

随机超网络中标度律的涌现: 航运网络探索*

郭墨华¹⁾ 郭鹏¹⁾ 苗瑞^{1)2)†} 郭进利^{3)4)‡} 袁源⁴⁾

1) (上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240)

2) (上海交通大学海洋工程全国重点实验室, 上海 200240)

3) (延安大学西安创新学院, 西安 710100)

4) (上海理工大学管理学院, 上海 200093)

(2025年6月20日收到; 2025年9月10日收到修改稿)

复杂网络是刻画和分析复杂系统强有力的工具, 广泛应用于交通运输、港口管理、物理学、管理学、社会学、技术和生物等领域. 在过去的二十多年, 网络科学取得了蓬勃发展, 从只考虑两个个体之间的相互作用的网络发展为刻画包含两个以上节点交互作用的超网络. 本文首先介绍超网络中集团等概念; 其次, 提出团随机驱动的超网络演化模型, 利用泊松过程理论获得节点度累积分布的近似表达式和节点度分布的幂律指数; 最后, 通过计算机仿真和实际数据实证验证理论分析. 结果表明, 团随机驱动的超网络演化模型连接机制简单, 但节点度分布表现出幂律现象; 反映出在高阶结构网络中, 增长和团随机连接涌现出标度律.

关键词: 复杂网络, 超网络, 高阶网络, 超图, 单纯复形

PACS: 89.75.Fb, 02.10.Ox, 89.75.-k, 89.20.Ff

DOI: 10.7498/aps.74.20250803

CSTR: 32037.14.aps.74.20250803

1 引言

1999年之前, 复杂网络研究长期受 Erdős-Rényi (ER) 随机图模型主导, 人们通常使用 ER 模型描述现实系统中的网络. 然而, 20世纪90年代末研究者们发现许多实际网络的度分布不满足 ER 模型的 Poisson 度分布, 而表现出幂律分布的现象^[1-3]. 1999年, Barabási 和 Albert^[4] 根据现实网络度分布的幂律现象提出了著名的无标度网络模型 (即 BA 模型), 由此开启了复杂网络研究的热潮. 复杂网络的应用领域广泛, 如在物理学、计算机科学、港口码头集装箱管理和交通运输等领域均有应用. BA 模型之所以广受关注, 是因为其给

出了网络形成幂律分布的一个重要机制, 即增长和按照节点度择优连接. 现实系统极其复杂, 几乎没有一个模型能完全刻画现实网络. 更是因为实际网络的多样性和复杂性, 人们不断地建立复杂网络演化模型, 寻求形成幂律度分布的演化机制^[5,6]. 什么样的演化机制好? 自然是在能近似描述实际系统的基础上, 越简单的演化机制越好.

在过去的二十多年里, 网络成了理解复杂系统的重要工具之一. 随着科学技术的进步, 现实系统的复杂性不断增加, 传统网络比较难完全刻画具有多交互的现实系统, 用超网络刻画更直观和简洁. 例如: (i) 港口为节点, 航线作为边; (ii) 货物为节点, 船只作为边, 在同一只船上运过的货物视为在同一边上; (iii) 泊位为节点, 船只作为边, 同一

* 国家自然科学基金 (批准号: 71971139, 71571119) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: miaorui@sjtu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: phd5816@163.com

只船停放过的泊位视为在同一条边上; 这些航运网络和 (iv) 假设微信群成员相互为好友, 群成员为节点, 微信群作为边的网络都具有多交互作用. 对于多交互作用的系统用超网络表示比较简洁.

近年来出现了能够描述多重交互作用的高阶结构网络 (高阶网络或超网络). 高阶结构网络的研究逐渐引起了学者们的重视 [7-22]. 我们所说的高阶结构网络是指超图或单纯复形形成的网络 [7,8]. Boccaletti 等 [7] 讨论了超图与单纯复形之间的关系. 基于单纯复形的高阶结构网络, 优点是可以利用代数拓扑的理论研究网络的高阶结构, 缺点是定义抽象, 而且把单纯复形的每个面都当作超边, 处理起来很麻烦. 基于超图的高阶结构网络 (或称超网络) 的定义比较直观, 更符合现实中的高阶结构系统, 但处理高阶关系需要更复杂的数学和更大的计算量. 高阶结构网络的实证研究主要集中在确定真实系统的网络特征. 如胡枫等 [9] 以蛋白质为节点, 以复合物为超边构建了一个超网络, 分析了网络的结构特征, 确定了关键蛋白质; 张科等 [10] 实证分析了货物交易超网络、英语单词超网络、电影演员合作超网络和科学家合作超网络的组度分布.

在基于超图的超网络演化模型方面, 网络的增长可能涉及节点的批量添加. Wang 等 [11] 提出了一个超网络演化模型, 使用增长和优先连接机制生成超网络. 在该模型中, 每次增加 m_1 个新节点, 这些节点与网络中已有的一个节点结合形成一条超边, 每个时间步只增加一条超边. 胡枫等 [12] 提出了另一种超网络演化模型, 该模型与 Wang 等 [11] 提出的模型使用相同的择优连接机制. 每次添加一个新节点, 它与网络中已有的 m_2 个节点结合形成一条超边, 并且在每个时间步长只添加一条超边. 郭进利和祝昕昀 [13] 统一了文献 [11] 和文献 [12] 中的模型. 胡枫等 [14] 建立了科研合作超网络演化模型. 超网络中的演化模型基本上都是关注超度分布.

