

# 非互易耦合布朗粒子的定向输运\*

付天琦<sup>1)</sup> 申伯洋<sup>1)</sup> 马欣然<sup>1)</sup> 黄仁忠<sup>1)</sup> 范黎明<sup>1)</sup>  
艾保全<sup>2)</sup> 高天附<sup>1)†</sup> 郑志刚<sup>3)4)‡</sup>

1) (沈阳师范大学物理科学与技术学院, 沈阳 110034)

2) (华南师范大学物理学院, 广州 510006)

3) (华侨大学系统科学研究所, 厦门 361021)

4) (华侨大学信息科学与工程学院, 厦门 361021)

(2025年5月27日收到; 2025年7月2日收到修改稿)

研究了具有非互易相互作用的耦合布朗粒子的定向输运问题. 通过建立非互易耦合布朗棘轮模型, 研究了耦合自由长度、热噪声强度和非互易耦合强度系数比等参量对棘轮定向输运的影响. 结果发现, 通过调节耦合自由长度可以诱导粒子的流反转. 同时, 存在一个最优的耦合强度系数比, 能使非互易耦合布朗粒子的定向输运达到最强. 这一结果表明非互易相互作用确实能够促进耦合系统定向输运的产生. 此外, 通过调节热噪声强度、非对称系数和外势高度等参量还可以实现非互易耦合布朗粒子的定向输运控制. 未来的研究可进一步探索非互易相互作用在复杂环境下的动力学机制.

**关键词:** 非互易相互作用, 耦合布朗粒子, 质心平均速度, 流反转

**PACS:** 05.40.-a, 02.50.-r, 05.40.Jc, 05.60.-k

**DOI:** 10.7498/aps.74.20250689

**CSTR:** 32037.14.aps.74.20250689

## 1 引言

近年来, 具有非互易相互作用系统的物理学已成为人们日益关注的热点. 在软物质、活性物质以及生物和人工纳米系统中, 普遍存在具有非互易相互作用的体系. 例如, 在软物质系统中当粒子间的相互作用力由非平衡环境介导时<sup>[1-4]</sup>, 粒子间便会产生非互易的相互作用力<sup>[5]</sup>. 此外, 非互易相互作用还存在于异质的、多组分的活性物质系统中, 如细菌悬浮液<sup>[6,7]</sup>或扩散电泳胶体混合物<sup>[8,9]</sup>. 研究表明, 在生物和人工纳米系统中非互易性(即两个个体或系统间的感知或相互作用关系不对称)的常见

来源之一是有限的“视觉锥”(视野范围或感知范围)<sup>[10-13]</sup>. 同时, 这种不对称性源于个体感知器官的分布、方向性或覆盖范围的限制<sup>[14-16]</sup>.

通常的研究中, 相互耦合粒子间的弹性内力是相等的或平衡的(互易的), 粒子间满足牛顿第三定律: 第 $i$ 个粒子对第 $i+1$ 个粒子的作用力 $F_i$ (大小)等于第 $i+1$ 粒子对第 $i$ 个粒子作用力 $F_{i+1}$ (大小), 即 $F_i = F_{i+1}$ . 然而, 最新的实验研究表明许多不同尺度上的耦合系统会违反这一公认的规律, 即 $F_i \neq F_{i+1}$ <sup>[17]</sup>. Lachance等<sup>[18]</sup>通过构建深度注意力网络模型, 对活细胞系统的集体迁移行为展开研究. 研究发现, 在人脐静脉内皮细胞(HUVECs)、肾上皮细胞(MDCK)和转移性乳腺癌细胞的集体迁移过

\* 国家自然科学基金(批准号: 12375031, 11875135)和沈阳师范大学研究生教育教学改革研究一般项目(批准号: YJSJG320240062)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: tianfugao@synu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: zgzhenq@hqu.edu.cn

程中, 细胞间相互作用的对称性会被打破. 实验研究表明, 当介观粒子的非互易相互作用受到非平衡环境的调控时, 介观粒子的作用——反应对称性原理会被破坏<sup>[19-24]</sup>. 系统中介观粒子间的非互易相互作用通常是由介观粒子周围的复杂环境以及它们之间的扩散产生. 同时, 活细胞拥有自己的内部自由度, 它们的集体运动状态可通过彼此间的相互作用而有所不同. 实验发现即使是一对结构相同的细胞也可能具有非互易的有效相互作用. 例如, Kreienkamp 和 Klapp<sup>[25]</sup> 研究了手性活性粒子 (如各向异性胶体系统、靠近壁的细菌或精子细胞) 的集体运动行为. 研究发现手性活性粒子间的非互易性可以诱导系统的失稳, 进而导致系统产生了定向输运现象. 由此可见, 非互易相互作用是诱导介观粒子系统产生定向输运的一个重要因素.

