

## 亨伯特二型光束在海洋湍流中的传输特性\*

宋泽坤<sup>1)4)</sup> 刘涛<sup>1)2)†</sup> 赵振兵<sup>1)2)</sup> 张荣香<sup>3)</sup> 代华德<sup>3)</sup>

1) (华北电力大学电子与通信工程系, 保定 071003)

2) (华北电力大学, 河北省电力物联网技术重点实验室, 保定 071003)

3) (河北大学物理科学与技术学院, 保定 071002)

4) (保定市第一中心医院信息处, 保定 071000)

(2025年5月14日收到; 2025年7月10日收到修改稿)

本文研究了利用亨伯特二型 (Humbert beams of type-II, HB-II) 光束来提高基于轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 的水下光通信系统传输特性的方法. 基于 Rytov 近似, 推导出了 HB-II 光束的螺旋相位谱的解析表达式, 并仿真分析了不同光源参数和海洋湍流对 HB-II 光束 OAM 模式探测概率的影响. 结果表明, HB-II 光束在海洋湍流中的 OAM 模式探测概率随传播距离、轨道角动量模式数、光束束腰宽度和均方温度耗散率增加而降低, 该光束在海洋湍流中抗干扰能力随着动能耗散率的增加而增强, HB-II 光束受以盐度波动驱动的海洋湍流的模式串扰更大. 本文的研究结果可以为基于 HB-II 光束的水下光通信系统设计提供理论参考.

**关键词:** 亨伯特二型光束, 轨道角动量, 海洋湍流, 螺旋相位谱

**PACS:** 42.25.Dd, 42.68.Ay, 42.68.-w, 47.27.Gs

**DOI:** 10.7498/aps.74.20250627

**CSTR:** 32037.14.aps.74.20250627

## 1 引言

近年来, 随着无线光通信的发展, 传输介质逐渐从大气延伸到海洋, 以满足日益增长的水下通信与加密<sup>[1]</sup>、水下探测与成像<sup>[2]</sup>、海洋救援<sup>[3]</sup>、水下无人飞行器<sup>[4]</sup>等领域发展的需求. 涡旋光束是一种新型结构光束, 携带有  $lh$  的轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM)<sup>[5,6]</sup> 之间彼此正交, 具有高安全性、低成本和宽带宽的特点, 提供了一种新型水下通信链路编码方案. 然而, 由于 OAM 模式与  $\exp(il\phi)$  螺旋相位波前结构有关, 海洋湍流吸收和散射不可避免地会导致 OAM 模式之间的串扰<sup>[7,8]</sup>. 涡旋光束在海洋湍流传输过程中易产生光

束闪烁、漂移<sup>[9]</sup>, 进而降低水下无线光通信的系统性能. 为了降低海水带来的负面影响, 学者们主要关注拉盖尔-高斯光束<sup>[10,11]</sup>、高斯-谢尔型光束<sup>[12]</sup>、厄米-高斯光束<sup>[13,14]</sup> 和一些对湍流具有更高的容忍度的无衍射新型光束, 如洛默尔-高斯光束<sup>[15]</sup>、马蒂厄光束<sup>[16]</sup>、艾里光束<sup>[17]</sup>、皮尔斯光束<sup>[18]</sup>、超几何-高斯光束<sup>[7,19]</sup>、惠特克-高斯光束<sup>[20]</sup>、亨伯特涡旋光束<sup>[21]</sup> 等. 应用新型光束提高水下无线光通信的传输特性已成为一种新趋势.

近年来, Bandres 和 Gutiérrez-Vega<sup>[22]</sup> 在光学领域取得重要进展, 他们提出了一种基于惠特克函数 (Whittaker function) 的新型圆形光束 (circular beams, CiBs). 这种光束是圆柱坐标系下近轴波动方程的完备解系, 由 4 个独立的物理参数唯一确定.

\* 国家自然科学基金 (批准号: 62071180) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: taoliu@ncepu.edu.cn

作为 CiBs 的特例, 惠特克-高斯光束展现出典型的无衍射特性<sup>[23]</sup>, 这种特性使其在光学微操控和光通信等领域具有重要应用价值. Belafhal 和 Nebdi<sup>[24]</sup> 利用螺旋相位板实现了从 CiBs 到亨伯特光束的调制转换, 并成功构建了贝塞尔-高斯光束在近轴 ABCD 光学系统中的转换模型, 生成了亨伯特二型 (Humbert beams of type-II, HB-II) 光束. 研究发现, HB-II 光束属于特殊类型的空心光束 (hollow beam), 呈现典型的环形强度分布, 该光束的复振幅场分布可以通过惠特克光束的线性叠加精确表征, 这一结果为复杂结构光场的数学描述提供了新方法<sup>[25]</sup>. Nossir 等<sup>[21]</sup> 基于惠更斯-菲涅耳原理, 利用数值仿真方法研究了光源参数拓扑荷数对 HB-II 光束衍射行为的影响. Nossir 等<sup>[26]</sup> 还研究了大气湍流对广义亨伯特-高斯光束中心强度的影响. 但到目前为止, 海洋湍流介质对 HB-II 光束传输特性的影响尚未见系统研究报道.

