

半磁性拓扑绝缘体中的非线性霍尔效应*

伍可 朱灵熠 陈锐† 周斌‡

(湖北大学物理学院, 武汉 430062)

(2025年6月23日收到; 2025年7月24日收到修改稿)

本文系统地研究了半磁性拓扑绝缘体中的非线性霍尔效应及其调控机制. 研究发现半磁性拓扑绝缘体的非线性霍尔效应依赖于系统的磁性层的磁矩方向. 数值计算结果表明, 相对于线性霍尔电导, 系统的非线性霍尔电导对磁矩水平方向的变化较为敏感, 该现象可作为实验上辨别磁矩取向变化的表征指标. 本研究不仅加深了对半磁性拓扑绝缘体量子输运行为的理解, 还为多功能拓扑电子器件的设计提供了理论依据.

关键词: 半磁性拓扑绝缘体, 非线性霍尔效应, 贝里偶极矩

PACS: 73.43.-f, 73.43.Qt, 75.30.Hx

DOI: 10.7498/aps.74.20250814

CSTR: 32037.14.aps.74.20250814

1 引言

拓扑绝缘体是一类具有独特量子特性的材料, 具有体绝缘、但表面导电的特性, 其拓扑表面态受时间反演对称性保护, 因此对杂质或缺陷具有稳定性^[1-3]. 近年来, 人们提出可以通过在拓扑绝缘体中引入磁性以打破系统的时间反演对称性, 从而实现磁性拓扑绝缘体^[4-6]. 根据磁性分布的不同, 磁性拓扑绝缘体中衍生出了一系列丰富的拓扑相, 例如量子反常霍尔绝缘体相^[7]、轴子绝缘体相^[8]以及半磁性拓扑绝缘体相^[9]. 迄今为止, 这三种拓扑相已在多个实验中得到证实^[4-6]. 通常, 科学家们通过测量线性霍尔电导来辨别这三种不同的拓扑相. 在量子反常霍尔绝缘体中, 存在着无外磁场的量子化霍尔电导^[10]. 在轴子绝缘体中, 存在着类似“轴子”的准粒子激发^[11-14], 其特点是在两个整数量子化电导平台中的零霍尔电导平台^[15-17]. 在半磁性拓扑绝

缘体中有着半量子化的霍尔电导平台, 该半量子化的电导平台为量子场论中的手征反常提供了证据^[9].

在以往的研究中, 科学家们主要通过施加垂直于样品平面的面外磁场来调控磁性拓扑绝缘体中的磁矩方向, 从而实现对其电子态的操控^[4-6]. 在这些工作中, 磁性拓扑绝缘体的磁性层磁矩通常在外加垂直磁场作用下稳定于垂直方向. 近年来, 多个相关的课题组提出可以通过面内磁场对磁性拓扑绝缘体的线性霍尔电导及其对应的拓扑相进行调控. 例如, 在反铁磁拓扑绝缘体 MnBi_2Te_4 中的量子反常霍尔效应研究中发现了由面内磁场增强面外方向磁性的新效应^[18], 并且在从面外磁场到面内磁场的转变过程中, 发现了完全不同的磁结构变化^[19].

另一方面, 非线性霍尔效应因与量子几何特性的关联而受到广泛关注^[20-23]. 在低频交变电场的驱动下, 霍尔电流可以在一些空间反演对称性破缺的材料中以驱动电场的二阶响应的形式出现, 即非

* 国家自然科学基金 (批准号: 12074107, 12304195)、湖北省高校优秀中青年科技创新团队项目 (批准号: T2020001)、湖北省自然科学基金创新群体项目 (批准号: 2022CFA012)、湖北省楚天学者计划、湖北省自然科学基金 (批准号: 2025AFA081)、武汉市重点研发计划 (批准号: 2025050602030069) 和湖北大学原创探索种子专项资助的课题.

† 通信作者. E-mail: chenr@hubu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: binzhou@hubu.edu.cn

线性霍尔效应^[24,25]. 迄今为止, 人们提出了多种机制来实现非线性霍尔效应^[20]. 其中一种非线性霍尔效应的量子起源是动量空间中贝里曲率的类偶极分布, 又被称为贝里曲率偶极矩^[25]. 目前, 贝里偶极矩刻画的非线性霍尔效应已在多种材料中被观测到, 包括狄拉克半金属 Cd_3As_2 ^[26]、非磁性外尔-近藤半金属 $\text{Ce}_3\text{Bi}_4\text{Pd}_3$ ^[27]、多层 WSe_2 ^[28]、转角 WTe_2 ^[29], 以及双层石墨烯^[30] 等新型量子材料.

本文聚焦于半磁性拓扑绝缘体在不同磁矩方向下的线性霍尔效应和非线性霍尔效应研究. 研究表明, 该体系中的线性霍尔效应主要由垂直方向的磁矩强度决定, 而对水平方向的磁矩分量不敏感. 相比之下, 由贝里偶极矩主导的非线性霍尔效应, 其强度和方向则对磁矩的水平分量高度依赖. 因此, 本文提出在实验中通过线性霍尔效应和非线性霍尔效应的协同测量, 能够对半磁性拓扑绝缘体表面磁矩的方向进行表征.