关于耦合系统定向输运研究的理论, 目前比较成熟的是布朗动力学 (棘轮理论). 研究中, 关于耦合布朗粒子间的相互作用大多考虑的是遵循牛顿第三定律的情况, 即满足互易性  $F_i = F_{i+1}$ . 如 Li 等<sup>[26]</sup> 构建的弹性相互作用下的双温棘轮模型, 研究发现通过调节耦合强度、耦合自由长度和周期势的非对称系数都能导致耦合棘轮的流反转. Archana 和 Barik<sup>[27]</sup> 研究了由周期外力驱动的惯性耦合布朗粒子的运动, 发现在弱耦合 (互易) 作用下, 微小的空间异质性会导致粒子的多次流反转. 然而, 在非互易相互作用下, 即  $F_i \neq F_{i+1}$ , 耦合布朗粒子能否发生定向运动, 其输运效果如何, 目前仍少有讨论. Ai<sup>[28]</sup> 从理论上研究了混合布朗粒子在具有非互易相互作用的二维棘轮势中的运动问题. 研究发现, 棘轮的非互易相互作用能够引入非零的非平衡驱动力, 从而导致混合布朗粒子定向运动的产生. 由此可见, 研究非互易相互作用影响下耦合布朗粒子的定向输运更具实际意义.

本文通过建立非互易耦合布朗棘轮模型, 讨论了耦合自由长度  $a$ 、热噪声强度  $D$ 、非对称系数  $\Delta$ 、外势高度  $U_0$ 、非互易耦合强度系数比  $\mu$  等参量作用下的耦合布朗棘轮定向输运问题. 研究发现, 通过调节耦合自由长度, 可以改变布朗粒子定向输运的方向, 并能使非互易耦合布朗粒子产生两次流反转. 同时, 还存在一个最优的耦合强度系数比, 能使粒子的定向输运达到极值, 这一结果表明非互易相互作用能够促进耦合系统定向输运的产生. 此外, 耦合布朗粒子的定向输运还可以通过调节热噪

声强度、非对称系数和外势高度来进行优化和控制. 基于本文的研究结果, 实验上有望开发出更加高效的药物输送系统.

## 2 非互易耦合布朗棘轮模型

本文主要研究非互易耦合布朗粒子的定向输运问题. 在非对称周期势和非互易弹性相互作用下, 耦合布朗粒子的运动由如下朗之万方程描述:

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{\partial U(x_1)}{\partial x_1} - \frac{\partial V(x_1, x_2)}{\partial x_1} + \xi_1(t), \quad (1a)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{\partial U(x_2)}{\partial x_2} - \frac{\partial V(x_1, x_2)}{\partial x_2} + \xi_2(t), \quad (1b)$$

(1) 式中,  $x_i(t)$  为  $t$  时刻第  $i$  个布朗粒子的位移.  $U(x_i)$  是非对称周期外势, 其具体形式表示为

$$U(x_i) = -U_0 \left[ \sin\left(\frac{2\pi x_i}{l}\right) + \frac{\Delta}{4} \sin\left(\frac{4\pi x_i}{l}\right) \right], \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

式中,  $U_0$  是非对称周期势的高度,  $l$  为周期势的空间周期,  $\Delta$  表示外势的非对称系数, 当  $\Delta = 0$  时, 外势呈完全对称形状.

此外, (1) 式中  $\xi_i(t)$  表示均值为零的高斯白噪声, 其统计行为描述如下:

$$\langle \xi_i(t) \rangle = 0,$$

$$\langle \xi_i(t) \xi_j(t') \rangle = 2D \delta_{ij} \delta(t - t'), \quad i, j = 1, 2, \quad (3)$$

其中,  $D$  为热噪声强度, 且满足  $D = k_B T_0$  关系,  $k_B$  为玻尔兹曼常数,  $T_0$  为系统的环境温度.

本文研究的耦合粒子主要受非互易的弹性相互作用, 其相互作用势能由  $V(x_1, x_2)$  表示, 即:

$$V(x_1, x_2) = \frac{1}{2} k_i (x_1 - x_2 - a)^2, \quad i = 1, 2, \quad (4)$$

式中,  $a$  表示耦合自由长度. 由于本文主要研究非互易相互作用对耦合布朗粒子定向输运的影响, 因此这里选取布朗粒子间的耦合强度系数  $k_i$  不同, 即  $k_1 \neq k_2$ . 为了研究不同耦合强度对布朗粒子定向输运的影响, 本文进一步引入了一个新的参量, 即非互易耦合强度系数比  $\mu$  ( $\mu = k_1/k_2$ ). 由于  $k_1 \neq k_2$ , 也就是说两个耦合布朗粒子间的弹性相互作用无法抵消, 因此本文研究的耦合粒子间的相互作用不满足牛顿第三定律. 此外, 由 (4) 式可知两个耦合布朗粒子处在同一位置时的排斥力大小分别为  $k_1 a$  和  $k_2 a$ , 即非无穷大 (有限值). 所以在白噪声 (涨落

力)的作用下非互易耦合布朗粒子的位置会发生交换. 因此, 为了更加详细地分析非互易相互作用对耦合布朗粒子运动的影响, 本文进行了两方面的讨论:

1) 当耦合布朗粒子间的距离  $\Delta x = |x_1 - x_2|$  小于耦合自由长度  $a$  时, 两个粒子将会相互“排斥”. 若第 2 个布朗粒子在第 1 个布朗粒子前面, 两个粒子位置如图 1 所示. 图中  $F_1$  表示第 2 个布朗粒子对第 1 个布朗粒子的作用力,  $F_2$  表示第 1 个布朗粒子对第 2 个布朗粒子的作用力. 同时假设第 1 个布朗粒子受到的弹簧力(大小)大于第 2 个布朗粒子受到的弹簧力(大小), 其受力分析如图 1 所示.

