

新质量标度下 u-d 夸克星及其潮汐形变*

徐建峰^{1)†} 王靖涛²⁾ 夏铖君³⁾

1) (宿迁学院数理学院, 宿迁 223800)

2) (中国科学院大学核科学与技术学院, 北京 100084)

3) (扬州大学物理科学与技术学院, 引力与宇宙学研究中心, 扬州 225009)

(2025 年 4 月 23 日收到; 2025 年 5 月 25 日收到修改稿)

奇异夸克物质 (strange quark matter, SQM) 被认为是强相互作用的真正基态, 然而近期有研究表明普通夸克物质 (u-d quark matter, u-d QM) 也有可能是强相互作用的基态. 通过在夸克质量标度中采用伍兹-萨克森势 (Woods-Saxon potential) 型的衰减因子, 基于等效质量模型对 u-d QM 状态方程的计算结果表明, 衰减因子的引入增大了 u-d QM 稳定存在的参数窗口, 使得普通夸克星 (u-d quark star, u-d QS) 的质量在满足 2 倍太阳质量的前提下, 同时满足潮汐形变 $\Lambda_{1.4} \in [70, 580]$, 该计算结果符合目前的相关天文观测数据, 因此脉冲星本质上有可能是 u-d QM 构成的 u-d QS. 本文结果为理解脉冲星的本质提供了一种可能, 也进一步加深了对强相互作用的理论理解.

关键词: 夸克物质, 夸克星, 状态方程, 潮汐形变**PACS:** 21.65.Qr, 97.60.Jd**DOI:** 10.7498/aps.74.20250535**CSTR:** 32037.14.aps.74.20250535

1 引言

根据现有的物理理论, 当物质的密度足够高时, 原子核中的质子和中子的边界会变得模糊, 从而使内部的夸克发生退禁闭相变, 由此形成的物质人们称之为夸克物质 (quark matter, QM). 如果 QM 仅由 u, d 两种夸克组成, 则称为普通 QM, 有时也记为 u-d QM; 如果 QM 中除了 u, d 两种夸克外, 还含有 s 夸克, 则称为奇异 QM (strange quark matter, SQM). QM 作为一种可能的物质新形态, 在核物理、天体物理以及宇宙学等领域有重要意义^[1-3], 因此近几十年来, 人们对 QM 进行了大量研究^[4-9].

因为 QM 是强相互作用主导的系统, 而强相

互作用的基本理论是量子色动力学 (quantum chromodynamics, QCD), 所以理论上来说可以从 QCD 出发对 QM 进行详细的计算. 然而, 由于致密星内部的密度还不足以高到使用微扰计算, 此时夸克禁闭效应又起到非常重要的作用, 因此直接通过精确求解 QCD 来了解 QM 的性质非常困难; 而格点 QCD 在有限化学势下的计算仍无法进行, 所以人们大多使用唯象模型来研究 QM 的性质和夸克星 (quark star, QS) 的结构. 常用的模型有 NJL 模型^[10,11]、准粒子模型^[12,13]、夸克集团模型^[8,14]以及等效质量模型^[15-17]等.

对于唯象模型而言, 确定模型参数的取值范围是非常重要的, 这通常需要约束条件来给出限制. 因为 QM 被认为是稳定的, 所以其最小平均重子能量 $(E/n_b)_{\min}$ 应小于 Fe 原子核的平均重子能量,

* 国家自然科学基金 (批准号: 12005005, 12275234) 和宿迁学院人才引进科研启动基金 (批准号: Xiao2022XRC061) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xujf@squ.edu.cn

即 $(E/n_b)_{\min} \lesssim 930$ MeV, 这是限制 QM 状态方程常用的约束条件之一. 另外, 鉴于近些年对脉冲星的天文观测取得了重要进展, 而脉冲星的本质目前还不能完全确定, 其有可能是由 QM 组成的 QS, 因此脉冲星的观测质量和半径也常作为约束 QM 状态方程的条件. 例如, 对 PSR J1614–2230 质量的测量结果为 (1.97 ± 0.04) 倍的太阳质量 (Solar mass, $M_\odot$)^[18]; 对 PSR J0348+0432 质量的测量结果为 $(2.01 \pm 0.04) M_\odot$ ^[19], 其为精确探测的大质量脉冲星之一; 而对 PSR J0740+6620 的测量结果显示其质量高达 $2.14^{+0.20}_{-0.18} M_\odot$ ^[20] (更新的数据为 $2.08 \pm 0.07 M_\odot$ ^[21]); 另外, 在 LIGO/Virgo 合作组测得的 GW190814 引力波事件中, 伴随天体的质量可以达到 $2.50 M_\odot$ — $2.67 M_\odot$ (90% 的置信度)^[22], 这可能是目前探测到的质量最大的致密星体之一. 总之, 这些致密星的质量接近或超过了 $2 M_\odot$, 这一结论通常被当成限制 QM 状态方程的另一约束条件. 除此之外, 随着人类首次探测到引力波^[23], 对致密星的观测现已进入多信使时代^[24]. 特别是在双中子星并合事件 GW170817 中测量到致密星的潮汐形变 $\Lambda_{1.4} = 190^{+390}_{-120}$ ^[25], 这为进一步限制致密物质的状态方程提供了重要信息. 因此在本研究中, 我们将应用上面提到的这些约束条件来研究 QM 的稳定窗口, 即给出合适的模型参数范围.

一般而言, 在密度很高时 (大于原子核的饱和密度 $n_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$), 特别是与中子星内部密度相关时, s 夸克的出现会使得系统的平均重子能量降低, 因此研究者们认为 SQM 可能是 QCD 的真正基态^[26], 从而会稳定存在于宇宙之中^[27]. 基于此, 人们对 QM 的研究也大多集中在讨论 SQM 的范围. 然而, 近期有研究指出, 在考虑有限体积效应后, 当体系的重子数 A 满足一定条件 ($A > A_{\min}$, $A_{\min} \gtrsim 300$ 为临界重子数) 时, u-d QM 才是重子物质的基态^[28]. 这在确保原子核稳定性的基础上, 预示着元素周期表之外可能存在一种新的稳定物质形态. 因此, 本研究将在等效质量模型下采用新的夸克质量标度^[29]研究 u-d QM 的稳定性以及 u-d QS 的质量、潮汐形变等. 新的质量标度除了在形式上包含夸克禁闭效应外, 还通过引入一个伍兹-萨克森势 (Woods-Saxon potential) 型的衰减因子来纳入夸克渐近自由对夸克质量的影响.

