

螺旋自旋-轨道耦合三分量玻色-爱因斯坦凝聚体的基态*

李吉^{1)2)†} 王寰宇³⁾

1) (太原师范学院物理系, 晋中 030619)

2) (太原师范学院, 计算物理与应用物理研究所, 晋中 030619)

3) (福州大学物理系, 福建省量子信息与量子光学重点实验室, 福州 350108)

(2025年5月1日收到; 2025年5月30日收到修改稿)

研究了螺旋自旋-轨道耦合三分量玻色-爱因斯坦凝聚体 (BEC) 的基态结构. 结果表明, 螺旋自旋-轨道耦合可诱导铁磁 BEC 发生相分离. 通过系统数值计算得到不同螺旋自旋-轨道耦合强度和规范势时的相图, 给出了铁磁 BEC 发生相分离和相混合的临界条件. 同样研究了螺旋自旋-轨道耦合和规范势对反铁磁 BEC 的影响, 结果显示反铁磁 BEC 仅表现为相混合. 调节螺旋自旋-轨道耦合强度或规范势, 可以控制反铁磁 BEC 中条纹孤子与平面波孤子之间的相互转换. 此外, 也讨论了粒子数密度最大值与条纹孤子的波峰数随螺旋自旋-轨道耦合强度或规范势的变化关系.

关键词: 三分量玻色-爱因斯坦凝聚体, 螺旋自旋-轨道耦合, 相分离, 相混合

PACS: 03.75.Lm, 03.75.Hh, 05.30.Jp

DOI: 10.7498/aps.74.20250587

CSTR: 32037.14.aps.74.20250587

1 引言

超冷原子气体由于其宏观量子特性和高度可调控性可以实现在可控环境下拓扑量子态的研究, 随着光阱技术的发展, 超冷原子自旋自由度得到释放, 原子能够被束缚在不同的超精细能态上, 即形成旋量玻色-爱因斯坦凝聚体 (BEC)^[1,2], 不同于标量 BEC, 旋量 BEC 粒子间不仅具有密度相互作用而且具有自旋交换相互作用, 这将导致体系出现丰富有趣的拓扑缺陷^[3-15]. 近年来, 随着拓扑绝缘体和自旋霍尔效应的兴起, 自旋-轨道耦合的研究受到了人们广泛的关注. 尤其是自旋-轨道耦合旋量 BEC^[16-20] 的实现突破了超冷原子为电中性的这

一限制, 为实现新奇量子态并探讨其物理机制提供了更多的机遇^[21-32]. Mithun 等^[21-23] 在一维自旋-轨道耦合旋量 BEC 中研究了定态孤立波性质. 在二维旋量 BEC 体系中, Wang 等^[24] 发现在无外势条件下自旋-轨道耦合能够诱导平面波相和条纹相. 考虑束缚外势, 体系会出现新的拓扑激发, 例如 half-skyrmion^[25,26]、分数涡旋^[27]、skyrmion 格子^[28,29]、超固态^[30]. 在三维旋量 BEC 体系中, Rashba 自旋-轨道耦合导致体系产生伴随极核涡旋的磁单极^[31], Weyl 自旋-轨道耦合可导致体系出现垂直排列的 half-skyrmion 链和对称排列的 half-skyrmion 格子^[32].

之前讨论的自旋-轨道耦合所对应的规范势都是空间均匀的, 如果规范势属于空间非均匀形

* 山西省基础研究计划自然科学面上项目 (批准号: 202203021221217) 和山西省高等学校科技创新项目 (批准号: 2021L405) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: lij163love@163.com

式, 体系由于参数的空间可调性将会呈现出特别的量子态和新奇物性. 近来 Kartashov 和 Konotop^[33] 在 BEC 中引入了规范势属于空间非均匀形式的螺旋自旋-轨道耦合, 发现了稳定的自由移动孤子. Yang 等^[34,35] 在螺旋自旋-轨道耦合 BEC 中通过规范变换与达布变换得到条纹孤子和 kink 呼吸子的精确解. 一些研究者通过数值方法探讨了螺旋自旋-轨道耦合 BEC 的基态结构, 包括定态亮暗孤子^[36,37]、偶极态孤子和四极态孤子^[38] 等. 此外, Li 等^[39] 和 O'tlaadisa 等^[40] 科研团队研究了螺旋自旋-轨道耦合对调制不稳定性分布区域和调制不稳定性动力学的影响. 到目前为止关于螺旋自旋-轨道耦合研究大多基于两分量 BEC 体系^[33-42], 而对于螺旋自旋-轨道耦合三分量 BEC 体系的研究很少报道, Zhang 和 Yang^[43] 在二维螺旋自旋-轨道耦合三分量 BEC 中发现了斑点相和波形条纹相. 因此, 我们想知道对于一维螺旋自旋-轨道耦合三分量 BEC 体系, 调节自旋-轨道耦合强度和螺旋规范势是否会导致新奇量子态, 这仍然是一个开放的问题.

本文将研究一维螺旋自旋-轨道耦合三分量 BEC 基态性质. 结果表明, 当螺旋自旋-轨道耦合强度和规范势较小时, 自旋-轨道耦合可诱导铁磁 BEC 发生相分离. 当螺旋自旋-轨道耦合强度或规范势较强时, 铁磁 BEC 处于相混合. 进行系统数值计算得到了不同螺旋自旋-轨道耦合强度和规范势时的相图, 给出了铁磁 BEC 发生相分离和相混合的临界条件. 讨论了铁磁 BEC 粒子数密度最大值随螺旋自旋-轨道耦合强度或规范势的变化关系. 进一步研究了反铁磁 BEC 的基态结构, 结果显示反铁磁 BEC 不发生相分离只处于相混合. 当螺旋

自旋-轨道耦合强度或规范势增大时, 反铁磁 BEC 基态呈现条纹孤子. 调节螺旋自旋-轨道耦合强度或规范势, 可以控制反铁磁 BEC 中条纹孤子与平面波孤子之间的相互转换. 最后也讨论了反铁磁 BEC 粒子数密度最大值与条纹孤子的波峰数目随螺旋自旋-轨道耦合强度或规范势的变化关系.