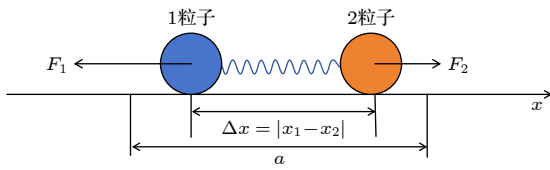


图 1  $|x_1 - x_2| < a$  时, 非互易耦合布朗粒子的受力分析图示  
Fig. 1. At  $|x_1 - x_2| < a$ , the force analysis diagram of non-reciprocally coupled Brownian particles.

根据图 1 所示, 两个耦合布朗粒子间的非互易弹性相互作用可表示为

$$F_1 = k_1 (|x_1 - x_2| - a), \quad (5a)$$

$$F_2 = -k_2 (|x_1 - x_2| - a). \quad (5b)$$

若第 2 个布朗粒子在第 1 个布朗粒子后面, 则两个耦合布朗粒子间的非互易弹性相互作用情况与(5)式相反.

2) 当两个布朗粒子间的距离  $\Delta x = |x_1 - x_2|$  大于耦合自由长度  $a$  时, 则两个耦合粒子会相互“吸引”. 若第 2 个布朗粒子在第 1 个布朗粒子后面, 两个粒子的位置和受力分析如图 2 所示(假设与符号表示同图 1).

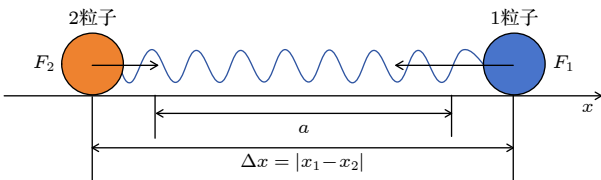


图 2  $|x_1 - x_2| > a$  时, 非互易耦合布朗粒子的受力分析图示  
Fig. 2. At  $|x_1 - x_2| > a$ , the force analysis diagram of non-reciprocally coupled Brownian particles.

此时, 两个耦合布朗粒子间的非互易弹性相互作用可由下式表示:

$$F_1 = -k_1 (|x_1 - x_2| - a), \quad (6a)$$

$$F_2 = k_2 (|x_1 - x_2| - a). \quad (6b)$$

若第 2 个布朗粒子在第 1 个布朗粒子前面, 则两个耦合布朗粒子间的非互易弹性相互作用与(6)式相反.

本文采用耦合布朗粒子的质心平均速度来描述棘轮的定向输运行为. 在长时间的统计平均下, 耦合粒子的质心平均速度可由下式进行计算:

$$\langle V \rangle = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \int_0^T \dot{x}_i(t) dt, \quad (7)$$

其中,  $\langle \dots \rangle$  表示系综平均,  $T$  为耦合粒子的演化时间,  $N$  为粒子数.

本文采用二阶龙格-库塔算法进行数值计算. 为得到稳定的系综平均值, 步长取  $h = 1 \times 10^{-3}$ , 并模拟了  $8 \times 10^3$  个轨道, 粒子数  $N = 2$ . 本文所有的物理量已采用无量纲化处理.

### 3 结果与讨论

本文通过数值模拟, 系统分析了耦合自由长度  $a$ 、热噪声强度  $D$ 、非对称系数  $\Delta$ 、外势高度  $U_0$ 、非互易耦合强度系数比  $\mu$  等参量对耦合粒子定向运输的影响.

图 3 所示为不同热噪声强度  $D$  下, 非互易耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle$  随耦合自由长度  $a$  变化的曲线. 从图 3 可以发现, 当耦合自由长度较小时

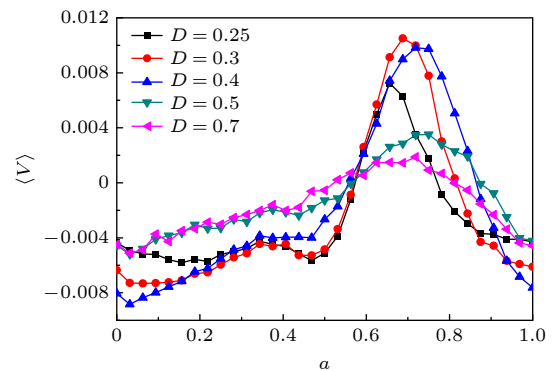


图 3 不同热噪声强度  $D$  下, 耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle$  随耦合自由长度  $a$  变化的曲线, 其中  $\Delta = 1.0$ ,  $U_0 = 0.5$ ,  $\mu = 5.0$ ,  $k_2 = 3.0$

Fig. 3. The curve of the average velocity  $\langle V \rangle$  of coupled Brownian particles as a function of the coupling free length  $a$  under different thermal noise intensities  $D$ , where  $\Delta = 1.0$ ,  $U_0 = 0.5$ ,  $\mu = 5.0$ ,  $k_2 = 3.0$ .