在基于单纯形的高阶结构网络演化模型方面, 一个重要的模型是“具有特色的网络几何”(network geometry with flavor, NGF) 演化模型. 该模型在生长过程的每个时间步增加 1 个 $(d+1)$ 维单纯形, 新节点选择已有的 d 维单纯形的广义度择优连接 [15,16]. Fountoulakis 等 [17] 引入了在添加新单纯形时删除现有单纯形的演化模型. 在高阶网络演化模型中考察网络节点度分布的比较少, 对于 2 维单纯复形 (三角形形成的高阶网络), Kovalenko 等 [18] 提出了

在每个时间步增加多个三角形的高阶网络演化模型, 获得了三角形随机驱动的高阶网络度分布的幂律指数为 3. 人们自然会问: 度分布的幂律指数 3 在单纯形随机驱动的高阶网络中普适吗?

超网络演化模型很好地解决了超度标度律的涌现, 基于单纯形的高阶网络演化模型很好地解决了广义度标度律的涌现, 但它们都很少涉及到节点度的问题. 在复杂网络中完全子图为集团, 其应用涉及网络结构分析、功能理解以及关键节点挖掘等多个方面. 例如, 在社交网络中, 集团可能代表具有紧密社交联系的小群体; 在生物网络中, 集团可能代表具有特定生物功能的蛋白质或基因群体. 网络中集团度是衡量网络均衡性的一个重要指标, 它是网络节点度的推广. 周涛等 [23] 通过实证验证了集团度的幂律分布是独立于幂律度分布之外的真实网络新的统计特性. 复杂网络中集团、高阶网络中的单纯形和超网络中的紧密相关集的本质是一致的. 集团驱动的超网络中是否存在幂律度分布? 本文的主要目的是探讨集团随机驱动的超网络中的标度律涌现, 进而回答上述诸问题.

2 超网络及其集团的概念

假设 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 是一个有限集合. u_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 是集合 U 的元素. 如果 α_i ($i = 1, 2, \dots, L$) 是 U 的非空子集, 且 $\bigcup_{i=1}^L \alpha_i = U$, 记 $E^h = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_L\}$, 则称 (U, E^h) 是一个超图 [24], 简记为 $H = (U, E^h)$. U 的元素称为超图的节点, E^h 中的元素称为超图的超边. 如果超边 α_i 包含 $|\alpha_i|$ 个节点 ($i = 1, 2, \dots, L$), 则称超边 α_i 为 $|\alpha_i|$ 元超边 ($i = 1, 2, \dots, L$). 2 元超边为普通网络中的边. 称 $r(H) = \max_{1 \leq i \leq L} |\alpha_i|$ 为超图 H 的上秩, 称 $s(H) = \min_{1 \leq i \leq L} |\alpha_i|$ 为超图 H 的下秩. 如果两个节点属于同一条超边, 则称这两个节点邻接; 如果两条超边的交集不空, 则称这两条超边邻接. 随时间演化的超图 $H(t) = (U(t), E^h(t))$ 被称为超网络. 将超网络中相邻节点用一条边连接, 去掉重边形成的网络称为超网络的骨架网络. 称超网络中超边的子集为集团, 简称团. 骨架网络中的完全子图是超网络中的集团. 如果集团包含 m 个节点, 则称这个集团为 m 元集团. 由于超网络中两个节点相邻的定义是这两个节点在同一条超边中, 因此, m 元集团就是超网络中的 m 元紧密相关集 [22], 也是复杂网络中 m 个节点的完全子图和

高阶网络中的 $(m - 1)$ 维单纯形^[15]. 1 元集团是节点, 2 元集团为传统网络中的边, 3 元集团为高阶网络中的三角形^[15]. 4 元集团为高阶网络中的四面体^[15]. 如果两条超边共同包含一个 m 元集团, 则称这两条超边 m 相邻. 如果超网络中的超边均是 d 元超边, 则称这个超网络是 d 均匀 (均齐) 超网络. 2 均匀超网络是传统网络. 由此可见, 超网络是网络的推广. 下文假设 $H(t) = (U(t), E^h(t))$ 为 $(d + 1)$ 均匀超网络, $L = |E^h(t)|$, 其中 t 表示时间.

3 团随机驱动的超网络中标度律的涌现

Barabási 等^[25] 在分析 BA 模型时, 为了将节点的度与概率分布联系起来, 人为假设节点等时间间隔到达网络和节点的到达时刻服从均匀分布. 这个假设不一定符合现实系统. 在实际网络中, 节点是随机到达的, 节点的到达时刻也不一定服从均匀分布. 由此可见, 在建立网络模型时引入随机过程不仅符合实际系统节点连续增长现象, 而且可以利用随机过程理论分析模型. 本节提出团随机驱动的超网络演化模型如下.

1) Poisson 增长: 在时刻 $t = 0$, 网络从 m_0 个 d ($d \geq 2$) 元集团开始. 节点到达服从强度 λ 的 Poisson 过程. 当一个新节点到达网络时, 新增 m 个 $(d + 1)$ 元集团.

