

基于流声分离的亚声速射流能量输运特性分析*

韩帅斌 罗勇[†] 李虎 王益民 武从海

(空天飞行空气动力学科学与技术全国重点实验室, 绵阳 621000)

(2025年3月18日收到; 2025年4月18日收到修改稿)

亚声速射流的流场中存在着动能、热能、声能等多种形式能量的输运与转化, 影响射流的稳定性和噪声辐射等特性, 准确认识射流中各模态能量的输运特性是发展高效降噪措施的重要基础. 基于拓展型亥姆霍兹分解流声分离方法, 发展了基于流声分离的脉动能量方程, 可有效地分离脉动能量及能流矢量中涡、熵、声及非线性模态的贡献, 为揭示流动近场的能量输运特性提供了分析工具. 将该方程应用于射流马赫数 0.9 的亚声速射流, 获得并分析了流声模态能量的空间分布特征和输运特性. 研究发现: 亚声速射流脉动能量中的涡模态能量和熵模态能量分布于射流近场并向下游输运; 声模态能量在势核外向远场辐射, 在势核内则由束缚波携带传播至上游; 多模态非线性相互作用相关的能量集中于射流尾迹区内, 输运无显著方向性.

关键词: 亚声速射流, 流声分离, 能量输运**PACS:** 43.28.+h, 43.50.Nm**DOI:** 10.7498/aps.74.20250353**CSTR:** 32037.14.aps.74.20250353

1 引言

亚声速射流噪声是航空发动机推进系统噪声的重要组成部分, 一直是气动声学领域的研究热点^[1-3]. 在亚声速射流的形成与发展过程中, 流场内存在着动能、热能、声能等多种形式能量的输运与转化^[4], 对射流的稳定性和噪声辐射等特性带来重要影响, 因此开展亚声速射流的能量输运特性研究对于探索高效的降噪措施十分重要.

亚声速射流远场噪声主要是湍流混合噪声, 学者们从噪声频谱、波包致噪、能量输运等角度开展了丰富的研究. Tam 等^[5,6] 通过对比分析大量实验射流噪声频谱数据, 发现存在两个具有一定普适性的射流噪声相似谱, 能够吻合当时所有工况下的噪声频谱数据, 由此提出了射流噪声的双声源机制, 即向下游传播的噪声由大尺度拟序结构产生, 向上

游和侧向传播的噪声则由小尺度拟序结构产生. Obrist^[7], Cavalieri 等^[8,9], Papamoschou^[10] 采用波包表征拟序结构, 通过波包模型的时间、空间、频率、振幅等不同形式的波形调制, 分析了多尺度拟序结构产生噪声的运动学机制, 发现波包模型可较好地预测下游的低方位角噪声. 然而基于运动学的波包模型不涉及波包产生噪声的动力学机制. Jordan 等^[11] 采用动量势理论^[12] 从能量输运角度研究了等熵流动中有旋波包的噪声辐射问题, 发现波包中的涡模态动量对波包的散射会导致侧向的声能流辐射. 对于真实亚声速射流, 涡模态不再局限于波包之中且其运动更加复杂, 同时噪声辐射也会受到熵脉动影响^[13,14]. Unnikrishnan 和 Gaitonde^[15] 采用动量势理论分析了射流马赫数 1.3 的超声速射流中的涡熵声模态, 发现涡模态和熵模态对侧向的声能辐射有贡献, 下游声能辐射则主要由声模态本身所贡献. 然而目前关于亚声速射流噪声的研究还

* 国家自然科学基金 (批准号: 12202474, 12372257, 12172374) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: luo.phd@foxmail.com

较少综合考虑涡熵声各模态的能量输运与传播特性以及各模态之间的非线性相互作用. 准确认识射流中的涡熵声模态及其相关的能量输运特性将有助于揭示射流噪声的动力学机制.

针对流场中脉动能量的输运与传播, Myers^[16,17]建立了稳衡流动的脉动能量方程, 其中脉动能量由速度脉动、压力脉动和熵脉动表征. 在声波线性传播的远场, 流动通常是等熵无旋的, 速度脉动和压力脉动均为声模态, 此时脉动能量方程可准确描述声能在远场的传播. 在声波产生和非线性传播的近场, 速度脉动和压力脉动同时包含了涡模态和声模态^[18], 且熵脉动不为零, 此时脉动能量是涡熵声多模态的耦合. 为了准确认识近场中涡熵声各模态相关的脉动能量输运与传播特性, 需要进一步针对速度、压力、密度等原始变量实现流声分离, 基于此开展流动的多模态能量输运特性分析.

本文基于前期建立的拓展型亥姆霍兹分解流声分离方法^[18], 发展基于流声分离的脉动能量方程, 并应用于射流马赫数 0.9 的亚声速射流, 分析流声模态能量的空间分布特征和输运特性, 为进一步揭示射流噪声的动力学机制提供支撑.

2 亚声速射流数据

本文采用 Towne 等^[19]公开的三维高亚声速湍射流的开源数据库开展基于流声分离的亚声速射流能量输运特性分析. 该数据库为采用 Vreman 亚格子模型^[20]的三维大涡模拟 (large eddy simulation, LES) 获得的高亚音速圆喷管湍射流时序流场, Brès 等^[21]给出了数值模拟及验证的具体细节, 其中一些关键的信息包括: 数值模拟计算域如图 1 所示, 该轴对称计算域内包含了圆形喷嘴几何体 (喷嘴中心位于 $(x, r) = (0, 0)$), 以及流向范围覆盖 $-10D$ 到 $50D$, 径向由 $20D$ 渐变扩展至 $40D$ 的区域 (D 为喷嘴直径), 计算网格的介绍可参考 Brès 等^[22] 研究结果. 为抑制非物理回流并促进流动卷吸, 在喷嘴外部入流边界及远场边界处施加马赫数 $Ma_\infty = 0.009$ 的极低速伴随流场. 为了消除计算域出流边界的虚假反射声波, 将计算域的右端划分为出流缓冲区, 在缓冲区内部区域控制方程右端添加人工阻尼项^[23,24]. 此外, 为了进一步抑制远场边界的声波反射, 将核心区域之外的区域 ($x/D < 31$

且 $r/D > 7$) 设定为海绵层, 并采用低阶高耗散的数值计算方法进行空间离散. 固壁为无滑移绝热壁面边界条件. Towne 等^[19]的开源数据库包含了图 1 中蓝色虚线框内 $0 \leq x/D \leq 30$, $0 \leq r/D \leq 6$ 的核心流场部分, 数据库流向、径向和周向对应的网格数量为 (626, 138, 128), 并在剪切层附近进行网格加密处理; 采样间隔为无量纲时间 $\delta t = c_\infty \Delta t / D = 0.2$, 可分辨的最高无量纲频率为 $St = 2.5$, 本文分析的声模态无量纲频率范围为 $St \in (0, 2)$ (见图 6), 满足本文流声模态分离需求. 数值模拟的主要参数包括射流马赫数为 $Ma_j = U_j / c_j = 0.9$, 雷诺数为 $Re_j = \rho_j U_j D_j / \mu_j \approx 1 \times 10^6$, 且射流是等温的 ($T_j / T_\infty = 1.0$), 其中 U 是时间平均的流向速度, c 为声速, T 为平均温度, D 为喷嘴直径, ρ 为密度, μ 为动力学黏性系数, 下标 “j” 和 “ ∞ ” 分别表示射流出口条件和自由流动条件. 流动变量的无量纲为 $\rho = \rho^* / \rho_\infty^*$, $p = \frac{p^*}{\rho_\infty^* c_\infty^{*2}} = \frac{p^*}{\gamma p_\infty^*}$, $T = \frac{T^*}{T_\infty^*}$, $\mathbf{u} = \frac{\mathbf{u}^*}{c_\infty^*}$, $\mathbf{x} = \frac{\mathbf{x}^*}{D^*}$, $t = t^* c_\infty^* / D^*$, 其中 “*” 表示有量纲量, 以上无量纲对应的理想气体状态方程为 $p = \rho T / \gamma$.