本文第 2 节先简单介绍本研究中使用的等效质量模型, 再给出计算 QS 潮汐形变时需要求解的

若干方程; 接下来, 第 3 节给出数值计算结果和相应的讨论; 最后, 第 4 节给出简单的总结.

2 模型介绍

2.1 等效质量模型

等效质量模型是研究 QM 性质常用的一种唯象模型, 本节对其进行简单介绍, 更详细的内容可以参考文献^[15]. 在等效质量模型中, 夸克的质量参数化为依赖于体系重子数密度 n_b 的形式, 即 $m = m(n_b)$. 因此人们可以选择不同的夸克质量标度, 从而一方面在形式上满足夸克禁闭等 QCD 理论上的要求, 另一方面也在整体上考虑了夸克间的复杂相互作用. 夸克质量标度的引入会使得体系的热力学处理复杂化, 为此通过引入等效化学势 μ_i^* 来替代真实的粒子化学势 μ_i 可以将 QM 的热力学势密度写成自由粒子的形式, 这将为公式的处理带来极大的方便.

在等效粒子模型中, 体系的热力学势密度可以写为

$$\Omega_0 = - \sum_i \frac{g_i}{24\pi^2} \left[\mu_i^* \nu_i \left(\nu_i^2 - \frac{3}{2} m_i^2 \right) + \frac{3}{2} m_i^4 \ln \frac{\mu_i^* + \nu_i}{m_i} \right], \quad (1)$$

其中, $i = u, d, e$ 分别代表 u, d 夸克和电子 e; $\nu_i = \sqrt{\mu_i^{*2} - m_i^2}$ 为 i 粒子的费米动量; 对于 u, d 夸克, 简并因子 $g_i = 6$, 对于电子 e 有 $g_i = 2$. 粒子 i 的等效质量 m_i 其形式一般可以写为

$$m_i = m_{i0} + m_l(n_b), \quad (2)$$

其中, m_{i0} 为粒子的流质量, 对于 u, d 夸克和电子其值分别取为 5 MeV, 10 MeV 和 0.511 MeV. m_l 为粒子质量的相互作用部分, 在文献^[15, 30–33]中, 其表达式有多种参数化形式. 因为电子不参与强相互作用, 所以 m_l 只对 u, d 夸克有效.

在本研究中, 我们采用近期提出的夸克质量标度^[29]:

$$\begin{aligned} m_i &= m_{i0} + \frac{D}{n_b^{1/3}} + C n_b^{1/3} \left[1 + \exp \left(\frac{n_b - w}{n_a} \right) \right]^{-1} \\ &= m_{i0} + \frac{D}{n_b^{1/3}} + C n_b^{1/3} f(w, n_a; n_b). \end{aligned} \quad (3)$$

(3) 式包含一个类似于伍兹-萨克森势型的衰减因子 $f(w, n_a; n_b)$, 这一因子保证了当 $n_b \rightarrow \infty$ 时, $m_i \rightarrow m_{i0}$, 这在形式上满足了 QCD 中夸克之间

相互作用渐近自由的要求, 这一点在之前的夸克质量标度中没有考虑. 另外, 在 QCD 中除了在极高密度时夸克之间的相互作用需要满足渐近自由的要求, 在密度较低时夸克之间的相互作用还要满足夸克禁闭的要求, 这一点由 (3) 式中等号右侧的第二项来保证, 即当 $n_b \rightarrow 0$ 时, $m_i \rightarrow \infty$.

在等效粒子模型中, 真实化学势 μ_i 与等效化学势 μ_i^* 的关系为

$$\mu_i = \mu_i^* + \frac{1}{3} \frac{dm_i}{dn_b} \frac{\partial \Omega_0}{\partial m_i} \equiv \mu_i^* - \mu_l, \quad (4)$$

从 (4) 式可以看出, μ_l 对 u, d 夸克具有相同的形式, 且电子 e 的等效化学势与真实化学势相等. 因此, 对于粒子的等效化学势, u, d 夸克及电子 e 之间的 β -平衡仍然成立, 即

$$\mu_u^* + \mu_e = \mu_d^*. \quad (5)$$

根据热力学理论, 体系的粒子数密度可由公式 $n_i = -d\Omega_0/d\mu_i^*$ 给出. 由 (1) 式可得

$$n_i = \frac{g_i}{6\pi^2} (\mu_i^{*2} - m_i^2)^{3/2}. \quad (6)$$

因为我们考虑的是大块 QM 的性质, 因此系统需要满足电中性条件:

$$\frac{2}{3} n_u - \frac{1}{3} n_d - n_e = 0. \quad (7)$$

另外, 体系还需要满足重子数守恒的要求, 即

$$n_b = \frac{1}{3} (n_u + n_d). \quad (8)$$

关于体系的能量密度 E 和压强 P , 可分别由以下两式给出:

$$E = \Omega_0 - \sum_i \mu_i^* \frac{\partial \Omega_0}{\partial \mu_i^*} = \sum_i \frac{g_i}{16\pi^2} \times \left[\nu_i \mu_i^* (\mu_i^{*2} + \nu_i^2) - m_i^4 \ln \left(\frac{\mu_i^* + \nu_i}{m_i} \right) \right], \quad (9)$$

$$P = -\Omega_0 + n_b \frac{\partial m_l}{\partial n_b} \frac{\partial \Omega_0}{\partial m_l}, \quad (10)$$

其中,

$$\frac{\partial \Omega_0}{\partial m_l} = \sum_i \frac{g_i m_i}{4\pi^2} \left[\mu_i^* \nu_i + m_i^2 \ln \left(\frac{\mu_i^* + \nu_i}{m_i} \right) \right].$$

为了得到体系的状态方程, 可以在给定一重子数密度 n_b 后, 通过联立 (5) 式、(7) 式和 (8) 式, 并利用 (6) 式, 求出体系中各粒子的 (有效) 化学势. 然后, 利用 (9) 式和 (10) 式即可得到体系的能量密度 E 和压强 P .

2.2 TOV 方程与潮汐形变

为了计算 QS 的结构与其潮汐形变, 我们简单介绍相关公式. TOV 方程 (Tolman-Oppenheimer-Volkov equation) 是描述处于流体静力学平衡状态致密星的关键公式, 其描述了致密星内部压力梯度与引力的平衡:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GmE}{r^2} \frac{(1 + P/E)(1 + 4\pi r^3 P/m)}{1 - 2Gm/r}. \quad (11)$$

另外, 有附加条件:

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 E, \quad (12)$$

其中, 引力常数 $G = 6.707 \times 10^{-45} \text{ MeV}^{-2}$. 通过与具体的物质状态方程结合, 可以数值求解 TOV 方程, 从而给出致密星结构相关的物理量, 例如星体的质量 M 、半径 R 和密度分布 $n(r)$ 等.