2 理论模型

考虑一维螺旋自旋-轨道耦合作用下的三分量 BEC 体系, 在平均场近似下, 哈密顿量可写为^[23,39]

$$H = \int dx \left\{ \Psi^\dagger \left(\frac{1}{2M} [p + \alpha A(x)]^2 + V \right) \Psi + \left\{ \frac{c_0}{2} n^2 + \frac{c_2}{2} [(n_1 - n_{-1})^2 + 2|\Psi_1^* \Psi_0 + \Psi_0^* \Psi_{-1}|^2] \right\} \right\}, \quad (1)$$

式中, $\Psi = [\Psi_1, \Psi_0, \Psi_{-1}]^T$ 是 BEC 的序参量, $n = \sum_m n_m$ 描述总粒子数密度, 其中 $n_m = |\Psi_m|^2$ 且 $m = 0, \pm 1$. $p = -i\hbar\partial_x$ 表示一维线性动量算符, \hbar 为普朗克常量, M 代表原子质量. $A(x) = F_x \cos(2\beta x) + F_y \sin(2\beta x)$ 表示空间非均匀的规范势^[36,39], 其中 F_x 和 F_y 是 3×3 自旋为 1 的泡利矩阵, β 代表规范势的大小. 实验上可以选取合适的光晶格实现空间非均匀规范势^[44]. 这种规范势能够导致螺旋自旋-轨道耦合, α 表示耦合强度, 其大小可以通过不同的实验技术来调控^[45,46]. V 描述一维谐振子势阱. 自旋非相关相互作用耦合参量 $c_0 = 4\pi\hbar^2(a_0 + 2a_2)/3M$ 和自旋相关相互作用参量 $c_2 = 4\pi\hbar^2(a_2 - a_0)/3M$, 其中 a_0 和 a_2 为两体作用的散射长度. BEC 的基态和动力学过程可以通过以下非线性方程组描述:

$$i\frac{\partial\psi_1}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V + \lambda_0\rho + \lambda_2(\rho_1 + \rho_0 - \rho_{-1}) + \frac{\alpha^2}{4} \right] \psi_1 + \lambda_2\psi_{-1}^*\psi_0^2 + \alpha \left(\frac{i\beta}{\sqrt{2}} \sin 2\beta x - \frac{\beta}{\sqrt{2}} \cos 2\beta x \right) \psi_0 + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{-i}{\sqrt{2}} \cos 2\beta x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\beta x \right) \frac{\partial\psi_0}{\partial x} + \frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{1}{2}\cos^2 2\beta x - \frac{1}{2}\sin^2 2\beta x - i \sin 2\beta x \cos 2\beta x \right) \psi_{-1}, \quad (2)$$

$$i\frac{\partial\psi_0}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V + \lambda_0\rho + \lambda_2(\rho_1 + \rho_{-1}) + \frac{\alpha^2}{2} \right] \psi_0 + 2\lambda_2\psi_1\psi_{-1}\psi_0^* + \alpha \left(\frac{i\beta}{\sqrt{2}} \sin 2\beta x + \frac{\beta}{\sqrt{2}} \cos 2\beta x \right) \psi_1 + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{-i}{\sqrt{2}} \cos 2\beta x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\beta x \right) \frac{\partial\psi_1}{\partial x} + \alpha \left(\frac{i\beta}{\sqrt{2}} \sin 2\beta x - \frac{\beta}{\sqrt{2}} \cos 2\beta x \right) \psi_{-1} + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{-i}{\sqrt{2}} \cos 2\beta x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\beta x \right) \frac{\partial\psi_{-1}}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 i\frac{\partial\psi_{-1}}{\partial t} = & \left[-\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V + \lambda_0\rho + \lambda_2(\rho_0 + \rho_{-1} - \rho_1) + \frac{\alpha^2}{4} \right] \psi_{-1} + \lambda_2\psi_1^*\psi_0^2 + \alpha \left(\frac{i\beta}{\sqrt{2}}\sin 2\beta x + \frac{\beta}{\sqrt{2}}\cos 2\beta x \right) \psi_0 \\
 & + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{-i}{\sqrt{2}}\cos 2\beta x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2\beta x \right) \frac{\partial\psi_0}{\partial x} + \frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{1}{2}\cos^2 2\beta x - \frac{1}{2}\sin^2 2\beta x + i\sin 2\beta x \cos 2\beta x \right) \psi_1, \quad (4)
 \end{aligned}$$

其中, $\psi_j = N^{-1}a_h^{3/2}\Psi_j$ 描述宏观凝聚体的无量纲化矢量波函数, 3 个分量波函数满足积分条件 $\int dx \sum_{j=-1}^1 |\psi_j|^2 = N$, N 为体系内总粒子数. α 和 β 分别代表无量纲化螺旋自旋-轨道耦合强度和规范势大小. $\rho = \rho_1 + \rho_0 + \rho_{-1}$ 表示总粒子数密度, $\rho_j = |\psi_j|^2$ ($j = 0, \pm 1$). 无量纲化自旋非相关相互作用和自旋相关相互作用强度分别为 $\lambda_0 = 4\pi N(a_0 + 2a_2)/3a_h$ 和 $\lambda_2 = 4\pi N(a_2 - a_0)/3a_h$, 其中 $a_2 = (100.4 \pm 0.1)a_B$ 和 $a_0 = (101.8 \pm 0.2)a_B$, a_B 是玻尔半径. 铁磁情况^[21] 选取 $\lambda_0 = 600$ 和 $\lambda_2 = -2.76$, 反铁磁情况^[21] 选取 $\lambda_0 = 600$ 和 $\lambda_2 = 24$. 谐振势的特征长度 $a_h = \sqrt{\hbar/m\omega}$. 在数值计算时, 分别将 $\sqrt{\hbar/m\omega}$, ω^{-1} , $\hbar\omega$ 作为长度、时间、能量的单位. 通过虚时演化方法求解方程 (2)–(4) 得到基态^[29–31], 空间导数项采用傅里叶谱方法, 时间离散采用向前向后欧拉迭代法^[47]. 数值计算所采用的空间范围为 $[-12, 12]$, 边界条件采用 Dirichlet 边界条件即零边界条件, 初始试探函数为复数值的随机数.

3 研究结果与讨论

首先探讨三分量铁磁 BEC 的基态. 固定螺旋规范势 β 的大小, 例如取 $\beta = 0.4$, 利用虚时演化方

法数值模拟得到不同螺旋自旋-轨道耦合强度对应的基态结构. 考虑弱螺旋自旋-轨道耦合强度 $\alpha = 0.15$, 粒子数密度分布如图 1(a) 所示, $m = 1$ 分量密度 ρ_1 最小, $m = -1$ 分量密度 ρ_{-1} 最大, 且密度呈现高斯分布类似于平面波孤子^[48,49], 平面波孤子指基态呈单峰密度分布的解, $m = 0$ 分量密度 ρ_0 表现为小幅度的振荡. 体系处于相混合, $m = 1$ 分量和 $m = -1$ 分量密度大小的差异仅导致非零的磁性^[23]. 继续增大螺旋自旋-轨道耦合强度 $\alpha = 0.8$, 粒子数密度分布如图 1(b) 所示, 与图 1(a) 相比, $m = 1$ 分量和 $m = 0$ 分量密度值增大, 3 个分量的密度分布表现为多峰结构, 由于不同分量的原子相互作用时, 自旋-轨道耦合使得原子之间作用在空间上表现为各向异性, 同时体系为了降低能量达到基态而在空间上进行重新分布, 所以体系出现相分离, 即 $m = 1$ 分量和 $m = -1$ 分量密度分布互补呈现相分离, 但是 3 个分量总密度分布依然是高斯分布的单波峰结构的物质波. 之前文献^[50] 研究了在均匀磁场下三分量 BEC 基态, 结论显示磁场强度增大会导致反铁磁 BEC 发生相分离, 而铁磁 BEC 不发生相分离. 在本文螺旋自旋-轨道耦合体系中, 图 1 结果证实铁磁 BEC 可以出现相分离, 该结论与文献^[23] 也有区别, 规范势空间均匀的自旋-轨