2) 随机连接: 这个新节点随机选择一个 d 元集团形成一个新的 $(d + 1)$ 元集团, 共形成 m 个不同的新 $(d + 1)$ 元集团.

图 1 是团随机驱动的超网络按照到达过程 $N(t)$ 演化示意图. $N(t) = 0$ 时, 4 个节点 u_1, u_2, u_3, u_4 , 一条超边 α_1 . $N(t) = 1$ 时, 新节点 u_5 到达, 随机选择团 $\{u_1, u_2, u_3\}$ 形成一条超边 α_2 , 再随机选

择团 $\{u_2, u_3, u_4\}$ 形成另一条超边 α_3 . $N(t) = 2$ 时, 新节点 u_6 到达, 随机选择团 $\{u_2, u_3, u_5\}$ 形成一条超边 α_4 , 再随机选择团 $\{u_2, u_3, u_4\}$ 形成另一条超边 α_5 .

Kovalenko 等^[18] 的随机模型可视为 $d = 2$ 和 $\lambda = 1$ 时的团随机驱动的超网络演化模型, 网络节点度分布的幂律指数为 3. 图 2 是在双对数坐标系中当 $d = 2$ 和 $d = 3$ 时模型的累积度分布模拟值与回归拟合曲线. 可见, 当 $d = 2$ 时, 团随机驱动的超网络演化模型节点的累积度分布的幂律指数约为 2, 度分布的幂律指数约为 3, 与文献 [18] 中的结论相吻合; 当 $d = 3$ 时, 累积度分布的幂律指数约为 1.5, 度分布的幂律指数约为 2.5. 这说明团随机驱动的超网络演化模型节点度分布与驱动元数 d 有关.

记 $N(t)$ 为网络在 t 时刻的节点数, 网络节点的到达过程是强度为 λ 的 Poisson 过程, 在 t 时刻网络节点平均数为 $E[N(t)]$. 记 t_i 为节点 i 进入网络的时刻, $k_i(t)$ 为在时刻 t 节点 i 的度. 在 t 时刻, 网络的 d 元集团数为: $md(N(t) - 1) + m_0 \approx mdN(t)$. 当新节点进入网络时, 每个 d 元团被选中的概率是 $1/(mdN(t))$; 在新节点连接到被选中第 1 个节点条件下, 第 2 个节点被连接的可能有 $(d - 1)$ 种, 忽略第 3 个及以后节点连接的可能性. 假设 $k_i(t)$ 为连续实变量, 因此, 从模型的已知条件可得 $k_i(t)$ 满足如下微分方程:

$$\frac{\partial k_i(t)}{\partial t} = m\lambda(d - 1) \frac{k_i(t)}{mdN(t)}. \quad (1)$$

记 $\tau = 1 + \frac{1}{d - 1}$, 节点数取其期望值, 则:

$$\frac{\partial k_i(t)}{\partial t} \approx \frac{\lambda k_i(t)}{\tau E[N(t)]}.$$

由 Poisson 过程的性质知^[5], $E[N(t)] = \lambda t$. 从上式可以得到:

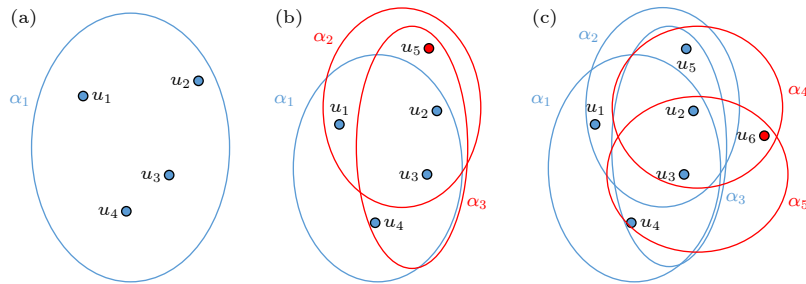


图 1 模型前两步演化示意图 (a) $N(t) = 0$; (b) $N(t) = 1$; (c) $N(t) = 2$

Fig. 1. Schematic illustration of the first two steps of the evolution for the model: (a) $N(t) = 0$; (b) $N(t) = 1$; (c) $N(t) = 2$.