关于致密星体的潮汐形变 Λ , 其一般无量纲化为

$$\Lambda \equiv \frac{2}{3} k_2 C^{-5}, \quad (13)$$

其中, $C \equiv \frac{M}{R} G$ 是表征星体致密度的量; k_2 是勒夫数 (Love number), 反映了致密星内部物质对潮汐力的响应能力, 其值一般处于 0.2—0.3 之间, 表达式为

$$k_2 = \frac{8C^5}{5} (1 - 2C)^2 [2 + 2C(y_R - 1) - y_R] \{ 2C[6 - 3y_R + 3C(5y_R - 8)] + 4C^3[13 - 11y_R + C(3y_R - 2) + 2C^2(1 + y_R)] + 3(1 - 2C)^2 \times [2 - y_R + 2C(y_R - 1)] \ln(1 - 2C) \}^{-1}, \quad (14)$$

其中, $y_R \equiv y(R)$, 且 $y(r)$ 是通过求解如下的微分方程得到

$$r \frac{dy}{dr} + y^2 + yF(r) + r^2 Q(r) = 0. \quad (15)$$

式中, $F(r)$ 和 $Q(r)$ 的定义为

$$F(r) = \frac{1 - 4\pi r^2 [E(r) - P(r)] G}{f(r)}, \quad (16)$$

$$Q(r) = \frac{4\pi}{f(r)} \left[5E(r)G + 9P(r)G + \frac{E(r) + P(r)}{v_s^2(r)} G - \frac{6}{4\pi r^2} \right] - 4 \left[\frac{m(r) + 4\pi r^3 P(r)}{r^2 f(r)} G \right]^2, \quad (17)$$

其中, $v_s = \sqrt{\partial P(r)/\partial E(r)}$ 表示声速. 因为本文研

究的对象为裸 QS, 其表面密度不为 0, 即在 QS 的表面存在能量密度不连续的情况, 因此需要对 y_R 进行修正^[34]:

$$y_R \rightarrow y_R - \frac{4\pi R^3 E_S}{M}, \quad (18)$$

其中, E_S 为 QS 的表面能量密度.

最后, 为了避免歧义, 我们在此说明以上公式的形式是在采取自然单位制后得到的, 具体来说这里令 $\hbar = c = 1$. 另外, 在下面的数值计算过程中, 有时需要在 MeV 和 fm 之间进行换算, 它们的换算关系是 $1 \text{ MeV} = 1/197.327 \text{ fm}^{-1}$ 或 $1 \text{ fm}^{-1} = 197.327 \text{ MeV}$.

3 数值计算结果与讨论

如果 u-d QM 能够稳定存在, 根据现有的核物理理论, 其平均重子能量应小于 930 MeV, 即小于 Fe 原子核的平均重子能量. 因此, 在图 1 中我们给出了当衰减因子参数 $(w/\text{fm}^{-3}, n_a/\text{fm}^{-3})$ 分别取为 $(4.0, 0.6)$, $(1.0, 0.6)$ 和 $(1.0, 2.0)$ 时, 质量标度参数 C 和 $\sqrt{D}$ 的关系曲线, 其中 3 组参数给出的结果分别表示在图 1(a)–(c) 中. 各图中红色实线上的点对应的参数值满足 QM 平均重子能量的最小值 $(E/n_b)_{\min} = 930 \text{ MeV}$. 为了对比, 我们给出了当质量标度中没有衰减因子时的结果 (即衰减因子 $f(w, n_a; n_b) = 1$), 在各分图中用红色虚线表示. 根据计算, 每条红实线和红色虚线下面区域中的参数给出 $(E/n_b)_{\min} < 930 \text{ MeV}$, 即代表 u-d QM 的绝对稳定区域; 相反地, 各曲线上面区域中的参数给出 $(E/n_b)_{\min} > 930 \text{ MeV}$, 即代表 u-d QM 的不稳定区域.

除此之外, 由 (3) 式可以看出, 当质量标度参数 $C < 0$ 时, 随着密度升高夸克质量有可能会变成负值, 这种情况是非物理的, 应该要避免. 因此图 1(a)–(c) 给出了 $m_u = 0$ (此处选择 u 夸克质量等于零的原因是随着密度 n_b 的增大, 与 d 夸克的质量相比 u 夸克质量会首先减小到 0) 时, 参数 C 和 $\sqrt{D}$ 的关系曲线, 在图中用蓝色实线表示. 质量标度中没有衰减因子时的结果在各分图中用蓝色虚线表示. 根据计算, 各蓝色实线和虚线上面区域中的参数值给出 $m_u > 0$, 即代表夸克质量合理区域; 相反地, 各蓝色曲线的下面区域中的参数给出 $m_u < 0$, 即代表夸克质量不合理区域, 需要排除

掉. 需要指出, 当质量标度中不考虑衰减因子时, 如果参数 $C < 0$, 随着密度 n_b 的增大, m_u 总会在足够高的密度下变为负值, 因此图中蓝色虚线给出的参数只是保证当密度不高于 1.6 fm^{-3} (即 10 倍饱和核密度) 时, u 夸克质量 $m_u > 0$.

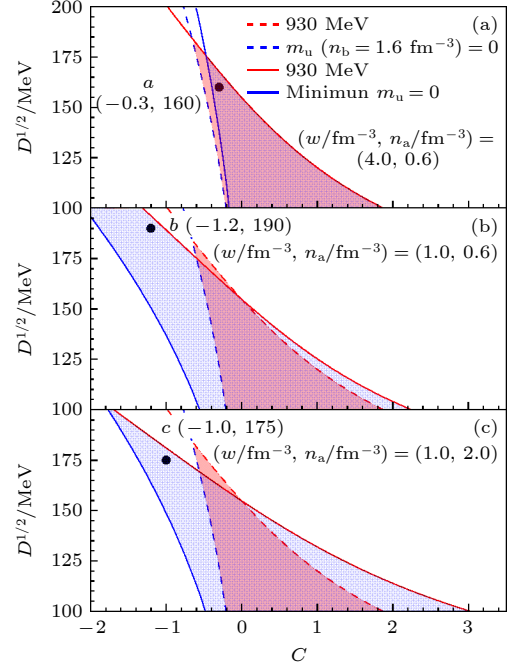


图 1 u-d QM 的稳定窗口, 红色区域表示在没有考虑衰减因子时的 u-d QM 的稳定区域, 而蓝色区域表示衰减因子引入后 u-d QM 的稳定区域. 在图 (a)–(c) 中, 红色实线与红色虚线分别表示包含衰减因子与不包含衰减因子且当平均重子能量最小值等于 930 MeV 时 $\sqrt{D}$ 随 C 的变化曲线. 蓝色实线与蓝色虚线分别表示包含衰减因子与不包含衰减因子且当 $m_u = 0$ 时 $\sqrt{D}$ 随 C 的变化曲线. 图 (a)–(c) 中的 $(w/\text{fm}^{-3}, n_a/\text{fm}^{-3})$ 参数取值从上往下分别为 $(4.0, 0.6)$, $(1.0, 0.6)$ 和 $(1.0, 2.0)$