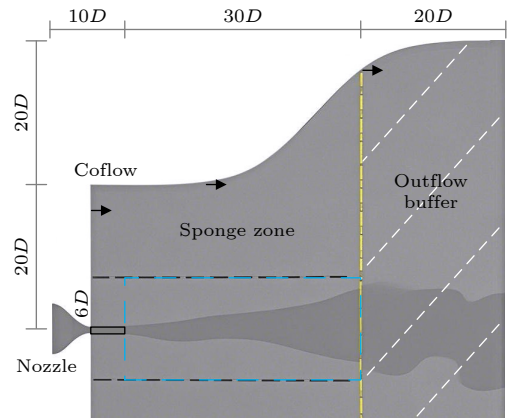


图 1 数值模拟计算域及数据库区域示意图^[21]

Fig. 1. Schematic for the computational domain for the numerical simulation and the zone of dataset^[21].

对于圆喷管射流, 可沿周向进行傅里叶变换获得其轴对称模态、螺旋模态和双螺旋模态^[25], 其中轴对称模态的脉动幅值较强. 图 2 是该射流压力脉动的三维截面及轴对称模态的空间分布, 可见轴对称模态与三维切片均清晰呈现了流场中的基本结构, 包括近场拟序结构以及远场的辐射声波. 本文主要针对轴对称模态开展分析, 基于流声分离揭示其在近场的能量输运特性.

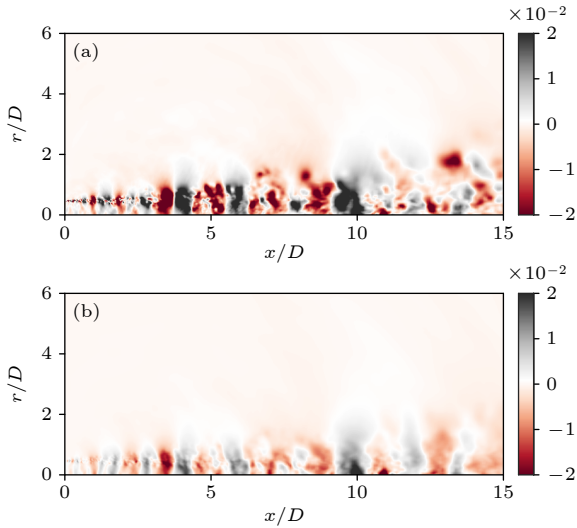


图 2 三维流场 $\theta = 0$ 位置处及轴对称模态压力脉动 (a) 三维流场 $\theta = 0$ 位置处压力脉动^[19]; (b) 轴对称模态压力脉动^[19]

Fig. 2. The distribution of pressure perturbation for 3D flow field at $\theta = 0$ and for asymmetric mode: (a) The distribution of pressure perturbation for 3D flow field at $\theta = 0$ ^[19]; (b) the distribution of pressure perturbation for asymmetric mode^[19].

3 理论方法

3.1 拓展型亥姆霍兹分解流声分离方法

采用 Han 等^[18]建立的拓展型亥姆霍兹分解流声分离方法对流场的原始变量进行流声模态分解. 该方法针对传统亥姆霍兹分解不能分离可压缩速度场中声模态和熵模态的问题, 从流声模态的物理特性出发, 基于胀量的物理过程分析, 提出了声胀量和热胀量的概念, 建立了对应于二者的声模态速度势和熵模态速度势泊松方程, 由此实现了速度场的熵声模态分解, 并在此基础上进一步建立压力场流声模态的泊松方程, 实现了压力场的熵声模态分解. 下面简要介绍该方法的原理.

胀量, 即速度场的散度, 在流体力学中常被用于描述胀压过程. 由随体形式的连续性方程

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (1)$$

这里 $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla$ 为物质导数, 以及密度脉动关系式

$$\delta\rho = \delta p/c^2 + (\partial\rho/\partial s)_p \delta s, \quad (2)$$

可得胀量与随体密度变化率的关系为

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = -\frac{1}{\gamma p} \frac{Dp}{Dt} + \frac{1}{c_p} \frac{Ds}{Dt}, \quad (3)$$

式中, $s = c_v \ln(p/\rho^\gamma)$, $\gamma = c_p/c_v$. 由 (3) 式可见, 胀量由随体压力脉动变化率和随体熵脉动变化率所贡献, 二者所刻画的流动过程截然不同: 压力脉动更多反映流动的声学过程, 而熵脉动则与热力学过程相关. 因此可将二者分别记为

$$\vartheta_p = -\frac{1}{\gamma p} \frac{Dp}{Dt}, \quad (4)$$

$$\vartheta_s = \frac{1}{c_p} \frac{Ds}{Dt}, \quad (5)$$

并分别称为声胀量和热胀量以体现其物理特性. 由速度场亥姆霍兹分解可得

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot \mathbf{u} = \vartheta_p + \vartheta_s. \quad (6)$$

这里 ϕ 为速度势. 由泊松方程的线性可叠加性, 可将速度势 ϕ 线性地表达为声模态速度势 ϕ_a 和熵模态速度势 ϕ_s 的叠加, 即 $\phi = \phi_a + \phi_s$, 由此可得速度场的声模态 (下标 a)、熵模态 (下标 s) 和涡模态 (下标 r) 的表达式:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_a &= \nabla \phi_a, \quad \nabla^2 \phi_a = \vartheta_p, \\ \mathbf{u}_s &= \nabla \phi_s, \quad \nabla^2 \phi_s = \vartheta_s, \\ \mathbf{u}_r &= \mathbf{u} - \mathbf{u}_a - \mathbf{u}_s. \end{aligned} \quad (7)$$

基于以上速度分解, 对随体形式的动量方程:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (8)$$

两端同时求散度可得

$$\nabla^2 p = -\nabla \cdot \left(\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} \right) + \nabla \cdot (\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}), \quad (9)$$

其中黏性应力张量的双重散度为^[26,27]

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}) &= (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \vartheta - (\nabla \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \nabla \mu \\ &\quad + \nabla \cdot (\lambda + 2\mu) \cdot \nabla \vartheta. \end{aligned} \quad (10)$$

这里 $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ 为涡量, $\vartheta = \nabla \cdot \mathbf{u}$ 为胀量, λ 和 μ 分别为第一动力学黏性系数和第二动力学黏性系数, 且根据 Stokes 假设有 $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$. Kovaszny 最早提出了流体脉动中的声熵涡三类物理模态, 并且在低阶扰动下各模态关系式仅由相应模态的物理量构成^[28-30], 因此本文参考 Kovaszny 的做法, 合理引入模态匹配假设, 即声模态、熵模态和涡模态压力分别与相应模态的速度相对应, 则可获得如下各模态压力相应的泊松方程组

$$\begin{aligned}\nabla^2 p_a &= -\nabla \cdot \left(\rho \frac{D\mathbf{u}_a}{Dt} \right) + \frac{4}{3}\mu\nabla^2 \vartheta_p + \frac{4}{3}\nabla\mu \cdot \nabla\vartheta_p, \\ \nabla^2 p_s &= -\nabla \cdot \left(\rho \frac{D\mathbf{u}_s}{Dt} \right) + \frac{4}{3}\mu\nabla^2 \vartheta_s + \frac{4}{3}\nabla\mu \cdot \nabla\vartheta_s, \\ \nabla^2 p_r &= -\nabla \cdot \left(\rho \frac{D\mathbf{u}_r}{Dt} \right) - \nabla\mu \cdot (\nabla \times \boldsymbol{\omega}).\end{aligned}\quad (11)$$

需要指出的是在建立上述泊松方程过程中并未对随体导数进行线性化处理, 因此方程包含了完整的对流效应. 此外, 在流动的远场, 密度几乎为常数且黏性效应可忽略的情况下, 声模态压力泊松方程退化为 $\nabla^2 p_a = -\nabla \cdot \left(\rho_0 \frac{D\mathbf{u}_a}{Dt} \right) = -\nabla^2 \left(\rho_0 \frac{D\phi_a}{Dt} \right)$, 由此可得远场声模态压力与声模态速度势之间的关系式 $p_a = -\rho_0 \frac{D\phi_a}{Dt}$, 这与 Campos^[31] 总结的声模态压力-速度势关系式一致, 表明了所建立的声模态压力泊松方程的可靠性. 由于脉动量更能反映流动的波动特性, 因此在求解获得一定时间序列的各模态的速度及压力之后, 进一步减去相应的时间平均值获得各模态的脉动量.