基于上述原因, 本文利用 Rytov 近似推导得到了 HB-II 光束探测概率的解析表达式, 建立了光束在海洋湍流中传播的 OAM 螺旋相位谱模型. 然后详细分析了 OAM 模式数、波长、束腰宽度、海水温度均方耗散率、单位质量动能耗散率和温度-盐度贡献比对信号 OAM 模式探测概率的影响, 所得研究结果对海洋环境中无线光通信系统的设计具有重要意义.

## 2 理论分析

为了研究海洋湍流对携带轨道角动量 HB-II 光束的影响, 首先推导了 HB-II 光束通过海洋湍流信道后 OAM 模式的探测概率的解析表达式.

HB-II 光束由一系列不同阶<sup>[20]</sup> 的惠特克光束叠加构成. 考虑到惠特克光束和亨伯特光束的函数都是复解析函数, 我们可以交换求和积分<sup>[25]</sup>. 基于 Rytov 近似, 在圆柱坐标系和近轴条件下, HB-II

光束的电场可以表示为<sup>[23]</sup>

$$E_{n_0}^n(r, \theta, z) = A_{n_0}^n \Psi_2 \left[ n_0 + \frac{n}{2} + 1; n_0 + 1; n_0 + n + 1; -\frac{\alpha'^2}{4\xi}, -\frac{k^2}{4\xi z^2} r^2 \right], \quad (1)$$

其中  $r$  和  $\theta$  是径向坐标和方位坐标;  $z$  为传输距离;  $n_0$  对应于发射端的拓扑荷数,  $n$  是接收端的拓扑荷数, 二者满足关系  $n = n_0 + \Delta n$ ;  $\Psi_2(\cdot)$  是亨伯特共轭超几何函数;  $A_{n_0}^n$  的表达式如下:

$$A_{n_0}^n = -\frac{\pi E_f \omega_0}{\lambda z \xi \omega(z')} i^{|n_0+n|+1} \left( \frac{k\alpha'}{2z\xi} \right)^{n_0} \left( \frac{k}{z\sqrt{\xi}} \right)^n \times \frac{\Gamma(n_0 + n/2 + 1)}{n_0!(n_0 + 1)!} e^{ik(z+z'+r^2/2z)} \times \exp(in_0\theta) \exp(in\theta) r^{|n_0+n|}, \quad (2)$$

其中,  $\omega_0$  是 HB-II 涡旋光束的束腰宽度;  $z'$  是圆波束的横向坐标;

$$\xi = \beta - i\frac{k}{2z}, \quad \alpha' = \frac{\alpha}{1 + z'/z_R}, \quad \beta = \frac{1}{\omega^2(z')} - i\frac{k}{2R(z')},$$

$$\omega(z') = \omega_0 \sqrt{1 + z'^2/z_R^2}, \quad R(z') = z_R^2/z' + z'.$$

在海洋湍流中传播后, HB-II 光束的振幅可以表示为<sup>[25]</sup>

$$E_{n_0}^n(r, \theta, z) = E_{n_0}^n \text{free}(r, \theta, z) \exp[\Psi(r, \theta, z)], \quad (3)$$

其中  $\alpha = k \sin \phi$ ,  $\phi$  是准直近似下理想非调制贝塞尔场的锥角;  $z_R$  表示瑞利范围;  $\Gamma(\cdot)$  表示伽马函数;  $E_f$  是光束的振幅;  $k = 2\pi/\lambda$  表示波数,  $\lambda$  是波长.

$$E_{n_0}^n(r, \theta, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_n \beta_n(r, z) \exp(in\theta), \quad (4)$$

其中, 系数  $\beta_n(r, z_0)$  由积分给出:

$$\beta_n(r, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} E_{n_0}^n \text{free}(r, \theta, z) \exp(-in\theta) d\theta. \quad (5)$$

替换 (3) 式进入 (5) 式取湍流的集合平均值, 得到了近轴通道内光束的 OAM 模式概率密度:

$$\begin{aligned} \langle |\beta_n(r, z)|^2 \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \langle E_{n_0}^n \text{free}(r, \theta, z) E_{n_0}^{n*} \text{free}(r, \theta', z) \rangle \exp[-in(\theta - \theta')] d\theta' d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} E_{n_0}^n \text{free}(r, \theta, z) E_{n_0}^{n*} \text{free}(r, \theta', z) \langle \exp[\Psi(r, \theta, z) + \Psi^*(r, \theta', z)] \rangle \exp[-in(\theta - \theta')] d\theta' d\theta. \end{aligned} \quad (6)$$

进一步利用波结构函数<sup>[21]</sup> 的二次近似, 即

$$\langle \exp[\Psi(r, \theta, z) + \Psi^*(r, \theta', z)] \rangle = \exp \left[ -\frac{2r^2 - 2r^2 \cos(\theta - \theta')}{\rho_0^2} \right]. \quad (7)$$

