

基于 MIT 袋模型的零温与强磁场下 夸克物质与磁星的性质*

初鹏程[†] 王姣姣 刘玉珩 刘鹤[‡] 刘宏铭^{††}

(青岛理工大学理学院, 青岛 266033)

(2025 年 7 月 9 日收到; 2025 年 8 月 5 日收到修改稿)

基于 MIT 袋模型计算了零温与强磁场下奇异夸克物质与色味锁夸克物质的热力学性质. 发现色味锁态下夸克物质的热力学性质受色味锁夸克物质的能隙常数、磁场强度影响很大, 特别是物态方程会随着能隙常数的增加而变硬, 压强随着磁场强度的增加而呈现明显的各向异性. 结果表明色味锁态下基于 MIT 袋模型的夸克星质量半径曲线可以通过多个目前实验估测的脉冲星质量-半径区域, 色味锁夸克星的最大质量会随着能隙常数的增加而增大. 强磁场下色味锁磁星的质量与磁星内部磁场强度与方向的分布关系紧密, 星体物质的多方指数会随着星体质量的增加而减小.

关键词: 色味锁态, 夸克星, 磁星**PACS:** 21.65.Qr, 97.60.Jd**DOI:** 10.7498/aps.74.20250898**CSTR:** 32037.14.aps.74.20250898

1 引言

致密星体是在自然界中能够提供零温、有限温、强磁场下有限化学势的强相互作用物质热力学性质检测的平台之一, 对于理解核物理与天体物理具有非常重要的作用^[1-4]. 近十年来, 致密星体的观测数据如雨后春笋涌现, 对强相互作用物质的物态方程以及唯象模型的参数空间提出了挑战: 2010 年, 大质量脉冲星 PSR J1614-2230^[5] 被精准测量, 其质量为 $(1.97 \pm 0.04)M_{\odot}$; 三年后更大质量的 PSR J0348+0432 被观测到, 其质量约为 $(2.01 \pm 0.04)M_{\odot}$ ^[6]; 2018 年, 脉冲星 PSR J2215+5135 的质量约束在 $(2.27^{+0.17}_{-0.15})M_{\odot}$ ^[7]; 2019 年, 大质量脉冲

星 PSR J0740+6620 的质量与半径范围被推测在 $(2.08 \pm 0.07)M_{\odot}$ 和 $(13.7^{+2.6}_{-1.5})$ km^[8-10]; 文献 [11] 中, 小质量、大半径脉冲星 PSR J0030+0451 的质量-半径区域被推测为 $M = (1.44^{+0.15}_{-0.14})M_{\odot}$ 与 $R = (13.02^{+1.24}_{-1.06})$ km, 而大质量、大半径脉冲星 4U 1702-429 的质量半径区域则被估算为 $M = (1.9 \pm 0.3)M_{\odot}$ 与 $R = (12.4 \pm 0.4)$ km^[12]; 2022 年, 小质量小半径致密星体 HESS J1731-347 被测定为 $M = (0.77^{+0.20}_{-0.17})M_{\odot}$ 与 $R = (10.4^{+0.86}_{-0.78})$ km^[13]; 近年来的超大质量致密星的实验数据, 来自引力波事件 GW190814 的伴随天体 m2, 其质量范围为 $2.50M_{\odot}$ — $2.67M_{\odot}$ ^[14]——大质量的致密星体数据对于星体物质的物态方程要求较高, 需要特别“硬”(压强对重子数密度的斜率大); 小质量、小半径的

* 国家自然科学基金(批准号: 12575134, 11975132, 12205158, 11505100)、山东省自然科学基金(批准号: ZR2022JQ04, ZR2021QA037, ZR2019YQ01)和青岛市自然科学基金(批准号: project 25-1-1-4-zyyd-jch)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: kyois@126.com

[‡] 通信作者. E-mail: liuhe@qut.edu.cn

^{††} 通信作者. E-mail: liuhongming13@126.com

致密星体数据对于只考虑核子相的致密星体以及混合星的要求较高。

夸克星是由退禁闭的 β 平衡的 u, d, s 夸克构成的自束缚星体, 具有电中性. 一般认为夸克星是由奇异夸克物质 (strange quark matter, SQM) 构成的, 具有绝对稳定性. 近年来围绕夸克星进行的理论工作很多, 实验上还需要验证其存在的真实性^[15-39]. 在致密星体中的高密区域, 还可能更致密、更对称的夸克物质, 有可能会比奇异夸克物质还稳定, 具有粒子数密度相等的 u, d, s 夸克, 人们称之为色味锁 (color-flavor locked, CFL) 夸克物质^[40-45], 可以作为夸克星物质的候选者之一.

致密星体孕育在磁场中, 磁场对致密星体中的强相互作用物质的影响很大, 比如核物质、夸克物质的物态方程, 星体运转的制动问题, 原生星的加热与冷却成中子星的过程等^[46-53]. 磁星是致密星中强磁场星体的代表, 其表面磁场一般为 10^{11} G ($1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$) 以上, 星体中心的磁场有可能达到 $10^{18} - 10^{20}$ G^[54-64]. 致密星体中磁场的成因目前理论上存在一些猜测, 其起源有可能来自星体演化过程、星体内部化石假说等^[65-70]. 本文计划基于夸克物质经典模型计算零温或强磁场下的奇异夸克星以及色味锁磁星的相关性质, 利用实验观测数据约束模型参数空间, 给出较为合理的强相互作用物质物态方程.