本文在拓展型亥姆霍兹分解流声分离方法工作基础上进一步建立密度脉动的各模态表达式. 由密度脉动关系式 (2) 式以及模态匹配假设, 可得各模态密度脉动的表达式为

$$\rho'_a = \frac{p'_a}{c^2}, \quad \rho'_s = \frac{p'_s}{c^2} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial s} \right)_p s', \quad \rho'_r = \frac{p'_r}{c^2}. \quad (12)$$

值得注意的是, (12) 式表明熵模态密度与两个因素相关, 一是熵模态压力, 另一则是熵扰动本身, 因此流场中热力学过程相关的熵脉动会直接体现在密度的熵模态中.

3.2 基于流声分离的脉动能量方程

从能量角度出发分析流声模态的物理特性一方面可以揭示声能产生和输运的物理过程, 阐明不同模态之间的相互作用对噪声辐射的影响; 另一方面, 能流矢量不但包含强度信息, 同时包含了方向信息, 因而可揭示能量传递的方向. 流场脉动的能量方程可写作如下形式:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{I} = S, \quad (13)$$

其中 E 为脉动能; \mathbf{I} 为能流矢量 (也称声强矢量); S 为产生脉动能的源项. Myers^[16,17] 给出的脉动能量方程中的脉动能、能流矢量和右端源项分别为

$$E = \frac{p_1^2}{2\rho_0 c_0^2} + \rho_1 \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_1 + \frac{1}{2}\rho_0 \mathbf{u}_1^2 + \frac{\rho_0 T_0 s_1^2}{2c_p}, \quad (14)$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{u}_1 p_1 + \frac{\mathbf{u}_0}{\rho_0} \rho_1 p_1 + \rho_0 \mathbf{u}_1 (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_1) + \rho_1 \mathbf{u}_0 (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_1), \quad (15)$$

$$\begin{aligned}S &= -\rho_0 \mathbf{u}_0 \cdot (\mathbf{u}_1 \times \boldsymbol{\Omega}_1) - \rho_1 \mathbf{u}_1 \cdot (\mathbf{u}_0 \times \boldsymbol{\Omega}_0) \\ &\quad - \rho_0 T_1 \mathbf{u}_0 \cdot \nabla s_1 - \rho_0 s_1 \mathbf{u}_1 \cdot \nabla T_0 \\ &\quad - \rho_1 s_1 \mathbf{u}_0 \cdot \nabla T_0 + \mathbf{m}_1 \cdot \boldsymbol{\Psi}_1 + T_1 Q_1,\end{aligned}\quad (16)$$

式中, 下标‘0’表示时间平均量; 下标‘1’表示脉动量; \mathbf{m} 为动量; $\boldsymbol{\Omega}$ 为涡量; $\boldsymbol{\Psi}$ 为黏性应力张量; Q 为外部热源流量. 需要注意的是上式中的脉动能、能流矢量和右端源项均为流声模态的耦合, 同时包含了声模态、熵模态和涡模态的贡献, 更加精细化地分析声能和动力学模态能量的输运机制需要将脉动量进一步解耦. 将速度、压力以及密度的脉动量写作声熵涡模态的线性叠加, 即 $f_1 = f_{1a} + f_{1s} + f_{1r}$ (这里 f 表示原始变量 ρ, \mathbf{u}, p), 代入 (14)–(16) 式可得

$$\begin{aligned}E &= E_a + E_r + E_s + E_n, \\ \mathbf{I} &= \mathbf{I}_a + \mathbf{I}_r + \mathbf{I}_s + \mathbf{I}_n, \\ S &= S_a + S_r + S_s + S_n,\end{aligned}\quad (17)$$

$$\begin{aligned}E_a &= \frac{p_{1a}^2}{2\rho_0 c_0^2} + \rho_{1a} \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{1a} + \frac{1}{2}\rho_0 \mathbf{u}_{1a}^2, \\ E_r &= \frac{p_{1r}^2}{2\rho_0 c_0^2} + \rho_{1r} \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{1r} + \frac{1}{2}\rho_0 \mathbf{u}_{1r}^2, \\ E_s &= \frac{p_{1s}^2}{2\rho_0 c_0^2} + \rho_{1s} \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{1s} + \frac{1}{2}\rho_0 \mathbf{u}_{1s}^2 + \frac{\rho_0 T_0 s_1^2}{2c_p},\end{aligned}\quad (18)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_a &= \mathbf{u}_{1a} p_{1a} + \frac{\mathbf{u}_0}{\rho_0} \rho_{1a} p_{1a} + \rho_0 \mathbf{u}_{1a} (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{1a}) \\ &\quad + \rho_{1a} \mathbf{u}_0 (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{1a}),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_r &= \mathbf{u}_{1r} p_{1r} + \frac{\mathbf{u}_0}{\rho_0} \rho_{1r} p_{1r} + \rho_0 \mathbf{u}_{1r} (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{1r}) \\ &\quad + \rho_{1r} \mathbf{u}_0 (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{1r}),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_s &= \mathbf{u}_{1s} p_{1s} + \frac{\mathbf{u}_0}{\rho_0} \rho_{1s} p_{1s} + \rho_0 \mathbf{u}_{1s} (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{1s}) \\ &\quad + \rho_{1s} \mathbf{u}_0 (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{1s}),\end{aligned}\quad (19)$$

$$\begin{aligned}S_a &= -\rho_{1a} \mathbf{u}_{1a} \cdot (\mathbf{u}_0 \times \boldsymbol{\Omega}_0) + \mathbf{m}_{1a} \cdot \boldsymbol{\Psi}_{1a}, \\ S_r &= -\rho_0 \mathbf{u}_0 \cdot (\mathbf{u}_{1r} \times \boldsymbol{\Omega}_1) - \rho_{1r} \mathbf{u}_{1r} \cdot (\mathbf{u}_0 \times \boldsymbol{\Omega}_0) \\ &\quad + \mathbf{m}_{1r} \cdot \boldsymbol{\Psi}_{1r}, \\ S_s &= -\rho_{1s} \mathbf{u}_{1s} \cdot (\mathbf{u}_0 \times \boldsymbol{\Omega}_0) - \rho_0 T_1 \mathbf{u}_0 \cdot \nabla s_1 \\ &\quad - \rho_0 s_1 \mathbf{u}_{1s} \cdot \nabla T_0 - \rho_{1s} s_1 \mathbf{u}_0 \cdot \nabla T_0 \\ &\quad + \mathbf{m}_{1s} \cdot \boldsymbol{\Psi}_{1s} + T_1 Q_1.\end{aligned}\quad (20)$$

式中下标“a”, “r”, “s”, “n”分别表示声模态、涡模态、熵模态和非线性模态, 其中声模态、涡模态和熵模态的脉动能、能流矢量和右端源项均由相应模态的脉动组成, 非线性模态则由包含涡熵声各模态之间的相互作用项构成(具体表达式见附录).

值得指出的是, 熵模态能量包含了两部分, 其中一部分主要由压力、密度和速度的熵模态构成, 即 $E_{s1} = \frac{p_{1s}^2}{2\rho_0 c_0^2} + \rho_{1s} \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{1s} + \frac{1}{2} \rho_0 \mathbf{u}_{1s}^2$, 另一部分则由熵扰动本身构成, 即 $E_{s2} = \frac{\rho_0 T_0 s_1^2}{2c_p}$. 各模态的能流矢量也由两部分组成, 如声模态能流矢量, 一部分为脉动量 $\mathbf{I}_{ap} = \mathbf{u}_{1a} p_{1a}$, 由速度脉动和压力脉动的乘积组成, 反映了脉动量所携带的能量传播; 另一是对流部分 $\mathbf{I}_{ac} = \frac{\mathbf{u}_0}{\rho_0} \rho_{1a} p_{1a} + \rho_0 \mathbf{u}_{1a} (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{1a}) + \rho_{1a} \mathbf{u}_0 (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{1a})$, 由包含平均速度的部分组成, 反映了平均流对能量传播的对流效应. 对于源项, 需要注意的是, 尽管对其进行了不同模态的划分, 但各模态源项并不意味着其产生该模态的能量, 仅代表相应模态流动变量对该源项的贡献; 在远场源项通常为零, 在近场则包含了多模态之间的非线性相互作用.