Fig. 1. Stability window for u-d QM, the red and blue areas are the absolute stable regions for u-d QM without and with attenuation factor in mass scaling. In the panels (a)–(c), the red solid and dashed lines represent the curves of $\sqrt{D}$ versus C with and without attenuation factor, respectively, when the minimum value of the average energy per baryon is 930 MeV. The blue solid and dashed lines represent the curves of $\sqrt{D}$ versus C with and without attenuation factor, respectively, when $m_u = 0$. The values of parameters $(w/\text{fm}^{-3}, n_a/\text{fm}^{-3})$ in the panels (a)–(c) are $(4.0, 0.6)$, $(1.0, 0.6)$, and $(1.0, 2.0)$ from top to bottom.

综上所述, 在图 1 中, 当考虑衰减因子时, u-d QM 稳定区域为红色实线与蓝色实线所夹区域, 在图中用蓝色阴影区域来表示; 当不考虑衰减因子时, u-d QM 稳定区域为红色虚线与蓝色虚线所夹区域, 在图中用红色阴影区域来表示.

从图 1(a) 可以看出, 当衰减因子参数 $(w/\text{fm}^{-3}, n_a/\text{fm}^{-3}) = (4.0, 0.6)$ 时, u-d QM 的稳定区域与不考虑衰减因子时变化不大. 这是因为当 $(w/\text{fm}^{-3}, n_a/\text{fm}^{-3}) = (4.0, 0.6)$ 时, 衰减因子 $f(w, n_a; n_b)$ 随密度变化不大, 其值接近于 1, 这可以从图 2 中的黑色实线可以看出. 这会导致夸克质量随密度 n_b 的变化与不考虑衰减因子时差别不大, 因此两种情况下 u-d QM 的稳定窗口非常接近, 特别是两条最低平均重子能量线近乎重合 (即图 1(a) 中的红色实线与红色虚线). 由于蓝色虚线只是保证 u 夸克质量在密度不高于 1.6 fm^{-3} 时大于零, 不像蓝色实线那样可以保证 u 夸克质量在任意密度下都大于零, 所以两者稍有区别.

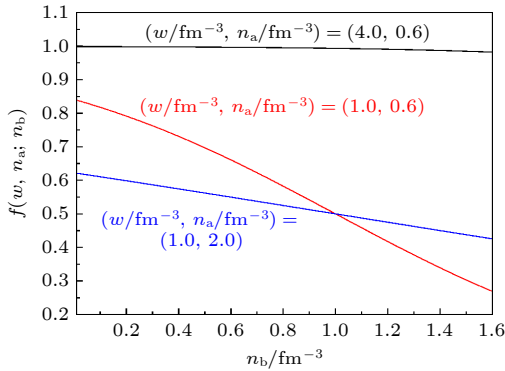


图 2 衰减因子随密度的变化曲线

Fig. 2. Curves of the attenuation factor as function of baryon number density.

另外, 从图 2 可以看出, 不同的衰减因子参数 (w, n_a) 取值会影响衰减因子曲线的斜率, 其值随着参数 w 和 n_a 的增大而减小, 所以较小的 w 和 n_a 的取值会导致较大的曲线变化率 (如图 2 中红色实线所示), 进而对稳定窗口产生较大的影响. 通过对比图 1(a)–(c) 可以看出, 合适的衰减因子参数可以显著增大 u-d QM 稳定区域的面积, 从而使得 QM 有更大的概率稳定存在. 特别是当 $(w/\text{fm}^{-3}, n_a/\text{fm}^{-3}) = (1.0, 0.6)$ 时, 其稳定区域的面积增大最多, 这是因为此参数对质量标度的影响最大导致的. 增大的稳定区域面积导致在相同的质量标度参数 D 下, 参数 C 的取值范围更大, 反之亦然. 此外还表明, 衰减因子的引入可以允许更强的夸克禁闭作用、单胶子交换作用和微扰相互作用 (这是因为参数 C 和 D 的取值范围都变大了), 从而 u-d QM 有更大的概率稳定存在.

为了研究 u-d QM 的状态方程, 我们在稳定窗

口中选择了 3 组参数, 在图 1 中分别用 $a = (-0.3, 160)$, $b = (-1.2, 190)$ 和 $c = (-1.0, 175)$ 来表示, 括号里面的数值分别代表参数 C 和 $\sqrt{D}$ 的取值. 其中, 参数 a 位于两种情况下 (考虑衰减因子和不考虑衰减因子) 的稳定区域中; 参数 b 和 c 位于考虑衰减因子时的稳定区域中, 同时位于不考虑衰减因子时的不稳定区域中.

图 3 右纵轴给出了 u-d QM 的平均重子能量随密度的变化曲线, 其中每条线对应的参数与图 1 中的参数相同. 例如, 黑色实线的参数取值为 $(w/\text{fm}^{-3}, n_a/\text{fm}^{-3}) = (4.0, 0.6)$ 且 $(C, \sqrt{D}/\text{MeV}) = (-0.3, 160)$. 从图 3 可以看出, 3 组参数 (3 条实线) 给出的最小平均重子能量都小于 930 MeV (在图中用不同颜色的实心点标出), 因此在此模型中 u-d QM 是可以稳定存在的. 类似地, 图 3 左纵轴给出了 u-d QM 压强 (3 条虚线) 随密度的变化曲线, 且压强为零处用浅色黑实线标出. 同时, 浅色黑实线与每条压强曲线的交点 (即压强零点) 用不同颜色的实心三角符号标出. 从图中可以看出, 最小平均重子能量与压强等于零处所对应的重子数密度相同, 这反映了该模型的热力学自洽性. 除此之外, 我们发现更小的衰减因子参数会使得 u-d QM 的状态方程更硬, 从而可以支持更大质量的 u-d QS 的存在.