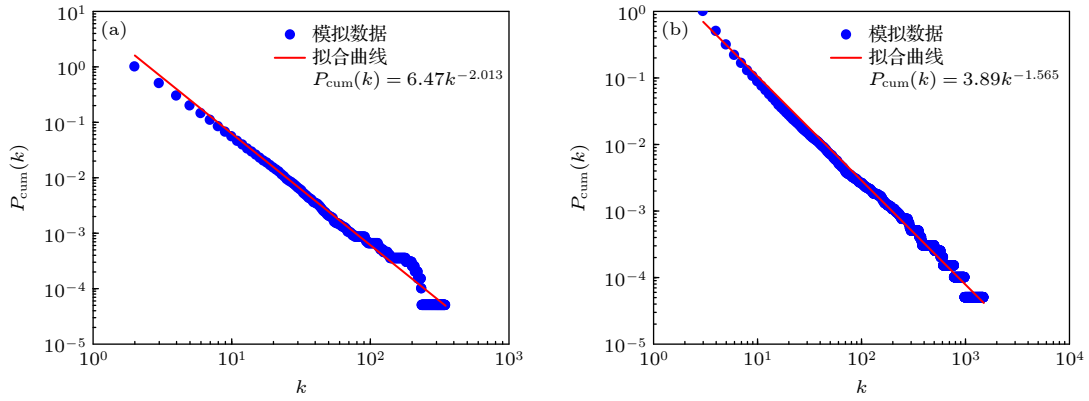


图 2 模型的累积度分布与回归曲线, 横轴是度, 纵轴是累积度分布 $P_{\text{cum}}(k)$: (a) $d=2, m=1$ 时模型的累积度分布与回归曲线, 回归曲线的相关系数 $R = -0.9825$, 幂律指数 $\tau = 2.013$; (b) $d=3, m=1$ 时模型的累积度分布与回归曲线, 回归曲线的相关系数 $R = -0.9934$, 幂律指数 $\tau = 1.565$

Fig. 2. The cumulative degree distribution and regression curve of the model, the horizontal axis represents degrees and the vertical axis represents the cumulative degree distribution $P_{\text{cum}}(k)$: (a) The cumulative degree distribution and regression curve of the model when $d=2, m=1$, the correlation coefficient of the regression curve is $R = -0.9825$, and the power-law exponent is $\tau = 2.013$; (b) the cumulative degree distribution and regression curve of the model when $d=3, m=2$, the correlation coefficient of the regression curve is: $R = -0.9934$, and the power-law exponent is: $\tau = 1.565$.

$$\frac{\partial k_i(t)}{\partial t} \approx \frac{k_i(t)}{\tau t}. \quad (2)$$

由于 $k_i(t_i) = md$, 解方程 (2) 得

$$k_i(t) \approx md(t/t_i)^{1/\tau}. \quad (3)$$

由方程 (3), 得

$$P\{k_i(t) \geq k\} = P\left\{t_i \leq \left(\frac{md}{k}\right)^\tau t\right\}.$$

网络节点的到达过程是强度为 λ 的 Poisson 过程, 由 Poisson 过程的理论可知, 节点的到达时间 t_i 服从参数为 λ 的 Gamma 分布^[5]. 记 $F_i(x)$ 为具有参数 λ 的指数分布的 i 重卷积. 因为 Poisson 过程是更新过程, 由更新过程的理论可知^[5]:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} F_n \left[\left(\frac{md}{k}\right)^\tau t \right] = E \left[N \left(\left(\frac{md}{k}\right)^\tau t \right) \right]. \quad (4)$$

由方程 (4) 可求得网络度的稳态累积分布为

$$\begin{aligned} P_{\text{cum}}(k) &\approx \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{E[N(t)]} \sum_{n=1}^{+\infty} F_n \left[\left(\frac{md}{k}\right)^\tau t \right] \\ &= \left(\frac{md}{k}\right)^\tau. \end{aligned} \quad (5)$$

由此可见, 网络节点的度分布是幂律分布:

$$P(k) \propto k^{-\gamma}, \quad (6)$$

其幂律指数为

$$\gamma = \tau + 1 = 2 + \frac{1}{d-1}.$$

从方程 (6) 可见, 团随机驱动的超网络节点度分布涌现出幂律现象, 而且幂律指数 γ 与团驱动的元数 d 有关. 当 $d=2$ 时, $\gamma=3$ 与图 2 中度分布的幂律指数 3.013 (累积度分布的幂律指数 2.013) 相接近; 当 $d=3$ 时, $\gamma=2.5$ 与图 2 中度分布的幂律指数 2.565 (累积度分布的幂律指数 1.565) 相接近. 由此可见, 虽然度分布的幂律性在团 (单纯形) 随机驱动的高阶结构网络中有普适性, 但度分布的幂律指数 3 并不普适, 而且幂律指数 γ 与单纯形的维数 (团的元数) d 有关.

4 仿真与实证

在复杂网络研究领域, 判断模型的理论预测与模拟值的吻合程度, 主要是在双对数坐标系下比较两条曲线的主体部分是否平行. 我们模拟了 20000 个节点, 图 3 和图 4 分别是在双对数坐标系中 2 元团随机驱动的超网络和 3 元团随机驱动的超网络节点累积分布模拟值和理论预测值. 由图 3 可见, 2 元团驱动的超网络节点度分布是幂律的, 幂律指数 $\gamma=3$. 从图 4 可见, 3 元团驱动的超网络节点度分布也是幂律的, 幂律指数 $\gamma=2.5$. 结果表明, 模拟值与团随机驱动超网络演化模型的理论分析吻合较好, 团随机驱动超网络节点度分布涌现出幂律现象.