其中,  $\Phi_{\text{ocean}}$  为海洋湍流的空间折射功率谱模型,  $\kappa$  为空间频率,  $\rho_0$  是海洋湍流中空间相干长度<sup>[9]</sup>:

$$\begin{aligned} \rho_0^{-2} &= \frac{1}{3}\pi^2 k^2 z \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_{\text{ocean}}(\kappa) d\kappa \\ &= 8.705 \times 10^{-8} k^2 (\varepsilon \eta)^{-1/3} \chi_t z (1 \\ &\quad - 2.605 \tau^{-1} + 7.007 \tau^{-2}). \end{aligned} \quad (8)$$

考虑到海洋湍流的内外尺度效应,  $\Phi_{\text{ocean}}$  可以表示为<sup>[16]</sup>

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{ocean}}(\kappa) &= 0.388 C_n^2 \kappa^{-11/3} [1 + 2.35(\kappa \eta)^{2/3}] \\ &\quad \times (e^{-A_T \delta} - 2\tau^{-1} e^{-A_T \delta}), \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $\eta$  是 Kolmogorov 内尺度;  $\tau$  是用来描述温度与盐度波动对功率谱变化贡献大小的比值, 其变化范围为  $[-5, 0]$ ,  $\tau \rightarrow 0$  对应盐度波动的湍流占主导,  $\tau \rightarrow -5$  对应温度波动的湍流占主导.  $A_T = 1.863 \times 10^{-2}$  为温度因子,  $A_s = 1.9 \times 10^{-4}$  为盐度因子,  $A_{Ts} = 9.41 \times 10^{-3}$  为综合影响因子, 并且  $\delta = 8.284(\kappa \eta)^{4/3} + 12.978(\kappa \eta)^2$ ; 用  $C_n^2$  表示  $10^{-8} \times \chi_t \varepsilon^{-1/3}$ , 其大小与海水温度方差耗散率  $\chi_t$  和湍流动能耗散率  $\varepsilon$  有关<sup>[13]</sup>.

替换 (7) 式和 (1) 式代入 (6) 式, 我们得到:

$$\begin{aligned} \langle |\beta_n(r, z_0)|^2 \rangle &= \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{E_r \omega_0}{\lambda z_0 \omega(z')} \right]^2 \left( \frac{k \alpha'}{2z_0} \right)^{2|n_0|} \left( \frac{k}{z_0} \right)^{2|n|} \left| \frac{\Gamma(|n_0| + |n|/2 + 1)}{|n_0|! (|n_0| + |n|)!} \right|^2 \xi^{-(1+|n_0|+|n|/2)} \\ &\quad \times r^{2|n_0+n|} \left| \Psi_2 \left[ |n_0| + \frac{|n|}{2} + 1; |n_0| + 1; |n_0| + |n| + 1; -\frac{\alpha^2}{4\xi}, -\frac{k^2}{4\xi z_0^2} r^2 \right] \right|^2 \\ &\quad \times \exp \left( -\frac{2r^2}{\rho_0^2} \right) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left[ -i(n - n_0)(\theta - \theta') + \frac{2r^2 \cos(\theta - \theta')}{\rho_0^2} \right] d\theta' d\theta. \end{aligned} \quad (10)$$

基于积分表达式<sup>[27]</sup>:

$$\int_0^{2\pi} \exp[-in\varphi_1 + \eta \cos(\varphi_1 - \varphi_2)] d\varphi_1 = 2\pi \exp(-in\varphi_2) I_n(\eta), \quad (11)$$

其中,  $I_n(\eta)$  为  $n$  阶的第一类修正贝塞尔函数.

$$\begin{aligned} \langle |\beta_n(r, z_0)|^2 \rangle &= 2\pi^3 \left[ \frac{E_r \omega_0}{\lambda z_0 \omega(z')} \right]^2 \left( \frac{k \alpha'}{2z_0} \right)^{2|n_0|} \left( \frac{k}{z_0} \right)^{2|n|} \left| \frac{\Gamma(|n_0| + |n|/2 + 1)}{|n_0|! (|n_0| + |n|)!} \right|^2 \xi^{-(1+|n_0|+|n|/2)} r^{2|n_0+n|} \\ &\quad \times \left| \Psi_2 \left[ |n_0| + \frac{|n|}{2} + 1; |n_0| + 1; |n_0| + |n| + 1; -\frac{\alpha^2}{4\xi}, -\frac{k^2}{4\xi z_0^2} r^2 \right] \right|^2 \exp \left( -\frac{2r^2}{\rho_0^2} \right) I_{n-n_0} \left( \frac{2r^2}{\rho_0^2} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

最终, 得到了 HB-II 光束经过海洋湍流信道后的螺旋相位谱表达式为<sup>[27]</sup>

$$P_n = \frac{\int_0^{+\infty} \langle |\beta_n(r, z)|^2 \rangle r dr}{\sum_{n'=-\infty}^{\infty} \int_0^{+\infty} \langle |\beta_{n'}(r, z)|^2 \rangle r dr}, \quad (13)$$

式中, 分母为 HB-II 光束所携带的总能量, 分子为 HB-II 光束各螺旋谐波的能量权重. 如果接收到的 OAM 模式等于发射的信号模式  $n_0$ , 则  $P_0$  表示信号 OAM 模式  $P_n$  的探测概率.