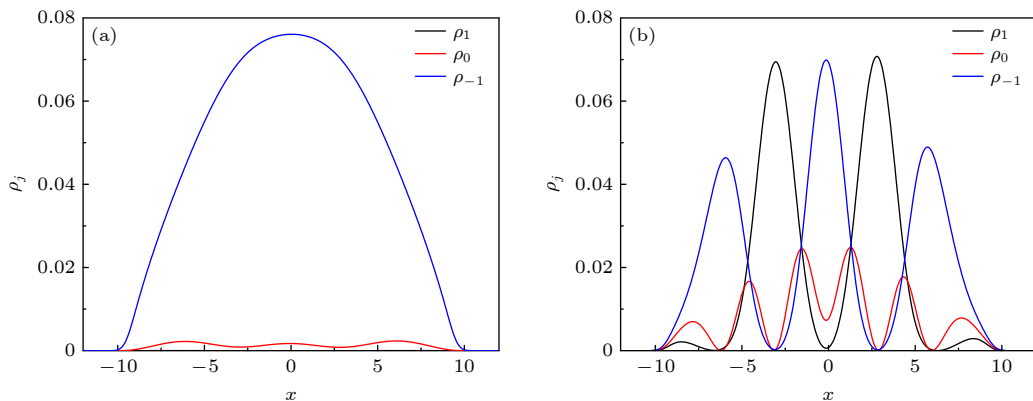


图 1 不同螺旋自旋-轨道耦合强度下铁磁 BEC 基态, 3 个自旋分量的粒子数密度 ρ_1 , ρ_0 和 ρ_{-1} 分别用黑线、红线和蓝线表示 (a) $\alpha = 0.15$; (b) $\alpha = 0.8$; 其他模拟参数 $\beta = 0.4$, $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = -2.76$

Fig. 1. Ground state of the ferromagnetic BEC for different helicoidal spin-orbit coupling strengths, the particle number densities ρ_1 , ρ_0 and ρ_{-1} for the three spin components are depicted by black, red, and blue lines, respectively: (a) $\alpha = 0.15$; (b) $\alpha = 0.8$; the rest of parameters are $\beta = 0.4$, $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = -2.76$.

道耦合铁磁 BEC 发生相分离伴随密度分布是单峰结构^[23], 而螺旋自旋-轨道耦合铁磁 BEC 发生相分离伴随密度分布是多峰结构. 进一步讨论固定螺旋自旋-轨道耦合强度 α 的情况, 取 $\alpha = 1$, 研究不同螺旋规范势下铁磁 BEC 基态结构. 对于较小的螺旋规范势 $\beta = 0.2$, 粒子数密度如图 2(a) 所示, 3 个分量的密度分布为多峰结构, $m = 1$ 分量和 $m = -1$ 分量处于相分离. 当螺旋规范势逐渐增大如取 $\beta = 0.8$, 粒子数密度如图 2(b) 所示, 体系从相分离转换为相混合, 密度分布从物质波多峰结构转换为单峰结构. 通过图 1 和图 2 可得螺旋自旋-轨道耦合强度和螺旋规范势作为体系的调控参数, 能够控制相混合和相分离之间的转换.

为了观察所取参数区间内不同相的分布以及不同相之间转换的临界条件, 与规范势空间均匀的

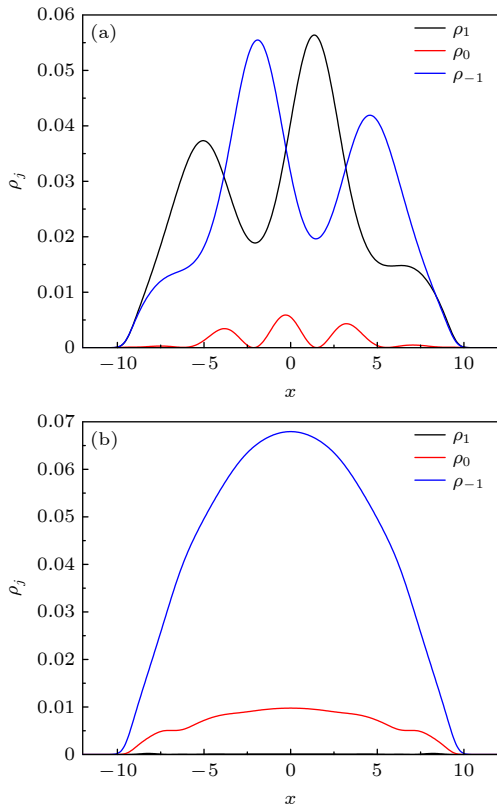


图 2 不同螺旋规范势下铁磁 BEC 基态, 3 个自旋分量的粒子数密度 ρ_1 , ρ_0 和 ρ_{-1} 分别用黑线、红线和蓝线表示 (a) $\beta = 0.2$; (b) $\beta = 0.8$; 其余模拟参数 $\alpha = 1$, $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = -2.76$

Fig. 2. Ground state of the ferromagnetic BEC for different helicoidal gauge potentials, the particle number densities ρ_1 , ρ_0 and ρ_{-1} for the three spin components are depicted by black, red, and blue lines, respectively: (a) $\beta = 0.2$; (b) $\beta = 0.8$; the rest of parameters are $\alpha = 1$, $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = -2.76$.

自旋-轨道耦合铁磁 BEC 相分离研究相比^[23], 对体系在不同 α 和 β 时的情形进行大量数值计算, 得到了参数区间内完整相图, 如图 3 所示. 从图 3 可以看出, 当 $\beta > 0.6$, 对于所有 α 值体系始终处于相混合状态, 图 2(b) 是对应该参数区间内的结果. 弱的螺旋规范势是发生相分离的前提条件, 当 $\beta < 0.6$, 对于 $\alpha < 0.2$ 或 $\alpha > 1.4$ 参数区间内体系为相混合状态, 图 1(a) 是对应该参数区间内的结果. 对于 $0.2 < \alpha < 1.4$ 区间内体系可以实现相分离和相混合的相互转换, 图 1(b) 和图 2(a) 是对应该参数区间内的结果.