(如  $0 < a < 0.2$ ), 耦合布朗粒子的平均速度为一个较小的负值, 具体解释将在下文进行详细说明. 随着自由长度的增大, 如在  $0.2 < a < 0.7$  范围变化时, 耦合布朗粒子的平均速度大体上随耦合自由长度的增大而增大, 并且平均速度逐渐从负值变为正值, 说明耦合系统发生了流反转现象. 同时, 研究还发现在合适的耦合自由长度下, 平均速度还能达到极大值 (两个). 这一结果表明合适的自由长度还能促进耦合粒子的定向输运. 同样地, 关于流反转和极大值的讨论下文将给出详细的分析. 当耦合自由长度继续增大时, 耦合布朗粒子的平均速度再次由正值变为负值. 从整体上来看, 随着自由长度的增大, 耦合布朗粒子的平均速度呈“负-正-负”的变化趋势, 也就是说耦合系统发生了两次流反转现象.

为了详细分析上述流反转等现象, 本文以  $D = 0.4$  为例, 分别计算了当  $a = 0.04, 0.725, 0.9$  时耦合粒子受到的合外力的系综平均值. 当  $a = 0.04$  时, 耦合布朗粒子受到的合外力的系综平均值  $\langle F \rangle = -8.79$ , 为负值. 说明耦合粒子更容易向负方向运动, 故在小自由长度下耦合布朗粒子的流为负. 当自由长度  $a = 0.725$  时, 通过数值计算与比较发现此时耦合系统合外力的系综平均值  $\langle F \rangle = 19.40$ , 为正的极大值. 说明, 在合适的自由长度下耦合粒子的定向输运能够达到极大值. 此外, 自由长度在上述两值的变化过程中, 耦合粒子的运动还可以反向. 当继续增大自由长度, 如  $a = 0.9$  时, 计算发现合外力的系综平均值  $\langle F \rangle = -7.40$ , 为负值, 说明在相对较大的弹簧自由长度下耦合粒子的运动又重新回到负方向. 上述分析表明自由长度不仅能够促进耦合系统的定向输运, 同时在一定条件下还能诱导耦合系统流反转现象的产生. 这一结果表明, 通过改变自由长度还能控制耦合系统定向输运的方向.

此外, 从图中还可以发现在较小的热噪声强度下 (如  $D = 0.25, 0.3, 0.4$ ), 非互易耦合布朗粒子的平均速度大体上随耦合自由长度的增大而缓慢上升, 且耦合系统产生一个较小的峰值. 随着耦合自由长度的继续增大, 此时热噪声和非互易弹簧耦合作用相互促进, 耦合粒子的平均速度会迅速增大, 同时系统还能产生第 2 个较大的峰值. 然而, 在中高等热噪声强度下 (如  $D = 0.5, 0.7$ ), 平均速度随耦合自由长度的变化整体上较为平稳, 此时热噪声

作用增强, 故在小自由长度情况下耦合粒子的第 1 个峰值被热噪声明显抑制. 同时耦合系统的第 2 个峰值在一定条件下也会随噪声强度的增大而减小. 上述分析表明一定条件下噪声强度也会影响耦合系统的定向输运. 关于噪声对耦合系统定向输运的影响下文将会进行详细讨论.

在不同的非对称系数  $\Delta$  下, 非互易耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle$  随热噪声强度  $D$  变化的曲线如图 4 所示. 当热噪声强度很小时 (如  $D < 0.2$ ), 耦合布朗粒子的热运动较弱, 此时粒子很难跨越外势, 所以非互易耦合布朗粒子几乎不会产生定向运动. 随着热噪声强度的不断增大, 耦合布朗粒子的热运动开始逐渐剧烈起来, 由此导致粒子跨越外势的概率增大, 因此耦合粒子的平均速度 (绝对值) 逐渐增加并能达到极大值. 然而, 当热噪声强度非常大时 (如  $D > 0.8$ ), 耦合布朗粒子的热运动非常剧烈, 外势的作用几乎可以忽略, 此时非互易耦合布朗粒子做无规则的热运动, 所以平均而言耦合粒子几乎不会产生定向运动. 此外, 还可以发现在一定的热噪声条件下, 非对称系数的变化还能导致耦合粒子流反转的产生, 关于这一现象将在下面进行详细讨论.

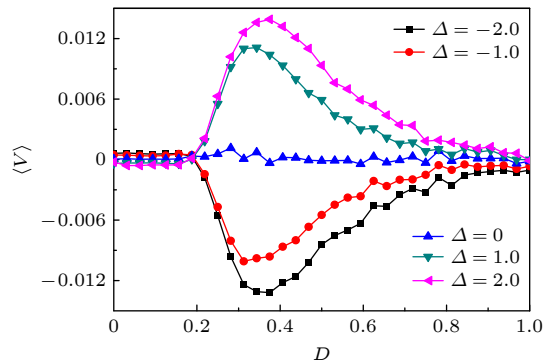


图 4 不同非对称系数  $\Delta$  下, 耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle$  随热噪声强度  $D$  变化的曲线, 其中  $a = 0.7, U_0 = 0.5, \mu = 5.0, k_2 = 3.0$ .  
Fig. 4. The curve of the average velocity  $\langle V \rangle$  of coupled Brownian particles with varying thermal noise intensity  $D$  under different asymmetric coefficients  $\Delta$ , where  $a = 0.7, U_0 = 0.5, \mu = 5.0, k_2 = 3.0$ .