### 3 仿真与分析

第 2 节导出了 HB-II 光束相关函数解析表达

式, 本节对 HB-II 光束通过海洋湍流信道的探测概率与其他参数之间的关系进行了数值计算和分析, 以选择合适 HB-II 光束光源参数用于海洋湍流中传输. 除另有说明外, 本节的主要计算参数如下:  $\omega_0 = 3 \times 10^{-3}$  m,  $n_0 = 1$ ,  $\lambda = 532$  nm,  $z = 40$  m,  $z' = 10^{-9}$  m,  $\alpha = 10^{-3}$  m,  $\varepsilon = 10^{-5}$  m<sup>2</sup> · s<sup>-3</sup>,  $\eta = 10^{-3}$  m,  $\chi_t = 10^{-8}$  K<sup>2</sup> · s<sup>-1</sup> 和  $\tau = -3$ .

图 1 在温度方差耗散率  $\chi_t = 10^{-8}$  K<sup>2</sup> · s<sup>-1</sup>, 湍流动能耗散率  $\varepsilon = 10^{-5}$  m<sup>2</sup> · s<sup>-3</sup>, 温盐比  $\tau = -3$ , 传输距离为  $z = 40$  m 时, 展示了分别取不同束腰宽度  $\omega_0 = 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05$  情况下, HB-II 光束的探测概率随发射 OAM 模式数  $n_0$  变化趋势. 从图 1 中可以看出, 不同 OAM 模式数和束腰宽度下 HB-II 光束的探测概率都小于 1, 意味着海洋湍

流引起了光束模式串扰. 在相同束腰宽度情况下, HB-II 光束的探测概率在  $n_0 = 0$  两侧对称分布, 即 HB-II 光束的传输特性只与拓扑荷数的绝对值  $|n_0|$  有关, 而与  $n_0$  的正负号无关. 随着  $|n_0|$  的增加, 探测概率呈下降趋势. 此外, 同一 OAM 模式数  $n_0$  下 HB-II 光束的探测概率随着束腰宽度  $\omega_0$  的增加也呈现下降趋势. 这是因为  $|n_0|$  和  $\omega_0$  的增加将导致 HB-II 光束扩展加速 [21], 造成模式串扰加重.

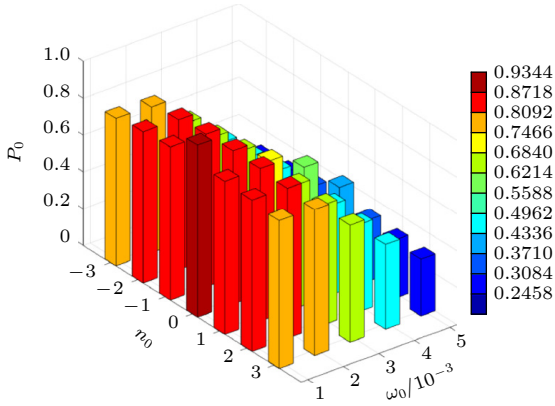


图 1 不同 OAM 模式数  $n_0$  和腰宽度  $\omega_0$  对 HB-II 光束的探测概率  $P_0$  影响

Fig. 1. Detection probability  $P_0$  of the signal OAM mode for the HB-II with respect to the OAM number  $n_0$  and the beam waist size  $\omega_0$ .

在光信号的水下传输窗口范围 (410—550 nm) 之内, 我们仿真了不同光波长  $\lambda$  下 HB-II 涡旋光束的 OAM 模式探测概率随传输距离的变化, 结果如图 2 所示. 在相同传输距离条件下, 光波长  $\lambda$  越小, 相应的探测概率也越低, 即受海洋湍流的影响越大. 产生这种现象的主要原因是涡旋光束螺旋相位结构变化的空间尺度与波长  $\lambda$  直接相关. 对于相同的拓扑荷数  $n_0$ , 波长  $\lambda$  越长, 完成一个完整  $2\pi$  相位变化所需的物理空间距离就越大, 螺旋相位波前在空间上的变化就越平缓, 湍流引起的相位畸变就越小, OAM 模式串扰也越小. 因此在海洋湍流中, 长波长  $\lambda$  的 HB-II 光束更适用于海洋湍流中传输. 此结果与其他相关研究报道的结果一致 [19].