2 模型和方法

本节首先给出半磁性拓扑绝缘体的有效模型. 随后, 介绍线性霍尔电导和非线性霍尔电导的区别和联系.

2.1 磁性拓扑绝缘体有效模型

三维拓扑绝缘体的表面存在受拓扑保护的二维无能隙的狄拉克锥形色散结构^[31]. 通过磁性掺杂在拓扑绝缘体的表面引入磁序后, 垂直方向的磁矩会破坏系统的局部时间反演对称性, 导致无能隙的表面狄拉克锥会打开能隙^[31]. 与此同时, 系统表

现出半量子化的霍尔电导, 其符号由垂直磁矩的方向决定^[32,33]. 2022年, Mogi 等^[9] 在磁性掺杂的拓扑绝缘体异质结中实验观测到了近半量子化的霍尔电导平台, 该结果被视为半磁性拓扑绝缘体存在的直接证据. 他们的实验装置如图 1(a) 所示, 磁性掺杂层 (上表面蓝色区域) 为 Cr 掺杂的 $(\text{Bi}, \text{Sb})_2\text{Te}_3$, 下表面的白色区域对应为非掺杂层. 此外, 该实验表明施加垂直磁场能够有效调控该半量子化霍尔电导的符号, 即霍尔电流的方向^[9].

对于此类磁性拓扑绝缘体异质结, 其表面拓扑态表现为无能隙的狄拉克锥结构, 可以由一个沿 z 方向受限的磁性拓扑绝缘体有效哈密顿量描述^[9,31]:

$$H_{\text{TI}} = Dk^2 + \hbar v_F(\mathbf{k} \times \boldsymbol{\sigma})_z + \boldsymbol{\Gamma} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (1)$$

其中 $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ 是作用于电子自旋空间的泡利矩阵; v_F 为费米速度, 取 $\hbar v_F = 1 \text{ eV} \cdot \text{nm}$; $D = 0.1 \text{ eV} \cdot \text{nm}^2$ 描述了由电子-空穴不对称性引起的动量平方项; $\boldsymbol{\Gamma} = (\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z)$ 为磁性掺杂带来的磁交换作用, 其大小和方向可以通过外界磁场进行调控. γ_z 可以破坏上下表面的局部时间反演对称性, 并打开能隙. 当费米面位于能隙中时, 系统有着半量子化的霍尔电导, 其霍尔电流的方向由 γ_z 的符号决定^[1]. $\gamma_{x/y}$ 可以调整狄拉克锥的位置. 为了方便研究, 本文采用球坐标来表示磁矩的方向与大小, 即 $(\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z) = (\gamma \sin \phi \cos \theta, \gamma \sin \phi \sin \theta, \gamma \cos \phi)$, 其中极角 $\phi \in [0, \pi]$, 方位角 $\theta \in [0, 2\pi]$, $\gamma = 0.5 \text{ eV}$.

2.2 线性霍尔电导及非线性霍尔电导

在二维系统中, 电流密度的表达式为^[20]

$$\mathbf{J}_a = \sigma_{ab} E_b + \sigma_{abc} E_b E_c, \quad (2)$$

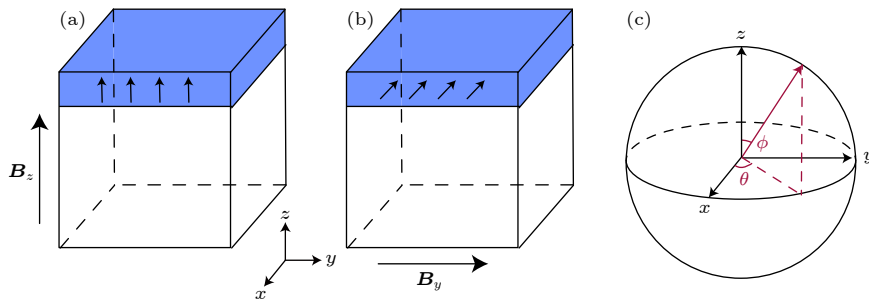


图 1 半磁性拓扑绝缘体的磁矩方向可以通过施加外磁场进行调控 (a) 在垂直磁场 B_z 的作用下, 磁矩朝向 z 方向; (b) 加入面内磁场后, 磁矩会沿着磁场方向发生倾斜; (c) 球坐标下的磁矩方向表示, 其中 ϕ 为极角, θ 为方位角

Fig. 1. In the semi-magnetic topological insulator, the direction of the magnetic moment can be controlled by applying an external magnetic field: (a) In the presence of a vertical magnetic field B_z , the magnetic moment is tuned along the z direction; (b) in the presence of an in-plane magnetic field, the magnetic moment will tilt along the direction of the magnetic field; (c) the direction of the magnetic moment in spherical coordinates, where ϕ is the polar angle and θ is the azimuth angle.

