperature anisotropy on wave mode propagation and power deposition characteristics in helicon plasma

物理学报. 2023, 72(5): 055202 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222048>

等离子体-光子晶体阵列结构波导模型的电磁特性

Electromagnetic characteristics of waveguide model of plasma-photon crystal array structure

物理学报. 2024, 73(24): 245201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241300>

多组分尘埃等离子体中非线性尘埃声孤波的传播特征

Propagating characteristics of nonlinear dust acoustic solitary waves in multicomponent dusty plasma

物理学报. 2023, 72(3): 035201 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221843>

电子温度各向异性对螺旋波 $m = 1$ 角向模功率沉积特性的影响

Influence of electron temperature anisotropy on the  $m = 1$  helicon mode power deposition characteristic

物理学报. 2024, 73(7): 075202 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231759>

斜入射非线性电离层Langmuir扰动的电磁波传播特性

Electromagnetic wave propagation characteristics of oblique incidence nonlinear ionospheric Langmuir disturbance

物理学报. 2022, 71(6): 064101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211204>

等离子体对共振磁扰动的流体和动理学响应的模拟研究

Modelling study of fluid and kinetic responses of plasmas to resonant magnetic perturbation

物理学报. 2023, 72(7): 075202 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222196>