接下来分析不同的 OAM 模式数  $n_0$  对 HB-II 光束探测概率影响, 结果如图 3 所示. HB-II 光束在不同 OAM 模式数  $n_0$  下的探测概率都随传输距离的增加而下降, 且 OAM 模式数  $n_0$  越大, 探测概率下降得越快. 这很明显, 对于较大的 OAM 模式数  $n_0$ , 导致对海洋湍流引起的相位扰动更为敏感, 光束扩展更严重. 因此如果想在较远的接收位置处

获得更高的 OAM 模式探测概率, 可以将 HB-II 光束光源的  $n_0$  参数设置成较小的值. 另外还需要说明的是, 对于 HB-II 光束而言,  $n_0$  在不同数值时, 传输到一定距离之后探测概率起伏能保持相对平缓. 以  $n_0 = 1$  的 HB-II 光束为例, 从发射端传输到  $z = 50$  m 处时其探测概率的降幅约为 0.4, 而从  $z = 50$  m 传输到  $z = 100$  m 处时其探测概率只下降了约 0.2, 相对平缓.  $n_0$  为 3 和 5 时的情况类似. 通过与文献 [7] 报道的超几何高斯涡旋光束相比, 不同 OAM 模式数下 HB-II 光束的探测概率均高于超几何高斯涡旋光束的探测概率, 表明在实际中可以利用 HB-II 光束来获得更好的水下通信性能.

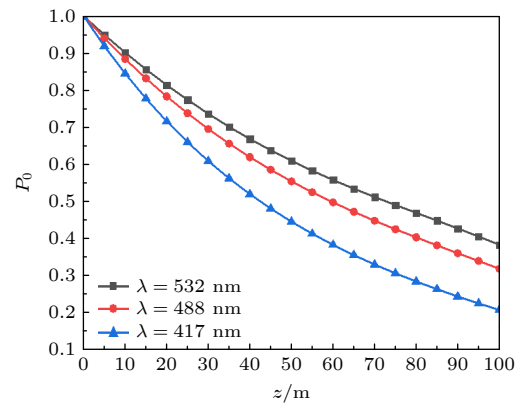


图 2 不同光波长  $\lambda$  下, HB-II 光束探测概率随传输距离  $z$  的变化

Fig. 2. Detection probability of HB-II versus transmission distance  $z$  for different  $\lambda$ .

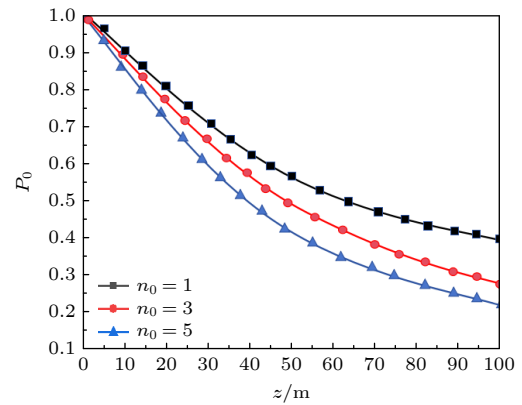


图 3 不同的 OAM 模式数  $n_0$  下, HB-II 光束探测概率随传输距离  $z$  的变化

Fig. 3. Detection probability of HB-II versus transmission distance  $z$  for different  $n_0$ .

图 4 显示了在不同传输距离下, HB-II 光束的 OAM 模式的探测概率与温度耗散率  $\chi_t$  之间的关系, 我们仿真并给出了相应的结果. 设置海洋湍流

的动能耗散率  $\varepsilon$  为  $10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ , 温度-盐度系数为  $\tau = -4$ , 波长为 532 nm. 当发送的 OAM 模式数  $n_0 = 1$  时, OAM 模式的探测概率由于  $\chi_t$  的波动而发生特别显著变化. 从图 4 可以看出, 平均温度耗散率  $\chi_t = 10^{-9} \text{ K}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  时, 随着传输距离的增加探测概率降低但变化缓慢, 当传输到 100 m 时, 探测概率仍能达到 90%, 说明弱海洋湍流对 HB-II 光束的传输特性影响很小. 当平均温度耗散率从  $10^{-9}$  到  $10^{-7} \text{ K}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  时, HB-II 光束的 OAM 模式的探测概率显著降低. 在强湍流情况下 ( $\chi_t = 10^{-7} \text{ K}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ), HB-II 涡旋光束传输 40 m 之后探测概率降到最低.  $\chi_t$  取值越大 (即湍流越强), OAM 模式的探测概率衰减得越快. 海洋湍流中温度耗散率的增加使涡旋光束发散严重. 如图 4 所示, 当传输到 50 m 时, 三种情况下的 OAM 模式的探测概率分别约为 0.95, 0.6, 0.05.

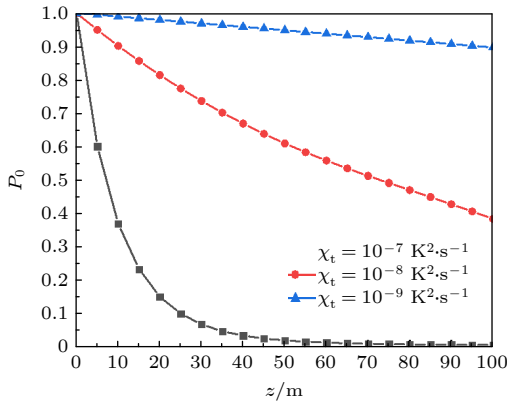


图 4 不同温度方差耗散率  $\chi_t$  下, HB-II 光束探测概率随传输距离  $z$  的变化

Fig. 4. Detection probability of HB-II versus transmission distance  $z$  for different  $\chi_t$ .

下面仿真分析了不同湍流动能耗散率  $\varepsilon$  对 HB-II 光束的 OAM 模式探测概率的影响, 结果如图 5 所示, 随着湍流动能耗散率  $\varepsilon$  的减小, OAM 模式探测概率逐渐降低. 图中  $\varepsilon$  分别取  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$  和  $10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ ,  $\varepsilon$  反映海洋湍流的强度,  $\varepsilon$  越小代表海洋湍流越强. 从图 5 可以看出, 不同  $\varepsilon$  取值下探测概率都随着传输距离的增加而下降, 且  $\varepsilon$  越小时下降得越快, 即海洋湍流引起传输过程中 HB-II 光束的模式串扰越严重. 这是因为  $\varepsilon$  减小产生强海洋湍流, 导致 OAM 模式之间严重的能量损耗.

与温度方差耗散率相似, 温盐比  $\tau$  也是描述海洋湍流性质的一个重要参数, 因此图 6 给出了不同  $\tau$  下 HB-II 光束的探测概率随传输距离的变化规

律, 其值依次为  $-4$ ,  $-3$ ,  $-2$  和  $-1$ . 可以看出, 温盐比  $\tau$  越大, 探测概率随着传输距离的增加下降得越快. 例如, 当  $\tau = -1$  时, HB-II 涡旋光束在水下传输 100 m 后探测概率将下降到约 0.2. 由于  $\tau$  越大意味着海洋湍流主要由盐度波动占主导, 反之则表示海洋湍流主要由温度波动占主导, 越接近 0, 盐度的影响就越大, 而越接近  $-4$ , 温度的影响就越大. 此外, 在相同的距离上, 随着温盐比  $\tau$  增大, 探测概率的衰减更为严重. 模拟结果表明, 海水盐度对 HB-II 光束探测概率的影响更大. 因此图 6 表明虽然 HB-II 光束具有相对较好的抗湍流干扰能力, 但当其在盐度波动占主导的海洋湍流中传输时将产生较严重的 OAM 模式扩展.

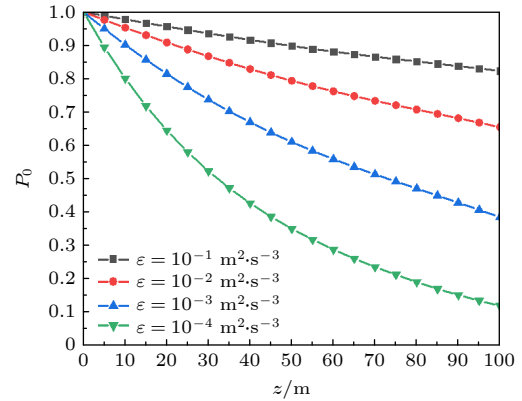


图 5 不同湍流动能耗散率  $\varepsilon$  下, HB-II 光束探测概率随传输距离  $z$  的变化

Fig. 5. Detection probability of HB-II versus transmission distance  $z$  for different  $\varepsilon$ .

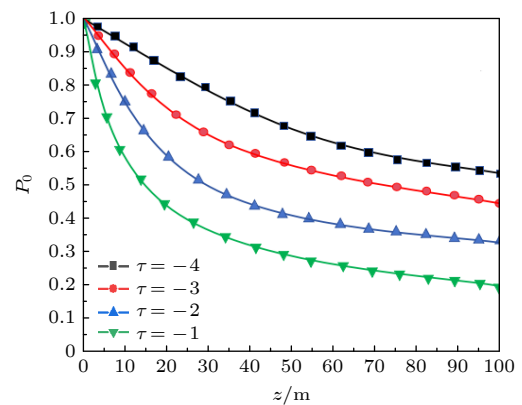


图 6 不同温盐比  $\tau$  下, HB-II 光束探测概率随传输距离  $z$  的变化

Fig. 6. Detection probability of HB-II versus transmission distance  $z$  for different  $\tau$ .

最后, 对比分析了 HB-II 光束与贝塞尔-高斯 (Bessel Gaussian, BG) 光束、艾里 (Airy) 光束、

拉盖尔-高斯 (Laguerre Gaussian, LG) 光束在  $n_0 = 1$ , 温度方差耗散率  $\chi_t = 10^{-8} \text{ K}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ , 湍流动能耗散率  $\varepsilon = 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ , 温盐比  $\tau = -3$  条件下的 OAM 模式探测概率, 结果如图 7 所示. LG 光束受海洋湍流影响最大, 传输距离  $z = 100 \text{ m}$  时探测概率低于 20%. BG 光束在近距离传输时探测概率略高于 HB-II 光束, 但当传输距离超过 50 m 之后, 探测概率开始低于 HB-II 光束, 在传输距离  $z = 100 \text{ m}$  时, 表现与 Airy 光束相近. 对于 HB-II 光束而言, 传输不同距离时探测概率起伏能保持相对平缓, 与 Airy 光束和 LG 光束相比探测概率性能较好.

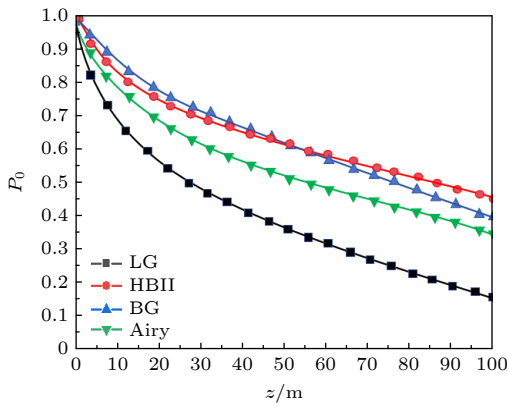


图 7 不同涡旋光束的探测概率随传输距离  $z$  的变化  
Fig. 7. Detection probability versus transmission distance  $z$  for different vortex beams.

## 4 结 论

本文基于 Rytov 近似推导得到了 HB-II 光束的螺旋相位谱表达式, 定量地描述了随着传播距离  $z$  的延长、OAM 模式数的升高、束腰宽度  $\omega_0$  的升高、温度均方耗散率  $\chi_t$  和温度与盐度贡献比  $\tau$  的升高、流体单位质量动能耗散率  $\varepsilon$  的降低, 海洋湍流中 OAM 模式探测概率就会降低. 在实际应用中, 可以采用增大 HB-II 光束的波长或根据具体接收距离优化调整束腰宽度的方式, 降低海洋湍流对 HB-II 光束的负面影响. 我们的研究结果通过对 HB-II 光束光源参数的选择, 有望为海洋环境下光通信链路的实现提供一定的参考价值.

## 参考文献

- [1] Shen C, Guo Y J, Oubei H M 2016 *Opt. Express* **24** 25502
- [2] Yang M C, Wu Y, Feng G Y 2022 *Acta Opt. Sin.* **42** 1701003 (in Chinese) [杨莫愁, 吴仪, 冯国英 2022 *光学学报* **42** 1701003]
- [3] Zhao T F, Wang J, Zhang J 2018 *Acta Opt. Sin.* **38** 1206002 (in Chinese) [赵太飞, 王晶, 张杰 2018 *光学学报* **38** 1206002]
- [4] Chen Y H, Duan Z Y, Zheng F Z 2022 *Appl. Opt.* **61** 7059
- [5] Li S, Wang P, Liu T, Pan Y T, Wang W 2022 *J. Commun.* **43** 14 (in Chinese) [李爽, 王平, 刘涛, 潘宇婷, 王炜 2022 *通信学报* **43** 14]
- [6] Wang M J, Zhang Y 2024 *Chin. J. Lasers* **51** 0806001 (in Chinese) [王明军, 张妍 2024 *中国激光* **51** 0806001]
- [7] Wang X G, Wang L, Zhao S M 2021 *J. Mar. Sci. Eng.* **9** 442
- [8] Guo Y, Lü H, Ding C L, Yuan C Z, Jin R B 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 014203 (in Chinese) [郭焱, 吕恒, 丁春玲, 袁晨智, 金锐博 2025 *物理学报* **74** 014203]
- [9] Baghdady J, Miller K, Morgan K, Byrd M, Osler S, Ragusa R, Li W, Cochenour B M, Johnson E G 2016 *Opt. Express* **24** 9794
- [10] Yang H B, Yan Q Z, Wang P 2022 *Opt. Express* **30** 9053
- [11] Wang M J, Yu W H, Huang C J 2023 *Acta Opt. Sin.* **43** 0626001 (in Chinese) [王明军, 余文辉, 黄朝军 2023 *光学学报* **43** 0626001]
- [12] Wei Y, Yu Y H, Hei X B 2022 *Laser Optoelectron. Prog.* **59** 1301001 (in Chinese) [韦育, 于永河, 黑小兵 2022 *激光与光电子学进展* **59** 1301001]
- [13] Li Y, Yu L, Zhang Y X 2017 *Opt. Express* **25** 12203
- [14] Du X, Ding G X, Du H, Wang S, Feng H 2023 *Acta Opt. Sin.* **43** 2401003 (in Chinese) [杜星, 丁桂璇, 杜浩, 王生, 冯慧 2023 *光学学报* **43** 2401003]
- [15] Wang S L, Yang D H, Zhu Y, Zhang Y X 2021 *Opt. Express* **14** 53
- [16] Liang Q Y, Zhang Y X, Yang D Y 2020 *J. Mar. Sci. Eng.* **8** 458
- [17] Zhu Y, Zhang Y X, Hu Z D 2016 *Opt. Express* **21** 10
- [18] Ring J D, Lindberg J, Mourka A 2012 *Opt. Express* **20** 18955
- [19] Zhang R X, Dai H D, Liu T, Wang W Y, Zhou Y C, Bi H C 2025 *Acta Phys. Sin.* **11** 114207 (in Chinese) [张荣香, 代华德, 刘涛, 王唯钰, 周允城, 毕慧聪 2025 *物理学报* **11** 114207]
- [20] Nossir N, Dalil-Essakali L, Belafhal A 2024 *Opt. Quantum Electron.* **56** 189
- [21] Nossir N, Dalil-Essakali L, Belafhal A 2021 *Opt. Quantum Electron.* **53** 94
- [22] Belafhal A, Saad F 2017 *Opt. Express* **15** 516
- [23] Lopez-Mago D, Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C 2009 *Opt. Express* **35** 743013
- [24] Belafhal A, Nebdi H 2014 *Opt. Quantum Electron.* **25** 201
- [25] Chib S, Khannous F, Belafhal A 2023 *Opt. Quantum Electron.* **55** 936
- [26] Nossir N, Dalil-Essakali L, Belafhal A 2023 *Opt. Quantum Electron.* **55** 876
- [27] Eyyuboğlu H T, Cai Y, Belafhal A 2012 *Opt. Quantum Electron.* **21** 4194

# Transmission characteristics of Humbert beams of Type-II in ocean turbulence<sup>\*</sup>

SONG Zekun<sup>1)4)</sup> LIU Tao<sup>1)2)†</sup> ZHAO Zhenbing<sup>1)2)</sup>  
ZHANG Rongxiang<sup>3)</sup> DAI Huade<sup>3)</sup>

1) (*Department of Electronic and Communication Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071003, China*)

2) (*Hebei Key Laboratory of Power Internet of Things Technology, North China Electric Power University, Baoding 071003, China*)

3) (*College of Physics Science and Technology, Hebei University, Baoding 071002, China*)

4) (*Information Department, Baoding No.1 Central Hospital, Baoding 071000, China*)

( Received 14 May 2025; revised manuscript received 10 July 2025 )

## Abstract

This paper studies the method of improving the transmission characteristics of underwater optical communication system based on orbital angular momentum (OAM) by using Humbert beams of type-II (HB-II). Based on the Rytov principle, an analytical expression for the spiral phase spectrum of HB-II beam after passing through the oceanic turbulence is derived, and the influence of different oceanic turbulence and beam parameters on the detection probability of HB-II beams is compared and analyzed. The results show that the detection probability of OAM mode of HB-II beam in ocean turbulence decreases with the increase of propagation distance, topological charge and kinetic energy dissipation rate. The anti-interference ability of the beam in ocean turbulence increases with the decrease of waist width, mean square temperature dissipation rate, and temperature salinity contribution rate. For HB-II beam, the fluctuation of detection probability can be relatively smooth when transmitted at different distances, and the detection probability performance is better than those for Airy beam and Laguerre Gaussian beam. The results can provide theoretical reference for designing the underwater optical communication systems based on HB-II beams.

**Keywords:** Humbert beams of type II, orbital angular momentum, oceanic turbulence, orbital angular momentum spectra

**PACS:** 42.25.Dd, 42.68.Ay, 42.68.-w, 47.27.Gs

**DOI:** 10.7498/aps.74.20250627

**CSTR:** 32037.14.aps.74.20250627

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62071180).

† Corresponding author. E-mail: [taoliu@ncepu.edu.cn](mailto:taoliu@ncepu.edu.cn)



## 亨伯特二型光束在海洋湍流中的传输特性

宋泽坤 刘涛 赵振兵 张荣香 代华德

### Transmission characteristics of Humbert beams of Type-II in ocean turbulence

SONG Zekun LIU Tao ZHAO Zhenbing ZHANG Rongxiang DAI Huade

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 194201 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250627

CSTR: 32037.14.aps.74.20250627

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250627>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 海洋湍流对光子轨道角动量量子通信的影响

Effects of ocean turbulence on photon orbital angular momentum quantum communication

物理学报. 2022, 71(1): 010304 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211146>

#### 聚焦超几何高斯二型光束在海洋湍流中的信道容量

Channel capacity of focused hypergeometric-Gaussian type-II beams in ocean turbulence

物理学报. 2025, 74(11): 114207 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250306>

#### 风控热晕对双模涡旋光束大气传输的轨道角动量和相位奇异性的影响

Influence of wind-dominated thermal blooming on orbital angular momentum and phase singularity of dual-mode vortex beams

物理学报. 2023, 72(16): 164202 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230684>

#### 基于双层超表面的宽带、高效透射型轨道角动量发生器

Wideband and high efficiency orbital angular momentum generator based on bi-layer metasurface

物理学报. 2021, 70(3): 038101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20200975>

#### 基于光束偏移器的光的轨道角动量分束器

Orbital angular momentum splitter of light based on beam displacer

物理学报. 2024, 73(7): 074201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231874>

#### 轨道角动量复用三维加密全息图

Orbital angular momentum multiplexing three-dimensional encrypted hologram

物理学报. 2025, 74(6): 064205 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241444>