其中 $a, b, c \in x, y$; $E_{b,c}$ 为外部电场强度; σ_{ab} 和 σ_{abc} 分别描述线性霍尔电导和非线性霍尔电导. 线性霍尔电导可以由 Kubo 公式给出^[34]:

$$\sigma_{ab} = \frac{e^2}{\hbar} \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \sum_i f_i \Omega_i^{ab}, \quad (3)$$

其中 $f_i = 1 / \{1 + \exp[(E_i - E_F) / k_B T]\}$ 为费米狄拉克分布函数, T 为温度, k_B 为玻尔兹曼常数, E_F 为费米能级; Ω_i^{ab} 为第 i 个能带的贝里曲率^[34], 其表达式为

$$\Omega_i^{ab} = -2 \sum_{i \neq j} \frac{\text{Im} \langle i | \partial \hat{H} / \partial k_a | j \rangle \langle j | \partial \hat{H} / \partial k_b | i \rangle}{(E_i - E_j)^2}. \quad (4)$$

由 (3) 式可知, 线性霍尔电导可表示为第一布里渊区内费米海的全域积分. 在具有时间反演对称性的系统中, 贝里曲率满足奇函数特性, 即 $\Omega^{ab}(k_x, k_y) = -\Omega^{ab}(-k_x, -k_y)$, 这将导致线性霍尔电导为零. 因此, 要观测到非零的线性霍尔效应, 必须打破系统的时间反演对称性.

目前, 人们已经提出多种机制用于诱导非线性霍尔效应. 其中一种机制为贝里偶极矩刻画的非线性霍尔效应^[25], 即

$$\sigma_{abc} = (e^3 / \hbar^2) \tau D_{abc}. \quad (5)$$

(5) 式表明, 非线性霍尔电导的强度正比于贝里偶极矩 D_{abc} 和弛豫时间 τ . 其中贝里偶极矩的表达式如下所示:

$$D_{abc} = - \sum_i \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \frac{\partial E_i}{\partial k_c} \Omega_i^{ab} \frac{\partial f_i}{\partial E_i}. \quad (6)$$

从 (6) 式可以发现, 贝里偶极矩 D_{abc} 为群速度乘以贝里曲率在第一布里渊区的费米面的积分. 非线性霍尔效应可以存在于具有时间反演对称性的系统中, 但必须破坏系统的空间反演对称性^[20]. 在后续计算中, 主要关注贝里偶极矩的两个分量, 即 D_{xyy} 和 D_{yxx} . 其中, D_{xyy} 描述了在 y 方向施加电场时沿着 x 方向的非线性霍尔电流强度, D_{yxx} 描述了在 x 方向施加电场时沿着 y 方向的非线性霍尔电流强度. 在之后的计算中, 为了便于表达, 定义 $D_y = D_{xyy}$ 以及 $D_x = D_{yxx}$.

3 结 论

通过对角化公式 (1) 中的哈密顿量, 可以得到其本征值:

$$E^\pm = Dk^2 \pm \hbar v_F \sqrt{\left(\frac{\gamma_z}{\hbar v_F}\right)^2 + k_x'^2 + k_y'^2}, \quad (7)$$

其中 $k_x' = k_x + \gamma_y$, $k_y' = k_y - \gamma_x$. 系统沿着不同方向的速度为

$$v_x^\pm = \pm \frac{k_x'}{\sqrt{\left(\frac{\gamma_z}{\hbar v_F}\right)^2 + k_x'^2 + k_y'^2}}, \quad (8)$$

$$v_y^\pm = \pm \frac{k_y'}{\sqrt{\left(\frac{\gamma_z}{\hbar v_F}\right)^2 + k_x'^2 + k_y'^2}}. \quad (9)$$

根据 (4) 式可以得到其价带的贝里曲率表达式为

$$\Omega^{xy} = -\Omega^{yx} = \frac{\hbar^2 v_F^2 \gamma_z}{2(\gamma_z^2 + k_x'^2 + k_y'^2)^{3/2}}. \quad (10)$$

根据 (7) 式—(10) 式, 可以求得系统的霍尔电导 ((3) 式) 以及贝里偶极矩 ((6) 式). 接下来, 考虑几种不同的情况: 1) 方位角 $\theta = 0$, 即磁矩只局限于 xz -平面; 2) 方位角 $\theta = \pi/2$, 即磁矩只局限于 yz -平面; 3) 更一般的情况, 即方位角 θ 取任意角度.

3.1 方位角 $\theta = 0$

图 2(a) 给出了方位角 $\theta = 0$, 极角 ϕ 取不同值时, 系统霍尔电导随费米面的变化关系. 可以看出, $\phi = 0$ 时, 系统的磁矩沿着 z 方向. 其霍尔电导在费米面 $E_F = 0$ 附近趋近于半量子化, 即 $\sigma_{xy} = 0.5e^2/h$. 随着 ϕ 角的增加, 在 $\phi = 0.2\pi$ 和 $\phi = 0.4\pi$ 时, 霍尔电导没有发生明显的变化, 在 $E_F = 0$ 附近的极值保持为 $0.5e^2/h$. 在 $\phi = 0.6\pi$ 和 $\phi = 0.8\pi$ 时, 系统的磁矩垂直分量沿着 $-z$ 方向, 霍尔电导的符号发生了翻转. 在 $E_F = 0$ 附近, 霍尔电导变为 $\sigma_{xy} = -0.5e^2/h$.