2 理论推导

奇异夸克星是由退禁闭的 u, d, s 夸克与轻子 (e^- 与 μ) 通过弱相互作用形成的 β 平衡奇异夸克物质构成的. 奇异夸克物质在 Bodmer-Witten-Terazawa 假设中被认为可能是 QCD 物质基态的候选者, 处于绝对稳定的能态^[24]. 之后 Farhi 和 Jaffe^[19] 发现奇异夸克物质在核物质饱和点附近很大的参数空间内能够保证稳定, 奇异夸克物质的绝对稳定条件在后续的工作中逐渐被核物理学家们采用^[20-22]: 奇异夸克物质的每核子能量最低点要低于自然界里观测到的稳定核 ^{56}Fe 的每核子能量最低点 930 MeV (体现绝对稳定性); 只含有 u, d 夸克和电子与 μ 子的满足 β 平衡的纯 u, d 夸克物质, 其每核子能量的最低点要高于 930 MeV (原因在于没有观测到来自稳定核物质的自发相变)——零温情况下的奇异夸克物质的绝对稳定条

件大大削减了众多唯象模型的参数选择空间, 有利于从唯象模型中遴选出更贴近真实物理的强相互作用物质的物态方程^[71-96]. 本文使用的模型为经典的 MIT 袋模型^[78], 零温情况下每味夸克的重子数密度的表达式为

$$n_i = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^{\nu_i} k^2 dk, \quad (1)$$

这里 $g_i = 2 \times 3$ 表示夸克的简并度 (轻子的简并度为 2), ν_i 是奇异夸克物质的第 i 味夸克的费米动量, 总的重子数密度可以表示为 $n_B = \frac{1}{3} \sum_i n_i$. 对于奇异夸克物质, 满足的 β 平衡与电中性条件可以分别表示为

$$\mu_u + \mu_e = \mu_d = \mu_s, \quad (2)$$

$$\frac{2}{3}n_u = \frac{1}{3}n_d + \frac{1}{3}n_s + n_e. \quad (3)$$

奇异夸克物质的每味夸克零温化学势 μ_i 可以写作

$$\mu_i = \frac{d\epsilon}{dn_i} = \sqrt{\nu_i^2 + m_i^2}. \quad (4)$$

可以通过热力学关系 ($\epsilon = \sum_{j=u,d,s,e} n_j \mu_j - P$) 得到奇异夸克物质的压强表达式为

$$P = \sum_{j=u,d,s,e} \frac{g_j}{48\pi^2} \left[\nu_j \sqrt{\nu_j^2 + m_j^2} (2\nu_j^2 - 3m_j^2) + 3m_j^4 \operatorname{arcsinh}(\nu_j/m_j) \right] - B, \quad (5)$$

其中 B 为 MIT 袋模型的袋常数, 可以提供负压约束粒子.

在能高能密的强相互作用物质中, 不同味与色的夸克之间通过耦合配对可能形成对称的色味锁夸克物质, 近几十年来, 人们对色味锁夸克物质进行了较为细致的研究^[97-102]. 对于色味锁夸克物质, u, d, s 三味夸克的重子数密度相同且满足电中性条件, 故三者的化学势也相同. 零温情况下每味夸克的粒子数密度的表达式为

$$n_q = \frac{\nu_i}{\pi^2} + \frac{2\Delta^2 \mu}{\pi^2}, \quad (6)$$

式中右侧第一项来自量子统计物理的自由费米气体推导, 第二项中的 Δ 来自不同味的夸克耦合产生的库珀对 (Cooper pairs), 可以称之为能隙常数, 具体推导可参见文献^[97,98]. 压强可以写作

$$P = \sum_{j=u,d,s,e} \frac{g_j}{48\pi^2} \left[\nu_j \sqrt{\nu_j^2 + m_j^2} (2\nu_j^2 - 3m_j^2) + 3m_j^4 \operatorname{arcsinh}\left(\frac{\nu_j}{m_j}\right) \right] - B + 3 \frac{\Delta^2 \mu^2}{\pi^2}. \quad (7)$$

可以看出, 能隙常数对夸克物质的物态方程有非常

大的影响, 越大的能隙常数能够得到越硬的物态方程.

文献 [103–105] 中, 科研工作者们基于 Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型讨论了磁场下的色味锁 (magnetic color-flavor locked, MCFL) 夸克物质的热力学性质. 相比于 MIT 袋模型, NJL 模型能够给出手征对称性恢复, 但是传统的 SU(3) NJL 模型无法满足绝对稳定条件; CIDDMM 模型能够给出绝对稳定条件并初步唯象给出了密度相关相互作用, 但是此模型无法给出 2.5 倍以上的大质量致密星. MIT 袋模型具有自身的局限性, 比如袋内介质中相互作用无法描述、表面强加边界条件提供负压等, 后续工作中也需要进行合理改进. 强磁场下基于 MIT 袋模型的每味夸克在色味锁态的粒子数密度可以写作

$$n_i = \sum_{\nu} \alpha_{\nu} \frac{N_c |q_i| B_{\text{mag}}}{2\pi^2} \int_0^{\infty} \left[\frac{1}{1 + e^{(\epsilon_i - \mu_i)/T}} - \frac{1}{1 + e^{(\epsilon_i + \mu_i)/T}} \right] dp + \frac{2\Delta^2 \mu}{\pi^2}, \quad (8)$$

其中, 色自由度 $N_c = 3$; $\mu = (\sum_i \mu_i)/3$ 是每味夸克的化学势; 为了与袋常数 B 进行区分, 这里定义磁感应强度为 B_{mag} ; 强磁场下由于诸多物理量会发生朗道量子化, 故求和系数 α_{ν} 、求和级数 ν 被引入, 分别表示为 $\alpha_{\nu} = 2 - \delta_{\nu,0}$ 与 $\nu = n + \frac{1}{2} - \frac{q_i s}{|q_i| 2}$ (q_i 表征带电量、 n 与 s 分别为主量子数和自旋量子数); $\epsilon_i = \sqrt{p^2 + 2\nu |q_i| B_{\text{mag}} + m_i^2}$ 为积分项中的色散关系, 进而可以推导 MCFL 夸克物质的热力学势密度的表达式为

$$\Omega = \Omega_{\text{charged}} + \Omega_{\text{neutral}} + B - 3 \frac{\Delta^2 \mu^2}{\pi^2}, \quad (9)$$