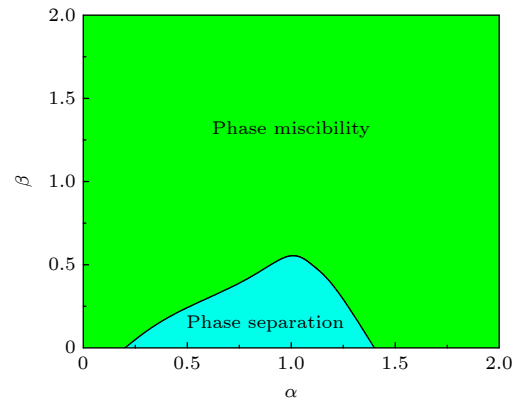


图 3 螺旋自旋-轨道耦合铁磁 BEC 基态相图, 包括相混合和相分离, 其余模拟参数选为 $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = -2.76$
Fig. 3. Phase diagram of the ground state of the ferromagnetic BEC with the helicoidal spin-orbit coupling, the phase diagram includes phase miscibility and phase separation, the other parameters are $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = -2.76$.

图 4 所示为粒子数密度最大值随着螺旋自旋-轨道耦合强度或规范势的变化关系, 以 $m = 0$ 分量为例进行讨论. 图 4(a) 显示了螺旋自旋-轨道耦合强度 α 确定时 ρ_0 最大值随螺旋规范势 β 的变化, ρ_0 最大值起初基本为零, 随着 β 增大, ρ_0 最大值逐渐增大达到峰值随后逐渐减小. 此外, α 越小 ρ_0 最大值变化越陡峭, 对应峰值越大. 图 4(b) 所示为螺旋规范势 β 确定时 ρ_0 最大值随螺旋自旋-轨道耦合强度 α 的变化, 随着 α 增大, ρ_0 最大值先减小后缓慢增大.

接下来探讨三分量反铁磁 BEC 的基态. 固定螺旋规范势 β 的大小, 例如取 $\beta = 3$, 得到不同螺旋自旋-轨道耦合强度对应的基态结构, 体系不出现相分离, 一直表现为相混合, 如图 5 所示. 考虑弱螺旋自旋-轨道耦合强度 $\alpha = 0.2$, 粒子数密度分布如图 5(a) 所示, $m = 0$ 分量密度 ρ_0 最小且密度值趋于零, $m = 1$ 分量密度 ρ_1 和 $m = -1$ 分量密度

ρ_{-1} 相等, $m = 1$ 分量和 $m = -1$ 分量密度分布相同导致磁性为零, 且两者密度分布表现为平面波孤子. 进一步增大螺旋自旋-轨道耦合强度 $\alpha = 1.2$, 粒子数密度分布如图 5(b) 所示, 3 个分量出现小振幅的密度位移, 表现为多峰结构的条纹孤子 [34,48,49].

条纹孤子指多峰周期调制的孤子列, 物理上不难解释, 一方面, 随着自旋-轨道耦合强度增大, 体系内原子之间相关联, 波函数实部和虚部发生周期振荡, 导致粒子数密度分布出现许多局部极大值或极小值, 对应密度分布便呈现出多峰的条纹孤子; 另

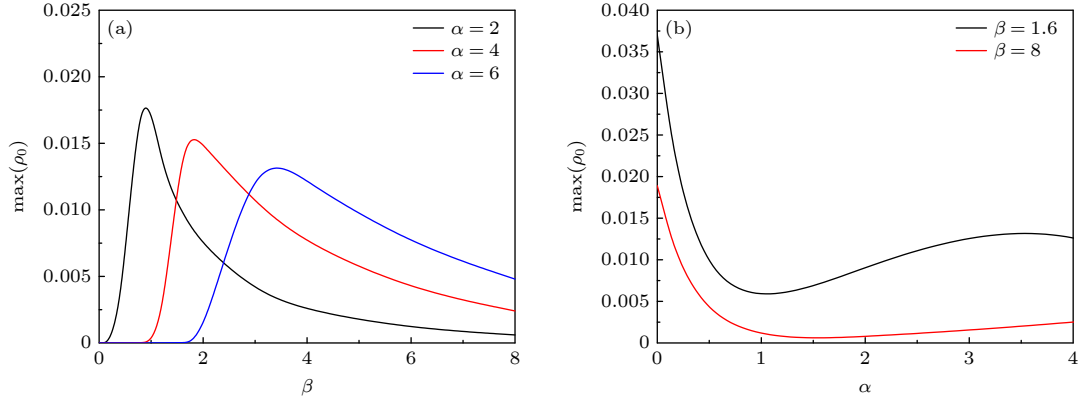


图 4 (a) 当螺旋自旋-轨道耦合强度 α 确定时, 粒子数密度 ρ_0 最大值随螺旋规范势 β 的变化; (b) 当螺旋规范势 β 确定时, 粒子数密度 ρ_0 最大值随螺旋自旋-轨道耦合强度 α 的变化; 其余模拟参数 $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = -2.76$

Fig. 4. (a) The particle number density ρ_0 maximum as a function of helicoidal gauge potential for a given helicoidal spin-orbit coupling strength; (b) the particle number density ρ_0 maximum as a function of helicoidal spin-orbit coupling strength for a given helicoidal gauge potential parameter; the other parameters are $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = -2.76$.