图 2(b) 给出了方位角 $\theta = 0$, 极角 ϕ 取不同值时, 系统的贝里偶极矩 D_y 随费米面的变化关系. 可以看出, $\phi = 0$ 时, 贝里偶极矩恒为零. 随着 ϕ 角的增加, 在 $\phi = 0.2\pi$ 时, 贝里偶极矩 D_y 不再为零. 当费米能在价带顶部时, D_y 取最大值. 当费米能在导带底部时, D_y 取最小值. 在 $\phi = 0.4\pi$ 时, D_y 的极值进一步增大. 在 $\phi = 0.6\pi$ 时, D_y 的值出现了翻转. 当费米能在价带顶部时, D_y 取最小值. 当费米能在导带底部时, D_y 取最大值. 在 $\phi = 0.8\pi$ 时, D_y 的极值减小.

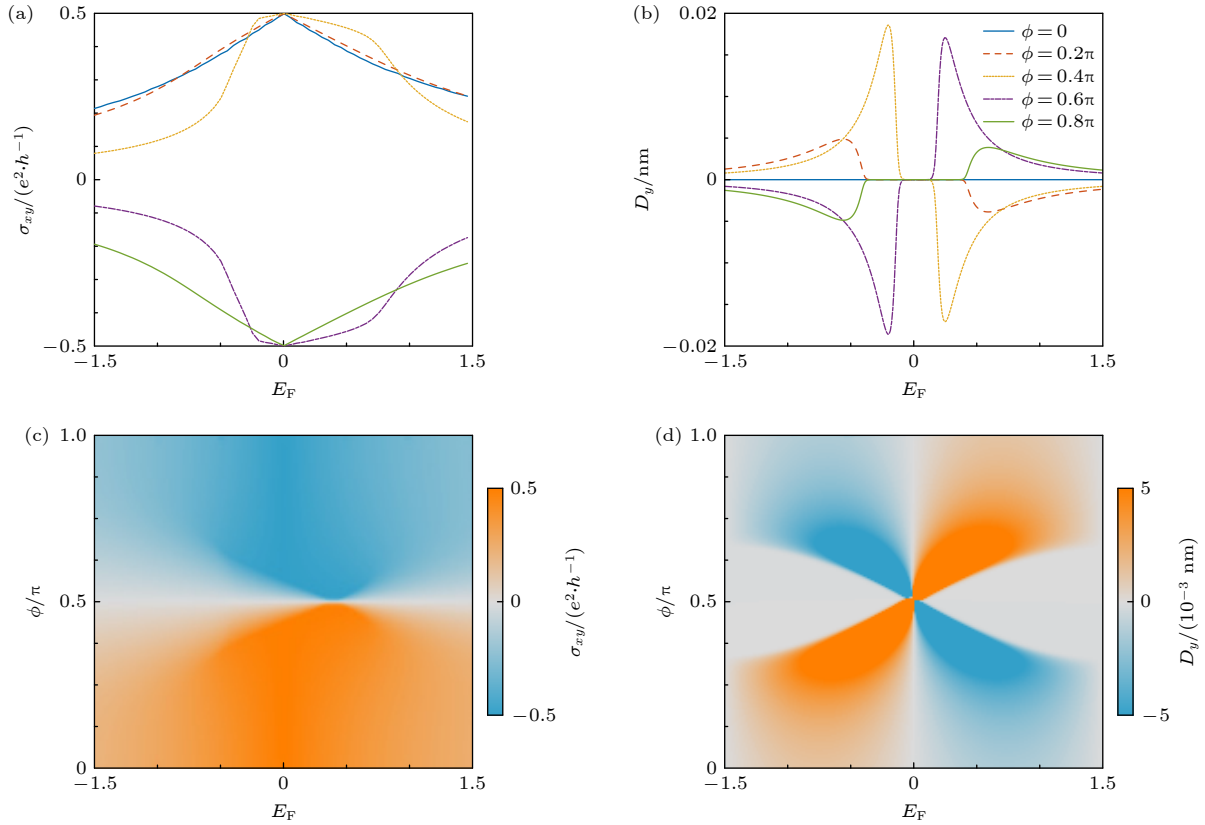


图 2 (a), (b) $\theta = 0$ 时, 霍尔电导 σ_{xy} 和贝里偶极矩 D_y 关于费米面 E_F 的依赖关系, 不同颜色的曲线对应不同的极角 ϕ . (c), (d) 霍尔电导 σ_{xy} 和贝里偶极矩 D_y 关于费米面 E_F 和极角 ϕ 的相图, 不同颜色分别表示霍尔电导和贝里偶极矩的强度

Fig. 2. (a) The Hall conductance σ_{xy} and (b) Berry dipole moment D_y as functions of the Fermi surface E_F when $\theta = 0$, where different colors represent different polar angles ϕ . The phase diagrams of (c) the Hall conductance σ_{xy} and (d) the Berry dipole moment D_y as functions of the Fermi surface E_F and polar angle ϕ , where different colors describe the strength of Hall conductance and Berry dipole moment, respectively.