式中 Ω_{charged} 与 Ω_{neutral} 表示 MCFL 夸克物质电荷重新分配之后的带电部分与不带电部分. 关于 MCFL 夸克物质的电荷重新分配理论可以参照文献 [103,104], 三味夸克会重新按照色自由度进行电荷分配. 带电部分每味夸克的热力学势密度可写为

$$\Omega_i = - \sum_{\nu=0}^{\nu_i^{\text{max}}} \frac{g_i(|q_i| B_{\text{mag}})}{2\pi^2} \alpha_{\nu} \left[\frac{1}{2} \mu_i \sqrt{\mu_i^2 - s_i(\nu, B)^2} - \frac{s_i(\nu, B)^2}{2} \ln \left(\frac{\mu_i + \sqrt{\mu_i^2 - s_i(\nu)^2}}{s_i(\nu)} \right) \right], \quad (10)$$

式中, $s_i(\nu) = \sqrt{2\nu |q_i| B_{\text{mag}} + m_i^2}$; 零温的朗道能级

求和上限为 $\nu_i^{\text{max}} \equiv \text{int} \left[\frac{\mu_i^2 - m_i^2}{2|q_i| B} \right]$ ($\text{int}[\dots]$ 为取整函数). 于是可以通过热力学关系得到 MCFL 态夸克物质总的能量密度为

$$\mathcal{E}_{\text{tot}} = \Omega + \sum_i \mu_i n_i + B + \frac{B_{\text{mag}}^2}{2}, \quad (11)$$

其中, $B_{\text{mag}}^2/2$ 来自磁场的能量贡献. 由于强磁场下夸克物质的旋转对称性会发生破缺, 故压强出现各向异性. 人们定义平行于磁感应强度的纵向压强为 P_{\parallel} , 定义垂直于磁感应强度的横向压强为 P_{\perp} [58,103–109]. 零温情况下纵向与横向压强表达式为

$$P_{\parallel} = \sum_i \mu_i n_i - \mathcal{E}, \quad (12)$$

$$P_{\perp} = \sum_i \mu_i n_i - \mathcal{E} + B_{\text{mag}}^2 + B_{\text{mag}} \cdot \partial \Omega / \partial B_{\text{mag}}. \quad (13)$$

磁星的磁场产生原因复杂, 其星体表面的磁场可以达到 10^{11} – 10^{15} G, 内部则可能存在 10^{18} – 10^{20} G 的磁场 [58]. 磁星内部的强磁场成因可能为星体内部强相互作用物质 (核子与夸克组成) 的自旋极化 [110].

3 结果与讨论

本节进行计算结果的讨论与分析. 本文中 MIT 袋模型的 u, d, s 三味夸克的裸质量分别为 5.5 MeV, 5.5 MeV 与 80 MeV, 首先在图 1 中计算了零温情况下基于 MIT 袋模型的奇异夸克物质与色味锁夸克物质的每核子能量与相应的压强随重子数密度的变化. 在零温的奇异夸克物质计算过程中, 本文讨论了绝对稳定条件下的参数选取. 结果表明袋常数选在 $85.6 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$ 时, 奇异夸克物质的每核子能量最低点达到了绝对稳定条件允许的上限值 930 MeV; 当袋常数选在 $56.7 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$ 时, 纯 u, d 夸克物质的每核子能量最低点达到了绝对稳定条件允许的下限值 930 MeV, 故 MIT 袋模型满足绝对稳定条件的 B 参数范围为 56.7 – $85.6 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$. 从图 1 可见物态方程会随着袋常数的减少而变硬, 还可以看出, 对于奇异夸克物质与 CFL 夸克物质的情况, 每核子能量最低点的重子数密度与零压点的重子数密度相等, 这体现出了热力学自洽, 证明了本文计算结果的正确性. 当增加能隙常数 Δ 时, 可以看到每核子能量的最低点会降低, 这说明色味锁夸克物质比奇异夸克物质还要更稳定. 另外, 图中还能看出零压点的重子数密