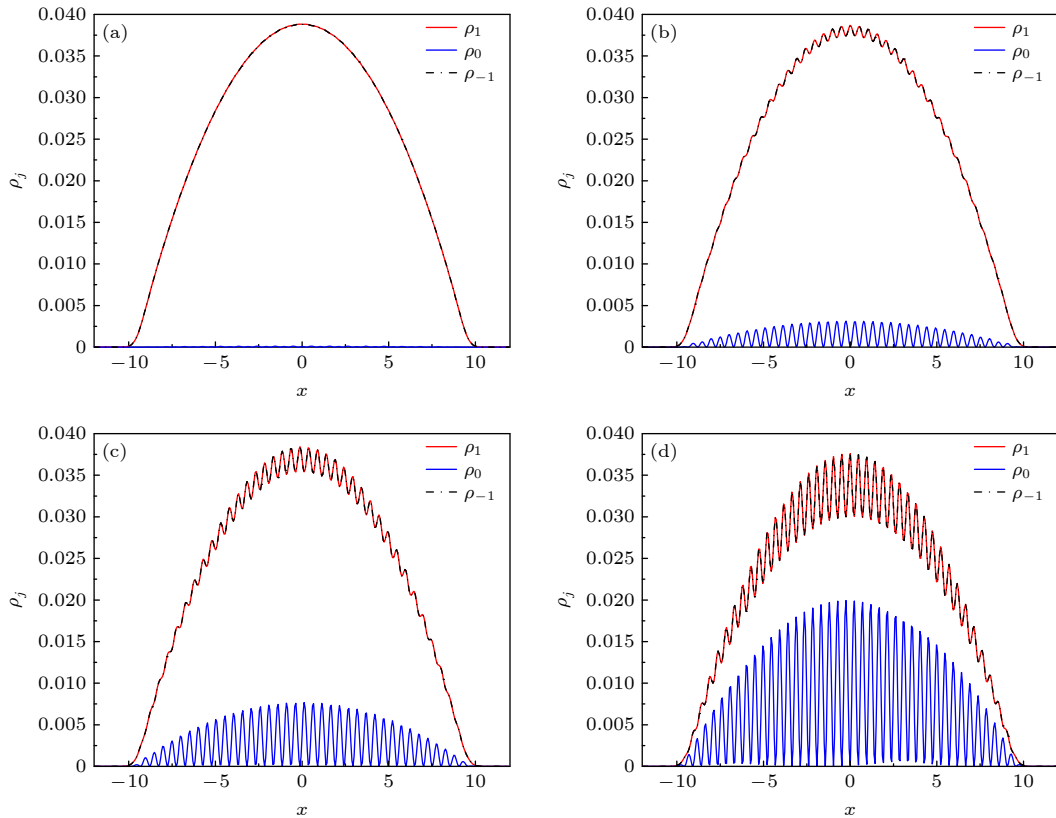


图 5 不同螺旋自旋-轨道耦合强度下反铁磁 BEC 基态, 3 个自旋分量的粒子数密度 ρ_1 , ρ_0 和 ρ_{-1} 分别用红线、蓝线和黑线表示 (a) $\alpha = 0.2$; (b) $\alpha = 1.2$; (c) $\alpha = 2$; (d) $\alpha = 4$; 其余模拟参数 $\beta = 3$, $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = 24$

Fig. 5. Ground state of the antiferromagnetic BEC for different helicoidal spin-orbit coupling strengths, the particle number densities ρ_1 , ρ_0 and ρ_{-1} for the three spin components are depicted by red, blue, and black lines, respectively: (a) $\alpha = 0.2$; (b) $\alpha = 1.2$; (c) $\alpha = 2$; (d) $\alpha = 4$; and the other parameters are $\beta = 3$, $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = 24$.

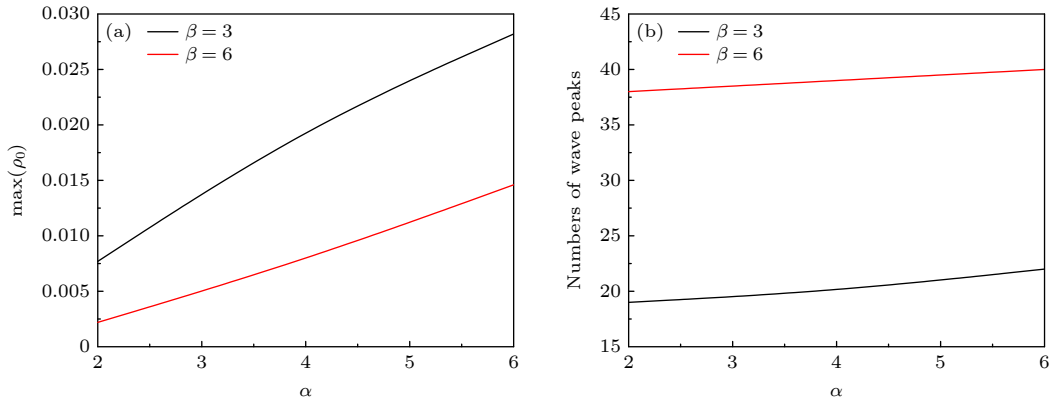


图 6 (a) 当螺旋规范势 β 确定时, 粒子数密度 ρ_0 最大值随螺旋自旋-轨道耦合强度 α 的变化; (b) 当螺旋规范势 β 确定时, 粒子数密度 ρ_0 波峰数目随螺旋自旋-轨道耦合强度 α 的变化; 其余模拟参数 $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = 24$

Fig. 6. (a) The particle number density ρ_0 maximum as a function of helicoidal spin-orbit coupling strength for a given helicoidal gauge potential; (b) numbers of wave peaks of the particle number density ρ_0 as a function of helicoidal spin-orbit coupling strength for a given helicoidal gauge potential; the other parameters are $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = 24$.

一方面, 自旋-轨道耦合也可以诱导干涉效应^[34], 这种干涉效应也会导致条纹孤子的出现. 继续增大 α , 如图 5(c), (d) 所示, 3 个分量表现为大振幅的密度位移, 局部极值更为明显, 多峰结构的条纹孤子呈现更为清晰. 此外, 也通过改变体系空间范围检验了基态结果, 发现改变空间范围不会改变体系内条纹数目. 图 5 结果表明增大螺旋自旋-轨道耦合强度可以使基态从单峰结构的平面波孤子转变为多峰结构的条纹孤子, 并且条纹孤子的密度振幅逐渐增大. Zhao 等^[51] 在自旋张量-动量耦合 BEC 中研究了条纹孤子, 从文中粒子数密度图分析, $m = 0$ 分量是单峰结构分布, 其余分量是多峰周期调制的孤子列. 目前螺旋自旋-轨道耦合 BEC 中的条纹孤子在 3 个分量都表现为多峰周期调制的孤子列.

图 6(a) 所示为不同螺旋规范势 β 确定时 ρ_0 最大值随螺旋自旋-轨道耦合强度 α 的变化, 随着 α 增大, ρ_0 最大值不断增大, 二者呈线性关系. β 越小, 对应 α 整个参数区间内的 ρ_0 最大值更大. 图 6(b) 所示为不同螺旋规范势 β 确定时 ρ_0 波峰数目随螺旋自旋-轨道耦合强度 α 的变化, 随着 α 增大, ρ_0 波峰数目缓慢增多, 二者也呈线性关系. β 越小, 对应 α 整个参数区间内的 ρ_0 波峰数目更少.

进一步固定螺旋自旋-轨道耦合强度 α 的大小, 取 $\alpha = 2$, 分析不同螺旋规范势下反铁磁 BEC 基态结构, 体系也不会出现相分离, 一直表现为相混合, 如图 7 所示. 对于较小的螺旋规范势 $\beta = 0.4$, 粒子数密度如图 7(a) 所示, $m = 0$ 分量密度 ρ_0 趋于零, $m = 1$ 分量密度 ρ_1 和 $m = -1$ 分量密度 ρ_{-1}

相等且两者密度分布表现为平面波孤子. 当螺旋规范势逐渐增大如取 $\beta = 1.2$, 粒子数密度如图 7(b) 所示, 密度分布呈现条纹孤子. 当螺旋规范势继续增大如取 $\beta = 2$ 和 $\beta = 4$, 基态依然表现为条纹孤子, 密度振荡幅度越来越小, β 足够大时, 密度振荡幅度非常小几乎可以忽略, 基态结构近似趋向于平面波孤子. 之前在具有 Rabi 耦合的自旋-轨道耦合两分量 BEC 中也发现了类似现象, 随着 Rabi 耦合增强, 基态结构近似趋向于平面波孤子^[48]. 通过图 7 可得螺旋规范势作为体系的调控参数, 能够控制平面波孤子和条纹孤子之间的转换.