图 5 给出了在不同非对称周期势的高度  $U_0$  下, 非互易耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle$  随非对称系数  $\Delta$  变化的曲线. 由图 5 可以发现, 当  $\Delta > 0$  时, 耦合粒子的平均速度为正值; 当  $\Delta = 0$  时, 耦合粒子的平均速度为 0; 当  $\Delta < 0$  时, 耦合粒子的平均速度为负值. 关于非对称系数对布朗粒子运动方向

的影响可解释如下: 当  $\Delta > 0$  时, 非对称棘轮势的形状如图 5 插图所示, 此时若非互易耦合布朗粒子处于势阱底部, 可以清楚地看到粒子右侧势阱形状呈现出更缓的特征. 关于外势形状对布朗粒子定向运动的影响, 艾保全等<sup>[26]</sup>的研究表明当周期外势处于非对称时, 一定条件下耦合布朗粒子向缓坡运动的概率会大于向陡坡运动的概率. 这一结果表明, 当非对称系数  $\Delta > 0$  时, 粒子会向坐标轴的正方向运动, 由此耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle > 0$ . 同理, 当  $\Delta < 0$  时, 非对称周期外势形状与上述分析情况相反, 平均而言粒子向负方向运动的概率更大, 故耦合布朗粒子平均速度  $\langle V \rangle < 0$ . 当  $\Delta = 0$  时, 外势完全对称, 此时平均而言粒子向势两侧运动的概率相等, 由此布朗粒子很难产生定向运动, 故非互易耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle \rightarrow 0$ . 综上所述, 只有当外势的不对称参量  $\Delta$  取合适值时, 非互易耦合布朗粒子的平均速度才能达到极值. 此外, 由图 5 还可以发现, 随着非对称周期势高度的逐渐增大, 耦合布朗粒子平均速度的峰值呈非单调的变化关系. 关于外势高度的影响还将在下面进行详细讨论.

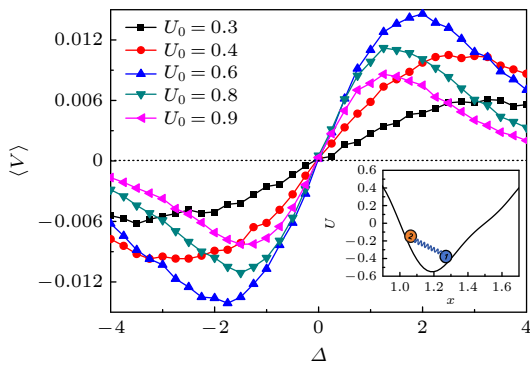


图 5 不同非对称周期势的势垒高度  $U_0$  下, 耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle$  随非对称系数  $\Delta$  变化的曲线, 其中  $a = 0.7$ ,  $D = 0.4$ ,  $\mu = 5.0$ ,  $k_2 = 3.0$

Fig. 5. The curve of the average velocity  $\langle V \rangle$  of coupled Brownian particles as a function of the asymmetry coefficient  $\Delta$  under different barrier heights  $U_0$  of asymmetric periodic potentials, where  $a = 0.7$ ,  $D = 0.4$ ,  $\mu = 5.0$ ,  $k_2 = 3.0$ .

图 6 给出了不同非互易耦合强度系数比  $\mu$  下, 耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle$  随非对称周期外势高度  $U_0$  变化的曲线. 由图 6 可以清楚地发现, 当  $\mu = 1.0$  时耦合布朗棘轮的平均速度曲线都在 0 附近, 说明互易情况下耦合布朗棘轮的平均速度几乎趋于 0, 这意味着一定条件下互易棘轮很难产生定

向运动. 当非对称周期势的高度很小时, 即  $U_0 \rightarrow 0$  时, 布朗粒子向势两侧运动的概率几乎相等, 粒子近似做自由运动, 由此耦合系统的粒子流趋于零. 然而, 随着外势高度的缓慢增加, 研究发现在较小的外势高度处系统能够产生一个微弱的负值. 为了解释这一现象, 下面以  $\mu = k_1/k_2 = 6.0$ ,  $U_0 = 0.01$  为例进行分析. 此时  $k_1 = 6k_2$ , 两个耦合粒子的内力无法完全抵消, 数值计算结果发现耦合布朗粒子受到合外力的系综平均值  $\langle F \rangle = -0.21$ , 为负值, 这一微弱的负力会导致耦合系统向负方向发生定向运动. 然而, 随着非对称周期外势高度的继续增加, 耦合粒子的运动将会被整流, 导致粒子的平均速度逐渐增加. 这一结果表明, 一定情况下外势高度能够促进非互易耦合粒子的定向输运. 特别地, 当外势高度达到合适值时, 耦合布朗粒子的平均速度还能够达到极大值, 说明合适的外势高度能够使耦合布朗粒子的定向输运达到最大化. 然而, 当非对称周期势的高度非常大, 即  $U_0 \rightarrow \infty$  时, 由于外势非常高, 耦合布朗粒子很难跨越外势并会被困在势阱中. 此时较高的外势抑制了非互易耦合系统的定向运动, 因此耦合粒子的定向输运会再次趋近于 0 ( $\langle V \rangle \rightarrow 0$ ). 从图 6 还可以发现, 在一定的势垒高度下随着非互易耦合强度系数比的增加, 耦合布朗粒子平均速度的峰值仍呈非单调的变化关系. 关于耦合强度系数比的影响将在下文进行详细讨论.