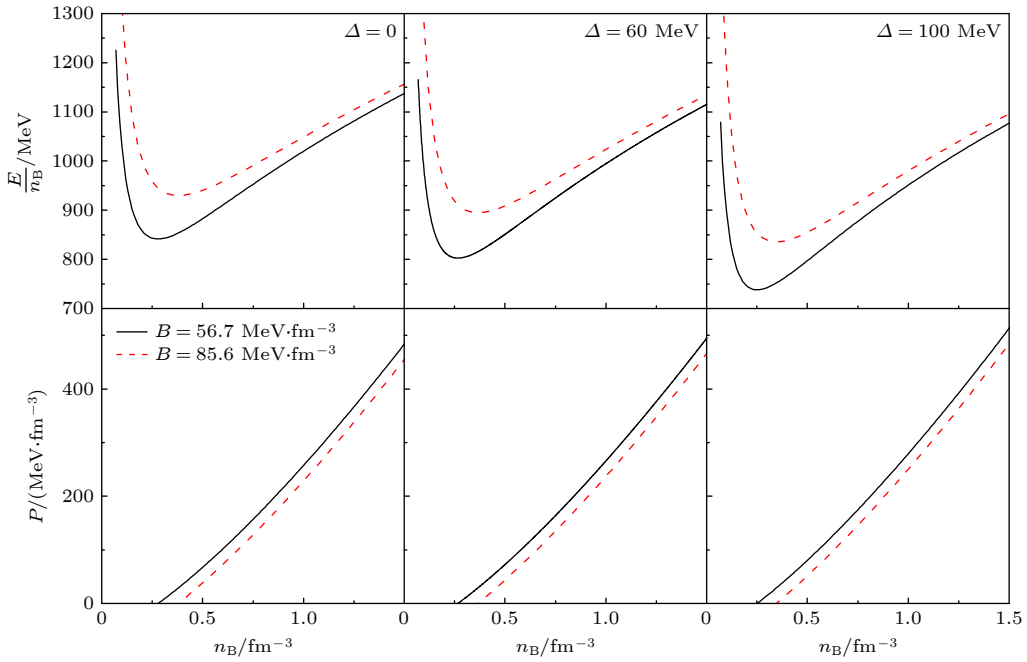


图 1 零温情况下基于 MIT 袋模型的奇异夸克物质与色味锁夸克物质的每核子能量与相应的压强随重子数密度的变化

Fig. 1. The energy per baryon and corresponding pressure as functions of baryon density of SQM and CFL quark matter within MIT bag model.

度会随着 Δ 的增加而降低, 在固定重子数密度情况下的压强会随着 Δ 的增加而增加. 如果依据图 1 的物态方程利用 TOV (Tolman-Oppenheimer-Volkoff) 方程求解夸克星, 所对应的夸克星的表面密度也会随着 Δ 的增加而降低.

图 2 计算了奇异夸克物质与色味锁夸克物质的声速平方 C_s^2 随重子数密度的变化. 从图中可以看出, 对于所有的情况, 声速的平方皆没有超过 1, 这说明本文的计算结果符合因果律. 奇异夸克物质的声速平方要明显小于色味锁夸克物质的值, 声速

平方会随着重子数的增加而增加; 色味锁夸克物质声速的平方会随着重子数的增加而降低, Δ 能够增加色味锁夸克物质的声速. 对于所有的情况, 可以看到在高密处的声速平方都会趋近于 PQCD 极限值 $1/3$.

图 3 计算了奇异夸克物质与 CFL 夸克物质的多方指数随重子数密度的变化. 多方指数可以从公式 $\gamma = \frac{\partial \ln P}{\partial \ln \mathcal{E}}$ 计算得到. 从图 3 的结果可以看出, 对于所有的情况, 多方指数会随着重子数的增加而降低; 在 $n_B = 1.2 \text{ fm}^{-3}$ 时, 多种情况的多方指数会

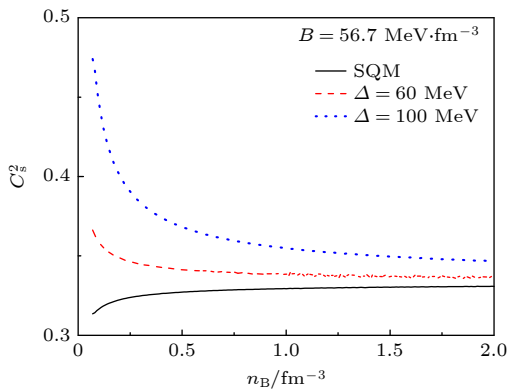


图 2 奇异夸克物质与色味锁夸克物质的声速平方随重子数密度的变化

Fig. 2. The sound velocity square of SQM and CFL quark matter as functions of baryon density.

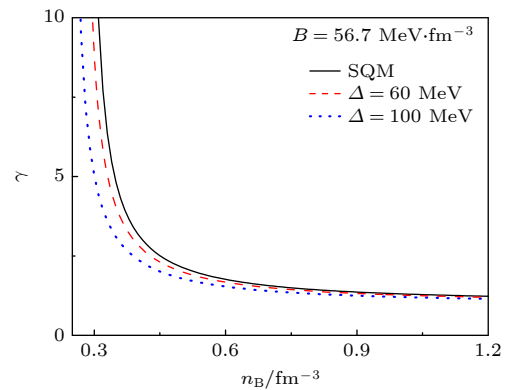


图 3 奇异夸克物质与 CFL 夸克物质的多方指数随重子数密度的变化

Fig. 3. The polytopic index of SQM and CFL quark matter as a function of n_B .

趋近于 $\gamma=1.2$. 结果还表明, 奇异夸克物质的多方指数会高于色味锁夸克物质的多方指数, 并且色味锁夸克物质的多方指数会随着能隙常数的增加而降低.

图 4 所示为利用 TOV 方程^[111] 计算的夸克星的最大质量随能隙常数 Δ 的变化规律. 从图中可以看出, 当袋常数为 $56.7 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$ 时, 夸克星的质量要大于袋常数为 $85.6 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$ 时的夸克星质量, 这与图 1 中得到的结论“物态方程会随着袋常数的降低而变硬”一致. 在满足绝对稳定条件下, 奇异夸克物质得到的夸克星质量会从 $1.61M_{\odot}$ ($B=85.6 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$) 增至 $1.97M_{\odot}$ ($B=56.7 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$), 后者的质量已经达到了 PSR J1614-2230 的观测质量 $(1.97 \pm 0.04)M_{\odot}$ 的中心值. 随着能隙常数的增加, 当能隙常数达到 $\Delta=100 \text{ MeV}$ 时, 零温色味锁夸克星的最大质量可以达到 $2.39M_{\odot}$ ($B=56.7 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$). 与图 3 的结果对比可以发现, 在奇异夸克星与色味锁夸克星的情况中, 星体质量越大, 对应的多方指数越小.