图 8(a) 所示为不同螺旋自旋-轨道耦合强度 α 确定时 ρ_0 最大值随螺旋规范势 β 的变化, 随着 β 增大, ρ_0 最大值先增大后减小. 之前 Yang 等^[34] 在螺旋自旋-轨道耦合两分量 BEC 中, 发现随着螺旋规范势增大粒子数密度最大值逐渐减小, 而在螺旋自旋-轨道耦合三分量 BEC 中, 随着螺旋规范势增大粒子数密度最大值先增大后减小, 结果如图 8(a) 所示. 图 8(b) 所示为不同螺旋自旋-轨道耦合强度 α 确定时 ρ_0 波峰数目随螺旋规范势 β 的变化, 随着 β 增大, ρ_0 波峰数目逐渐增多, 二者呈线性关系. α 越大, 对应 β 整个区间内的 ρ_0 波峰数目更多. 波峰数目即对应条纹数目, 条纹数目越少, 条纹波长越大, 条纹数目越多, 条纹波长越小, 因此图 8(b) 间接地体现了条纹波长与螺旋规范势之间的关系, 即条纹波长随着螺旋规范势的增大逐渐减小. 最后, 我们也检验了相互作用参数 λ_0 和 λ_2 对铁磁和反铁磁体系基态的影响, 检验结果显示相互作用参数的

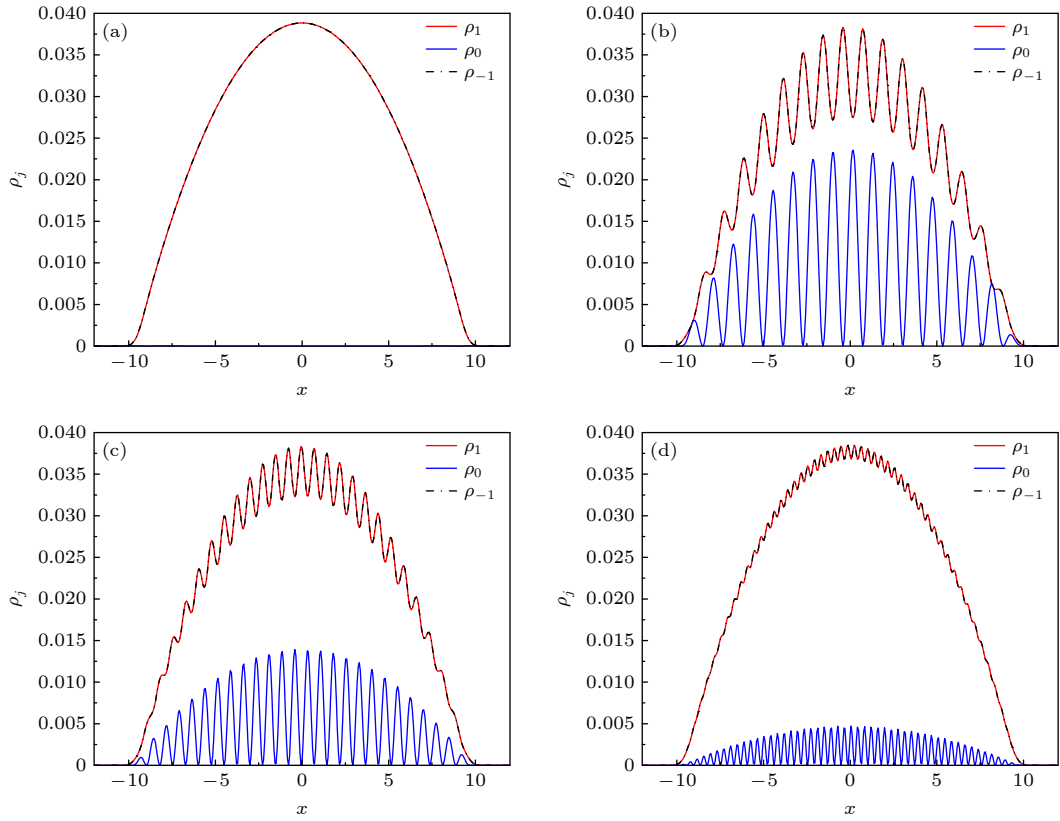


图 7 不同螺旋规范势下反铁磁 BEC 基态, 3 个自旋分量的粒子数密度 ρ_1 , ρ_0 和 ρ_{-1} 分别用红线、蓝线和黑线表示 (a) $\beta = 0.4$; (b) $\beta = 1.2$; (c) $\beta = 2$; (d) $\beta = 4$; 其余模拟参数选为 $\alpha = 2$, $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = 24$

Fig. 7. Ground state of the antiferromagnetic BEC for different helicoidal gauge potentials, the particle number densities ρ_1 , ρ_0 and ρ_{-1} for the three spin components are depicted by red, blue, and black lines, respectively: (a) $\beta = 0.4$; (b) $\beta = 1.2$; (c) $\beta = 2$; (d) $\beta = 4$; and the other parameters are $\alpha = 2$, $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = 24$.

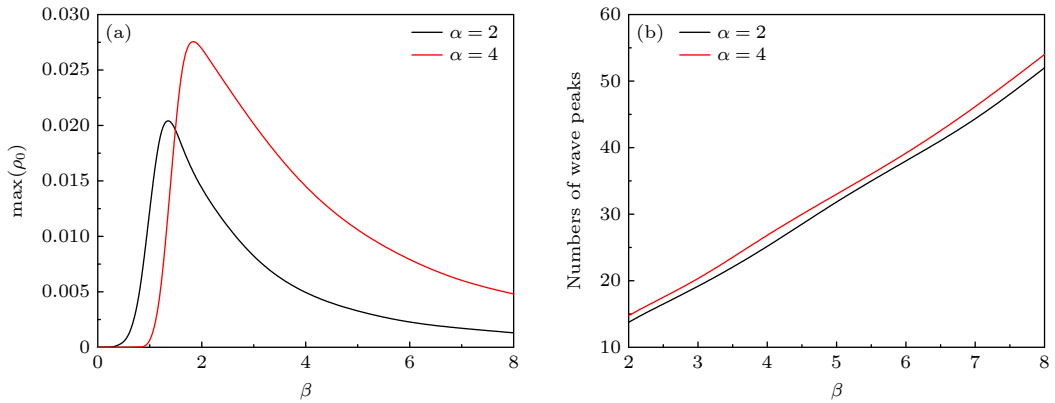


图 8 (a) 当螺旋自旋-轨道耦合强度 α 确定时, 粒子数密度 ρ_0 最大值随螺旋规范势 β 的变化; (b) 当螺旋自旋-轨道耦合强度 α 确定时, 粒子数密度 ρ_0 波峰数目随螺旋自旋-轨道耦合强度 β 的变化; 其余模拟参数选为 $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = 24$