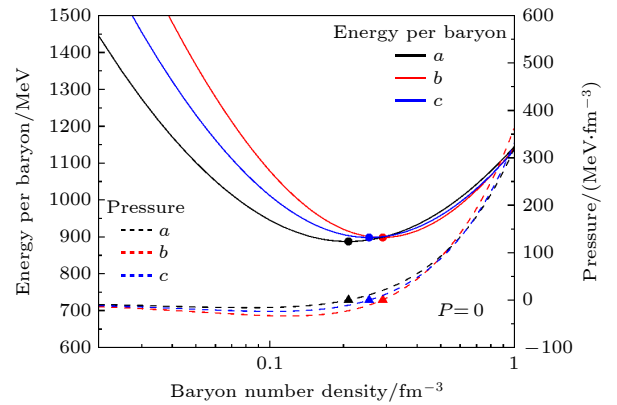


图 3 平均重子能量与压强随密度的变化曲线

Fig. 3. Curves of energy per baryon and pressure as functions of baryon number density.

为了得到 u-d QS 的性质及其潮汐形变值, 我们需要根据 QM 的状态方程, 数值求解方程 (11), (12) 和 (15). 一般而言, 为了求解以上方程, 可以先给定一 QS 的中心密度 n_0 , 利用状态方程中与此对应的压强和能量密度, 通过求解以上方程可以

得到距离 QS 球心为 r 处的压强 $P(r)$, $y(r)$ 和半径为 r 的球体内的物质质量 $m(r)$. 然后再根据此时的数值递归求解下一半径处对应的各物理量, 直到压强等于 0 为止. 此时得到的 r 为致密星的半径 R , m 即致密星的质量 M , y 即 y_R (最后需要根据 (18) 式加以修正).

图 4 为 u-d QS 潮汐形变以及 u-d QS 质量随星体中心密度的变化曲线, 其中左纵轴为潮汐形变 Λ (蓝色实线), 右纵轴为 QS 的质量 M (红色实线), 其单位为 $M_\odot$. 图 4(a)—(c) 中的参数值与图 1(a)—(c) 中的参数值相同.

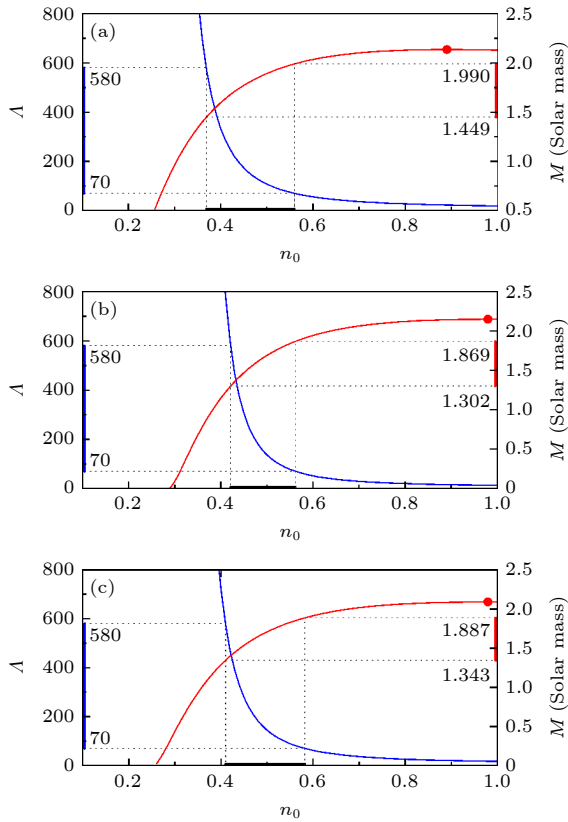


图 4 潮汐形变 Λ 和 QS 质量 M 随 QS 中心密度 n_0 的变化曲线, 各分图中的蓝色实线为 Λ 随 n_0 的变化曲线, 其值对应于左纵轴; 红色实线为 M 随 n_0 的变化曲线, 其值对应于右纵轴. (a)—(c) 中的参数值与图 1(a)—(c) 中的参数值相同
Fig. 4. Curves of tidal deformability Λ and QS mass M as functions of central density n_0 of quark star, the blue solid curves corresponding to the left axis represent Λ versus n_0 ; the red solid curves corresponding to right axis represent M versus n_0 . The parameters of panels (a)—(c) are the same with that in Fig. 1(a)—(c).

从图 4 可以看出, u-d QS 的质量随着中心密度的增大而增大, 直到出现最大值 (图中用红色实心点标出), 且在 3 组参数下, u-d QS 的最大质量

都超过了 2 倍太阳质量, 这一结果符合当前的天文观测数据 [18,19,35]. 与质量相反, 星体的潮汐形变随着中心密度的增大而减小, 即越来越难以发生形变, 这反映了星体的致密程度越来越大. 根据 GW170817 双星并合事件的观测数据, 致密星的潮汐形变的范围为 $\Lambda_{1.4} \in [70, 580]$, 因此在图 4(a)—(c) 的左纵轴上分别用蓝色实线段标记出了这一潮汐形变的范围, 同时给出了与这一范围对应的 u-d QS 中心密度 (在各分图的横轴上用黑色实线段标出), 其密度范围为 $0.4\text{--}0.6\text{ fm}^{-3}$, 即为 3—4 倍的饱和核密度. 然后, 将这一密度范围对应到 u-d QS 质量曲线上, 给出了与此密度范围对应的 u-d QS 质量范围, 在各分图的右纵轴上用红色实线段标出, 并给出了实线段上下所对应的 u-d QS 质量的具体数值. 从图 4(a) 可以看出 (此时衰减因子的值约为 1, 可以看成衰减因子的影响很小), 与潮汐形变范围 $\Lambda_{1.4} \in [70, 580]$ 相对应的 u-d QS 质量范围为 $M/M_\odot \in [1.449, 1.990]$, 其中 1.4 倍太阳质量没有包含其中, 因此与观测值不符. 当引入的衰减因子起到较大作用时 (即图 4(b), (c) 中的结果), 与潮汐形变范围 $\Lambda_{1.4} \in [70, 580]$ 相对应的质量范围分别是 $M/M_\odot \in [1.302, 1.869]$ 和 $M/M_\odot \in [1.343, 1.887]$. 在这两种情况下, 都包含了 1.4 倍太阳质量, 因此与观测相符.

图 5 展示了在 3 组典型参数下 u-d QS 的质量-半径关系, 其中每条曲线上用实心点标记出了 u-d QS 的最大质量. 可以看出, 3 组参数下 u-d QS 的最大质量均超过了 2 倍太阳质量, 但是根据图 4 的讨论可知只有 b, c 两组参数满足潮汐形变观测数据的约束. 另外, 我们强调这些约束大多是基于整体性质, 约束还存在很大的简并性, 其紧致性还不足以确定致密星的本质. 考虑是否存在某些能显著区分 u-d QS 与其他致密星模型表现的观测量是非常重要的且有意义的, 比如基于 QM 密度高于中子物质的认知寻找大质量小半径的脉冲星; 基于 QM 体黏滞系数远大于中子物质的体黏滞系数, 从而寻找超高转速的脉冲星; 基于致密星内部可能存在中子物质到 QM 的相变, 从而导致特殊的星震信号等. 当然对于相应物理量的观测其挑战性不亚于其重要性.

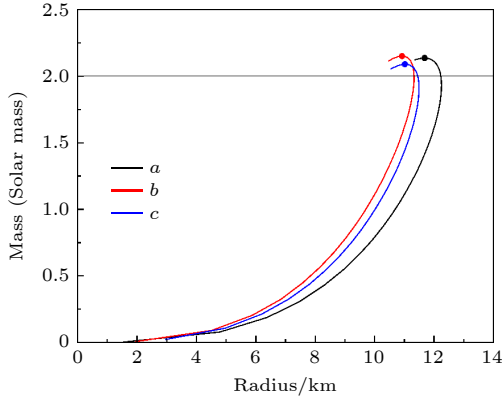


图 5 u-d QS 的质量-半径关系. 图中黑色、红色和蓝色曲线的参数分别与图 1(a)–(c) 中的参数相同

Fig. 5. Mass-radius relations of u-d QSs. The parameter values for the black, red and blue curves are corresponding to that given in the three sub-figures in Fig. 1(a)–(c).

为了更详细地了解相关数值计算的结果, 表 1 列出了图 1 这 3 组参数下与潮汐形变范围 $\Lambda_{1.4} \in [70, 580]$ 相对应的 u-d QS 的最大质量值 $M_{\max}/M_{\odot}$, 最大质量 u-d QS 的半径 R/km , 中心密度 n_0/fm^{-3} 的范围, 以及质量 $M/M_{\odot}$ 的范围.

表 1 当衰减因子参数 $(w/\text{fm}^{-3}, n_a/\text{fm}^{-3})$ 分别取 $(4.0, 0.6)$, $(1.0, 0.6)$ 和 $(1.0, 2.0)$ 时 u-d QS 的最大质量, 最大质量 u-d QS 的半径, 以及与潮汐形变范围 $\Lambda_{1.4} \in [70, 580]$ 相对应的 u-d QS 中心密度范围和质量范围

Table 1. Maximum masses and corresponding radii of u-d QSs under $(w/\text{fm}^{-3}, n_a/\text{fm}^{-3}) = (4.0, 0.6)$, $(1.0, 0.6)$, $(1.0, 2.0)$, as well as the central density range and mass range of u-d quark stars for the tidal deformability range $\Lambda_{1.4} \in [70, 580]$.

Parameter	$M_{\max}/M_{\odot}$	R/km	n_0/fm^{-3}	$M/M_{\odot}$
(a)	2.136	11.681	[0.369, 0.560]	[1.449, 1.990]
(b)	2.150	10.927	[0.421, 0.562]	[1.302, 1.869]
(c)	2.090	11.021	[0.410, 0.582]	[1.343, 1.887]

最后, 需要指出的是, 通过计算我们发现要得到符合观测范围的潮汐形变, 质量标度参数 C 和 D 需要采用较大的值, 特别是参数 D . 根据图 1 可知, 当衰减因子起到较大作用时, QM 的稳定窗口会显著增大, 这会使得参数 D 可以取到更大的值, 因此有更大的机会使计算结果符合目前的天文观测数据. 从这一角度而言, 衰减因子的引入起到了非常重要的作用.

4 总 结

在极高密度下, 特别是中子星内部相关的密

度, s 夸克的出现会降低系统的平均重子能量, 因此 SQM 可能会作为一种物质新形态出现, 并被认为是强相互作用的真正基态. 然而, 近期有研究发现, 不含有奇异夸克的 u-d QM 也有可能是强相互作用的基态.

本文采用最近提出的新的夸克质量标度, 研究了 u-d QM 的稳定性和 u-d QS 的性质. 新的质量标度中包含了一个伍兹-萨克森势型的衰减因子 $f(w, n_a; n_b)$, 这使得新质量标度在形式上满足 QCD 中夸克渐近自由的要求, 同时也保留了原有质量标度中符合 QCD 夸克禁闭的特性. 通过调整衰减因子参数 w 和 n_a 的值, 可以增强或减弱衰减因子对质量标度的影响. 在具体数值计算中, 给定 3 组不同的衰减因子参数, 研究了 u-d QM 的状态方程. 基于 u-d QM 可以稳定存在的前提, 以及夸克质量不为负的要求, 我们得到了其最低平均重子能量 $(E/n_b)_{\min} = 930 \text{ MeV}$ 和 $m_u = 0$ 时质量标度参数 C 和 $\sqrt{D}$ 的关系曲线. 我们发现当衰减因子参数对质量标度影响较小时, u-d QM 的稳定窗口较小, 难以同时满足 u-d QS 最大 2 倍太阳质量和潮汐形变 $\Lambda_{1.4} \in [70, 580]$ 的要求. 然而, 当衰减因子随密度有较大变化时, u-d QM 的稳定窗口会显著增大, 这使得质量标度参数 C 和 D 有更大的取值范围. 特别是参数 D 的取值, 会较大地影响 u-d QS 的潮汐形变. 因此, 在质量标度中引入衰减因子会使得 u-d QM 不仅有更大的参数空间稳定存在, 同时也使得其对应的 u-d QS 满足当前的天文观测. 这为探究脉冲星的本质提供了一种可能, 也加深了人们对强相互作用的理解.

实际上, 除了由于 QCD 本身难以求解导致人们对高温和 (或) 高密状态下物质的存在形式难以确定之外, 其他物理因素也会极大地影响 QM 的性质. 例如, 夸克之间的对称能 [36–38]、强磁场 [39–43]、温度效应 [44] 以及脉冲星的高速旋转 [45,46] 等也会直接影响 QM 的状态方程及其性质. 近期就有研究指出处于色超导态的 u-d QM 形成的 u-d QS 并不存在 [47], 甚至稳定的 SQM 也不存在 [48], 因此对 QM 的性质还需要进一步研究. 在后续的研究中我们将探究强磁场以及高转速对 u-d QM 以及 u-d QS 性质的影响, 进一步寻找某些能显著区分 u-d QS 与其他致密星模型 (如中子星、混合星或奇异星) 表现的物理量.

参考文献

- [1] Peng G X, Li A, Lombardo U 2008 *Phys. Rev. C* **77** 065807
- [2] Weissenborn S, Sagert I, Pagliara G, Hempel M, Schaffner-Bielich J 2011 *Astrophys. J.* **740** L14
- [3] Clemente F D, Casolino M, Drago A, Lattanzi M, Ratti C 2025 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **537** 1056
- [4] Li C M, Zheng H R, Zuo S Y, Zhao Y P, Wang F, Huang Y F 2025 *Astrophys. J.* **980** 231
- [5] Song X Y 2025 *Phys. Rev. D* **111** 063018
- [6] Zhang C 2020 *Phys. Rev. D* **101** 043003
- [7] Xu J F, Peng G X, Liu F, Hou D F, Chen L W 2015 *Phys. Rev. D* **92** 025025
- [8] Xu R X 2003 *Astrophys. J.* **596** L59
- [9] Peng G X, Chiang H C, Zou B S, Ning P Z, Luo S J 2000 *Phys. Rev. C* **62** 025801
- [10] Klähn T, Fischer T 2015 *Astrophys. J.* **810** 134
- [11] Xia T, He L Y, Zhuang P F 2013 *Phys. Rev. D* **88** 056013
- [12] Wen X J, Feng Z Q, Li N, Peng G X 2009 *J. Phys. G* **36** 025011
- [13] Li B L, Cui Z F, Yu Z H, Yan Y, An S, Zong H S 2019 *Phys. Rev. D* **99** 043001
- [14] Zhang C, Gao Y, Xia C J, Xu R X 2023 *Phys. Rev. D* **108** 063002
- [15] Xia C J, Peng G X, Chen S W, Lu Z Y, Xu J F 2014 *Phys. Rev. D* **89** 105027
- [16] Chen S W, Gao L, Peng G X 2012 *Chin. Phys. C* **36** 947
- [17] Xu J F, Cui L, Lu Z Y, Xia C J, Peng G X 2023 *Nucl. Sci. Tech.* **34** 171
- [18] Demorest P, Pennucci T, Ransom S M, Roberts M S E, Hessels J W T 2010 *Nature* **467** 1081
- [19] Antoniadis J, Freire P C C, Wex N, Tauris T M, Lynch R S, Kerkwijk M H V, Kramer M, Bassa C, Dhillon V S, Driebe T, Hessels J W T, Kaspi V M, Kondratiev V I, Langer N, Marsh T R, McLaughlin M A, Pennucci T T, Ransom S M, Stairs I H, Leeuwen J V, Verbiest P W, Whelan D G 2013 *Science* **340** 1233232
- [20] Cromartie H T, Fonseca E, Ransom S M, Demorest P B, Arzoumanian Z, Blumer H, Brook P R, DeCesar M E, Dolch T, Ellis J A, Ferdman R D, Ferrara E C, Garver-Daniels N, Gentile P A, Jones M L, Lam M T, Lorimer D R, Lynch R S, McLaughlin M A, Ng C, Nice D J, Pennucci T T, Spiewak R, Stairs I H, Stovall K, Swiggum J K, Zhu W W 2020 *Nat. Astron.* **4** 72
- [21] Fonseca E, Cromartie H T, Pennucci T T, Ray P S, Kirichenko A Y, Ransom S M, Demorest P B, Stairs I H, Arzoumanian Z, Guillemot L, Parthasarathy A, Kerr M, Cognard I, Baker P T, Blumer H, Brook P R, DeCesar M, Dolch T, Dong F A, Ferrara E C, Fiore W, Garver-Daniels N, Good D C, Jennings R, Jones M L, Kaspi V M, Lam M T, Lorimer D R, Luo J, McEwen A, McKee J W, McLaughlin M A, McMann N, Meyers B W, Naidu A, Ng C, Nice D J, Pol N, Radovan H A, ShapiroAlbert B, Tan C M, Tendulkar S P, Swiggum J K, Wahl H M, Zhu W W 2021 *Astrophys. J. Lett.* **915** L12
- [22] Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al, LIGO Scientific and Virgo Collaboration 2020 *Astrophys. J. Lett.* **896** L44
- [23] LIGO Scientific and Virgo Collaboration, Abbott B P, et al. 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 061102
- [24] LIGO Scientific and Virgo Collaboration, Abbott B P, et al. 2017 *Astrophys. J.* **848** L12
- [25] LIGO Scientific and Virgo Collaboration, Abbott B P, et al. 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 161101
- [26] Witten E 1984 *Phys. Rev. D* **30** 272
- [27] Farhi E, Jaffe R L 1984 *Phys. Rev. D* **30** 2379
- [28] Holdom B, Ren J, Zhang C 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 222001
- [29] Wang J T, Peng G X 2023 *Int. J. Mod. Phys. E* **32** 2350033
- [30] Fowler G, Raha S, Weiner R 1981 *Z. Phys. C* **9** 271
- [31] Peng G X, Chiang H C, Yang J J, Li L, Liu B 1999 *Phys. Rev. C* **61** 015201
- [32] Wen X J, Zhong X H, Peng G X, Shen P N, Ning P Z 2005 *Phys. Rev. C* **72** 015204
- [33] Chen H M, Xia C J, Peng G X 2022 *Chin. Phys. C* **46** 055102
- [34] Damour T, Nagar A 2009 *Phys. Rev. D* **80** 084035
- [35] Fonseca E, Pennucci T T, Ellis J A, Stairs I H, Nice D J, Ransom S M, Demorest P B, Arzoumanian Z, Crowter K, Dolch T, Ferdman R D, Gonzalez M E, Jones G, Jones M L, Lam M T, Levin L, McLaughlin M A, Stovall K, Swiggum J K, Zhu W 2016 *Astrophys. J.* **832** 167
- [36] Chu P C, Chen L W 2014 *Astrophys. J* **780** 135
- [37] Xu J F, Xia C J, Lu Z Y, Peng G X, Zhao Y P 2022 *Nucl. Sci. Tech.* **33** 143
- [38] Xu J F, Cui L, Xia C J, Lu Z Y 2024 *Nucl. Phys. Rev.* **41** 325
- [39] Cui S S, Peng G X, Lu Z Y, Peng C, Xu J F 2015 *Nucl. Sci. Tech.* **26** 040503
- [40] Yang L, Wen X J 2017 *Phys. Rev. D* **96** 056023
- [41] Chu P C, Li X H, Ma H Y, Wang B, Dong Y M, Zhang X M 2018 *Phys. Lett. B* **2502** 447
- [42] Felipe R G, Martinez A P, Rojas H P, Orsaria M 2008 *Phys. Rev. C* **77** 015807
- [43] Chu P C, Liu H, Du X B 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 052101
- [44] Pal S, Chaudhuri G 2024 *Phys. Rev. D* **110** 123021
- [45] Zheng X P, Yang S H, Li J R 2003 *Astrophys. J. Lett.* **585** L135
- [46] Gourgoulhon E, Haensel P, Livine R, Paluch E, Bonazzola S, Marck J A 1999 *Astron. Astrophys.* **349** 851
- [47] Yuan W L, Li A 2024 *Astrophys. J.* **996** 3
- [48] Bai Y, Chen T K 2025 arXiv: 2502.20241 [hep-ph]

Research on u-d quark stars and their tidal deformaions under new mass scaling*

XU Jianfeng^{1)†} WANG Jingtao²⁾ XIA Chengjun³⁾

¹⁾ (School of Methmatics and Physics, Suqian University, Suqian 223800, China)

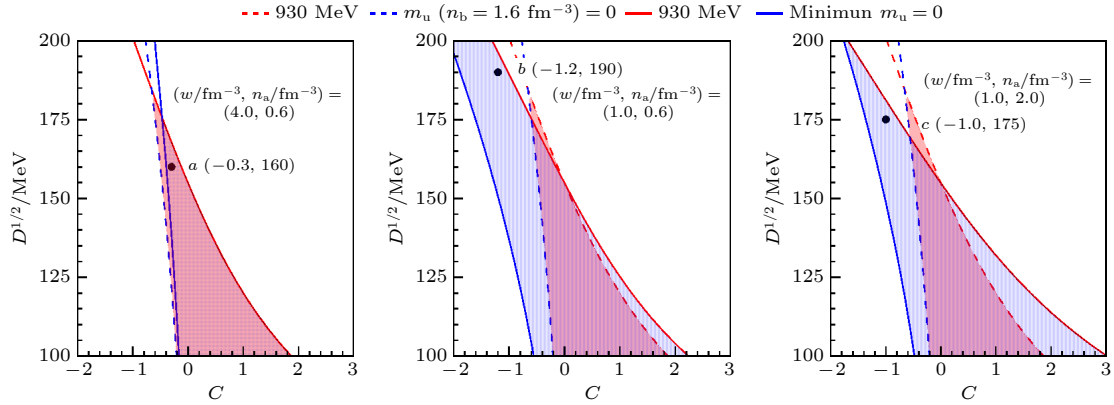
²⁾ (School of Nuclear Science and Technology, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100084, China)

³⁾ (Center for Gravitation and Cosmology, School of Physical Science and Technology, Yangzhou University, Yangzhou 225009, China)

(Received 23 April 2025; revised manuscript received 25 May 2025)

Abstract

Strange quark matter (SQM) is considered to be the true ground state of the strong interactions, but recent studies have shown that ordinary quark matter (u-d quark matter, u-d QM) may also be the ground state of the strong interactions. By inserting an attenuation factor of Woods-Saxon potential type into the quark mass scaling, the resulting calculations of equation of state of u-d QM based on equiv-particle model show that the stability window of model parameters for stable u-d QM can be significantly enlarged with proper model parameters, which can be seen in the following figure. In this figure, the red solid and dashed lines represent the curves of $\sqrt{D}$ versus C with and without attenuation factor, respectively, when the minimum value of the average energy per baryon is set to 930 MeV; the blue solid and dashed lines represent the curves of $\sqrt{D}$ versus C with and without attenuation factor, respectively, when $m_u = 0$. Thereby, the red and blue shaded areas are the absolute stable regions of u-d QM without and with attenuation factor in mass scaling. It is obvious that with the attenuation factor and proper model parameters, the absolute stable region (blue shaded area) for u-d QM can be much larger than that without the attenuation factor (red shaded area). The introduction of the attenuation factor allows the maximum mass of ordinary quark star (u-d quark star, u-d QS) to be larger than twice the solar mass, while the tidal deformability satisfies $\Lambda_{1.4} \in [70, 580]$, which is consistent with the current astronomical observations. Therefore, the pulsars may be essentially the u-d Qs. This result provides a possibility for understanding the nature of pulsars, and it also further deepens the understanding of the strong interactions.



Keywords: quark matter, quark star, equation of state, tidal deformability

PACS: 21.65.Qr, 97.60.Jd

DOI: 10.7498/aps.74.20250535

CSTR: 32037.14.aps.74.20250535

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12005005, 12275234) and the Scientific Research Start-up Fund of Talent Introduction of Suqian University, China (Grant No. Xiao2022XRC061).

† Corresponding author. E-mail: xujf@squ.edu.cn

新质量标度下u-d夸克星及其潮汐形变

徐建峰 王靖涛 夏铨君

Research on u-d quark stars and their tidal deformations under new mass scaling

XU Jianfeng WANG Jingtao XIA Chengjun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 162101 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250535

CSTR: 32037.14.aps.74.20250535

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250535>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

色味锁夸克物质与夸克星

Quark matter and quark star in color-flavor-locked phase

物理学报. 2024, 73(5): 052101 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231649>

基于准粒子模型的原生磁星研究

Proto-magnetars within quasiparticle model

物理学报. 2022, 71(22): 222101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220795>

强磁场与有限温度下色味锁夸克星的唯象模型

Phenomenological model of color-flavor-locked quark star under strong magnetic fields at finite temperatures

物理学报. 2025, 74(14): 142101 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250451>

利用含 δ 介子的相对论平均场理论研究中子星潮汐形变性质

Study of tidal deformabilities of neutron stars using relativistic mean field theory containing δ mesons

物理学报. 2023, 72(2): 022601 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221599>

“天光一号”驱动的聚苯乙烯高压状态方程测量

Equation-of-state measurements for polystyrene under high pressure driven by HEAVEN-I laser facility

物理学报. 2021, 70(19): 196401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210240>

s夸克物质的边界效应和K介子自相似结构对夸克胶子等离子体-强子相变的影响

The boundary effect of s quark matter and self-similarity structure influence of K meson on quark-gluon plasma-hadron phase transition

物理学报. 2025, 74(5): 052501 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241640>