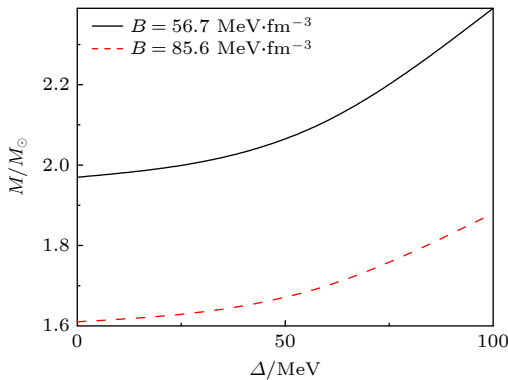


图 4 夸克星最大质量随能隙常数的变化规律
Fig. 4. The maximum mass of quark stars as a function of Δ .

图 5 中依据色味锁夸克星的结果进一步计算了色味锁夸克星引力波潮汐形变随能隙常数的变化规律. 在 GW170817 双致密星体并合产生引力波事件中, LIGO-Virgo 合作组对引力波的潮汐形变进行了预测并给出了上限值——对于 1.4 倍太阳质量脉冲星, 其引力波潮汐形变要小于 800 才能作为此事件候选者^[112]. 从图 5 可以看到, 引力波潮汐形变会随着色味锁能隙常数 Δ 的增加而增加, 这对于所有的袋常数都一致. 当袋常数选在 $56.7 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$ 时, 引力波潮汐形变在 $\Delta=60 \text{ MeV}$ 的时候达到 GW170817 事件潮汐形变的上限值 800. 结果表明基于 MIT 袋模型, 对于能隙常数大于 $\Delta=60 \text{ MeV}$ 的色味锁夸克星不能作为此事件

的候选者星体. 后续工作我们会针对与其他主流模型进行引力波潮汐形变与致密星物质热力学量的关联分析.

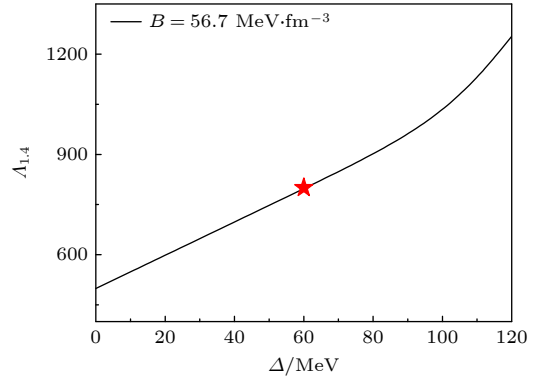


图 5 色味锁夸克星引力波潮汐形变随能隙常数的变化规律
Fig. 5. Tidal deformability of the CFL quark stars as a function of Δ .

图 6 中进一步计算了不同袋常数下色味锁夸克星最大质量对应的中心密度随 Δ 的变化. 结果表明, 对于所有的情况, 星体最大质量的中心密度都会随着能隙常数的增加而降低; 对于较小袋常数的情况, 中心密度值会明显低于袋常数较大的情况. 结合图 1、图 3、图 4 的结论可以归纳出以下关联规律: 基于 MIT 袋模型, 色味锁能隙常数越大物态方程越硬, 可以给出更大质量的色味锁夸克星; 对于大质量色味锁夸克星, 其最大质量对应的中心密度越低, 在致密星物质密度区域的多方指数越小.

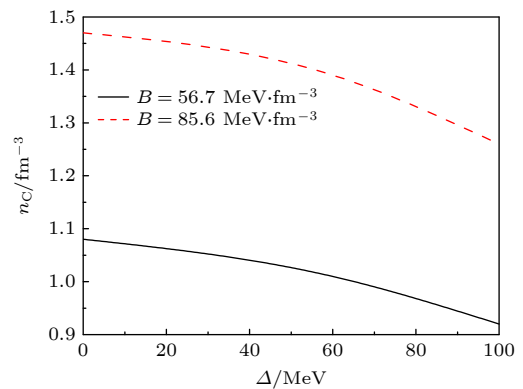


图 6 不同袋常数下色味锁夸克星最大质量对应的中心密度随 Δ 的变化
Fig. 6. The central density of the maximum mass of CFL quark stars as a functions of Δ with different bag constant.

图 7 中计算了奇异夸克星与色味锁夸克星在不同 Δ 的质量半径关系, 袋常数选在 $56.7 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$. 图中橙色阴影区是 PSR J0740 + 6620 的估测质量半径区域 $R=(13.7_{-1.5}^{+2.6}) \text{ km}$, $M=(2.08 \pm 0.07)M_{\odot}$,

粉红色区域代表脉冲星 HESS J1731-347 的质量半径区域 $R = (10.4_{-0.78}^{+0.86})$ km, $M = (0.77_{-0.17}^{+0.20})M_{\odot}$, 蓝绿色的区域表示 PSR J0030+0451 的质量半径区域 $R = (13.02_{-1.06}^{+1.24})$ km, $M = (1.44_{-0.14}^{+0.15})M_{\odot}$, 酒红色区域表示 4U 1702-429 的质量半径区域 $R = (12.4_{-0.4}^{+0.4})$ km, $M = (1.9 \pm 0.3)M_{\odot}$, 另外还加入了 PSR J2215+5135 ($M = (2.27_{-0.15}^{+0.17})M_{\odot}$) 以及 GW190814 的伴星 m2 ($M = (2.50 - 2.67)M_{\odot}$) 作为质量约束区域. 从图 7 可以看出, 奇异夸克星仅能通过 HESS J1731-347 的质量半径区域, 最大质量仅能达到 1.97 倍太阳质量, 虽然能够达到 PSR