Fig. 8. (a) The particle number density ρ_0 maximum as a function of helicoidal gauge potential for a given helicoidal spin-orbit coupling strength; (b) numbers of wave peaks of the particle number density ρ_0 as a function of helicoidal gauge potential for a given helicoidal spin-orbit coupling strength; the other parameters are $\lambda_0 = 600$, $\lambda_2 = 24$.

改变不影响基态性质, λ_0 的增大仅仅改变粒子数密度的分布宽度, 这是因为 λ_0 的增大会导致粒子数增多而导致的, λ_2 的改变对粒子数密度的分布宽度没有影响.

4 结 论

本文研究了螺旋自旋-轨道耦合和螺旋规范势对三分量 BEC 基态的影响, 得到了不同参数下的

基态结构. 结果表明, 对于铁磁 BEC 体系, 螺旋自旋-轨道耦合强度和规范势作为体系的调控参数, 能够控制相混合和相分离之间的转换. 通过系统数值计算得到了不同参数下的相图, 给出了铁磁 BEC 发生相分离和相混合的临界条件. 进一步发现反铁磁 BEC 仅表现为相混合. 调节螺旋自旋-轨道耦合强度或规范势, 可以控制反铁磁 BEC 中条纹孤子与平面波孤子之间的相互转换. 本文也讨论了粒子数密度最大值与条纹孤子的波峰数目随螺旋自旋-轨道耦合强度或规范势的变化关系. 将来工作可以研究在不同磁场中的螺旋自旋-轨道耦合体系, 例如线性梯度磁场、周期梯度磁场和六极子磁场等^[52,53], 对应基态相图将更加丰富. 此外, 我们也可考虑具有量子涨落^[54,55]和螺旋自旋-轨道耦合的 BEC 系统, 由于李-黄-杨作用力和螺旋自旋-轨道耦合强度之间相互竞争, 可以发现新奇结构的量子液滴及新奇动力学性质.

参考文献

- [1] Ho T L 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 742
- [2] Stamper-Kurn D M, Ueda M 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 1191
- [3] Mizushima T, Machida K, Kita T 2002 *Phys. Rev. A* **66** 053610
- [4] Martikainen J P, Collin A, Suominen K A 2002 *Phys. Rev. A* **66** 053604
- [5] Mizushima T, Kobayashi N, Machida K 2004 *Phys. Rev. A* **70** 043613
- [6] Li L, Li Z D, Malomed B A, Mihalache D, Liu W M 2005 *Phys. Rev. A* **72** 033611
- [7] Ji A C, Liu W M, Song J L, Zhou F 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 010402
- [8] Seo S W, Kang S J, Kwon W J, Shin Y 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 015301
- [9] Seo S W, Kwon W J, Kang S J, Shin Y 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 185301
- [10] Orlova N V, Kuopanportti P, Milošević M V 2016 *Phys. Rev. A* **94** 023617
- [11] Kim K, Hur J, Huh S J, Choi S, Choi J Y 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 043401
- [12] Li S X, Saito H 2024 *Phys. Rev. Res.* **6** L042049
- [13] Ros A R, Katsimiga G C, Mistakidis S I, et al. 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 033402
- [14] Ray M W, Ruokokoski E, Kandel S, Möttönen M, Hall D S 2014 *Nature* **505** 657
- [15] Ray M W, Ruokokoski E, Tiurev K, Möttönen M, Hall D S 2015 *Science* **348** 544
- [16] Lin Y J, Jiménez-García K, Spielman I B 2011 *Nature* **471** 83
- [17] Ji S C, Zhang J Y, Zhang L, Du Z D, Zheng W, Deng Y J, Zhai H, Chen S, Pan J W 2014 *Nat. Phys.* **10** 314
- [18] Wu Z, Zhang L, Sun W, Xu X T, Wang B Z, Ji S C, Deng Y J, Chen S, Liu X J, Pan J W 2016 *Science* **354** 83
- [19] Huang L H, Meng Z M, Wang P J, Peng P, Zhang S L, Chen L C, Li D H, Zhou Q, Zhang J 2016 *Nat. Phys.* **12** 540
- [20] Anderson B M, Juzeliūnas G, Galitski V M, Spielman I B 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 235301
- [21] Mithun T, Fritsch A R, Koutsokostas G N, Frantzeskakis D J, Spielman I B, Kevrekidis P G 2024 *Phys. Rev. A* **109** 023328
- [22] Wen L, Liang Y, Zhou J, Yu P, Xia L, Niu L B, Zhang X F 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 080301 (in Chinese) [文林, 梁毅, 周晶, 余鹏, 夏雷, 牛连斌, 张晓斐 2019 *物理学报* **68** 080301]
- [23] Gautam S, Adhikari S K 2014 *Phys. Rev. A* **90** 043619
- [24] Wang C J, Gao C, Jian C M, Zhai H 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 160403
- [25] Liu C F, Liu W M 2012 *Phys. Rev. A* **86** 033602
- [26] Li J, Liu B, Bai J, Wang H Y, He T C 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 140301 (in Chinese) [李吉, 刘斌, 白晶, 王寰宇, 何天琛 2020 *物理学报* **69** 140301]
- [27] Sinha S, Nath R, Santos L 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 270401
- [28] Hu H, Ramchandhran B, Pu H, Liu X J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 010402
- [29] Li J, Liu W M 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 110302 (in Chinese) [李吉, 刘伍明 2018 *物理学报* **67** 110302]
- [30] Han W, Juzeliūnas G, Zhang W, Liu W M 2015 *Phys. Rev. A* **91** 013607
- [31] Li J, Yu Y M, Zhuang L, Liu W M 2017 *Phys. Rev. A* **95** 043633
- [32] Li J, Zhang X F, Liu W M 2018 *Ann. Phys.* **396** 87
- [33] Kartashov Y V, Konotop V V 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 190401
- [34] Yang Y X, Gao P, Wu Z Y, Zhao L C, Yang Z Y 2021 *Annals of Physics* **431** 168562
- [35] Yang Y X, Gao P, Zhao L C, Yang Z Y 2022 *Front. Phys.* **17** 32503
- [36] Li X X, Cheng R J, Ma J L, Zhang A X, Xue J K 2021 *Phys. Rev. E* **104** 034214
- [37] Fang P P, Lin J 2024 *Phys. Rev. E* **109** 064219
- [38] Kartashov Y V, Sherman E Y, Malomed B A, Konotop V V 2020 *New J. Phys.* **22** 103014
- [39] Li X X, Cheng R J, Ma J L, Zhang A X, Xue J K 2019 *Phys. Rev. E* **100** 032220
- [40] Otladisa P, Tabi C B, Kofané T C 2021 *Phys. Rev. E* **103** 052206
- [41] Fang P P, He J T, Asgari R, Gao X L, Lin J 2023 *Eur. Phys. J. Plus* **138** 482
- [42] Chen Y X 2023 *Optik - International Journal for Light and Electron Optics* **276** 170685
- [43] Zhang D C, Yang S J 2024 *Physica B* **674** 415528
- [44] Rechtsman M C, Zeuner J M, Plotnik Y, et al. 2013 *Nature* **496** 196
- [45] Jiménez-García K, LeBlanc L J, Williams R A, et al. 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 125301
- [46] Luo X Y, Wu L N, Chen J Y, Guan Q, Gao K Y, Xu Z F, You L, Wang R Q 2016 *Sci. Rep.* **6** 18983
- [47] Bao W Z, Chern I L, Lim F Y 2006 *J. Comput. Phys.* **219** 836
- [48] Chiquillo E 2018 *Phys. Rev. A* **97** 013614
- [49] Tononi A, Wang Y M, Salasnich L 2019 *Phys. Rev. A* **99** 063618
- [50] Matuszewski M, Alexander T J, Kivshar Y S 2009 *Phys. Rev. A* **80** 023602
- [51] Zhao L C, Luo X W, Zhang C W 2020 *Phys. Rev. A* **101** 023621
- [52] Saboo A, Halder S, Das S, Majumder S 2024 *Phys. Rev. A* **110** 033325
- [53] Zhang R F, Li L 2020 *J. Quantum Opt.* **26** 33 (in Chinese) [张瑞芳, 李禄 2020 *量子光学学报* **26** 33]
- [54] Petrov D S 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 155302
- [55] Petrov D S, Astrakharchik G E 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 100401