图 2(c) 和图 2(d) 展示了系统的霍尔电导和贝里偶极矩关于费米面 E_F 和极角 ϕ 的相图, 其中不同颜色分别描述霍尔电导和贝里偶极矩 D_y 的强度. 可以更清楚地观察到霍尔电导和贝里偶极矩随极角 ϕ 的变化规律. 极角的偏转会使得系统出现一个非零的贝里偶极矩 D_y .

注意到, 在 ϕ 角比较小的时候, 霍尔电导对于 ϕ 角的变化并不敏感 (如图 2(a) 中的蓝色虚线和红色实线所示). 但是, 贝里偶极矩对于 ϕ 角的变化较为敏感 (图 2(b)). 由于系统的非线性霍尔电导正比于贝里偶极矩 (见 (5) 式). 基于这一特性, 我们提出可以在实验中通过测量系统的非线性霍尔电导来判断系统磁矩的极角 ϕ 是否偏离 z 轴. 此外, 非线性霍尔电导的强度也依赖于 ϕ 偏离 z 轴的角度值. 所以, 这一性质也可以用于粗略判断 ϕ 偏离 z 轴的角度大小.

此外, 在方位角 $\theta = 0$ 时, 另一个方向的贝里

偶极矩 $D_x \equiv 0$, 原因是 $\theta = 0$ 时系统的磁矩局限于 x - z 平面. 所以, 磁矩只有 γ_x 和 γ_z 分量. 在 $\gamma_y = 0$ 时, 可以得到 $k'_x = k_x$, 因此速度 $v_x(k_x, k_y) = -v_x(-k_x, k_y)$ 为奇函数 (见 (9) 式), $\Omega^{yx}(k_x, k_y) = \Omega^{yx}(-k_x, k_y)$ 为偶函数 (见 (10) 式). (6) 式中贝里偶极矩 D_x 积分内的函数为关于 k_x 的奇函数, 由此可得 $D_x \equiv 0$.

另一方面, 在 $\phi = 0.5\pi$ 附近发生的霍尔电导和贝里偶极矩 D_y 的翻转源于系统发生了能带翻转, 且伴随着贝里曲率的反向变化 (见 (10) 式). 在 $\phi = 0.5\pi$ 时, 系统的磁矩沿着水平方向, 即 $\gamma_z = 0$. 通过计算该系统的本征值, 发现此时系统为无能隙的状态. 在系统发生能带翻转后, 贝里曲率也发生了翻转 (见 (7) 式). 由 (4) 式和 (6) 式可知, 系统的霍尔电导和贝里偶极矩依赖于系统的贝里曲率. 所以, 贝里曲率的翻转也使得系统的霍尔电导和贝里偶极矩发生了翻转.