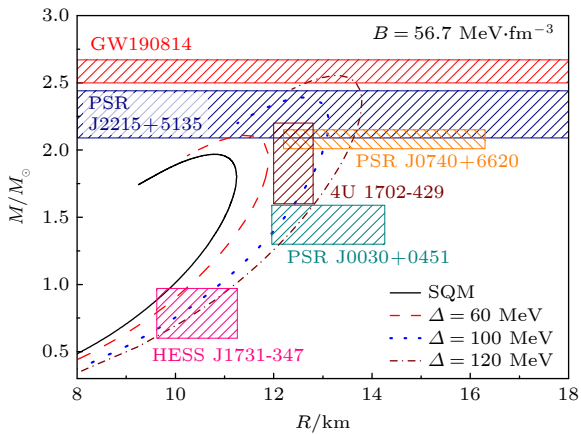


图 7 奇异夸克星与色味锁夸克星在不同 Δ 的质量半径关系
Fig. 7. Mass-radius lines of strange quark stars and CFL quark stars with different Δ .

J1614-2230 的观测质量 $(1.97 \pm 0.04)M_{\odot}$ 的中心值, 但是不能描述其他观测数据. 当考虑 CFL 夸克星时, 可以发现夸克星的最大质量会随着能隙常数 Δ 的增加而增大; 当 $\Delta = 60$ MeV 时, 已经能够达到 PSR J2215+5315 的下限. 当 Δ 增加到 120 MeV 时, 色味锁夸克星的质量半径曲线恰好通过所有约束区域并能描述 GW190814 的 m2 为夸克星, 满足了实验观测. 目前实验结果对 Δ 的上限取值约束不多, 本文通过声速以及致密星实验观测结果对其进行了一定的约束.

4 强磁场下色味锁夸克物质与夸克星的性质

强磁场下磁星内部物质会发生自旋极化, 有可能形成软 γ 射线闪耀和释放大量的 X 射线, 引起巨大能量爆发 [113-115]. 研究强磁场下奇异夸克物质与色味锁夸克物质的性质对于理解磁星较为重要. 图 8 中计算了强磁场下 MCFL 夸克物质 ($\Delta = 120$ MeV) 的每核子能量与压强随重子数密度的变化. 由于压强的各向异性, 可以发现纵向压强的零压点对应的重子数密度与每核子能量的最低点的重子数密度一致, 符合热力学自洽. 另外能够发现强磁场下的每核子能量最低点会随着磁场的增加而升高, 各向异性压强的劈裂会随着磁场的增加而增大.

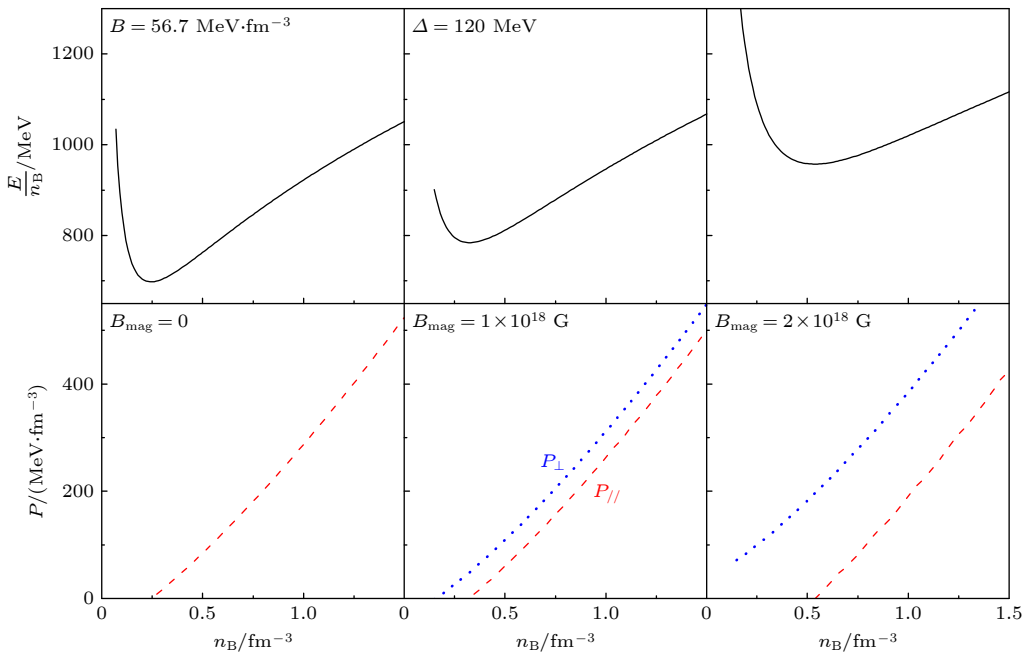


图 8 强磁场下 MCFL 夸克物质的每核子能量与压强随重子数密度变化关系
Fig. 8. The energy per baryon and pressure as functions of n_B under strong magnetic fields.

图 9 中计算了基于 MIT 袋模型下的 MCFL 磁星的质量半径关系, 选择了图 7 中能够符合多项实验观测结果约束的 $\Delta = 120$ MeV 的情况. 由于磁星内部与表面磁场强度差别较大, 选取 TOV 方程^[111]与密度相关磁场来计算磁星质量^[59,60,63,64]:

$$B_{\text{mag}} = B_{\text{surf}} + B_0 \{1 - \exp[-\beta_0(n_B/n_0)^\gamma]\}. \quad (14)$$

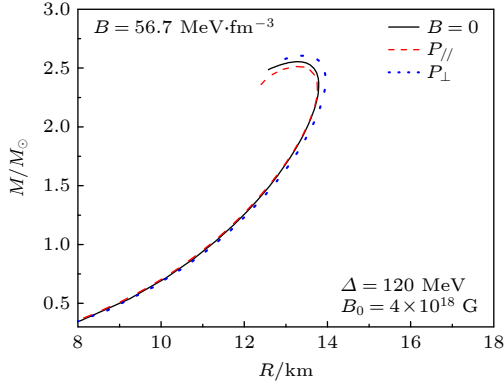


图 9 基于 MIT 袋模型下的 MCFL 磁星的质量半径关系
Fig. 9. Mass-radius relation of MCFL magnetars within MIT bag model.