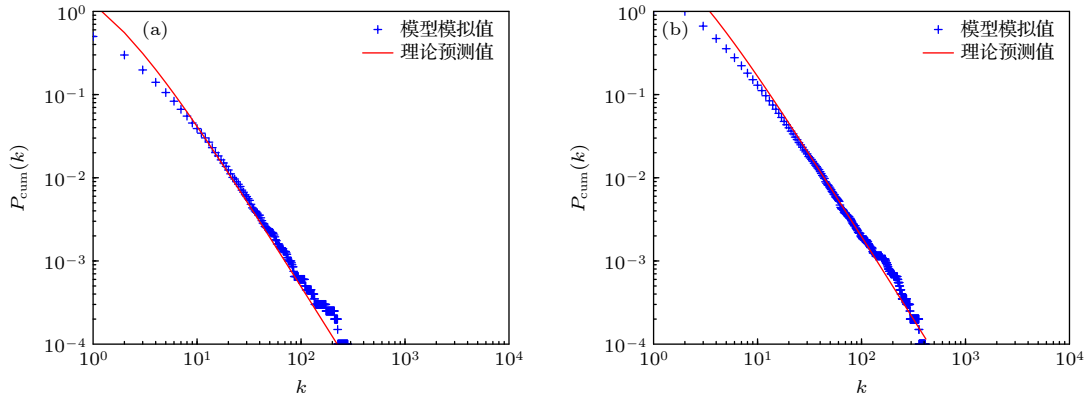


图 3 $d = 2$ 时模型的累积度分布与理论预测曲线. 横轴是度, 纵轴是累积度分布 $P_{\text{cum}}(k)$, 蓝色+表示模型的模拟值, 红色实线对应于方程 (5) 给出的理论预测值, 幂律指数为 $\tau = 2$ (a) $m = 1$ 时模型的累积度分布模拟值与理论预测曲线; (b) $m = 2$ 时模型的累积度分布模拟值与理论预测曲线

Fig. 3. The cumulative degree distribution and theoretical prediction curve of the model with $d = 2$. The horizontal axis represents degrees and the vertical axis represents the cumulative degree distribution $P_{\text{cum}}(k)$, the blue + denotes the simulation value of the model. The red solid line corresponds to the theoretical predicted value given by Eq. (5), and the power-law exponent is $\tau = 2$: (a) The cumulative degree distribution and theoretical prediction curve of the model when $m = 1$; (b) the cumulative degree distribution and theoretical prediction curve of the model when $m = 2$.

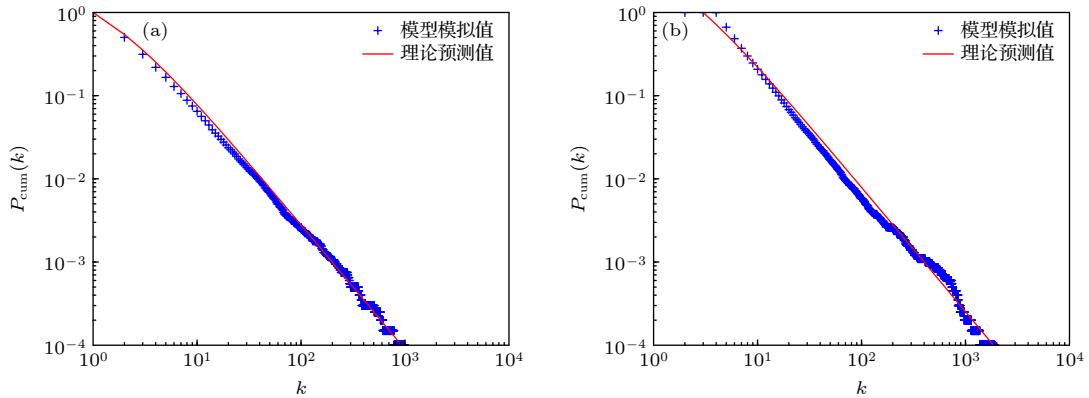


图 4 $d = 3$ 时模型的累积度分布与理论预测曲线. 横轴是度, 纵轴是累积度分布 $P_{\text{cum}}(k)$, 蓝色+表示模型的模拟值, 红色实线对应于方程 (5) 给出的理论预测值, 幂律指数为 $\tau = 1.5$, 其余部分与图 3 相同

Fig. 4. The cumulative degree distribution and theoretical prediction curve of the model with $d = 3$. The horizontal axis represents degrees and the vertical axis represents the cumulative degree distribution $P_{\text{cum}}(k)$, the blue + denotes the simulation value of the model, the red solid line corresponds to the theoretical predicted value given by Eq. (5), and the power-law exponent is $\tau = 1.5$, the rest of the caption is the same as that in Fig. 3.

我们收集了 2012—2023 年期间新能源汽车的专利合作数据, 采用“关键词+IPC (International Patent Classification) 分类号”双重检索策略以确保数据完整性. 在对两类检索结果合并去重后, 通过文本挖掘筛选专利名称及摘要信息以识别细分领域的高频关键词和精确 IPC 分类号, 并基于新识别信息重复检索流程直至高频词汇及 IPC 分类号变动较小, 从而最终确定新能源汽车产业专利数据集. 在申请人筛选环节, 仅保留由 3 个机构联合申请的专利. 获得 825 项专利, 包含 1582 个机构. 以机构为网络节点, 将 3 个机构的联合申请关系定

义为 3 元超边, 去除重复边后形成超网络. 图 5 是在双对数坐标系中新能源汽车专利合作超网络节点累积度分布与回归拟合曲线. 可见, 新能源汽车专利合作超网络节点度分布是幂律分布, 其幂律指数 $\gamma = 2.962$; 与理论模型幂律指数 $\gamma = 3$ 相近似.