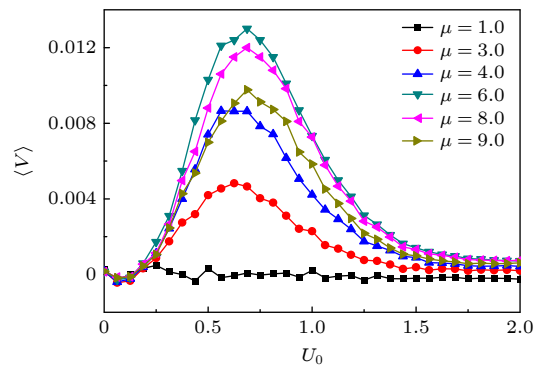


图 6 不同非互易耦合强度系数比值  $\mu$  下, 耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle$  随非对称周期势的高度  $U_0$  变化的曲线, 其中  $a = 0.7$ ,  $D = 0.4$ ,  $\Delta = 1.0$ ,  $k_2 = 3.0$

Fig. 6. The curve of the average velocity  $\langle V \rangle$  of coupled Brownian particles varying with the height  $U_0$  of the asymmetric periodic potential under different non-reciprocal coupling strength coefficient ratios  $\mu$ , where  $a = 0.7$ ,  $D = 0.4$ ,  $\Delta = 1.0$ ,  $k_2 = 3.0$ .

图 7 给出了不同自由长度  $a$  下, 耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle$  随非互易耦合强度系数比  $\mu$  变化

的曲线. 从图 7 可发现, 在  $\mu$  存在的条件下, 非互易耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle \neq 0$ , 说明非互易相互作用能够促进耦合系统定向运输的产生, 这一有趣的现象在以往的文献中很少研究. 最近 Lachance<sup>[18]</sup> 等确实在实验中证实, 细胞间非互易相互作用的产生能够使人脐静脉内皮细胞、肾上皮细胞和转移性乳腺癌细胞进行群体迁移.

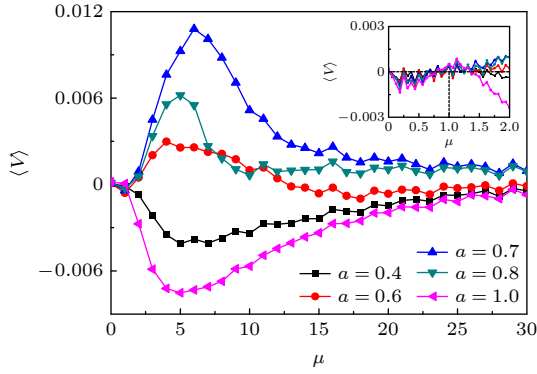


图 7 不同耦合自由长度  $a$  下, 耦合布朗粒子的平均速度  $\langle V \rangle$  随非互易耦合强度系数比  $\mu$  变化的曲线, 其中  $D = 0.4$ ,  $\Delta = 1.0$ ,  $U_0 = 0.5$ ,  $k_2 = 3.0$

Fig. 7. The curve of the average velocity  $\langle V \rangle$  of coupled Brownian particles as a function of the non-reciprocal coupling strength coefficient ratio  $\mu$  under different coupling free lengths  $a$ , where  $D = 0.4$ ,  $\Delta = 1.0$ ,  $U_0 = 0.5$ ,  $k_2 = 3.0$ .

研究还发现, 在小  $\mu$  情况下, 即当非互易耦合强度系数比  $\mu = k_1/k_2$  趋于 0 时 ( $k_1 \rightarrow 0$ ,  $k_1 \ll k_2$ ), 此时粒子 2 的耦合强度远远大于粒子 1, 由此粒子 1 对耦合系统的影响可以忽略, 棘轮整体的运动几乎由粒子 2 受到的合外力  $F_2$  决定. 在这种情况下, 从图 7 可以发现耦合布朗粒子平均速度非常小且为负值. 本文以  $a = 0.7$ ,  $\mu = 0.0005$  为例, 计算了非互易耦合布朗粒子所受到的合外力的系综平均值  $\langle F \rangle = -0.19$ . 这一数值结果表明此时非互易耦合布朗粒子确实能够产生微弱的负流. 为了更深入地研究  $\mu$  对平均速度的影响, 图 7 中又增加了非互易强度系数比  $\mu$  在 (0, 2.0) 范围内变化的插图. 当  $\mu = 1.0$  时 (互易棘轮), 由插图可以清楚地发现几条平均速度曲线几乎都交到了  $\langle V \rangle = 0$  的位置. 这意味着耦合布朗棘轮的平均速度几乎趋于 0, 即一定条件下互易棘轮很难产生定向运动. 同时, 研究还发现在合适的非互易耦合强度系数比下, 耦合布朗粒子的定向运输能够产生极值. 例如, 在  $a = 0.7$ ,  $\mu = 5.0$  的条件下, 通过数值比较与分析发现此时

耦合布朗粒子受到的合外力的系综平均值  $\langle F \rangle = 15.89$ , 耦合系统受到的合外力最大, 因此耦合布朗粒子的定向运输能够达到极大值. 这一结果表明合适的非互易相互作用能够增强耦合粒子的定向运输. 这与 Ai 等<sup>[28]</sup> 研究的具有非互易相互作用的混合布朗粒子在二维周期势中的定向运输研究结果相吻合. 然而, 在大  $\mu$  的情况下, 即耦合强度系数比  $\mu$  趋于  $\infty$ , 即  $k_1 \rightarrow \infty$ ,  $k_1 \gg k_2$ , 此时 1 粒子的耦合强度  $k_1$  远远大于粒子 2, 2 粒子对系统的影响可以忽略. 与上述的分析类似, 1 粒子受到的合外力  $F_1$  几乎决定系统整体的运动方向. 从图 7 可以发现, 当  $\mu$  较大时耦合布朗粒子的平均速度趋于一个较小的稳定值. 本文以  $a = 0.7$ ,  $\mu = 30.0$  为例, 计算了耦合布朗粒子所受到的合外力的系综平均值  $\langle F \rangle = 0.33$ , 说明耦合布朗粒子的平均速度在大  $\mu$  情况下仍然能够产生一个较小的非零值. 此外, 由图 7 还可以发现, 在一定  $\mu$  的条件下随着耦合自由长度的增大, 粒子流从负向转为正向后又再次变为负向, 说明耦合系统产生了两次流反转现象. 且随耦合自由长度的增大, 非互易耦合布朗粒子的平均速度仍呈非单调的变化, 这正是图 3 所得到的结果.

## 4 结 论

本文研究了具有非互易相互作用棘轮的定向运输问题. 通过建立非互易耦合布朗棘轮模型, 探讨了耦合自由长度、热噪声强度、非互易耦合强度系数比等参量对耦合布朗粒子定向运输的影响. 研究发现, 通过调节耦合自由长度, 可以控制耦合布朗粒子定向运输的方向, 并能实现非互易耦合布朗粒子的流反转. 同时, 存在一个最优的耦合强度系数比, 能使非互易耦合布朗粒子的定向运输达到最强. 这一研究结果表明非互易相互作用确实能够增强耦合系统的定向运输.

今后, 在具有非互易相互作用的耦合布朗粒子的相关实验中, 通过调节耦合自由长度、热噪声强度、非对称系数、外势高度和非互易耦合强度系数比等参量, 可以实现系统的定向运输控制, 甚至能够诱导系统的流反转. 在未来的研究中, 可进一步探索非互易相互作用在多粒子系统中的群集行为, 特别是在复杂环境下的动力学机制. 基于本文非互易耦合布朗粒子定向运输的研究结果, 有望开发出更

加高效、特异性的药物输送系统. 此外, 结合相关实验和理论研究, 可更加深入地理解非互易相互作用在自然界和人工纳米系统中的规律性和普适性.

### 参考文献

- [1] Bowick M J, Fakhri N, Marchetti M C, Ramaswamy S 2022 *Phys. Rev. X* **12** 010501
- [2] You Z, Baskaran A, Marchetti M C 2020 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **117** 19767
- [3] Scheibner C, Souslov A, Banerjee D, Surówka P, Irvine W T, Vitelli V 2020 *Nat. Phys.* **16** 475
- [4] Gupta R K, Kant R, Soni H, Sood A K, Ramaswamy S 2020 *Phys. Rev. E* **105** 064602
- [5] He Y F, Ai B Q, Dai C X, Song C, Wang R Q, Sun W T, Liu F C, Feng Y 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 075001
- [6] Xiong L Y, Cao Y S, Cooper R, Rappel W J, Hasty J, Tsimring L 2020 *Elife* **9** e48885
- [7] Theveneau E, Steventon B, Scarpa E, Garcia S, Trepat X, Streit A, Mayor R 2013 *Nat. Cell Biol.* **15** 763
- [8] Saha S, Ramaswamy S, Golestanian R 2019 *New. J. Phys.* **21** 063006
- [9] Soto R, Golestanian R 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 068301
- [10] Sompolinsky H, Kanter I 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 2861
- [11] Brunel N 2000 *J. Comput. Neurosci.* **8** 183
- [12] Golomb D, Hansel D 2000 *Neural Comput.* **12** 1095
- [13] Boergers C, Kopell N 2003 *Neural Comput.* **15** 509
- [14] Loos S A, Klapp S H, Martynec T 2023 *Phys. Rev. Lett.* **19** 130
- [15] Fruchart M, Littlewood P B, Hanai R 2020 *Nature* **592** 7854
- [16] Poncet A, Bartolo D 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 048002
- [17] Fruchart M, Hanai R, Littlewood P B, Vitelli V 2021 *Nature* **592** 363
- [18] Lachance J, Suh K, Clausen J, Cohen D J 2022 *Plos Comput. Biol.* **18** e1009293
- [19] Dzubielia J, Lowen H 2003 *Phys. Rev. Lett.* **24** 91
- [20] Lisin E A, Petrov O F, Sametov E A 2020 *Sci. Rep.* **10** 13653
- [21] Sabass B, Seifert U 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 218103
- [22] Sriram I, Furst E M 2012 *Soft Matter* **8** 3335
- [23] Felipe J, Harmon K J, Nguyen T D 2020 *Phys. Rev. Res.* **2** 043244
- [24] Bhattacharjee, Hayakawa M, Shibata T 2024 *Soft Matter* **20** 2739
- [25] Kreienkamp K L, Klapp S H 2022 *New J. Phys.* **24** 123009
- [26] Li C P, Chen H B, Zheng Z G 2017 *Front. Phys.* **12** 120507
- [27] Archana G R, Barik D Physica A 2024 *Physica. A* **650** 129992
- [28] Ai B Q 2023 *Phys. Rev. E* **108** 064409