选取 $B_{\text{surf}} = 1 \times 10^{15}$ G 来表示星体表面磁场的强度, $n_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ 为核物质饱和密度, B_0 可以决定星体中心的磁场强度, 可以依照文献^[87]中的参数组 $\gamma = 3$, $\beta_0 = 0.001$ 来模拟星体中心到星体表面快速下降的重子数密度相关磁场强度. 对于磁星内部磁场方向的分布, 本文假设两种极端方向分布: 1) 磁场在磁星内部沿径向方向, 磁星外部从星体另一端穿回闭合 (径向磁场情况, 利用纵向压强抵消引力); 2) 磁场在磁星内部垂直于径向的平面内随机分布 (横向磁场情况, 利用横向压强抵消引力). 于是能够得到 MCFL 态下磁星的质量半径关系. 从图 8 可以看出, 径向磁场情况的磁星质量要小于横向磁场情况的磁星质量, 无磁场 CFL 夸克星的质量介于两者之间.

图 10 中计算了横向磁场与径向磁场下 MCFL 态夸克物质的多方指数随重子数密度的变化. 与零温结果类似, 色味锁态的多方指数在强磁场下也会随着重子数密度的增加而降低. 当 $B_0 = 4 \times 10^{18}$ G 时, 从图 10 可以看出多方指数会随着横向与纵向压强的选择而发生劈裂, 且劈裂大小会随着重子数密度的增加而增大. 从图中还能发现, 由于磁星内部磁场强度会随着星体的密度增加而增大, 故在图中重子数密度大于 0.8 fm^{-3} 时, 多方指数会随着朗

道能级求和上限的减少而发生“振荡”效应. 对比图 9 的结果, 可以发现磁星物质的多方指数会随着磁星质量的增加而减少, 这与零温情况一致, 也能从我们之前在准粒子模型、CIDDM 模型、NJL 模型的工作中找到类似的规律^[100,101,116-119].

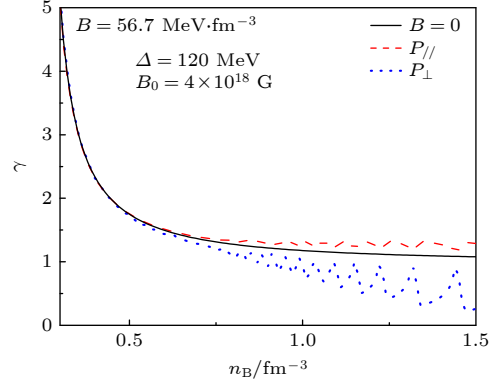


图 10 横向磁场与径向磁场下, MCFL 态夸克物质的多方指数随重子数密度的变化关系
Fig. 10. The polytropic index as a function of baryon number density with transverse magnetic field and longitudinal magnetic field.

5 结 论

本文基于经典 MIT 袋模型计算了零温与强磁场下奇异夸克物质与色味锁夸克物质的热力学性质. 发现色味锁态下夸克物质的热力学性质受色味锁夸克物质的能隙常数、磁场强度影响很大, 色味锁夸克物质的物态方程会随着能隙常数的增加而变硬. 在声速的计算结果中发现, 奇异夸克物质的声速与色味锁夸克物质的声速的重子数依赖规律不同, 并且色味锁夸克物质的声速会随着能隙常数的增加而增大. 零温色味锁夸克星计算结果能够发现, 夸克星的最大质量会随着能隙常数的增加而增大, 随着袋常数的增加而减小; 引力波潮汐形变也会随着能隙常数的增加而增大, 星体最大质量的中心密度会随着能隙常数的增加而减小. 在考虑了众多实验观测与模拟的脉冲星质量与半径约束区域后, 发现当考虑较大能隙常数的色味锁态夸克物质时, 能够穿过给出的约束区域, 这是基于 MIT 袋模型的奇异夸克星的质量半径关系所不能达到的. 另外还计算了强磁场下 MCFL 夸克物质的热力学性质, 结果表明奇异夸克物质与色味锁夸克物质的压强会随着磁场强度的增加而呈现各向异性. 在此基础上计算了强磁场下色味锁磁星的质量半径关系,

发现磁星质量与磁星内部磁场强度与方向的分布关系紧密, 并且星体物质的多方指数会随着星体质量的增加而减小.