Ground state of three-component Bose-Einstein condensate with helicoidal spin-orbit coupling*

LI Ji ^{1)2)†} WANG Huanyu ³⁾

1) (*Department of Physics, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, China*)

2) (*Institute of Computational and Applied Physics, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, China*)

3) (*Fujian Key Laboratory of Quantum Information and Quantum Optics, Department of Physics, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China*)

(Received 1 May 2025; revised manuscript received 30 May 2025)

Abstract

The spinor Bose-Einstein condensate (BEC) provides an ideal platform for observing and manipulating topological structures, which arise from the spin degrees of freedom and the superfluid nature of the gas. Artificial helicoidal spin-orbit coupling (SOC) in the spinor BEC, owing to the spatially varying gauge potential and the more flexible adjustability, provides possibly an unprecedented opportunity to search for novel quantum states. The previous studies of the BEC with helicoidal SOC mainly focus on the two-component case. However, there are few reports on the studies of helicoidal SOC in three-component BEC. Especially considering one-dimensional three-component BEC, whether the helicoidal SOC can generate previously unknown types of topological excitations and phase diagrams is still an unsolved problem. In this work, by solving quasi one-dimensional Gross-Pitaevskii equations, we study the ground state structure of one-dimensional helicoidal spin-orbit coupled three-component BEC. The numerical results show that the helicoidal SOC can induce a phase separation among the components in ferromagnetic BEC. Through numerical calculations of the system, a phase diagram is obtained as a function of the helicoidal SOC strength and gauge potential, which shows the critical conditions for phase separation and phase miscibility in ferromagnetic BEC. Meanwhile, we also study the influences of the helicoidal SOC and the gauge potential on the antiferromagnetic BEC ground state. The numerical results show that the helicoidal SOC is beneficial for the miscibility in antiferromagnetic BEC. When the helicoidal SOC strength or gauge potential increases, the ground state of antiferromagnetic BEC exhibits a stripe soliton structure. Adjusting the strength of helicoidal SOC or gauge potential can control the transitions between a plane-wave soliton and a stripe soliton. In addition, we show the changes of the particle number density maximum and the number of peaks of stripe solitons for adjusting the helicoidal SOC strength or gauge potential. Our results show that helicoidal spin-orbit coupled BEC not only provides a controlled platform for investigating the exotic topological structures, but also is crucial for the transitions between different ground states. This work paves the way for exploring the topological defect and the corresponding dynamical stability in quantum systems subjected to the helicoidal SOC in future.

Keywords: three-component Bose-Einstein condensate, helicoidal spin-orbit coupling, phase separation, phase miscibility

PACS: 03.75.Lm, 03.75.Hh, 05.30.Jp

DOI: [10.7498/aps.74.20250587](https://doi.org/10.7498/aps.74.20250587)

CSTR: [32037.14.aps.74.20250587](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20250587)

* Project supported by the Natural Science Foundation of Shanxi Province, China (Grant No. 202203021221217) and the Scientific and Technological Innovation Program of Higher Education Institutions in Shanxi, China (Grant No. 2021L405).

† Corresponding author. E-mail: liji163love@163.com

螺旋自旋-轨道耦合三分量玻色-爱因斯坦凝聚体的基态

李吉 王寰宇

Ground state of three-component Bose-Einstein condensate with helicoidal spin-orbit coupling

LI Ji WANG Huanyu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 170302 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250587

CSTR: 32037.14.aps.74.20250587

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250587>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

自旋-轨道耦合二分量玻色-爱因斯坦凝聚系统的孤子解

Soliton solutions of the spin-orbit coupled binary Bose-Einstein condensate system

物理学报. 2023, 72(10): 106701 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222319>

可调自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的隧穿动力学

Tunneling dynamics of tunable spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2022, 71(21): 210302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220697>

自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体激发谱及其有效调控

Excitation spectrum of tunable spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates and its effective regulation

物理学报. 2023, 72(6): 060302 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222306>

光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的非线性能谱特性

Nonlinear energy band structure of spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates in optical lattice

物理学报. 2021, 70(20): 200302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210705>

自旋-轨道耦合玻色爱因斯坦凝聚中多能级绝热消除理论

Adiabatic elimination theory of multi-level system in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensate

物理学报. 2023, 72(21): 216701 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20231052>

自旋-轨道耦合玻色凝聚体中的自旋频谱动力学响应

Dynamical response of spin frequency spectrum in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensate

物理学报. 2025, 74(9): 096701 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241783>