# Directional transport of non-reciprocal coupled Brownian particles\*

FU Tianqi<sup>1)</sup> SHEN Boyang<sup>1)</sup> MA Xinran<sup>1)</sup> HUANG Renzhong<sup>1)</sup>  
 FAN Liming<sup>1)</sup> AI Baoquan<sup>2)</sup> GAO Tianfu<sup>1)†</sup> ZHENG Zhigang<sup>3)4)‡</sup>

1) (*College of Physical Science and Technology, Shenyang Normal University, Shenyang 110034, China*)

2) (*School of Physics, South China Normal University, Guangzhou 510006, China*)

3) (*Institute of Systems Science, Huaqiao University, Xiamen 361021, China*)

4) (*College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China*)

( Received 27 May 2025; revised manuscript received 2 July 2025 )

## Abstract

In recent years, the physics of systems with non-reciprocal interactions has received increasing attention. Systems with non-reciprocal interactions are existent in soft matters, active matters, as well as biological and artificial nanoscale systems. The directional transport of coupled Brownian particles with nonreciprocal interactions is investigated by establishing a nonreciprocal coupled Brownian ratchet model. The effects of parameters such as the coupling free length, thermal noise intensity, and the ratio of nonreciprocal coupling strength coefficients on the directional transport of ratchets are systematically examined in this work.

The research result reveals that the flow reversal of particles can be induced by adjusting the coupling free length. Meanwhile, there exists an optimal ratio of coupling strength coefficients that maximizes the directional transport of the nonreciprocally coupled Brownian particles. These findings demonstrate that the nonreciprocal interactions indeed enhance the directional transport of coupled system. Additionally, directional transport control can be achieved by modulating parameters such as thermal noise intensity, asymmetry coefficient, and external potential barrier height. Future research may further explore the dynamical mechanisms of nonreciprocal interactions in complex environments, especially the swarm behaviors in many-particle systems. Furthermore, by combining relevant experimental and theoretical studies, deeper insights can be gained into the regularity and universality of non-reciprocal interactions in both natural and artificial nanoscale systems.

**Keywords:** non-reciprocal interaction, coupled Brownian particles, center-of-mass mean velocity, current reversal

**PACS:** 05.40.-a, 02.50.-r, 05.40.Jc, 05.60.-k

**DOI:** [10.7498/aps.74.20250689](https://doi.org/10.7498/aps.74.20250689)

**CSTR:** [32037.14.aps.74.20250689](https://www.cstr.org.cn/32037.14.aps.74.20250689)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12375031, 11875135) and the Postgraduate Education Reform Project of Shenyang Normal University, China (Grant No. YJSJG320240062).

† Corresponding author. E-mail: [tianfugao@synu.edu.cn](mailto:tianfugao@synu.edu.cn)

‡ Corresponding author. E-mail: [zgzheng@hqu.edu.cn](mailto:zgzheng@hqu.edu.cn)



## 非互易耦合布朗粒子的定向输运

付天琦 申伯洋 马欣然 黄仁忠 范黎明 艾保全 高天附 郑志刚

### Directional transport of non-reciprocal coupled Brownian particles

FU Tianqi SHEN Boyang MA Xinran HUANG Renzhong FAN Liming AI Baoquan GAO Tianfu  
ZHENG Zhigang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 170501 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250689

CSTR: 32037.14.aps.74.20250689

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250689>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 非保守力作用下二维耦合布朗粒子的定向输运

Directional transport of two-dimensional coupled Brownian particles subjected to nonconserved forces

物理学报. 2023, 72(4): 040501 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221741>

#### 空间非均匀摩擦棘轮的输运性能

Transport performance of spatial non-uniform friction ratchets

物理学报. 2021, 70(23): 230201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210802>

#### 非互易拓扑光子学

Non-reciprocal topological photonics

物理学报. 2024, 73(6): 064201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231850>

#### 具有吸引作用的活性布朗粒子的团簇行为和自发速度对齐

Cluster behavior and spontaneous velocity alignment of active Brownian particles with attractive interactions

物理学报. 2025, 74(6): 060501 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241746>

#### Duffing振子型结构声系统中声能量非互易传递的建模和实验研究

Modeling and experimental study of non-reciprocal acoustic energy transfer in vibro-acoustic Duffing oscillator

物理学报. 2022, 71(10): 104301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212181>

#### 闭合回路相干增益原子系统中完美非互易反射光放大

Perfect non-reciprocal reflection amplification in closed loop coherent gain atomic system

物理学报. 2024, 73(12): 126401 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240347>