我们利用收集的 907 篇 SCI 论文作者研究科学家合作网络. 剔除独立作者和两个作者的数据剩 612 篇, 1830 位作者. 将作者视为节点, 论文视为超边, 这个网络下秩为 3, 平均每条超边约为 3 个节点. 图 6 和图 7 分别是在双对数坐标系中下秩 3 的科学家合作超网络和下秩 4 的科学家合作

超网络节点累积度分布与回归拟合曲线. 从图 6 可见, 下秩 3 的科学家合作超网络节点度分布是幂律的, 且幂律指数 2.88 与 $d = 2$ 的团随机驱动的超网络演化模型节点度分布的幂律指数 3 相接近. 剔

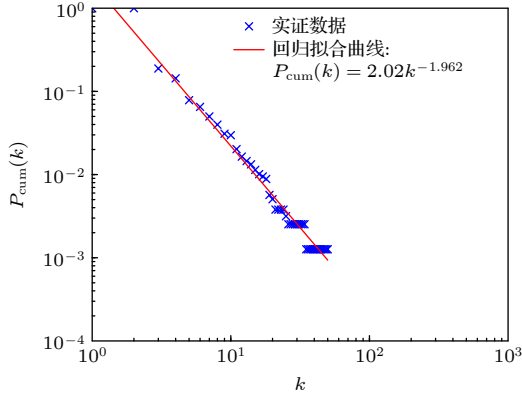


图 5 新能源汽车专利合作超网络的累积度分布, 网络规模 $N = 1582$, 蓝色叉表示新能源汽车专利合作超网络的累积度分布, 红色实线表示回归拟合曲线, 相关系数 $R = -0.9916$, 累积度分布的幂律指数 $\tau = 1.962$

Fig. 5. The cumulative degree distribution of the new energy vehicle patent cooperation hypernetwork, the network scale is $N = 1582$, the blue cross denotes the cumulative degree distribution of the new energy vehicle patent cooperation hypernetwork, the red solid line represents the regression fitting curve, with a correlation coefficient $R = -0.9916$, and the power-law exponent of the cumulative degree distribution is $\tau = 1.962$.

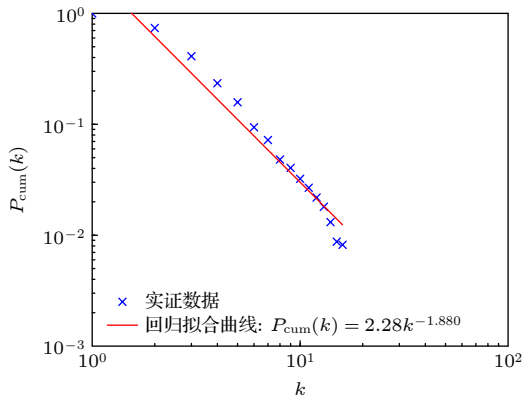


图 6 下秩 3 的科学家合作超网络累积度分布. 网络规模 $N = 1830$, 蓝色叉表示下秩 3 的科学家合作超网络累积度分布. 红色实线表示回归拟合曲线, 相关系数 $R = -0.9766$, 累积度分布的幂律指数 $\tau = 1.88$

Fig. 6. The accumulation degree distribution of the scientist cooperative hypernetwork with the lower rank 3. The network scale is $N = 1830$, the blue cross denotes the cumulative degree distribution of the hypernetwork. The red solid line represents the regression fitting curve, with a correlation coefficient $R = -0.9766$, and the power-law exponent of the cumulative degree distribution is $\tau = 1.88$.

除 3 个及以下作者的数据后 356 篇论文形成的超网络是为下秩 4 的科学家合作超网络, 这个网络有 1342 位作者, 平均每条超边约为 4 个节点. 从图 7 可见, 下秩 4 的科学家合作超网络节点度分布也是幂律的, 且幂律指数 2.524 与 $d = 3$ 的团随机驱动的超网络演化模型节点度分布的幂律指数 2.5 相接近.

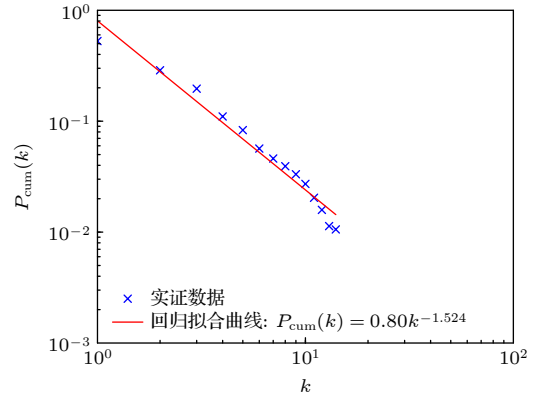


图 7 下秩 4 的科学家合作超网络累积度分布. 网络规模 $N = 1342$, 蓝色叉表示下秩 4 的科学家合作超网络累积度分布, 红色实线表示回归拟合曲线, 相关系数 $R = -0.9833$, 累积度分布的幂律指数 $\tau = 1.524$

Fig. 7. The accumulation degree distribution of the scientist cooperative hypernetwork with the lower rank 4. The network scale is $N = 1342$, the blue cross denotes the cumulative degree distribution of the hypernetwork, the red solid line represents the regression fitting curve, with a correlation coefficient $R = -0.9833$, and the power-law exponent of the cumulative degree distribution is $\tau = 1.542$.

5 结 论

在现实系统中网络涌现标度律的机制可能是非常复杂的, 设计完全符合现实系统的网络演化机制是很困难的. 通过简单的机制解释现实网络是有意义的研究课题. 自从 Barabási 和 Albert 发现增长和线性择优连接是形成幂律分布的机制以来, 学者们发现了各种各样形成幂律分布的择优连接形式, 但最著名的和最有用的还是 BA 模型中的线性择优连接. 随机连接和增长能否也涌现标度行为? 这是网络领域有意义的研究问题. 多数复杂网络模型的演化机制是增长和按照节点度择优连接产生幂律度分布. 我们模型不仅节点连续时间到达网络, 而且新节点随机选择 d 元集团也产生幂律度分布. 当 $d = 2$ 时, 我们的模型节点度分布的幂律指数与 BA 模型度分布的幂律指数一致.

在传统网络分析中,节点是等时间间隔离散地到达系统,也毫无根据地假设节点的到达时间间隔服从均匀分布.而实际系统中节点是随机到达的,节点的到达时间间隔也不一定服从均匀分布.本文在团随机驱动的超网络演化模型中引入随机过程,节点连续时间到达更符合实际网络的情况,使得节点的到达时间间隔服从的分布有据可依.采用泊松过程理论分析团随机驱动的超网络演化模型,避免了传统分析网络中对节点的到达时间间隔分布随意假设,使得分析网络更严谨.我们通过计算机仿真和对实际数据的实证验证了理论分析.现实世界的系统复杂多样,哪些系统能用团随机驱动的超网络描述和解释是值得探讨的课题.我们将收集港口航线数据,实证分析港口航线网络是否满足团随机驱动的超网络演化模型的标度律,进而探索将超网络理论应用到航运管理领域.

感谢湖州师范学院张科老师提供的论文合作网络数据.

参考文献

- [1] Redner S 1998 *Euro. Phys. J. B* **4** 131
- [2] Kumar R, Raghavan P, Rajalopagan S, Tomkins A 1999 *Proceedings of the 9th ACM Symposium on Principles of Database Systems* 1
- [3] Faloutsos M, Faloutsos P, Faloutsos C 1999 *Proc. ACM SIGCOMM, Comput. Commun. Rev.* **29** 251
- [4] Barabási A L, Albert R 1999 *Science* **286** 509
- [5] Guo J L 2013 *Evolving Models of Complex Networks and Human Behavior Dynamics* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [郭进利 2013 复杂网络和人类行为动力学演化模型 (北京: 科学出版社)]
- [6] Wang X F, Li X, Chen G R 2012 *Networks Science: An Introduction* (Beijing: Higher Education Press) (in Chinese) [汪小帆, 李翔, 陈关荣 2012 网络科学导论 (北京: 高等教育出版社)]
- [7] Boccaletti S, De Lellis P, del Genio C I, Alfaro-Bittner K, Criado R, Jalan S, Romance M 2023 *Phys. Rep.* **1018** 1
- [8] Battiston F, Cencetti G, Iacopini I, Latora V, Lucas M, Patania A, Young J G, Petri G 2020 *Phys. Rep.* **874** 1
- [9] Hu F, Liu M, Zhao J, Lei L 2018 *Complex Syst. Complexity Sci.* **15** 31 (in Chinese) [胡枫, 刘猛, 赵静, 雷蕾 2018 复杂系统与复杂性科学 **15** 31]
- [10] Zhang K, Gao J Y, Zhao H X, Hu W J, Miao M M, Zhang Z K 2025 *Physica A* **666** 130512
- [11] Wang J W, Rong L L, Deng Q H, Zhang J Y 2010 *Eur. Phys. J. B* **77** 493
- [12] Hu F, Zhao H X, Ma X J 2013 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **43** 16 (in Chinese) [胡枫, 赵海兴, 马秀娟 2013 中国科学: 物理学 力学 天文学 **43** 16]
- [13] Guo J L, Zhu X Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 090207 (in Chinese) [郭进利, 祝昕昀 2014 物理学报 **63** 090207]
- [14] Hu F, Zhao H X, He J B, Li F X, Li S L, Zhang Z K 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 198901 (in Chinese) [胡枫, 赵海兴, 何佳倍, 李发旭, 李淑玲, 张子柯 2013 物理学报 **62** 198901]
- [15] Bianconi G 2021 *Higher-Order Networks-An Introduction to Simplicial Complexes* (London: Cambridge University Press Inc.)
- [16] Bianconi G, Rahmede C 2016 *Phys. Rev. E* **93** 032315
- [17] Fountoulakis N, Iyer T, Mailler C, Sulzbach H 2022 *Ann. Appl. Probab.* **32** 2860
- [18] Kovalenko K, Sendiña-Nadal I, Khalil N, Dainiak A, Musatov D, Raigorodskii A M, Alfaro-Bittner K, Barzel B, Boccaletti S 2021 *Commun. Phys.* **4** 1
- [19] Courtney O T, Bianconi G 2017 *Phys. Rev. E* **93** 062311
- [20] Bian J H, Zhou T, Bi Y L 2025 *Commun. Phys.* **8** 228
- [21] Bianconi G 2024 *J. Phys. A: Math. Theor.* **57** 015001
- [22] Zhang K, Gao J W, Hu W J, Zhang Y 2023 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **53** 270511 (in Chinese) [张科, 高靖宇, 胡文军, 张永 2023 中国科学: 物理学 力学 天文学 **53** 270511]
- [23] Zhou T, Xiao W K, Ren J, Wang B H 2007 *Complex Syst. Complexity Sci.* **4** 10 (in Chinese) [周涛, 肖伟科, 任捷, 汪秉宏 2007 复杂系统与复杂性科学 **4** 10]
- [24] Bretto A 2013 *Hypergraph Theory* (Switzerland: Springer International Publishing Switzerland)
- [25] Barabási A L, Albert R, Jeong H 1999 *Physica A* **272** 173

Emergence of scaling in random hypernetworks: Exploration of shipping networks*

GUO Zhaohua¹⁾ GUO Peng¹⁾ MIAO Rui^{1)2)†} GUO Jinli^{3)4)‡} YUAN Yuan⁴⁾

1) (*School of Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China*)

2) (*State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China*)

3) (*Xi'an Innovation College of Yan'an University, Xi'an 710100, China*)

4) (*Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China*)

(Received 20 June 2025; revised manuscript received 10 September 2025)

Abstract

Complex networks are powerful tools for characterizing and analyzing complex systems, with wide applications in fields such as physics, sociology, technology, biology, shipping and port terminal management. One of the core issues in complex networks is the mechanism behind the emergence of scaling laws. In real-world networks, the mechanisms underlying the emergence of scaling laws may be highly complex, making it difficult to design network evolution mechanisms that fully align with reality. Explaining real networks through simple mechanisms is a meaningful research topic. Since Barabási and Albert discovered that growth and linear preferential attachment are mechanisms that generate power-law distributions, scholars have identified various forms of preferential attachment that produce power-law degree distributions. However, the most famous and useful one remains the linear preferential attachment in the BA model. Although complex networks have flourished over the past two decades, they still cannot fully describe real systems with multiple interactions. Hypernetworks, which capture interactions involving more than two nodes, have become an important subject of study, and the mechanisms underlying the emergence of scaling in hypernetworks are a key research focus. The paper first introduces the concept of cliques in hypernetworks. A 1-element clique is a node, a 2-element clique is an edge in a complex network, a 3-element clique represents a triangle in higher-order networks, and a 4-element clique corresponds to a tetrahedron in higher-order networks. Secondly, we propose a clique-driven random hypernetwork evolution model. Using Poisson process theory, we analyze the hypernetwork evolution model, avoiding arbitrary assumptions about node interarrival time distributions commonly made in traditional network analysis, thereby making the network analysis more rigorous. We derive an approximate expression for the cumulative degree distribution and the power-law exponent of the node degree distribution. Finally, we validate the theoretical predictions through computer simulations and empirical analysis of collected real-world data. In our model, not only do nodes join the network in continuous time, but new nodes also randomly select d -element cliques, resulting in a power-law degree distribution. We can estimate the power-law exponent of the model's degree distribution using the number of elements of the driving clique.

Keywords: complex network, hypernetwork, higher-order network, hypergraph, simplicial complex

PACS: 89.75.Fb, 02.10.Ox, 89.75.-k, 89.20.Ff

DOI: [10.7498/aps.74.20250803](https://doi.org/10.7498/aps.74.20250803)

CSTR: [32037.14.aps.74.20250803](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20250803)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 71971139, 71571119).

† Corresponding author. E-mail: miaorui@sjtu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: phd5816@163.com



随机超网络中标度律的涌现：航运网络探索

郭墨华 郭鹏 苗瑞 郭进利 袁源

Emergence of scaling in random hypernetworks: Exploration of shipping networks

GUO Zhaohua GUO Peng MIAO Rui GUO Jinli YUAN Yuan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 228901 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250803

CSTR: 32037.14.aps.74.20250803

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250803>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

识别高阶网络传播中最有影响力的节点

Identifying influential nodes in spreading process in higher-order networks

物理学报. 2024, 73(4): 048901 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231416>

高阶网络统计指标综述

Fundamental statistics of higher-order networks: a survey

物理学报. 2024, 73(12): 128901 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240270>

基于相位同步动力学重构网络单纯复形的相互作用

Reconstruction of simplex structures based on phase synchronization dynamics

物理学报. 2024, 73(12): 120501 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240334>

具有双峰特性的双层超网络模型

Double-layer hypernetwork model with bimodal peak characteristics

物理学报. 2021, 70(1): 018901 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201065>

基于通信序列熵的复杂网络传输容量

Quantifying complex network traffic capacity based on communicability sequence entropy

物理学报. 2021, 70(7): 078902 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201300>

基于多路可视图的健康与心梗患者心电图信号复杂网络识别

Complex network recognition of electrocardiograph signals in health and myocardial infarction patients based on multiplex visibility graph

物理学报. 2022, 71(5): 050501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211656>