4 方法应用与验证

采用拓展型亥姆霍兹分解流声分离方法, 对数值模拟获得的数据库中采样时间间隔为 $\delta t = 0.2$ 的 2048 个轴对称模态片段进行流声分离. 由于轴对称模态沿周向均匀分布, 因此依据 (7) 式和 (11) 式求解轴对称形式的泊松方程依次求解速度和压力场的涡熵声组分并减去其时间平均值获得相应的脉动量, 依据 (12) 式计算获得密度的涡熵声组分的脉动量. 速度及压力场的流声模态空间分布在 Han 等 [18] 研究结果中已给出, 本文进一步计算获得了密度的流声模态, 结果如图 3 所示.

对于该射流, 势核长度 $x_c \approx 7.5D$, 采用等值线 $\bar{u}_x = 0.95U_j$ 近似表示势核边界(图 3 中的红色虚线). 由图 3(a) 中原始密度脉动分布可知, 在射流势核内存在显著的波阵面垂直于射流轴线的波系, 此即为束缚波 [18,32,33], 其空间尺度远小于远场声波的波长, 且随流向位置而变化; 在射流近场的剪切层扩张角内存在高度有序的波包结构; 在射流远场存在向下游和侧向传播的声波. 由原始脉动量尽管可清晰识别远场声波并可观测到射流势核内

的束缚波, 但在流动旺盛的剪切层扩张角内, 声模态完全被掩盖于强烈的动力学模态之中, 难以解析射流近场声模态的空间分布特性和传播特性. 经流声分离, 如图 3(b) 所示, 声模态密度准确捕捉了远场声波和射流势核内的束缚波, 并且分离出了射流近场被动力学模态掩盖的声模态波包结构; 其中束缚波受限于射流势核之内, 而声模态波包结构存在于势核外侧, 其沿流向分布范围约为 $0.5 < x/D < 7.0$, 沿径向最远分布至 $r/D = 2.0$. 图 3(c) 中的涡模态整体呈现出大尺度波包结构的形态, 只分布于射流近场, 而且在势核内也存在较强的波动, 但势核内波动的空间尺度要大于声模态的束缚波; 由后面进一步分析可知, 势核内的涡模态波动和声模态束缚波传播特性截然不同, 其中涡模态以约 $0.8U_j$ 速度

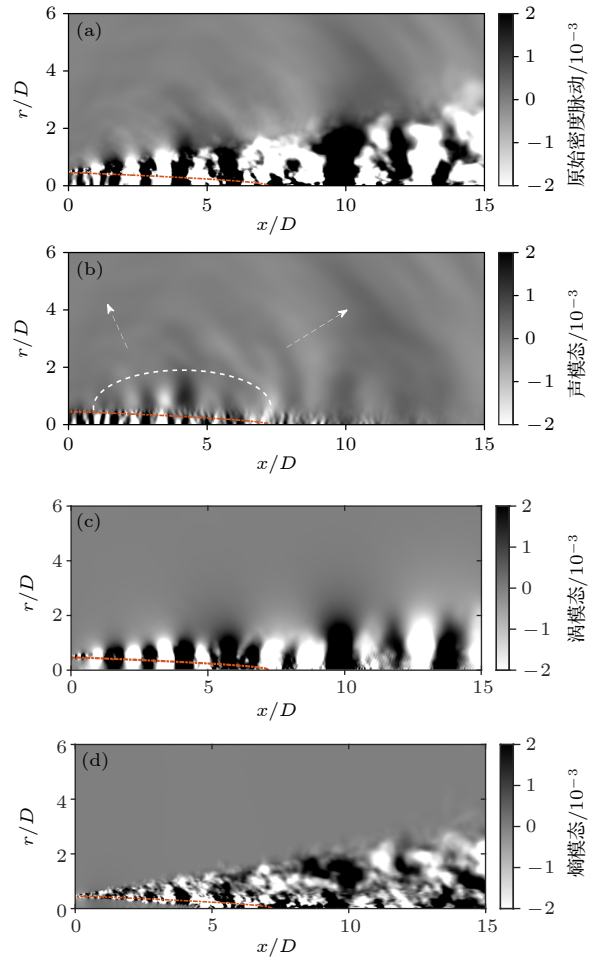


图 3 轴对称模态密度脉动及其声涡熵模态空间分布 (a) 原始密度脉动; (b) 声模态; (c) 涡模态; (d) 熵模态

Fig. 3. The distribution of density perturbation and the acoustic, vortical and entropic mode: (a) Raw density perturbation; (b) acoustic component; (c) vortical component; (d) entropic component.

向下游运动, 而声模态则在不同位置处以不同的相速度向上游传播. 图 3(d) 中的熵模态密度主要分布在剪切层扩张角内, 与剪切层内不稳定波的发展呈现出强关联; 而在势核内几乎不存在熵模态密度波动.

图 4 给出了 $x/D = 4.0$ 位置处压力脉动及其流声模态的均方根随径向位置 r 的变化情况, 依据密度脉动及其流声模态沿径向的衰减特性可将射流沿径向大致分为三个区域^[34]: 非线性机制区 ($r/D < 0.9$), 在该区域内涡模态、声模态和熵模态在剪切层内不断产生并发生强烈的多模态非线性相互作用; 线性动力学机制区 ($0.9 < r/D < 2.5$), 在该区域内同时存在声模态波包结构和涡模态波包结构, 其中声模态波包幅值沿径向的衰减速率近似于指数衰减 (e^{-r}), 而涡模态波包幅值衰减速率远高于声模态波包; 线性声机制区 ($r/D > 2.5$), 在该区域内声模态占主导, 其衰减速率与四极子声源产生的声波在远场的衰减速率 (r^{-1}) 十分接近^[34]; 同时在该区域内仍存在较为微弱的涡模态和熵模态, 其随距离呈指数衰减 (e^{-r}). 流声模态的空间衰减特性符合其物理特征, 验证了方法的准确性以及计算结果的可靠性.

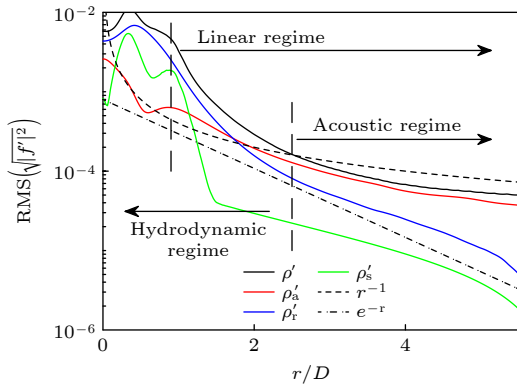


图 4 $x/D = 4.0$ 位置处密度脉动及其流声模态的均方根随径向位置 r 的变化

Fig. 4. The root mean square of density perturbation and the hydrodynamic and acoustic component along r at $x/D = 4.0$.

5 结果与分析

本节基于流声分离获得的流声模态开展声能及动力学模态能量的输运特性分析, 重点关注各模态能量的空间分布特性、能量的占比以及能量的输运特性.

5.1 流声模态能量空间分布特性

图 5 给出了总脉动能量以及各模态能量的瞬态值和时间平均值的空间分布. 总脉动能量 (图 5(a) 和图 5(b)) 分布主要集中于势核外侧的剪切层内以及势核末端下游的湍流尾迹区内. 在剪切层内, 流动不稳定性不断增长, 直至势核末端下游流动充分发展为湍流, 因此总脉动能量主要集中于此二区域内. 涡模态能量 (图 5(c) 和图 5(d)) 的强度及空间分布与总脉动能几乎一致, 表明了涡模态在流动近场的主导特性. 声模态能量 (图 5(e) 和图 5(f)) 的强度远低于涡模态, 主要分布于射流势核内、势核外侧的剪切层、势核末端附近以及远场. 势核内的声模态能量主要由束缚波所贡献, 沿流向近似均匀分布, 其时均值在 $0 \leq x/D \leq 3.5$ 范围内呈现出规律分布的五个波腹, 与势核内的声模态共振机制相关^[35]; 势核外剪切层内的声模态能量主要由声模态波包 (图 3(b)) 所贡献, 其主要存在于近场, 并不向远场辐射, 而是随流动向下游输运; 势核末端附近的声模态能量主要由大尺度结构在势核末端相互作用产生, 并向下游的远场辐射; 远场的声模态能量主要由向下游辐射的声波所贡献, 侧向辐射则相对较弱. 熵模态能量 (图 5(g) 和图 5(h)) 主要集中于势核边界及势核末端下游, 此区域内熵扰动较为强烈. 非线性模态能量 (图 5(i) 和图 5(j)) 则主要集中于湍流尾迹区内, 在该区域内, 流动呈现强非线性, 各模态之间的非线性相互作用也更为显著.

为了量化对比分析各模态的强度及各模态能量占比, 对 $0 \leq x/D \leq 15$ 和 $0 \leq r/D \leq 6$ 范围内各模态能量的时均值进行空间积分 $f_{\text{sum}} = \int f(x_i, r_j) dS_{ij}$, 这里 $f(x_i, r_j)$ 表示空间位置 (x_i, r_j) 处各模态能量的时均值, 结果如表 1 所列. 由结果可见脉动能主要由动力学的涡模态能量所构成, 而声模态能量仅占总脉动能的极小一部分, 约为总脉动能的 10^{-3} 量级, 与图 5 中的结果一致. 事实上, 非定常流动近场中只有极小部分能量能够以声波形式辐射出去, 而且声压脉动不到环境压力的 10^{-4} 量级^[36], 总湍流脉动强度约小于平均流 1 个数量级, 因此声模态能量占总脉动能量比例极低. 尽管如此, 由图 4 中流声模态的空间衰减特性可知, 声模态随空间衰减速率远低于涡模态和熵模态, 因此在远场, 脉动能量由声模态主导.

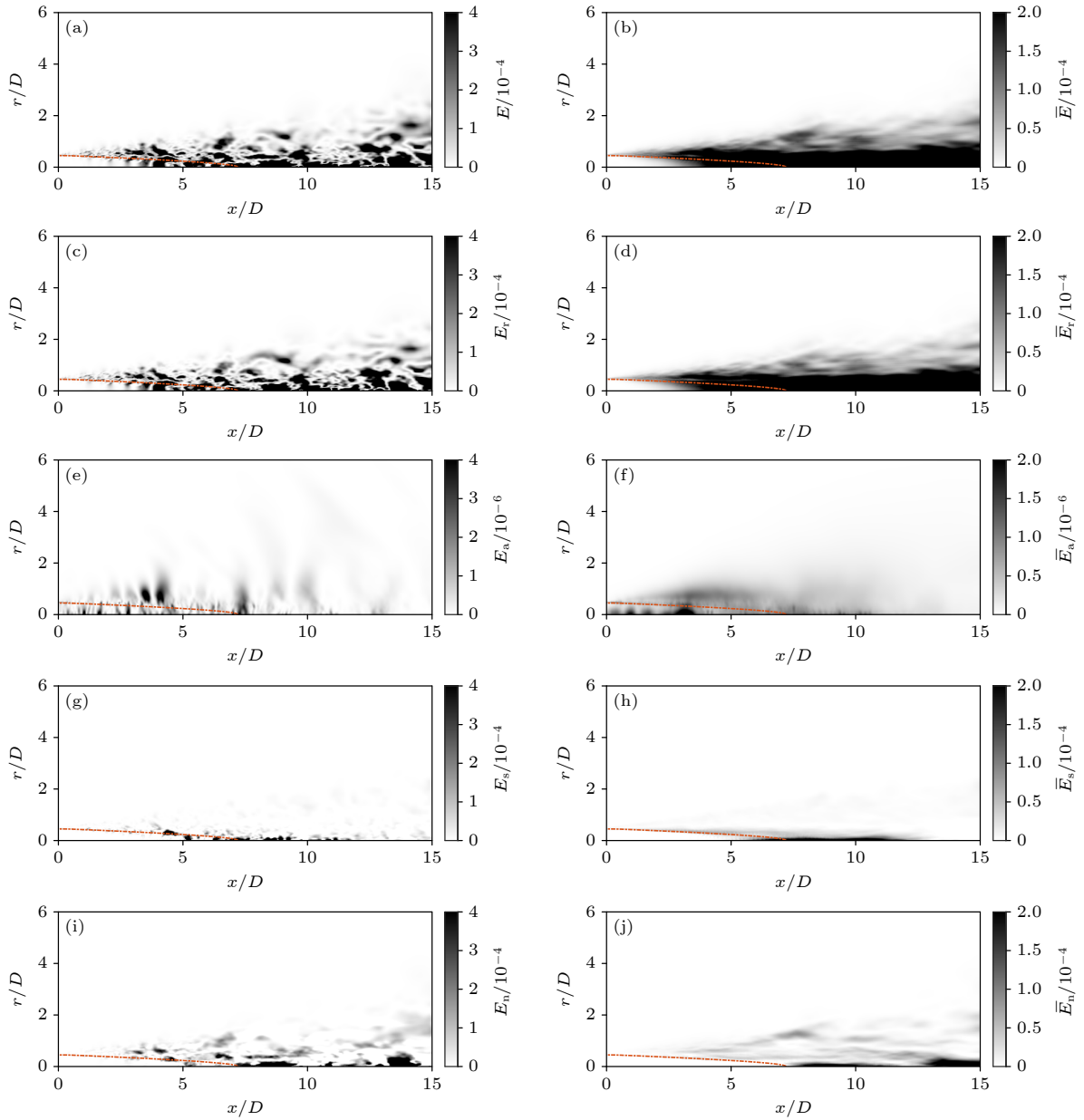


图 5 总脉动能量以及各模态能量的瞬态和时间平均值的空间分布 (a) E ; (b) \bar{E} ; (c) E_r ; (d) \bar{E}_r ; (e) E_a ; (f) \bar{E}_a ; (g) E_s ; (h) \bar{E}_s ; (i) E_n ; (j) \bar{E}_n

Fig. 5. Spatial distribution of instantaneous and time-averaged total energy perturbation and the decomposed components: (a) E ; (b) \bar{E} ; (c) E_r ; (d) \bar{E}_r ; (e) E_a ; (f) \bar{E}_a ; (g) E_s ; (h) \bar{E}_s ; (i) E_n ; (j) \bar{E}_n .

表 1 流声模态能量的空间积分及占比

Table 1. Spatial integral of total energy and the decomposed components.

	E	E_r	E_a	E_s	E_n
总能量	1.27×10^{-3}	1.12×10^{-3}	1.74×10^{-6}	5.28×10^{-5}	9.20×10^{-5}
百分比/%	—	88.4	0.14	4.16	7.26

5.2 流声模态能量输运特性

首先基于频率-波数谱^[37]分析流声模态本身的传播特性. 对径向位置 $r = 0.5D$ 位置处, 流向范围 $0 < x/D < 5$ 范围内的密度脉动及其流声模态进

行时间-空间傅里叶变换, 获得其频率-波数谱, 结果如图 6 所示. 原始密度脉动的频率-波数谱中包含了相速度分别为正 ($k_x > 0$) 和负 ($k_x < 0$) 的两类谱带, 其中相速度为正的波以约 $0.8U_j$ 的群速度向下游传播, 该类谱带主要由含能较高的动力学模态不

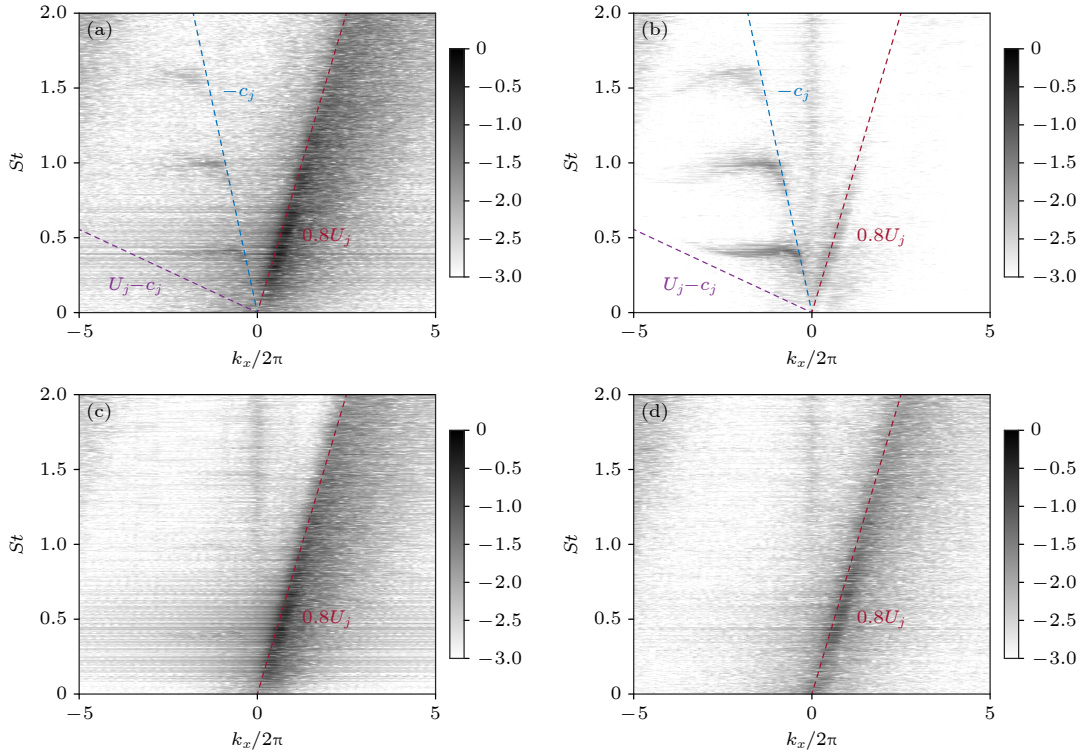


图 6 密度脉动及各模态频率-波数谱 (a) 原始密度脉动; (b) 声模态; (c) 涡模态; (d) 熵模态

Fig. 6. Frequency-wavenumber diagram for the density perturbation and the decomposed components: (a) Raw density perturbation; (b) acoustic component; (c) vortical component; (d) entropic component.

稳定波组成, 呈现出宽频特性; 相速度为负的波则呈离散带状分布, 由 Towne 等^[35]的分析可知, 此即为射流势核内不同径向阶数的束缚波结构. 经流声分离, 声模态完全捕捉了相速度为负值的束缚波, 由束缚波频率波数谱的当地斜率可知, 其群速度同时包含了正组分和负组分, 表明在势核内的束缚波同时存在向上游和下游传播的分量; 声模态中也包含了微弱的向下游传播的波, 此为声模态波包结构, 其对远场噪声和束缚波均无直接贡献. 涡模态和熵模态则都以约 $0.8U_j$ 的群速度向下游输运.

依据 (19) 式计算各模态的能流矢量, 并采用其时均值绘制能流线揭示各模态能量的输运与传播特性. 图 7 给出了涡熵声模态以及非线性模态的时均能流线. 由结果可见, 涡模态能量的输运主要集中于近场的剪切层扩张角内, 随流动向下游对流. 熵模态能量的输运主要与温度梯度和热扩散过程相关, 对于该等温射流, 剪切层以及湍流尾迹区内的温度高于周围环境温度, 因此熵模态能量的输运集中于剪切层扩张角内, 由近场的射流轴线附近向下游剪切层外侧扩散. 非线性模态能量输运主要与涡熵声模态之间的非线性相互作用过程相关, 因

此主要集中于非线性效应较为明显的湍流尾迹区内, 而且其能量输运无显著的方向性. 声模态能量在势核外由射流的近场不断传播至远场的下游、侧向以及上游; 在势核内以及射流轴线附近, 由于平均速度的对流效应, 声模态能量向下游输运, 并不向远场传播.

在势核内声模态能量整体向下游输运似乎与前述频率-波数谱所揭示的密度脉动存在向上游传播的分量相悖. 事实上, 频率-波数谱揭示的群速度为脉动量的群速度, 进一步计算声模态能流矢量的脉动部分 I_{ap} 以及对流部分 I_{ac} 并绘制其时均值相应的能流线, 结果如图 8 所示. 由结果可见脉动部分 I_{ap} 对应的能流线准确揭示了势核外向远场辐射的声能以及势核内向上游传播的声能, 对流部分 I_{ac} 则揭示了近场平均速度的对流效应所导致的向下游输运的声模态能量. 此外, 由图 8(a) 可见, 脉动部分 I_{ap} 的能流线在剪切层内以及湍流尾迹区内呈现出类似于旋涡结构的闭合能流线, 且其空间结构沿流向从剪切层到湍流尾迹区逐渐增大, 与图 3(c) 中涡模态的空间分布相似. 平面声波穿过旋涡的声散射研究^[38,39]表明, 涡核内部的声波波

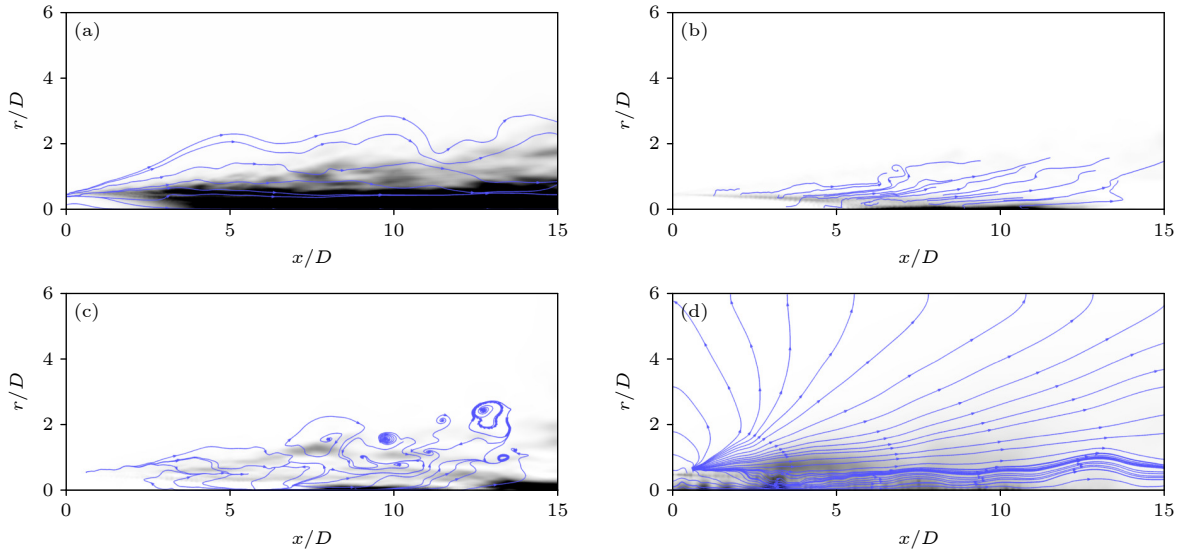


图 7 各模态时均能流线 (灰色背景为各模态时均能量) (a) 涡模态; (b) 熵模态; (c) 非线性模态; (d) 声模态

Fig. 7. Streamline of time-averaged intensity for the decomposed components: (a) Vortical component; (b) entropic component; (c) nonlinear component; (d) acoustic component.

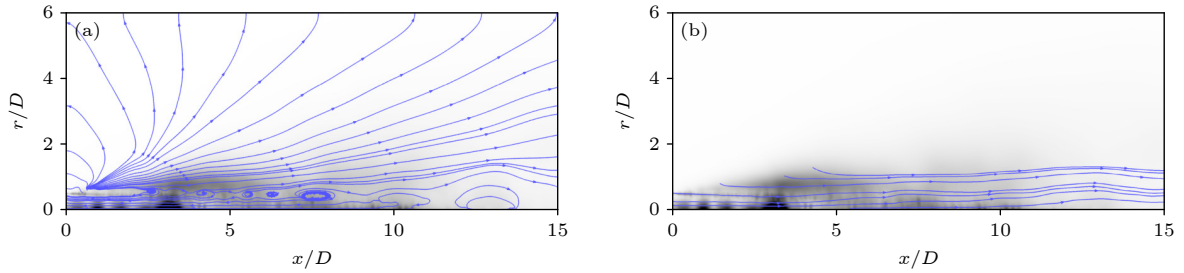


图 8 时均声模态能流线脉动及对流部分 (a) 脉动部分 I_{ap} ; (b) 对流部分 I_{ac}

Fig. 8. Streamline of time-averaged acoustic intensity: (a) Perturbation component; (b) convective component.

阵面会产生一定偏折, 且越靠近涡核, 散射越强. 因此声模态能流矢量中的闭合能流线可能由涡模态与声模态相互作用发生的声散射所致, 但具体机制仍需要未来进一步研究.

6 结 论

文章针对射流马赫数 0.9 的亚声速射流能量输运特性开展研究, 在拓展型亥姆霍兹分解流声分离方法基础上, 发展了基于流声分离的脉动能量方程, 并分析了亚声速射流中涡熵声各模态能量的空间分布特征, 揭示了各模态能量的输运特性.

1) 建立的基于原始变量流声分离的脉动能量方程可有效分离脉动能量及能流矢量中涡、熵、声及非线性模态的贡献, 为揭示亚声速射流的能量输运特性提供了分析工具.

2) 亚声速射流脉动能中的涡模态能量和熵模

态能量分布于近场, 声模态能量则由近场辐射至远场; 总脉动能主要由涡模态能量构成, 而声模态能量仅占总脉动能的极小一部分, 约为总脉动能的 10^{-3} 量级.

3) 涡模态能量和熵模态能量在近场以约 $0.8U_j$ 的速度向下游输运; 声模态能量在势核外向远场辐射, 在势核内则由束缚波携带传播至上游; 涡熵声多模态非线性相互作用相关的能量则集中于湍流尾迹区内, 能量输运无显著方向性.

需要注意的是对于亚声速射流, 声模态中射流势核内的束缚波仅在射流马赫数 $Ma_j > 0.82$ 时存在^[35], 因此本文关于声模态在射流势核内的能量输运特性仅在射流马赫数 $Ma_j > 0.82$ 范围内成立. 下一步研究将考虑低亚声速射流以及超声速射流中的能量输运特性, 尤其是射流势核内部流动对能量输运的影响.

附录

(17) 式中的非线性模态能量、非线性模态能流矢量及非线性模态源项如下所示:

$$E_n = \frac{p_{a1}p_{r1} + p_{a1}p_{s1} + p_{s1}p_{r1}}{\rho_0 c_0^2} + \rho_{a1} \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{r1} + \rho_{a1} \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{s1} + \rho_{r1} \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{a1} + \rho_{r1} \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{s1} + \rho_{s1} \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{a1} + \rho_{s1} \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{r1} + \rho_0 (\mathbf{u}_{a1} \cdot \mathbf{u}_{r1} + \mathbf{u}_{a1} \cdot \mathbf{u}_{s1} + \mathbf{u}_{s1} \cdot \mathbf{u}_{r1}), \quad (\text{A1})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_n = & \mathbf{u}_{a1} p_{r1} + \mathbf{u}_{a1} p_{s1} + \mathbf{u}_{r1} p_{a1} + \mathbf{u}_{r1} p_{s1} + \mathbf{u}_{s1} p_{a1} + \mathbf{u}_{s1} p_{r1} + \frac{\mathbf{u}_0}{\rho_0} \rho_{a1} p_{r1} + \frac{\mathbf{u}_0}{\rho_0} \rho_{a1} p_{s1} + \frac{\mathbf{u}_0}{\rho_0} \rho_{r1} p_{a1} + \frac{\mathbf{u}_0}{\rho_0} \rho_{r1} p_{s1} + \frac{\mathbf{u}_0}{\rho_0} \rho_{s1} p_{a1} + \frac{\mathbf{u}_0}{\rho_0} \rho_{s1} p_{r1} \\ & + \rho_0 \mathbf{u}_{a1} (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{r1}) + \rho_0 \mathbf{u}_{a1} (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{s1}) + \rho_0 \mathbf{u}_{r1} (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{a1}) + \rho_0 \mathbf{u}_{r1} (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{s1}) + \rho_0 \mathbf{u}_{s1} (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{a1}) + \rho_0 \mathbf{u}_{s1} (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{r1}) \\ & + \rho_{a1} \mathbf{u}_0 (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{r1}) + \rho_{a1} \mathbf{u}_0 (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{s1}) + \rho_{r1} \mathbf{u}_0 (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{a1}) + \rho_{r1} \mathbf{u}_0 (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{s1}) + \rho_{s1} \mathbf{u}_0 (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{a1}) + \rho_{s1} \mathbf{u}_0 (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}_{r1}), \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

$$\begin{aligned} S_n = & -\rho_0 \mathbf{u}_0 \cdot ((\mathbf{u}_{a1} + \mathbf{u}_{s1}) \times \Omega_1) - (\rho_{a1} \mathbf{u}_{r1} + \rho_{a1} \mathbf{u}_{s1} + \rho_{r1} \mathbf{u}_{s1}) \cdot (\mathbf{u}_0 \times \Omega_0) - \rho_0 s_1 (\mathbf{u}_{a1} + \mathbf{u}_{r1}) \cdot \nabla T_0 \\ & - (\rho_{a1} + \rho_{r1}) s_1 \mathbf{u}_0 \cdot \nabla T_0 + \mathbf{m}_{a1} \Psi_{r1} + \mathbf{m}_{a1} \Psi_{s1} + \mathbf{m}_{r1} \Psi_{s1}. \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

参考文献

- [1] Viswanathan K 2024 *Int. J. Aeroacoust.* **23** 184
- [2] Jordan P, Gervais Y 2008 *Exp. Fluids* **44** 1
- [3] Li X D, Xu X H, Gao J H, He J Y 2018 *Acta Aerodyn. Sin.* **36** 398 (in Chinese) [李晓东, 徐希海, 高军辉, 何敬玉 2018 空气动力学学报 **36** 398]
- [4] Chu B T 1965 *Acta Mech.* **1** 215
- [5] Tam C K W, Viswanathan K, Ahuja K K, Panda J 2008 *J. Fluid Mech.* **615** 253
- [6] Tam C K W 2019 *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* **377** 20190078
- [7] Obrist D 2011 *Phys. Fluids* **23** 024901
- [8] Cavalieri A, Jordan P, Lesshafft L 2019 *Appl. Mech. Rev.* **71** 020802
- [9] Cavalieri A, Rodriguez D, Jordan P, Colonius T, Gervais Y 2013 *J. Fluid Mech.* **730** 559
- [10] Papamoschou D 2018 *Int. J. Aeroacoust.* **17** 52
- [11] Jordan P, Daviller G, Comte P 2013 *J. Sound Vib.* **332** 3924
- [12] Doak P 1989 *J. Sound Vib.* **131** 67
- [13] Liu Qilin, Lai Huanxin 2022 *Phys. Fluids* **34** 045125
- [14] Liu Q, Lai H. 2022 *J. Eng. Thermophys.*, **43** 3266 (in Chinese) [刘琪麟, 赖焕新 2022 工程热物理学报 **43** 3266]
- [15] Unnikrishnan S, Gaitonde D V 2016 *J. Fluid Mech.* **800** 387
- [16] Myers M 1986 *J. Sound Vib.* **109** 277
- [17] Myers M K 1991 *J. Fluid Mech.* **226** 383
- [18] Han S, Li H, Luo Y, Wang Y, Ma R, Zhang S 2023 *Phys. Fluids* **35** 076107
- [19] Towne A, Dawson S, Brès G A, Lozano-Duran A, Saxton-Fox T, Parthasarathy A, Jones A R, Biler H, Yeh C, Patel H D, Taira K 2023 *AIAA J.* **61** 2867
- [20] Vreman A 2004 *Phys. Fluids* **16** 3570.
- [21] Brès G A, Jordan P, Jaunet V, Rallic M L, Cavalieri A V G, Towne A, Lele S K, Colonius T, Schmidt O T 2018 *J. Fluid Mech.* **851** 83
- [22] Brès G A, Jordan P, Colonius T, Rallic M L, Jaunet V, Lele S K 2014 *Proceedings of the Summer Program. Stanford, CA: Center for Turbulence Research, Stanford University* 2014 p221
- [23] Freund J B 1997 *AIAA J.* **35** 740
- [24] Mani A 2012 *J. Comput. Phys.* **231** 704
- [25] Han S, Wang Y, Wu C, Luo Y, Li H 2024 *Chin. J. Theor. Appl. Mech.* **56** 3142 (in Chinese) [韩帅斌, 王益民, 武从海, 罗勇, 李虎 2024 力学学报 **56** 3142]
- [26] Mao F, Shi Y, Wu J 2010 *Acta Mech. Sin.* **26** 355
- [27] Wu J, Ma H, Zhou M 2006 *Vorticity and Vortex Dynamics* (Berlin: Springer) p341
- [28] Sagaut P, Cambon C 2008 *Homogeneous Turbulence Dynamics* (Cambridge: Cambridge University Press) p80
- [29] Kovaszny L S G 1953 *J. Aeronaut. Sci.* **20** 657
- [30] Chu B T, Kovászny L S G 1958 *J. Fluid Mech.* **3** 494
- [31] Campos L 2007 *Appl. Mech. Rev.* **60** 149
- [32] Zaman K B M Q, Fagan A F, Upadhyay P 2022 *J. Fluid Mech.* **931** A30
- [33] Schmidt O T, Towne A, Colonius T, Cavalieri A V G, Jordan P, Brès G A 2017 *J. Fluid Mech.* **825** 1153
- [34] Suzuki T, Colonius T 2006 *J. Fluid Mech.* **565** 197
- [35] Towne A, Cavalieri A V, Jordan P, Colonius T, Schmidt O, Jaunet V, Brès G A 2017 *J. Fluid Mech.* **825** 1113
- [36] Colonius T, Lele S K 2004 *Prog. Aerosp. Sci.* **40** 345
- [37] Zhao K, Zhang P R, Yang M, Wang X N, Yu R K 2024 *Acta Aerodyn. Sin.* **42** 15 (in Chinese) [赵鲲, 章荣平, 杨玫, 王勋年, 余荣科 2024 空气动力学学报 **42** 15]
- [38] Wang Y, Ma R, Wu C, Luo Y, Zhang S 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 194302 (in Chinese) [王益民, 马瑞轩, 武从海, 罗勇, 张树海 2021 物理学报 **70** 194302]
- [39] Ma R, Wang Y, Zhang S, Wu C, Wang X 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 104301 (in Chinese) [马瑞轩, 王益民, 张树海, 武从海, 王勋年 2021 物理学报 **70** 104301]

Energy transport analysis of subsonic jet based on hydro-acoustic mode decomposition*

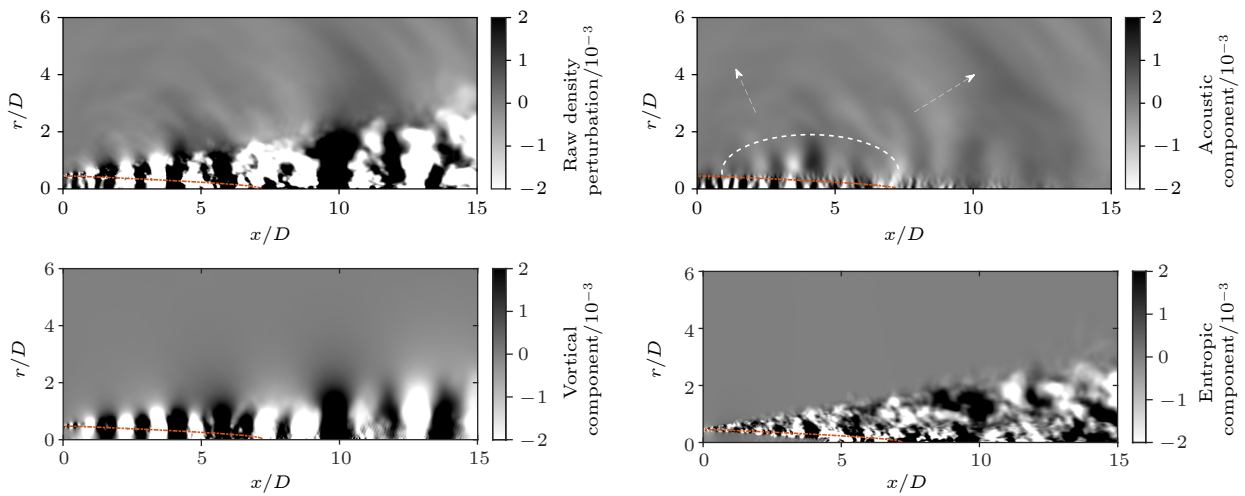
HAN Shuaibin LUO Yong[†] LI Hu WANG Yimin WU Conghai

(State Key Laboratory of Aerodynamics, Mianyang 621000, China)

(Received 18 March 2025; revised manuscript received 18 April 2025)

Abstract

In the near-field of a subsonic jet, complex energy transport and transformation processes occur between kinetic energy, thermal energy, and acoustic energy, which play a crucial role in jet instability and noise radiation. Accurately characterizing the transport features of each energy component is essential for developing effective noise suppression technologies. According to Myers' exact energy equation for total disturbances in arbitrary steady flow [1991 *J. Fluid Mech.* **226** 383], the present study develops a modified energy equation based on hydro-acoustic mode decomposition to separate the contributions of vortical, entropic, and acoustic modes to the total disturbance energy. The method begins with the decomposition formulas for velocity, pressure, and density, following the hydro-acoustic mode decomposition method proposed by Han et al. [2023 *Phys. Fluids* **35** 076107]. In Myers' energy equation framework, the disturbances of primitive variables (velocity, pressure, and density) are expressed as linear combinations of their vortical, entropic, and acoustic components. With this formula, the vortical (entropic, acoustic) energy is defined as being contributed only by the disturbance of the corresponding mode, while the nonlinear energy is attributed to interaction between vortical, entropic, and acoustic components. This approach yields a modified energy equation capable of distinguishing the individual contributions of vortical, entropic, and acoustic modes to both total disturbance energy and energy flux, thus making it particularly suitable for analyzing energy transport characteristics in the near flow field. The developed equation is used to analyze a subsonic jet with a Mach number of 0.9, revealing different spatial distributions and transport mechanisms of hydrodynamic energy and acoustic energy. The results indicate that vortical energy and entropic energy are mainly concentrated in the near-field, convecting downstream at a velocity about 0.8 times the jet velocity. In contrast, acoustic energy exhibits dual propagation



* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12202474, 12372257, 12172374).

[†] Corresponding author. E-mail: luo.phd@foxmail.com

characteristics: it radiates outward to the far field through acoustic waves outside the potential core, while propagating upstream through trapped waves inside the potential core. The energy related to multi-mode nonlinear interactions is mainly concentrated in the jet wake and propagates without obvious directionality. The total disturbance energy is mainly contributed by vortical energy, while the acoustic energy only accounts for a small part of the total disturbance energy, approximately 10^{-3} of the total. This refined analysis provides deeper insights into the complex energy dynamics in subsonic jets and valuable information for predicting and controlling jet noise strategies. The modified energy equation provides a robust framework for understanding and quantifying the intricate energy transport processes in jet flows.

Keywords: subsonic jet, hydro-acoustic mode decomposition, energy transportation

PACS: 43.28.+h, 43.50.Nm

DOI: [10.7498/aps.74.20250353](https://doi.org/10.7498/aps.74.20250353)

CSTR: [32037.14.aps.74.20250353](https://cstr.net.cn/result.do?cid=32037.14.aps.74.20250353)

基于流声分离的亚声速射流能量输运特性分析

韩帅斌 罗勇 李虎 王益民 武从海

Energy transport analysis of subsonic jet based on hydro-acoustic mode decomposition

HAN Shuaibin LUO Yong LI Hu WANG Yimin WU Conghai

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 144302 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250353

CSTR: 32037.14.aps.74.20250353

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250353>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

横向气膜作用下液体射流在近喷孔区域的破碎雾化特性

Fragmentation and atomization characteristics of near-orifice liquid jet under transverse gas film

物理学报. 2022, 71(11): 114701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212374>

声波导单模光纤中后向受激布里渊散射的声模分析

Analysis of acoustic modes induced by backward stimulated Brillouin scattering in acoustic wave-guided single mode optical fibers

物理学报. 2024, 73(5): 054207 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231710>

基于大气声传播理论的爆炸声源能量估计

Energy estimation of explosion sound source based on atmospheric sound propagation theory

物理学报. 2021, 70(24): 244203 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210562>

Duffing振子型结构声系统中声能量非互易传递的建模和实验研究

Modeling and experimental study of non-reciprocal acoustic energy transfer in vibro-acoustic Duffing oscillator

物理学报. 2022, 71(10): 104301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212181>

一种基于大角度倾斜光纤光栅包层模的低频声传感方案

A low-frequency acoustic sensing scheme based on cladding mode of large-angle tilted fiber Bragg grating

物理学报. 2023, 72(12): 124304 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230067>

火星大气频散声速剖面建模方法及其对声传播路径的影响

Methods of modelling dispersive sound speed profiles of Martian atmosphere and their effects on sound propagation paths

物理学报. 2022, 71(24): 244304 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221531>