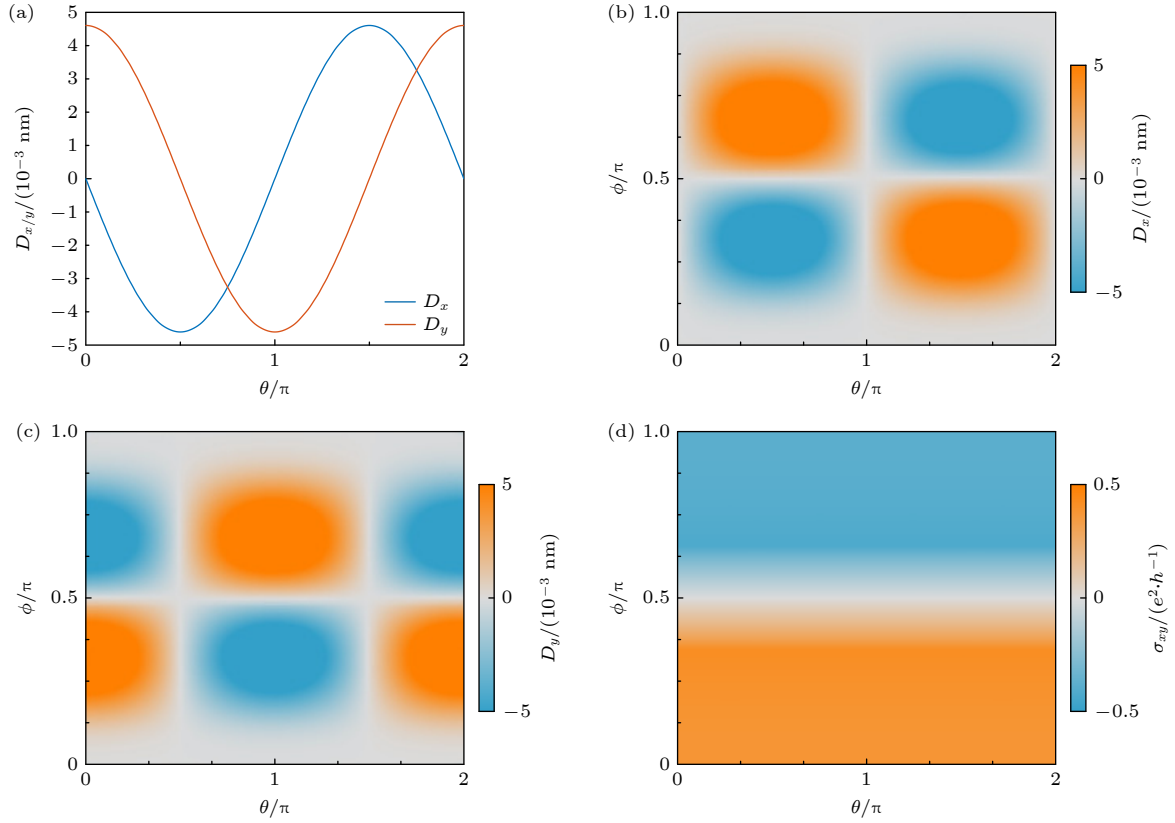


图 3 (a) 贝里偶极矩 $D_{x/y}$ 在 $\phi = 0.2\pi$ 时随 θ 角的依赖关系; (b)–(d) 贝里偶极矩 D_x , D_y 和霍尔电导 σ_{xy} 随着 ϕ 和 θ 角的依赖关系. 不同颜色分别表示 D_x , D_y , 和 σ_{xy} 的强度. 该图中固定费米面为 $E_F = -0.5$

Fig. 3. (a) Numerically calculated Berry dipole moment $D_{x/y}$ as functions of θ with $\phi = 0.2\pi$; (b)–(d) D_x , D_y , and σ_{xy} as functions of θ and ϕ , respectively. The colors describe the strength of D_x , D_y , and σ_{xy} . We fix the Fermi surface as $E_F = -0.5$ in the numerical calculations.

3.2 方位角 $\theta = \pi/2$

当方位角 $\theta = \pi/2$ 时, 系统的磁矩只局限于 y - z 平面. 采用同样的办法, 计算了 $\theta = \pi/2$ 时系统的霍尔电导和贝里偶极矩的依赖关系. 结果发现, 在 $\theta = \pi/2$ 时, 系统的霍尔电导和 $\theta = 0$ 时相同, 贝里偶极矩 $D_y \equiv 0$, D_x 表现出和 $\theta = 0$ 时的 D_y 完全相同的性质.

$\theta = \pi/2$ 时, 贝里偶极矩 $D_y \equiv 0$ 的原因和 $\theta = 0$ 时贝里偶极矩 $D_x \equiv 0$ 的原因类似. 在 $\theta = \pi/2$ 时, 系统的磁矩局限于 y - z 平面. 所以, 磁矩只有 γ_y 和 γ_z 分量. 在 $\gamma_x = 0$ 时, 有 $k'_y = k_y$, 所以 $v_y(k_x, k_y) = -v_y(k_x, -k_y)$ 为奇函数, $\Omega^{xy}(k_x, k_y) = \Omega^{xy}(k_x, -k_y)$ 为偶函数. (6) 式中贝里偶极矩 D_y 积分内的函数为关于 k_y 的奇函数, 可得 $D_y \equiv 0$.

3.3 任意方位角 θ

本节考虑任意 θ 角对贝里偶极矩和霍尔电导 σ_{xy} 的影响. 图 3(a) 给出了 $\phi = 0.2\pi$ 时 $D_{x/y}$ 随 θ 角

的依赖关系. 与之前的结论一致, 在 $\theta = 0$ 时, 有 $D_x \equiv 0$; 在 $\theta = \pi/2$ 时, $D_y \equiv 0$.

图 3(b) 和图 3(c) 分别给出了 D_x 和 D_y 关于 θ 和 ϕ 角变化的相图. 明显看出, 当 θ 在第一和第三象限时, D_x 和 D_y 反号; 当 θ 在第二和第四象限时, D_x 和 D_y 同号. 利用这一性质可以辨别系统磁矩的 θ 角. 此外, 图 3(d) 展示了霍尔电导关于 θ 角和 ϕ 角的相图, 发现霍尔电导的值和 θ 角无关.

4 结 论

本文系统研究了半磁性拓扑绝缘体中非线性霍尔效应的调控机制. 通过解析与数值计算, 揭示了贝里偶极矩与磁化方向之间的内在关联. 计算结果表明, 磁矩的倾斜可以诱导由贝里偶极矩刻画的非线性霍尔效应, 且贝里偶极矩的大小取决于系统磁矩的极角与方位角. 此外还发现, 线性霍尔电导的大小和磁矩的方位角无关, 并且对磁矩的极角不敏感, 特别是在极角较小时, 其变化几乎可以忽略,

表现出高度的稳定性.

因此, 我们提出在实验中可以通过线性霍尔效应和非线性霍尔效应的协同测量来探测系统磁矩的方位角, 这一发现为探测和操控拓扑材料中的磁性提供了新的途径. 实验中, 非线性霍尔效应的测量可以直接使用现有的装置, 不需要对装置进行额外改进^[9]. 我们的理论预测具有明确的实验可行性, 所提出的方案有望在现有条件下迅速得到验证.