参考文献

- [1] Glendenning N K 2000 *Compact Stars* (2nd Ed.) (New York: Springer-Verlag, Inc.)
- [2] Weber F 1999 *Pulsars as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics* (London: IOP Publishing Ltd.)
- [3] Lattimer J M, Prakash M 2004 *Science* **304** 536
- [4] Steiner A W, Prakash M, Lattimer J M, Ellis P J 2005 *Phys. Rep.* **410** 325
- [5] Demorest P 2010 *Nature* **467** 1081
- [6] Antoniadis J 2013 *Science* **340** 6131
- [7] Shahbaz T, Casares J 2018 *Astrophys. J.* **859** 54
- [8] Thankful H, Cromartie 2020 *Nat. Astron. Lett.* **4** 72
- [9] Fonseca E, Cromartie H T, Pennucci T T, et al. 2021 *Astrophys. J. Lett.* **915** L12
- [10] Miller M C, Lamb F K, Dittmann A J, et al. 2021 *Astrophys. J. Lett.* **918** L28
- [11] Miller M C, Lamb F K, Dittmann A J, et al. 2019 *Astrophys. J. Lett.* **887** L24
- [12] Nattila J, Lamb F K, Dittmann A J, et al. 2017 *A&A* **608** A31
- [13] Doroshenko V 2022 *Nature Astronomy* **6** 1444
- [14] Abbott R 2020 *Astrophys. J. Lett.* **896** L44
- [15] Ivanenko D, Kurdgelaidze D F 1969 *Lett. Nuovo Cimento* **2** 13
- [16] Itoh N 1970 *Prog. Theor. Phys.* **44** 291
- [17] Bodmer A R 1971 *Phys. Rev. D* **4** 1601
- [18] Witten E 1984 *Phys. Rev. D* **30** 272
- [19] Farhi E, Jaffe R L 1984 *Phys. Rev. D* **30** 2379
- [20] Holdom B 2018 *Phys. Rev. L* **120** 22001
- [21] Zhang C, Mann R B 2021 *Phys. Rev. D* **103** 063018
- [22] Yuan W L, Li A, Miao Z Q, Zuo B J, Bai Z 2022 *Phys. Rev. D* **105** 123004
- [23] Alcock C, Farh E, Olinto A 1986 *Astrophys. J.* **310** 261
- [24] Weber F 2005 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **54** 193
- [25] Bombaci I, Parenti I, Vidana I 2004 *Astrophys. J.* **614** 314
- [26] Staff J, Ouyed R, Bagchi M 2007 *Astrophys. J.* **667** 340
- [27] Herzog T M, RÖpke F K 2011 *Phys. Rev. D* **84** 083002
- [28] Stephanov M A, Rajagopal K, Shuryak E V 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 4816
- [29] Terazawa H 1979 *INS-Report* (Tokyo: Univ. of Tokyo) **336**
- [30] Alford M, Reddy S 2003 *Phys. Rev. D* **67** 074024
- [31] Alford M, Jotwani P, Kouvaris C, Kundu J, Rajagopal K 2005 *Phys. Rev. D* **71** 114011
- [32] Baldo M 2003 *Phys. Lett. B* **562** 153
- [33] Ippolito N D, Ruggieri M, Rischke D H, Sedrakian A, Weber F 2008 *Phys. Rev. D* **77** 023004
- [34] Lai X Y, Xu R X 2011 *Res. Astron. Astrophys.* **11** 687
- [35] Avellar M G B de, Horvath J E, Paulucci L 2011 *Phys. Rev. D* **84** 043004
- [36] Bonanno L, Sedrakian A 2012 *A&A* **539** A16
- [37] Chu P C, Wang B, Jia Y Y, Dong Y M, Wang S M, Li X H, Zhang L, Zhang X M, Ma H Y 2016 *Phys. Rev. D* **94** 123014
- [38] Chu P C, Li X H, Wang B, Dong Y M, Jia Y Y, Wang S M, Ma H Y 2017 *Eur. Phys. J. C* **77** 512
- [39] Chu P C, Zhou Y, Chen C, Li X H, Ma H Y 2020 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **47** 085201
- [40] Bailin D, Love A 1984 *Phys. Rep.* **107** 325
- [41] Alford M G, Rajagopal K, Reddy S, Wilczek F 2001 *Phys. Rev. D* **64** 074017
- [42] Shovkovy I A 2005 *Found. Phys.* **35** 1309
- [43] Rajagopal K and Wilczek F 2001 *Phys. Rev. L* **86** 3492
- [44] Alford M G, Rajagopal K, Schaefer T and Schmitt A 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 1455
- [45] Lugones G and Horvath J E 2003 *Astron. Astrophys.* **403** 173
- [46] Horvath J E and Lugones G 2004 *Astron. Astrophys.* **422** L1
- [47] Li X H, Gao Z F, Li X D, Xu Y, Wang P, Wang N, Peng Q H 2016 *Int. J. Mod. Phys. D* **25** 1650002
- [48] Deng Z L, Gao Z F, Li X D, Shao Y 2020 *Astrophys. J.* **892** 4
- [49] Yan F Z, Gao Z F, Yang W S, Dong A J 2021 *Astron. Nachr.* **342** 249
- [50] Wang H, Gao Z F, Jia H Y, Wang N, Li X 2020 *Universe* **6** 63
- [51] Li B P, Gao Z F 2023 *Astron. Nachr.* **344** e20220111
- [52] Li B P, Ma W Q, Gao Z F 2024 *Astron. Nachr.* **345** e20230167
- [53] Gao Z F, Omar N, Shi X C, Wang N 2019 *Astron. Nachr.* **340** 1030
- [54] Lander S K 2023 *Astrophys. J.* **947** L16
- [55] Mihara T A 1990 *Nature* **346** 250
- [56] Chanmugam G 1992 *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **30** 143
- [57] Lai D, Shapiro S L 1991 *Astrophys. J.* **383** 745
- [58] Ferrer E J, Incera V, Keith J P, Portillo I, Springsteen P L 2010 *Phys. Rev. C* **82** 065802
- [59] Bandyopadhyay D, Chakrabarty S, Pal S 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 2176
- [60] Bandyopadhyay D, Pal S, Chakrabarty S 1998 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **24** 1647
- [61] Menezes D P, Pinto M, Benghi, Avancini S, Providência C 2009 *Phys. Rev. C* **79** 035807
- [62] Menezes D P, Pinto M, Benghi, Avancini S, Providência C 2009 *Phys. Rev. C* **80** 065805
- [63] Ryu C Y, Kim K S, Cheoun Myung-Ki 2010 *Phys. