

基于铯基准钟与光抽运守时型小铯钟的时间尺度算法*

宋会杰¹⁾²⁾ 董绍武^{1)2)3)†} 王翔¹⁾²⁾ 章宇¹⁾²⁾ 郭栋¹⁾²⁾
武文俊¹⁾²⁾ 吴丹¹⁾²⁾ 王心亮¹⁾²⁾ 刘丹丹¹⁾²⁾

1) (中国科学院国家授时中心, 西安 710600)

2) (时间基准及应用重点实验室 (中国科学院), 西安 710600)

3) (中国科学院大学天文与空间科学学院, 北京 100049)

(2025年5月16日收到; 2025年8月2日收到修改稿)

实现国家标准时间的自主可控在当前的国际形势下具有重要现实意义. 本文通过研究基于自研铯基准钟和国产光抽运守时小铯钟, 产生一个独立的、不依赖于外部参考的时间尺度. 具体做法是将铯基准钟作为频率参考, 用于预报光抽运守时小铯钟的频率漂移. 通过分析光抽运守时小铯钟的噪声特性, 建立了原子钟的状态方程, 基于 Kalman 滤波算法估计光抽运守时小铯钟的状态. 时间尺度的计算是基于原子钟的频率状态估计和频率漂移状态估计作为预报值, 通过权重算法实现. 研究了基于预测误差的权重算法和噪声特性的权重算法, 结果表明利用 Kalman 滤波状态估计的情况下, 基于预测误差的权重算法显著提升了独立时间尺度的准确度. 选用铯基准钟作为频率参考, 计算得到的独立时间尺度的准确度和长期稳定度明显优于时间尺度本身作为频率参考的情况. 以国际标准时间 UTCr 为参考得出独立时间尺度的准确度保持在 15 ns 以内. 取样间隔为 1 d 的频率稳定度为 1.57×10^{-14} , 取样间隔为 15 d 的频率稳定度为 4.29×10^{-15} , 取样间隔为 30 d 的频率稳定度为 2.87×10^{-15} . 可满足当前国家用时需求.

关键词: 原子钟状态模型, 原子钟噪声, 时间尺度, Kalman 滤波

PACS: 02.10.Ud, 02.10.Yn

DOI: 10.7498/aps.74.20250642

CSTR: 32037.14.aps.74.20250642

1 引言

时间尺度相当于一台虚拟原子钟, 这台虚拟原子钟是通过测量钟差实现的物理钟的加权平均, 虚拟钟通过相对于某一台物理钟的偏差来表示. 虚拟钟与物理钟的偏差根据原子钟的测量数据, 通过一定的算法综合而成, 这种算法称为时间尺度算法. 时间尺度算法在守时过程中具有重要意义, 通过时

间尺度算法建立的虚拟钟的短期频率稳定度与长期频率稳定度都优于钟组中单台物理钟^[1]. 由于随着时间的推移, 单台原子钟不会一直保持最佳的状态运行, 可靠性不能保证. 因此守时不能仅依赖单台原子钟的运行, 通过时间尺度算法建立的虚拟钟能够保证时间基准的可靠性和连续性.

建立时间尺度算法是守时 (时间保持) 工作中非常重要的一项基础工作. 时间尺度算法是一种用于生成和保持高精度时间标准的数学和计算方法,

* 中国科学院“西部之光”人才培养计划 (批准号: XAB2021YN22)、国家自然科学基金重大项目 (批准号: 62394352) 和北京无线电计量测试研究所开放基金 (批准号: JLJK2021001A002) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sdong@ntsc.ac.cn

用于将多台原子钟的输出数据进行综合处理, 生成一个稳定、可靠的时间尺度. 时间尺度算法通过调整原子钟噪声的相互关系, 从而使综合产生的时间尺度性能优于任何单台原子钟. 当前, 时间保持实验室通常使用的时间尺度算法包括加权平均算法和 Kalman 滤波算法. 典型的加权平均算法为 ALGOS 算法, 2011 年和 2014 年国际权度局 (Bureau International des Poids et Mesures, BIPM) 分别对 ALGOS 算法中的频率预报模型和权重模型进行了改进, 称为“可预测性”加权算法^[2,3]. Kalman 滤波算法以 Kalman 滤波器为基础, 是一种实时算法, 通过最优估计理论计算时间尺度^[4-8].

Kalman 滤波时间尺度算法需要建立原子钟的状态方程, 状态方程包含原子钟的相位偏差状态、频率偏差状态、频率漂移偏差状态和原子钟噪声. 不同的原子钟表现出的噪声类型和噪声强度不同^[5], 原子钟状态方程中的噪声类型主要包括调频白噪声 (white frequency modulation, WFM)、调频闪烁噪声 (flicker frequency modulation, FFM)、调频随机游走噪声 (random walk frequency modulation, RWFM) 和频率漂移随机游走噪声 (random run frequency modulation, RRFM). 噪声强度通过稳定度指标 Allan 方差估计. Kalman 滤波时间尺度算法根据原子钟的状态方程和测量方程估计原子钟的状态, 通过原子钟的状态计算时间尺度. 由于测量方程不是单台原子钟的测量数据, Kalman 滤波时间尺度算法的性能受到限制. 研究发现, 频率偏差状态估计和频率漂移偏差状态估计相比于相位偏差状态估计, 估计值具有更高的准确性和可靠性^[1]. 因此通过频率偏差状态估计和频率漂移偏差状态估计得到的时间尺度的稳定性和准确性更高.

目前, 时间尺度算法主要针对商品氢原子钟和磁选态铯原子钟等守时钟. 随着国内原子钟的研制和研究取得了重大进展^[9-11], 光抽运守时小铯钟的性能不断提升^[12-14]. 国产光抽运守时小铯钟获得了国际认可, 并在国际标准时间的计算中取得了权重. 但由于光抽运守时小铯钟的工作原理和性能不同于氢原子钟和磁选态铯原子钟, 表现出的噪声特性不同. 光抽运守时小铯钟因引入了激光而受到光频移影响, 表现出频率漂移, 影响时间尺度的长期稳定性.

BIPM 采用二次多项式模型的可预测性加权

算法计算时间尺度, 主要提升了氢原子钟在时间尺度计算中的作用. Song 等^[4]将二次多项式模型的加权算法应用于光抽运守时小铯钟进行时间尺度计算, 得出时间尺度的稳定度差于 Kalman 滤波用于状态估计的时间尺度算法, 原因之一是二次多项式模型的可预测性算法没有降低光抽运小铯钟的调频闪变噪声. Kalman 算法用于估计原子钟的状态能够降低光抽运小铯钟的多种噪声, 提升时间尺度的稳定度.

基于国产光抽运守时小铯钟的噪声特性和性能特点, 研究了基于铯基准钟与光抽运守时小铯钟的时间尺度算法. 铯基准钟具有高的准确性和稳定性, 用于驾驭国际原子时 (international atomic time, TAI), 它们的频率不确定度在 1.4×10^{-15} — 1.7×10^{-16} 之间^[15-18]. 此外, 在一些实验室, 铯基准钟用于产生更精确和稳定的地方原子时^[19,20]. 德国联邦物理技术委员会 (Physikalisch-Technische Bundesanstalt, PTB) 结合氢原子钟, 铯原子钟和铯基准钟的频率比对数据进行时间保持, 使得产生协调世界时 (coordinated universal time, UTC) 的国家实现的准确性提升^[20]. 法国天文台 (Observatoire de Paris, OP) 实施了基于氢原子钟和铯基准钟的新算法, 使得产生协调世界时的国家实现的稳定性得到了显著提高^[19]. 意大利国家计量研究所 (Italian National Institute of Metrological Research, INRiM) 时间实验室研究了基于铯基准钟的频率驾驭算法, 提升了驾驭参考的可靠性^[21].

研究国产光抽运守时小铯钟的噪声特性并建立状态方程, 采用 Kalman 滤波算法估计原子钟的状态, 光抽运守时小铯钟的频率漂移偏差状态通过铯基准钟估计. 根据原子钟的状态估计和权重算法计算时间尺度. 研究基于原子钟的预测误差计算权重和噪声特性计算权重对时间尺度的影响. 研究基于时间尺度作为频率参考估计频率漂移情况下时间尺度的性能, 并与铯基准钟作为频率参考估计频率漂移情况进行比较分析. 最后计算时间尺度相对于快速协调世界时 (rapid version of coordinated universal time, UTCr) 的相位偏差和频率稳定度, 给出时间保持的性能指标.

本文第 2 节国产光抽运守时小铯钟的钟组建模, 第 3 节基于国产铯基准钟与光抽运守时小铯钟的时间尺度计算, 第 4 节结果与分析, 结合国产钟的实测数据, 验证时间尺度的性能, 第 5 节给出结论.

2 国产光抽运守时小铯钟的钟组方程

2.1 光抽运守时小铯钟的状态方程

根据光抽运守时小铯钟的噪声特性建立状态方程^[5,22], 光抽运守时小铯钟的离散状态方程的迭代形式可以表示为

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + y(k) \cdot \tau + \frac{1}{2}z(k) \cdot \tau^2 + w_x(k), \\ y(k+1) = y(k) + z(k) \cdot \tau + w_y(k), \\ z(k+1) = z(k), \end{cases} \quad (1)$$

式中, $x(k)$, $y(k)$ 和 $z(k)$ 分别表示光抽运守时小铯钟在时刻 t_k 的相位偏差、频率偏差和频率漂移偏差; $\tau = t_k - t_{k-1}$, 表示相邻时刻的时间间隔; $w_x(k)$ 和 $w_y(k)$ 分别表示 $t_k - t_{k+1}$ 时刻相位偏差和频率偏差的噪声部分. 频率漂移偏差根据铯基准钟估计, 并且估计周期内设为常数. $w_x(k)$ 和 $w_y(k)$ 分别表示为

$$w_x(k) = \int_{k\tau}^{(k+1)\tau} a_0(t) dt + \int_{k\tau}^{(k+1)\tau} a_{-1}(t) dt + \int_{k\tau}^{(k+1)\tau} \left[\int_{k\tau}^t a_{-2}(t') dt' \right] dt, \quad (2)$$

$$w_y(k) = \int_{k\tau}^{(k+1)\tau} a_{-2}(t) dt. \quad (3)$$

式中, $a_0(t)$ 和 $a_{-2}(t)$ 均为白噪声; $\int_{k\tau}^{(k+1)\tau} a_0(t) dt$ 和 $\int_{k\tau}^{(k+1)\tau} \left[\int_{k\tau}^t a_{-2}(t') dt' \right] dt$ 分别表示调频白噪声和调频随机游走噪声作用于相位偏差状态, $a_{-1}(t)$ 为有色噪声, $\int_{k\tau}^{(k+1)\tau} a_{-1}(t) dt$ 表示调频闪烁噪声作用于相位偏差状态. $w_y(k)$ 表示调频随机游走噪声作用于频率偏差状态.

(1) 式可以表示为矩阵形式^[23,24]:

$$\mathbf{X}(k) = \Phi \times \mathbf{X}(k-1) + \mathbf{W}(k), \quad (4)$$

式中,

$$\mathbf{X}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ z(k) \end{bmatrix}, \mathbf{W}(k) = \begin{bmatrix} w_x(k) \\ w_y(k) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \tau & \tau^2/2 \\ 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

噪声向量 $\mathbf{W}(k) \sim N(0, \Sigma_k)$, 协方差矩阵表示为

$$\Sigma_k = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}h_0\tau + 2h_{-1}\tau^2 + \frac{2}{3}\pi^2h_{-2}\tau^3 & \pi^2h_{-2}\tau^2 & 0 \\ \pi^2h_{-2}\tau^2 & 2\pi^2h_{-2}\tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中, h_0 , h_{-1} 和 h_{-2} 分别表示调频白噪声幂律谱系数、调频闪烁噪声幂律谱系数和调频随机游走噪声幂律谱系数, 幂律谱系数通过原子钟数据的 Allan 方差估计.

2.2 光抽运守时小铯钟的钟组方程和测量方程

假设有 N 台光抽运守时小铯钟, 钟组状态向量包含每台原子钟的相位偏差, 频率偏差和频率漂移偏差状态. 状态向量表示为

$$\underline{\mathbf{X}}(t) = [x_1(t), y_1(t), z_1(t), \dots, x_n(t), y_n(t), z_n(t)]^T, \quad (7)$$

式中, $x_i(t)$, $y_i(t)$ 和 $z_i(t)$ 分别表示原子钟 i 在时刻 t 的相位偏差、频率偏差和频率漂移偏差状态.

离散时间过程 $\underline{\mathbf{X}}(k)$ 在 t_k 时刻的线性模型表示为^[25]

$$\underline{\mathbf{X}}(k) = \Phi \cdot \underline{\mathbf{X}}(k-1) + \mathbf{W}(k), \quad (8)$$

该式表示钟组状态从 t_{k-1} 时刻到 t_k 时刻的递推过程, Φ 表示钟组模型的状态转移矩阵, $\Phi = \text{diag}(\Phi_1, \dots, \Phi_n)$, Φ_i 表示钟组中第 i 台原子钟的状态转移矩阵. $\mathbf{W}(k)$ 表示 t_k 时刻钟组的过程噪声向量, 均值为 0, 协方差矩阵 $\Sigma_k = E(\mathbf{W}(k)\mathbf{W}^T(k))$. 过程噪声协方差矩阵 $\Sigma_k = \text{diag}(\Sigma_{k1}, \dots, \Sigma_{kn})$, Σ_{ki} 表示原子钟 i 在时刻 t_k 的过程噪声协方差矩阵.

离散时间过程 $\underline{\mathbf{X}}(k)$ 在 t_k 时刻测量方程表示为

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{H} \cdot \underline{\mathbf{X}}(k) + \mathbf{R}(k). \quad (9)$$

$\mathbf{R}(k)$ 表示 t_k 时刻的测量误差向量, 对于同一实验室, 假设测量误差向量为 0. 其中 $\mathbf{Y}(k) = [x_{21}(k), \dots, x_{n1}(k)]^T$, $x_{i1}(k)$ 表示第 i 台原子钟与第一台原子钟在 t_k 时刻的相位偏差, 表示为

$$x_{i1}(k) = x_i(k) - x_1(k). \quad (10)$$

\mathbf{H} 表示 $(n-1) \times 3n$ 设计矩阵, 对于 4 台原子钟的

情况表示为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

3 基于铯基准钟与光抽运守时小铯钟的时间尺度计算

时间尺度算法主要包括原子钟状态预测算法和权重算法两部分. 文中基于原子钟的频率偏差预测和频率漂移偏差预测计算时间尺度. 频率偏差预测通过 Kalman 滤波算法估计, 频率漂移偏差预测通过铯基准钟测量估计. Kalman 滤波算法考虑了光抽运守时小铯钟的噪声特性得到频率偏差预测值. 光抽运守时小铯钟的权重算法, 主要研究基于预测误差计算权重和基于噪声特性计算权重. 时间尺度的计算, 需要通过铯基准钟估计光抽运守时小铯钟的频率漂移偏差, 估计过程如下.

3.1 基于铯基准钟估计光抽运守时小铯钟的频率漂移

时间保持系统中, 铯基准钟通过测量某一台原子钟的频率实现对时间基准的估计与校准. 目前实验室选取氢原子钟 (编号: HM5085) 的 5 MHz 频率信号作为铯基准钟本地振荡器, 测量得到氢原子钟与铯基准钟的频率偏差, 同时氢原子钟 HM5085 的 1 PPS 信号接入多通道时间间隔计数器, 光抽运守时小铯钟的 1 PPS 信号也接入多通道时间间隔计数器与 HM5085 进行相位比对. 测量得到的时间和频率数据都存储在数据库中.

对测量得到的时间与频率数据进行处理. 首先是铯基准钟的频移数据处理, 计算并扣除铯基准钟系统中的二阶塞曼频移、冷原子碰撞频移、微波泄漏频移、黑体辐射频移、引力红移、Ramsey&Rabi 牵引频移、腔相移^[15]. 接下来, 氢原子 HM5085 钟和铯基准钟的分数频率偏差通过下式计算:

$$f_{\text{H085-CsF2}} = f_{\text{H085}} - f_{\text{CsF2}}. \quad (11)$$

光抽运守时小铯钟 i 的频率表示为 f_{Clock_i} , 根据光抽运守时小铯钟与氢原子钟 HM5085 的相位偏差数据估计相对频率偏差, 采用每天的相位偏差数据估计当天的分数频率偏差, 表示为

$$f_i = f_{\text{H085}} - f_{\text{Clock}_i}. \quad (12)$$

根据 (11) 式与 (12) 式可以得出铯基准钟与光抽运守时小铯钟的分数频率偏差:

$$f_{\text{CsF2-Clock}_i} = f_i - f_{\text{H085-CsF2}} = f_{\text{CsF2}} - f_{\text{Clock}_i}. \quad (13)$$

根据 (13) 式表示的分数频率偏差估计光抽运守时小铯钟的频率漂移, 将分数频率偏差数据转化为与时间尺度间隔相对应的有量纲的频率偏差数据, 基于最小二乘原理估计光抽运守时小铯钟的频率漂移. 设有量纲的频率偏差数据表示为 $y^{\text{CsF2-Clock}_i}$, $y^{\text{CsF2-Clock}_i}$ 对做线性回归估计^[26]:

$$\min \left\{ \sum_{j=1}^K \left[p(t_j) - y_j^{\text{CsF2-Clock}_i} \right]^2 \right\}. \quad (14)$$

式中, $p(t_j)$ 表示线性回归多项式, 一次项系数表示频率漂移估计. $y_j^{\text{CsF2-Clock}_i}$ 表示第 i 台原子钟在第 j 个间隔相对于铯基准钟的频率偏差, K 表示频率数据的长度.

3.2 基于 Kalman 滤波的光抽运守时小铯钟的状态估计

根据光抽运守时小铯钟的钟组方程和测量方程, 通过 Kalman 滤波算法估计单台原子钟的状态. 钟组方程中频率漂移项通过铯基准钟估计, 算法见 3.1 节. 对时刻 t_{k+1} , Kalman 滤波通过下列方程估计光抽运守时小铯钟的状态:

$$\hat{\mathbf{X}}^-(k+1) = \Phi \cdot \hat{\mathbf{X}}(k), \quad (15)$$

$$\mathbf{P}^-(k+1) = \Phi \cdot \mathbf{P}(k) \cdot \Phi^T + \Sigma_k, \quad (16)$$

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}^-(k+1) \cdot \mathbf{H}^T \left[\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}^-(k+1) \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_k \right]^{-1}, \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1) = \hat{\mathbf{X}}^-(k+1) + \mathbf{K}(k+1) \times [\mathbf{Y}(k+1) - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{X}}^-(k+1)], \quad (18)$$

$$\mathbf{P}(k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1) \cdot \mathbf{H}] \cdot \mathbf{P}^-(k+1). \quad (19)$$

这里, $\hat{\mathbf{X}}(k)$ 表示 t_k 时刻原子钟状态向量的估计值, $\hat{\mathbf{X}}^-(k+1)$ 表示 t_{k+1} 时刻原子钟状态向量的预测值. $\mathbf{P}(k)$ 表示 t_k 时刻原子钟状态向量的估计误差协方差矩阵, $\mathbf{P}^-(k+1)$ 表示 t_{k+1} 时刻原子钟状态向量的预测误差协方差矩阵. $\mathbf{K}(k+1)$ 表示 t_{k+1} 时刻原子钟状态估计的增益矩阵. Kalman 滤波算法是通过递推过程实现的, 因此需要给定状态的初始值和初始协方差矩阵. 钟组中光抽运守时小铯钟

的初始频率偏差状态和初始频率漂移偏差状态基于铯基准钟测量得到, 相位偏差状态基于协调世界时 (UTC) 测量得到. 初始状态协方差矩阵通过模型过程噪声协方差矩阵 Σ_k 给出.

通过 Kalman 滤波算法产生原子钟在 t_k 时刻的状态估计为

$$\hat{\mathbf{X}}(k) = [\hat{x}_1(k), \hat{y}_1(k), \hat{z}_1(k), \dots, \hat{x}_n(k), \hat{y}_n(k), \hat{z}_n(k)]^T. \quad (20)$$

3.3 钟组的时间尺度算法

根据光抽运守时小铯钟的频率偏差估计和频率漂移偏差估计, 建立加权平均时间尺度. 加权平均时间尺度的递推方程表示为^[1,27]

$$x_e(k+1) = x_e(k) + \sum_{i=1}^n \omega_i(k+1) \cdot [x_i(k+1) - x_i(k) - \tau \cdot \hat{y}_i(k) - \frac{1}{2} \cdot \tau^2 \cdot \hat{z}_i(k)], \quad (21)$$

式中, $x_e(k)$ 表示 t_k 时刻光抽运守时小铯钟产生的时间尺度; τ 表示相邻时刻的时间间隔, $\tau = t_{k+1} - t_k$; $\omega_i(k+1)$ 表示第 i 台原子钟在 t_{k+1} 时刻的权重, 并且有

$$\sum_{i=1}^n \omega_i(k+1) = 1.$$

可以将 (21) 式转换为 BTSE 的可观测形式:

$$x_{ej}(k+1) = \sum_{i=1}^n \omega_i(k+1) \cdot [x_{ij}(k+1) + x_{ei}(k) - \tau \cdot \hat{y}_i(k) - \frac{1}{2} \cdot \tau^2 \cdot \hat{z}_i(k)], \quad (22)$$

其中, $x_{ej}(k+1)$ 表示 t_{k+1} 时刻时间尺度与第 j 台原子钟的相位偏差:

$$x_{ej}(k+1) = x_e(k+1) - x_j(k+1),$$

$x_{ij}(k+1)$ 表示 t_{k+1} 时刻第 i 台原子钟与第 j 台原子钟的相位偏差.

3.3.1 基于原子钟的预测误差的权重算法

基于原子钟预测误差计算权重的原则是一台好的钟是一台“可预测的钟”^[2,3], 主要通过原子钟的实测频率与预测频率的偏差确定原子钟的权重. 原子钟的实测频率与预测频率的偏差表示为

$$\varepsilon_{i,I_k} = |y_{i,I_k} - \hat{y}_{i,I_k}|, \quad (23)$$

式中, y_{i,I_k} 表示第 i 台原子钟在区间 $I_k = [t_k, t_{k+1}]$ 的实测频率, 表达式为

$$y_{i,I_k} = \frac{x_i(k+1) - x_i(k)}{t_{k+1} - t_k};$$

\hat{y}_{i,I_k} 表示第 i 台原子钟在区间 I_k 的预测频率, 表达式为

$$\hat{y}_{i,I_k} = y_{i,I_{k-1}} + \hat{C}_{iP,I_k} \cdot (t_{k+1} - t_k),$$

\hat{C}_{iP,t_k} 表示第 i 台原子钟在区间 I_k 的频率漂移估计.

考虑到新的测量数据具有更可靠的统计性质, 通过建立指数滤波器体现新的测量数据相对于以前测量数据的重要性. 算法为^[3,28]

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{k=1}^M \left(\frac{M+1-k}{M} \right) \varepsilon_{i,I_k}^2}{\sum_{k=1}^M \left(\frac{M+1-k}{M} \right)}, \quad (24)$$

式中, M 表示计算区间的数目. 第 i 台原子钟的权重表示为

$$\omega_i = \frac{1/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N 1/\sigma_i^2}. \quad (25)$$

为了保证时间尺度的可靠性, 对单台原子钟的最大权重进行限制, 当 $\omega_i > \omega_{\max}$ 时, 则有 $\omega_i = \omega_{\max}$, 对超出的权重部分分配给其余原子钟. 当原子钟在计算区间出现异常时, 它不再贡献权重, 从钟组中去除该原子钟.

3.3.2 基于噪声特性的权重算法

由 (21) 式得出时间尺度增量的形式为^[27]

$$x_e(k+1) - x_e(k) = \sum_{i=1}^n \omega_i(k+1) \cdot [x_i(k+1) - x_i(k) - \tau \cdot \hat{y}_i(k) - \frac{1}{2} \cdot \tau^2 \cdot \hat{z}_i(k)]. \quad (26)$$

将 (1) 式的第一个式子代入 (26) 式得

$$\begin{aligned} & x_e(k+1) - x_e(k) \\ &= \sum_{i=1}^n w_i(k+1) \cdot \left\{ \tau [y_i(k) - \hat{y}_i(k)] \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} \tau^2 [z_i(k) - \hat{z}_i(k)] + w_{xi}(k) \right\}. \end{aligned} \quad (27)$$

假设噪声项 $w_{xi}(k)$ 是影响时间尺度增量的主要因素, $w_{xi}(k)$ 表示第 i 台原子钟在 t_k 时刻相位偏差的噪声部分, 主要包括调频白噪声、调频闪烁噪声

和调频随机游走噪声. 为了极小化时间尺度增量的不确定度, 权重的选取与噪声的方差成反比, 噪声方差表示为

$$Ew_{xi}^2(k) = \frac{1}{2}h_0\tau + 2h_{-1}\tau^2 + \frac{2}{3}\pi^2h_{-2}\tau^3. \quad (28)$$

4 结果与分析

研究目标是基于国产铯基准钟和光抽运守时小铯钟建立时间尺度, 下面首先根据稳定度指标 (Allan 偏差) 分析铯基准钟和光抽运守时小铯钟的稳定度情况, 光抽运小铯钟的噪声特性, 以及基于铯基准钟的光抽运小铯钟的频率漂移估计. 然后根据光抽运小铯钟的状态建模, 通过 Kalman 滤波算法估计原子钟的状态. 研究不同权重算法的时间尺度计算, 并进行比较分析. 分析不用铯基准钟作为频率参考时对时间尺度的影响. 最后以 UTCr 为参考分析了时间尺度的相位偏差和稳定度.

4.1 铯基准钟与光抽运小铯钟的性能分析

根据 Allan 偏差分析铯基准钟的性能, 测量氢原子钟 HM5085 与铯基准钟的频率偏差, HM5085 具有高的短期稳定性和预测性能, 目前在国际权度局 (BIPM) 取得满权. HM5085 作为铯基准钟本地振荡器使用, 通过两者的频率偏差分析铯基准钟的性能. 为了测量冷原子膨胀频移, 铯基准钟在高原子密度和低原子密度模式下交替运行, 测量周期为 4 s, 高原子密度模式下运行 500 个测量周期, 然后低原子密度模式下运行 500 个测量周期. 两种运行模式扣除各自频移后输出氢钟频率的连续频率测量结果 [18]. 随机选取 2024 年 5 月 4 日—2024 年 5 月 29 日 HM5085 与铯基准钟的频率比对数据进行分析, 计算铯基准钟在高密度原子和低密度原子交替运行模式下的 Allan 偏差, 并对 Allan 偏差采用 $1/\sqrt{\tau}$ 进行拟合, 结果如图 1 所示, Allan 偏差值符合 $1/\sqrt{\tau}$ 的拟合关系. 根据拟合关系计算得出平均时间为 10^3 s 的 Allan 偏差为 7.15×10^{-15} , 平均时间为 10^4 s 的 Allan 偏差为 2.26×10^{-15} , 平均时间为 10^5 s 的 Allan 偏差为 7.15×10^{-16} .

根据 Allan 偏差分析光抽运守时小铯钟的性能. 基于实验室测量比对系统可以得到国家标准时间 (national time service center, NTSC) 实现的

协调世界时 UTC (NTSC) 与光抽运守时小铯钟的相位偏差的测量数据, UTC (NTSC) 是以氢原子钟 HM5085 为主钟, 与协调世界时 UTC 保持同步的实时时间尺度, 能够用于测量光抽运守时小铯钟的性能. 随机选取国家授时中心时间频率基准实验室的光抽运守时小铯钟, 编号为 Cs3050, Cs3059 和 Cs2025. 选取数据时间段 2023 年 9 月 23 日 0 时至 2023 年 12 月 31 日 23 时, MJD 为 60210—60309.96, 数据采样间隔为 1 h. 计算光抽运守时小铯钟的 Allan 偏差, 如图 2 所示. 结果显示, Cs3050 与 Cs3059 在相应平均时间的 Allan 偏差基本相同, 主要表现为调频白噪声和调频闪烁噪声. Cs2025 在平均时间小于 64 h 的 Allan 偏差小于 Cs3050 和 Cs3059, 平均时间大于 64 h 的 Allan 偏差大于 Cs3050 和 Cs3059, 主要表现为调频白噪声, 调频闪烁噪声和调频随机游走噪声. 计算可得, Cs3050, Cs3059 和 Cs2025 平均时间为 1 h 的 Allan 偏差分别为 1.69×10^{-13} , 1.75×10^{-13} 和 1.18×10^{-13} ; 平均时间为 1 d 的 Allan 偏差分别为 3.55×10^{-14} , 3.22×10^{-14} 和 2.13×10^{-14} ; 平均时间为 10 d 的 Allan 偏

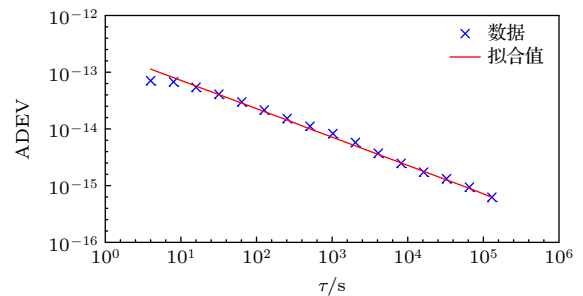


图 1 氢原子钟 HM5085 相对于铯基准钟测量频率偏差的 Allan 偏差曲线

Fig. 1. Allan deviation curves of the measurement frequency deviation of the hydrogen atom clock HM5085 relative to cesium atomic fountain clock.

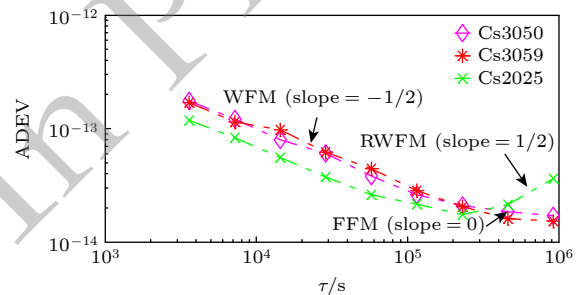


图 2 光抽运守时小铯钟的 Allan 偏差曲线

Fig. 2. The Allan deviation curves of optically pumped small cesium clocks.

差分别为 1.65×10^{-14} , 1.25×10^{-14} 和 3.27×10^{-14} . 比较光抽运守时小铯钟与铯基准钟的 Allan 偏差得出, 平均时间大于 1 h 的 Allan 偏差, 光抽运守时小铯钟比铯基准钟高一个数量级以上. 说明铯基准钟的稳定度优于光抽运守时小铯钟一个数量级以上, 不会对光抽运守时小铯钟的频率漂移估计产生不稳定性.

4.2 时间尺度计算

根据光抽运守时小铯钟的实际测量数据计算时间尺度. 由于时间尺度本身是非观测的, 比如不能得到单台原子钟的读数, 但是可以得到原子钟之间的钟差数据, 原子钟相对于参考钟或时间尺度的钟差数据. 因此, 只能计算得到时间尺度与某台原子钟的钟差值. 根据时间尺度计算 (22) 式可以得出时间尺度与参考 UTC (NTSC) 的钟差数据, 其中 j 表示 UTC (NTSC).

4.2.1 光抽运守时小铯钟的频率漂移估计

时间尺度计算需要估计光抽运守时小铯钟的频率漂移, 根据 3.1 节估计光抽运守时小铯钟的频率漂移, 计算铯基准钟与光抽运守时小铯钟的频率偏差, 根据频率偏差做线性回归估计光抽运守时小铯钟的频率漂移. 随机选取时间段为 2024 年 9 月 26 日—2024 年 10 月 26 日的频率偏差数据, 估计 Cs3059 和 Cs2025 的频率漂移, 估计结果如图 3 和图 4 所示, 横坐标表示修正儒略日 (modified Julian date, MJD). MJD 是天文和编程领域常用的简化日期编码系统, 有传统儒略日减去 2400000.5 得到, 起始点为 1858 年 11 月 17 日世界时 0 时. 图 3 和图 4 中频率偏差的间隔为 1 d, 可以得出 Cs3059 与 Cs2025 有较明显的频率漂移, 估计值分别为 $-2.42 \times 10^{-15}/\text{day}$ 和 $2.47 \times 10^{-15}/\text{day}$.

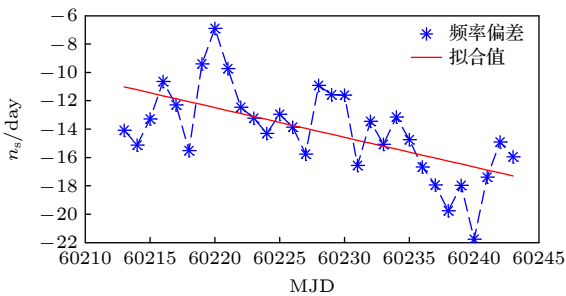


图 3 Cs3059 的频率漂移估计
Fig. 3. Frequency drift estimation of Cs3059.

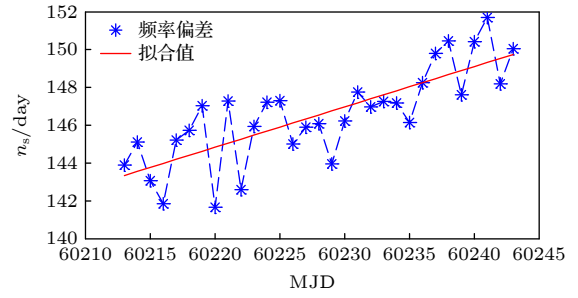


图 4 Cs2025 的频率漂移估计
Fig. 4. Frequency drift estimation of Cs2025.

4.2.2 光抽运守时小铯钟的时间尺度计算

根据铯基准钟估计光抽运守时小铯钟的频率漂移, 估计结果用于时间尺度计算. 时间尺度计算所用的光抽运守时小铯钟编号为 Cs3050, Cs3059, Cs2573, Cs2028, Cs3032 和 Cs2025. 数据时间段为 2023 年 7 月 1 日 0 时—2024 年 6 月 30 日 23 时, 数据长度为 1 年, 对应的 MJD 为 60126—60491.92, 数据采样间隔为 1 h. 时间尺度计算过程中, 原子钟因为自身原因或外界环境因素发生故障时将退出钟组, 当原子钟恢复正常运行状态再加入计算. 时间尺度计算利用了 Kalman 滤波算法估计原子钟的状态. Kalman 滤波算法考虑了光抽运守时小铯钟的噪声特性, 降低了噪声对原子钟状态估计的影响, 能够提高状态估计的准确性. 算法应用了光抽运守时小铯钟的频率漂移估计参数, 单台光抽运守时小铯钟的前一个月的频率漂移估值作为本月频率漂移的预报值. 基于原子钟的状态估计值, 结合适合光抽运守时小铯钟的权重算法, 提升时间尺度的性能. 分别根据状态预测误差计算权重和噪声特性计算权重, 基于状态预测误差算法的计算公式如 (24) 式和 (24) 式所示. 基于噪声特性算法的计算公式如 (28) 式所示. 基于原子钟的状态估计和权重计算, 时间尺度的计算公式如 (22) 式所示. 时间尺度的计算周期为 1 个月, 计算周期内单台原子钟初始频率偏差为前一个月原子钟相对于时间尺度的频率偏差.

基于状态预测误差取权重的时间尺度如图 5 和图 6 所示. 图 5 为时间尺度与 UTC (NTSC) 的相位偏差, UTC (NTSC) 作为协调世界时 (UTC) 的物理实现, 具有高的准确度和稳定度, 可以作为参考测量时间尺度的性能. 计算得出时间尺度的相位偏差保持在 ± 15 ns 内, 表征了时间尺度的准确度. 图 6 为单台原子钟与时间尺度相对于 UTC (NTSC)

的 Allan 偏差, 表示单台原子钟与时间尺度的稳定度, Allan 偏差越小, 稳定度越高. 图 6 表明时间尺度的长期稳定度和短期稳定度均高于单台原子钟的稳定度.

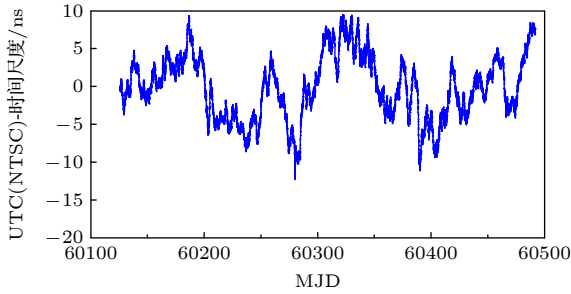


图 5 基于预测误差计算权重的时间尺度的相位偏差
Fig. 5. Phase deviation curve of the time scale with weights calculated based on the prediction error.

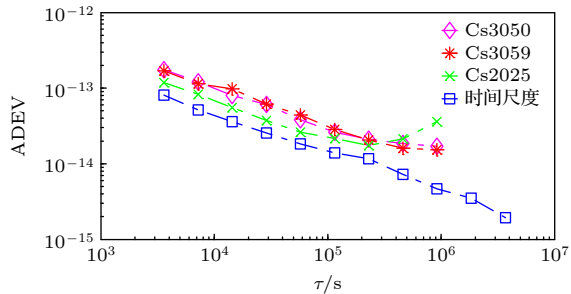


图 6 基于预测误差计算权重的时间尺度与原子钟的 Allan 偏差曲线
Fig. 6. Allan deviation curve of the time scale based on the weight of prediction error and Allan deviation curves of atomic clocks.

基于噪声特性取权重的时间尺度如图 7 和图 8 所示. 图 7 为时间尺度与 UTC (NTSC) 的相位偏差, 计算得出时间尺度的相位偏差保持在 ± 20 ns 内. 图 8 为单台原子钟和基于噪声特性取权的时间尺度相对于 UTC (NTSC) 的 Allan 偏差, 并与基于状态预测误差取权的时间尺度进行了比较, 得出基于噪声特性取权的时间尺度的稳定度略优于基于预测误差取权的时间尺度.

表 1 和表 2 给出了两种不同取权算法的时间尺度的比较, 表 1 为准确度指标的比较. 基于预测误差取权的时间尺度相对于参考 UTC (NTSC) 的最大偏差 (误差的绝对值) 为 12.25 ns, 基于噪声特

性取权的时间尺度相对于 UTC (NTSC) 的最大偏差为 18.22 ns. 基于预测误差取权的时间尺度的均值为 -0.17 ns, 而噪声特性取权的时间尺度的均值为 -6.12 ns. 同样标准偏差比较中, 基于预测误差取权的时间尺度的标准偏差小于基于噪声特性取权的时间尺度. 结合图 5, 图 7 和表 1 得出基于预测误差取权的时间尺度的准确度明显优于噪声特性取权的时间尺度. 表 2 为不同取样间隔的 Allan 偏差比较, 结合图 6, 图 8 和表 2 得出基于两种取权算法的时间尺度的稳定度均优于单台原子钟的稳定度. 基于噪声特性取权的时间尺度的稳定度略

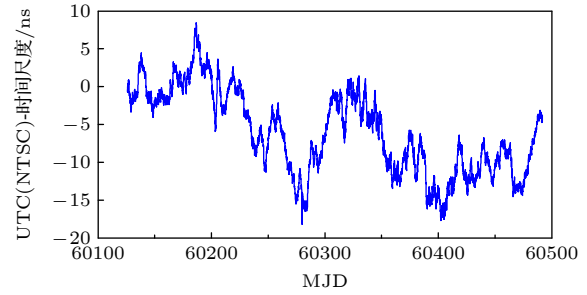


图 7 基于噪声特性计算权重的时间尺度的相位偏差
Fig. 7. Phase deviation curve of the time scale with weights based on the noise characteristics.

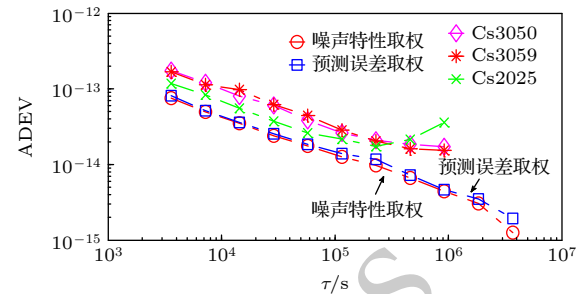


图 8 两种不同取权算法的时间尺度的 Allan 偏差曲线
Fig. 8. Allan deviation curves of the time scale of two different weighting algorithms.

表 1 不同取权方法的时间尺度的准确度比较
Table 1. Comparison of time scale accuracy of different weighting methods.

不同取权方法	最大误差/ns	最小误差/ns	均值/ns	标准偏差/ns
预测误差取权	9.44	-12.25	-0.17	4.22
噪声特性取权	8.43	-18.22	-6.12	5.51

表 2 不同取权方法的时间尺度的稳定度比较
Table 2. Comparison of time scale stability of different weighting methods.

平均时间/d	1	5	10	20	30
预测误差取权	1.56×10^{-14}	8.11×10^{-15}	5.15×10^{-15}	3.24×10^{-15}	2.59×10^{-15}
噪声特性取权	1.49×10^{-14}	7.13×10^{-15}	4.61×10^{-15}	2.94×10^{-15}	2.51×10^{-15}

优于基于预测误差取权的时间尺度. 分析原因, 噪声特性取权算法是根据噪声的方差计算权重, 是一种最优的取权方法, 提升了时间尺度的稳定度. 预测误差取权算法为了保证产生时间尺度的准确性和可靠性, 进行了最大权限制, 这样就限制了时间尺度的稳定度, 但保证了时间尺度的准确性和可靠性.

4.3 基于不同参考估计频率漂移的时间尺度

为了验证铯基准钟在时间尺度产生中的作用, 时间尺度计算过程中, 光抽运守时小铯钟的频率漂移选择基于时间尺度进行估计, 根据前一周期的时间尺度与光抽运守时小铯钟的频率偏差数据做线性回归估计, 估计频率漂移作为当前计算周期频率漂移的预报值. 将两种不同参考估计的频率漂移用于时间尺度计算, 并比较所产生时间尺度的性能.

以预测误差取权为例计算两种情况下的时间尺度, 计算结果如图 9 和图 10 所示. 图 9 表示基于铯基准钟和时间尺度预报光抽运守时小铯钟的频率漂移, 计算得到的时间尺度与 UTC (NTSC) 的相位偏差. 可以得出, 基于时间尺度预报频率漂移, 产生的时间尺度随着时间的推移相位偏差明显增大, 一年的相位偏差接近 200 ns. 基于铯基准钟预报频率漂移, 根据表 2 的分析结果, 产生的时间尺度的相位偏差保持在 15 ns 以内. 说明基于时间尺度预报频率漂移, 计算得到的时间尺度的准确度明显降低. 图 10 表示两种情况下产生时间尺度的稳定度, 两者的短期稳定度基本相同, 基于铯基准钟预报频率漂移的时间尺度的长期稳定度明显提高, 说明铯基准钟能够准确的预报光抽运守时小铯钟的频率漂移, 提升时间尺度的长期稳定度.

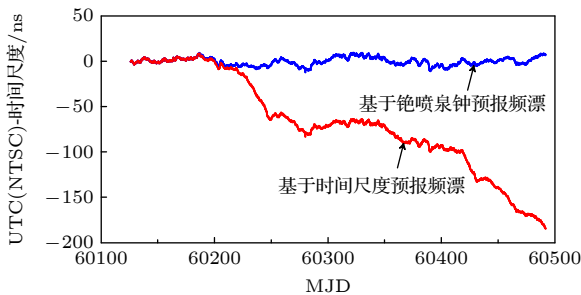


图 9 基于不同参考预报频率漂移的时间尺度的相位偏差
Fig. 9. Phase deviation of the time scale based on different reference forecast frequency drifts.

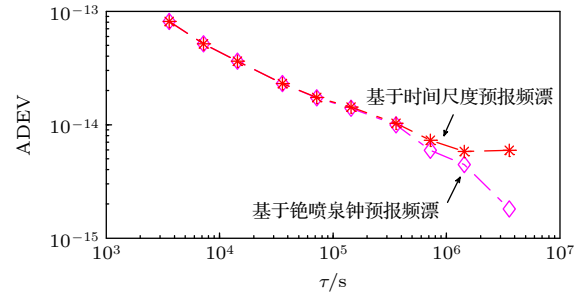


图 10 基于不同参考预报频率漂移的时间尺度的 Allan 偏差曲线
Fig. 10. Allan deviation curves based on the time scale of different reference forecast frequency drifts.

4.4 以 UTCr 为参考分析时间尺度

根据 BIPM 发布的快速协调世界时 (UTC_r) 评估光抽运守时小铯钟的稳定度和产生的时间尺度的性能. UTC_r 数据为协调世界时每天 0 时的测量相位偏差. 分别提取光抽运守时小铯钟的测量数据和与 UTC_r 测量时刻相对应, 通过做差得到 UTC_r 与单台原子钟的相位偏差, UTC_r 与时间尺度的相位偏差, 测量间隔为 1 d. 基于预测误差权重算法分析, UTC_r 与时间尺度的相位偏差保持在 15 ns 内, 与 UTC (NTSC) 的测量结果基本相同, 如图 11 所示. 图 12

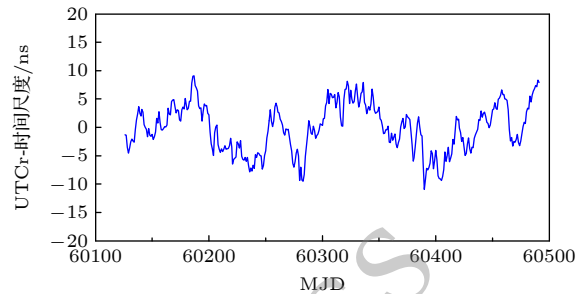


图 11 时间尺度 (光抽运小铯钟) 相对于 UTC_r 的相位偏差
Fig. 11. Phase deviation curve of the time scale (optically pumped small cesium clocks) relative to UTC_r.

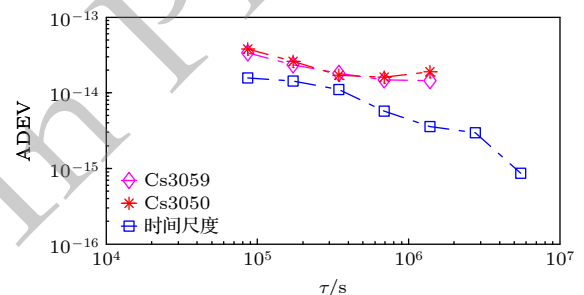


图 12 时间尺度 (光抽运小铯钟) 相对于 UTC_r 的稳定度曲线
Fig. 12. Stability curve of the time scale (optically pumped small cesium clocks) relative to UTC_r.

和表 3 表明, 以 UTCr 为参考的时间尺度的稳定度明显 优于单台原子钟的稳定度, 并且时间尺度取样 间隔 1 d 的稳定度为 1.57×10^{-14} , 15 d 的稳定 度为 4.29×10^{-15} , 30 d 的稳定度为 2.87×10^{-15} . 表 3 中 Cs3050 和 Cs3059 在 30 d 取样间隔的稳定度 数据缺失是由于原子钟故障引起的数据中断造 成的.

表 3 原子钟与时间尺度相对于 UTCr 的 Allan 偏差
Table 3. The Allan deviation of atomic clocks and time scale relative to UTCr.

取样间隔/d	Cs3050	Cs3059	时间尺度
1	3.80×10^{-14}	3.39×10^{-14}	1.57×10^{-14}
5	2.06×10^{-14}	1.36×10^{-14}	8.81×10^{-15}
10	1.23×10^{-14}	1.30×10^{-14}	4.91×10^{-15}
15	1.85×10^{-14}	1.58×10^{-14}	4.29×10^{-15}
30	—	—	2.87×10^{-15}

下面计算磁选态小铯钟的独立时间尺度, 并与 光抽运小铯钟的时间尺度的性能进行比较分析. 时 间尺度计算所用的磁选态小铯钟型号为 5071 A, 原子钟编号为 Cs3090, Cs3102, Cs3437 和 Cs2131. 数据时间段与光抽运小铯钟相同. 时间尺度算法利 用了 Kalman 滤波状态估计, 基于预测误差的权重 算法. 根据快速协调世界时 (UTCr) 评估磁选态小 铯钟计算的时间尺度的性能. 图 13 表示 UTCr 与 磁选态小铯钟计算的时间尺度的相位偏差, 保持 在 11 ns 内. 图 14 表示磁选态小铯钟时间尺度的 稳定度, 计算得出时间尺度取样间隔 1 d 的稳定度 为 1.75×10^{-14} , 15 d 的稳定度为 2.75×10^{-15} , 30 d 的稳定度为 1.34×10^{-15} . 比较光抽运小铯钟的时间 尺度与磁选态小铯钟的时间尺度的性能, 得出磁 选态小铯钟的时间尺度的相位偏差小于光抽运小 铯钟的时间尺度. 稳定度方面, 1 d 的取样时间, 光 抽运小铯钟的时间尺度的稳定度优于磁选态小 铯钟的时间尺度. 15 d 和 30 d 的取样时间, 磁选 态小铯钟的时间尺度的稳定度优于光抽运小铯 钟的时间尺度, 基于 5071 A 的磁选态小铯钟的时 间尺度的长期稳定度优于光抽运守时小铯钟的 时间尺度. 结合数据分析, 主要原因是 5071 A 的 长期稳定度高, 计算时间段内主要噪声类型为 WFM. 国产光抽运小铯钟长期波动大, 主要噪声类 型为 WFM、FFM 和 RWFM, 并且有些光抽运小 铯钟表现出较明显的频率漂移.

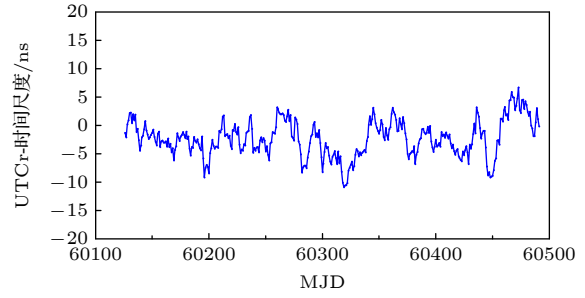


图 13 时间尺度 (磁选态小铯钟) 相对于 UTCr 的相位偏差
Fig. 13. Phase deviation curve of the time scale (magnetically selected small cesium clocks) relative to UTCr.

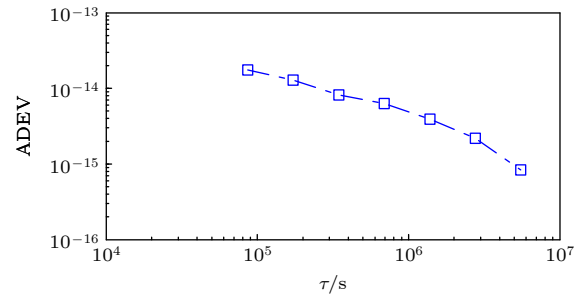


图 14 时间尺度 (磁选态小铯钟) 相对于 UTCr 的稳定度曲线
Fig. 14. Stability curve of the time scale (magnetically selected small cesium clocks) relative to UTCr.

5 结 论

本文使用自研铯基准钟作为频率参考, 通过 6 台国产光抽运守时小铯钟建立了时间尺度. 铯基准 钟具有高的准确性和长期稳定性, 用于估计光抽 运守时小铯钟的频率漂移. 基于光抽运守时小 铯钟的噪声特性, 建立原子钟组的状态方程, 根据 Kalman 滤波算法估计原子钟的状态. 基于原子 钟的频率状态和频率漂移状态建立原子钟的预 报模型, 通过权重算法计算时间尺度. 研究了不 同权重算法对时间尺度的影响, 基于状态预测 误差取权算法确保了时间尺度的准确度, 可满 足本地时间物理信号产生的需要. 通过综合分 析国产光抽运守时小铯钟的两种不同取权算 法, 得出基于预测误差的取权算法更能保证时 间尺度的可靠性.

根据铯基准钟作为频率参考估计光抽运守 时小铯钟的频率漂移, 计算时间尺度一年内与 UTCr 最大偏差为 12.25 ns, 平均时间 30 d 的频率 稳定度指标为 2.87×10^{-15} . 说明基于铯基准 钟作为频率参考, 能够保证由国产原子钟产生 的时间尺度的准确性和长期稳定性, 基本满足 当前国家标准时间产

生的需求。

根据时间保持工作的需要, 下一步重点研究光抽运小铯钟的运行状态建模, 通过算法保证时间尺度短期稳定度的前提下, 提升时间尺度的长期稳定度。

参考文献

- [1] Greenhall C A 2003 *Metrologia* **40** S335
- [2] Panfilo G, Harmegnies A, Tisserand L 2012 *Metrologia* **49** 49
- [3] Panfilo G, Harmegnies A, Tisserand L 2014 *Metrologia* **51** 285
- [4] Song H J, Dong S W, Zhang Y, Wang X, Guo D, An W, Qi Y, Zhang S G 2025 *Phys. Scr.* **100** 015217
- [5] Song H J, Dong S W, Wang X, Jiang M, Zhang Y, Guo D, Zhang J H 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 060201 (in Chinese) [宋会杰, 董绍武, 王翔, 姜萌, 章宇, 郭栋, 张继海 2024 *物理学报* **73** 060201]
- [6] Song H J, Dong S W, Qu L L, Wang X, Guo D 2021 *J. Instrum.* **16** P06032
- [7] Song H J, Dong S W, Wang X, Zhang Y, Wang Y P 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 170201 (in Chinese) [宋会杰, 董绍武, 王翔, 章宇, 王燕平 2020 *物理学报* **69** 170201]
- [8] Song H J, Dong S W, Wu W J, Jiang M, Wang W X 2018 *Metrologia* **55** 350
- [9] Liu Y, Wang W H, He D J, Zhou Y Z, Shen Y, Zou H X 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 184202 (in Chinese) [刘云, 王文海, 贺德晶, 周勇壮, 沈咏, 邹宏新 2023 *物理学报* **72** 184202]
- [10] Liang Y, Xie Y H, Chen P F, Shuai T, Pei Y X, Xu H T, Zhao Y, Xia T, Pan X Y, Zhang P J, Lin C F 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 013702 (in Chinese) [梁悦, 谢勇辉, 陈鹏飞, 帅涛, 裴雨贤, 徐昊天, 赵阳, 夏天, 潘晓燕, 张朋军, 林传富 2023 *物理学报* **72** 013702]
- [11] Shao X D, Han H N, Wei Z Y 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 134204 (in Chinese) [邵晓东, 韩海年, 魏志义 2021 *物理学报* **70** 134204]
- [12] He X, Yuan Z C, Chen J Y, Fang S W, Chen X Z, Wang Q, Qi X H 2022 *Front. Phys.* **10** 970030
- [13] Shi H B, Qin X M, Chen H J, Yan Y F, Lu Z Q, Wang Z Y, Liu Z J, Guan X L, Wei Q, Shi T T, Chen J B 2025 *Phys. Rev. Appl.* **23** 034018
- [14] Guo G K, Li C, Hou D, Liu K, Sun F Y, Zhang S G 2023 *Appl. Sci.* **13** 9155
- [15] Domnin Y S, Baryshev V N, Boyko A I, Elkin G A, Novoselov A V, Kopylov L N, Kupalov D S 2013 *Meas. Tech.* **55** 1155
- [16] Levi F, Calonico D, Calosso C E, Godone A, Micalizio S, Costanzo G A 2014 *Metrologia* **51** 270
- [17] Shi J R, Wang X L, Yang F, Bai Y, Guan Y, Fan S C, Liu D D, Ruan J, Zhang S G 2023 *Chin. Phys. B* **32** 040602
- [18] Wang X L, Ruan J, Liu D D, Guan Y, Shi J R, Yang F, Bai Y, Zhang H, Fan S C, Wu W J, Zhao S H, Zhang S G 2023 *Metrologia* **60** 065012
- [19] Rovera G D, Bize S, Chupin B, Guéna J, Laurent P H, Rosenbusch P, Urich P, Abgrall M 2016 *Metrologia* **53** S81
- [20] Bauch A, Weyers S, Piester D, Staliumiene E, Yang W 2012 *Metrologia* **49** 180
- [21] Galleani L, Signorile G, Formichella V, Sesia I 2020 *Metrologia* **57** 065015
- [22] Song H J, Dong S W, Wang X, Wang Y P, Zhang J H, Qu L L, Zhao S H, Zhang S G 2022 *J. Time Freq.* **45** 270 (in Chinese) [宋会杰, 董绍武, 王翔, 王燕平, 张继海, 屈俐俐, 赵书红, 张首刚 2022 *时间频率学报* **45** 270]
- [23] Zucca C, Tavella P 2005 *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **52** 289
- [24] Stein S R 1992 *24th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Applications and Planning Meeting* McLean, VA, December 1-3, 1992 p289
- [25] Coleman M J, Beard R L 2020 *Navigation* **67** 333
- [26] Wang X B, Shi F F, Gong D L, Xu S Y, Li Z N, Fu G T, Li Q 2020 *Metrologia* **57** 065009
- [27] Greenhall C A 2001 *33rd Annual Precise Time and Time Interval Systems and Applications Meeting*, Long Beach, CA, November 27-29, 2001 p445
- [28] Wu Y W, Liu S R 2023 *Metrologia* **60** 065009

Time scale algorithm based on cesium atomic fountain clock and optically pumped small cesium clocks*

SONG Huijie¹⁾²⁾ DONG Shaowu^{1)2)3)†} WANG Xiang¹⁾²⁾ ZHANG Yu¹⁾²⁾
 GUO Dong¹⁾²⁾ WU Wenjun¹⁾²⁾ WU Dan¹⁾²⁾
 WANG Xinliang¹⁾²⁾ LIU Dandan¹⁾²⁾

1) (*National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China*)

2) (*Key Laboratory of Time Reference and Applications, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China*)

3) (*School of Astronomy and Space Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

(Received 16 May 2025; revised manuscript received 2 August 2025)

Abstract

Realizing the independent control of the national standard time has important practical significance under the current international situation. In this work, an independent time scale that does not rely on external references is developed by studying the self-developed cesium fountain primary frequency standard and domestically-produced optically-pumped small cesium clocks. The specific approach is to use the cesium fountain primary frequency standard as a frequency reference to predict the frequency drift of the optically pumped small cesium clocks. By analyzing the noise characteristics of the optically pumped small cesium clocks, the state equation of the atomic clock is established, and the state of the optically pumped small cesium clock is estimated based on the Kalman filtering algorithm. The calculation of the time scale is based on the frequency state estimation and frequency drift state estimation of atomic clocks, which serve as the forecast values, and is achieved through the weight algorithm. The weight algorithm based on prediction error and the weight algorithm based on noise characteristics are studied. The results show that in the case of using Kalman filtering state estimation, the weight algorithm based on prediction error significantly improves the accuracy of the independent time scale. The cesium fountain primary frequency standard is chosen as the frequency reference to predict the frequency drift of the optically pumped small cesium clock. The accuracy and long-term stability of the independent time scale calculated are much better than those when the time scale itself is used as the frequency reference. Taking the international standard time (UTC_r) as the reference, the accuracy of the independent time scale is maintained within 15 ns. The frequency stability is 1.57×10^{-14} for a sampling interval of 1 day, 4.29×10^{-15} for a sampling interval of 15 days, and 2.87×10^{-15} for a sampling interval of 30 days is showing that its stability can meet the current national time demand.

Keywords: atomic clock state model, atomic clock noise, time scale, Kalman filtering

PACS: 02.10.Ud, 02.10.Yn

DOI: [10.7498/aps.74.20250642](https://doi.org/10.7498/aps.74.20250642)

CSTR: [32037.14.aps.74.20250642](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20250642)

* Project supported by the "Western Light" Talents Training Program, Chinese Academy of Sciences, China (Grant No. XAB2021YN22), the Major Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62394352), and the Open Fund of Beijing Institute of Radio Metrology and Testing, China (Grant No. JLJK2021001A002).

† Corresponding author. E-mail: sdong@ntsc.ac.cn