可以注意到, 除了贝利偶极矩刻画的非线性霍尔效应, 还有更多其他机制刻画的非线性霍尔效应^[20], 例如由量子度规刻画的非线性霍尔效应^[24]、电子的反常速度以及手征反常的共同作用诱导的量子非线性霍尔效应^[35,36], 或者贝利联络刻画的量子非线性霍尔效应^[37]. 在半磁性拓扑绝缘体中这些不同机制诱导的非线性霍尔效应是值得进一步深入研究的问题. 我们会在未来的工作中继续讨论这一问题.

参考文献

- [1] Qi X L, Zhang S C 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 1057
- [2] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [3] Bansil A, Lin H, Das T 2016 *Rev. Mod. Phys.* **88** 021004
- [4] Bernevig B A, Felser C, Beidenkopf H 2022 *Nature* **603** 41
- [5] Tokura Y, Yasuda K, Tsukazaki A 2019 *Nat. Rev. Phys.* **1** 126
- [6] Liu J, Hesjedal T 2021 *Adv. Mater.* **35** 2102427
- [7] Chang C Z, Zhang J, Feng X, Shen J, Zhang Z, Guo M, Li K, Ou Y, Wei P, Wang L L, Ji Z Q, Feng Y, Ji S, Chen X, Jia J, Dai X, Fang Z, Zhang S C, He K, Wang Y, Lu L, Ma X C, Xue Q K 2013 *Science* **340** 167
- [8] Mogi M, Kawamura M, Yoshimi R, Tsukazaki A, Kozuka Y, Shirakawa N, Takahashi K S, Kawasaki M, Tokura Y 2017 *Nat. Mater.* **16** 516
- [9] Mogi M, Okamura Y, Kawamura M, Yoshimi R, Yasuda K, Tsukazaki A, Takahashi K S, Morimoto T, Nagaosa N, Kawasaki M, Takahashi Y, Tokura Y 2022 *Nat. Phys.* **18** 390
- [10] Chang C Z, Liu C X, MacDonald A H 2023 *Rev. Mod. Phys.* **95** 011002
- [11] Qi X L, Hughes T L, Zhang S C 2008 *Phys. Rev. B* **78** 195424
- [12] Essin A M, Moore J E, Vanderbilt D 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 146805
- [13] Varnava N, Vanderbilt D 2018 *Phys. Rev. B* **98** 245117
- [14] Chen R, Li S, Sun H P, Liu Q, Zhao Y, Lu H Z, Xie X C 2021 *Phys. Rev. B* **103** L241409
- [15] Liu C, Wang Y, Li H, Wu Y, Li Y, Li J, He K, Xu Y, Zhang J, Wang Y 2020 *Nat. Mater.* **19** 522
- [16] Mogi M, Kawamura M, Tsukazaki A, Yoshimi R, Takahashi K S, Kawasaki M, Tokura Y 2017 *Sci. Adv.* **3** eaao1669
- [17] Xiao D, Jiang J, Shin J H, Wang W, Wang F, Zhao Y F, Liu C, Wu W, Chan M H, Samarth N, Chang C Z 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 056801
- [18] Lian Z, Wang Y, Wang Y, Dong W H, Feng Y, Dong Z, Ma M, Yang S, Xu L, Li Y, Fu B, Li Y, Jiang W, Xu Y, Liu C, Zhang J, Wang Y 2025 *Nature* **641** 70
- [19] Zhu K, Cheng Y, Liao M, Chong S K, Zhang D, He K, Wang K L, Chang K, Deng P 2024 *Nano Lett.* **24** 2181
- [20] Du Z Z, Lu H Z, Xie X C 2021 *Nat. Rev. Phys.* **3** 744
- [21] Suárez-Rodríguez M, Juan F, Souza I, Gobbi M, Casanova F, Hueso L 2025 *Nat. Mater.* **24** 1005
- [22] Du L, Huang Z, Zhang J, Ye F, Dai Q, Deng H, Zhang G, Sun Z 2024 *Nat. Mater.* **23** 1179
- [23] Wu F, Xu Q, Wang Q, Chu Y, Li L, Tang J, Liu J, Tian J, Ji Y, Liu L, Yuan Y, Huang Z, Zhao J, Zan X, Watanabe K, Taniguchi T, Shi D, Gu G, Xu Y, Xian L, Yang W, Du L, Zhang G 2023 *Phys. Rev. Lett.* **131** 256201
- [24] Gao Y, Yang S A, Niu Q 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 166601
- [25] Sodemann I, Fu L 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 216806
- [26] Shvetsov O O, Esin V D, Timonina A V, Kolesnikov N N, Deviatov E V 2019 *JETP Lett.* **109** 715
- [27] Dzsaber S, Yan X, Taupin M, Eguchi G, Prokofiev A, Shiroka T, Blaha P, Rubel O, Greife S E, Lai H H, Si Q, Paschen S 2021 *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **118** e2013386118
- [28] Qin M S, Zhu P E, Ye X G, Xu W Z, Song Z H, Liang J, Liu K, Liao Z M 2021 *Chin. Phys. Lett.* **38** 017301
- [29] Huang M, Wu Z, Hu J, Cai X, Li E, An L, Feng X, Ye Z, Lin N, Law K T, Wang N 2022 *Natl. Sci. Rev.* **10** nwac232
- [30] Ho S C, Chang C H, Hsieh Y C, Lo S T, Huang B, Vu T H Y, Ortix C, Chen T M 2021 *Nat. Electron.* **4** 116
- [31] Shen S Q 2017 *Topological Insulators* (Singapore: Springer) pp207–229
- [32] Wang J, Lian B, Qi X L, Zhang S C 2015 *Phys. Rev. B* **92** 081107(R)
- [33] Morimoto T, Furusaki A, Nagaosa N 2015 *Phys. Rev. B* **92** 085113
- [34] Xiao D, Chang M C, Niu Q 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1959
- [35] Li R H, Heinonen O, Burkov A, Zhang S 2021 *Phys. Rev. B* **103** 045105
- [36] Nandy S, Zeng C, Tewari S 2021 *Phys. Rev. B* **104** 205124
- [37] Wang Y, Zhang Z, Zhu Z G, Su G 2024 *Phys. Rev. B* **109** 085419

Nonlinear Hall effect in semi-magnetic topological insulators*

WU Ke ZHU Jiongyi CHEN Rui[†] ZHOU Bin[‡]*(School of Physics, Hubei University, Wuhan 430062, China)*

(Received 23 June 2025; revised manuscript received 24 July 2025)

Abstract

Semi-magnetic topological insulators have received wide attention because of their unique electrical properties, including the emergent half-quantized linear Hall effect. However, nonlinear Hall effects in these materials have not been studied. In this work, the nonlinear Hall effect in semi-magnetic topological insulators is investigated, and its dependence on the orientation of the magnetic moment in the magnetic layer is explored. By using both analytical method and numerical method, it is demonstrated that the nonlinear Hall conductance is more sensitive to the horizontal component of the magnetic moment than the linear Hall conductance, which predominantly depends on the vertical component of the magnetic moment. Our results reveal that the nonlinear Hall conductance can serve as a sensitive probe to detect changes in the orientation of the magnetic moment in experiments. Specifically, it is shown that the nonlinear Hall effect is governed by the Berry dipole moment, whose magnitude and direction vary with the tilt of the magnetic moment, thereby offering a unique signature of its orientation. The potential for using both linear and nonlinear Hall effects to map the direction of the magnetic moment in semi-magnetic topological insulators is highlighted in this work. Besides, the measurement of the nonlinear Hall effect can be directly implemented using existing experimental setups, without the need for additional modifications. The findings offer insights into the quantum transport behavior of the semi-magnetic topological insulator and pave the way for new experimental techniques to manipulate and probe their magnetic properties.

Keywords: semi-magnetic topological insulator, nonlinear Hall effect, Berry dipole moment**PACS:** 73.43.-f, 73.43.Qt, 75.30.Hx**DOI:** [10.7498/aps.74.20250814](https://doi.org/10.7498/aps.74.20250814)**CSTR:** [32037.14.aps.74.20250814](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20250814)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12074107, 12304195), the Program of Outstanding Young and Middle-aged Scientific and Technological Innovation Team of Colleges and Universities in Hubei Province, China (Grant No. T2020001), the Innovation Group Project of the Natural Science Foundation of Hubei Province, China (Grant No. 2022CFA012), the Chutian Scholars Program in Hubei Province, the Natural Science Foundation of Hubei Province, China (Grant No. 2025AFA081), the Key R&D Program of Wuhan, China (Grant No. 2025050602030069), and the Original Seed Program of Hubei University, China.

[†] Corresponding author. E-mail: chenr@hubu.edu.cn

[‡] Corresponding author. E-mail: binzhou@hubu.edu.cn



半磁性拓扑绝缘体中的非线性霍尔效应

伍可 朱灵熠 陈锐 周斌

Nonlinear Hall effect in semi-magnetic topological insulators

WU Ke ZHU Jiongyi CHEN Rui ZHOU Bin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 197302 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250814

CSTR: 32037.14.aps.74.20250814

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250814>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

拓扑绝缘体中量子霍尔效应的研究进展

Research progress of quantum Hall effect in topological insulator

物理学报. 2023, 72(17): 177302 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230698>

磁性拓扑绝缘体中的量子输运现象

Quantum transport phenomena in magnetic topological insulators

物理学报. 2023, 72(17): 177301 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230690>

磁子霍尔效应

Magnon Hall effect

物理学报. 2024, 73(1): 017501 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231589>

本征磁性拓扑绝缘体 MnBi_2Te_4 研究进展

Research progress of intrinsic magnetic topological insulator MnBi_2Te_4

物理学报. 2023, 72(18): 187101 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230704>

拓扑材料中的平面霍尔效应

Planar Hall effect in topological materials

物理学报. 2023, 72(20): 207201 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230905>

光子拓扑绝缘体多层系统中的Casimir效应

Casimir effect in photonic topological insulator multilayered system

物理学报. 2025, 74(10): 104202 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250088>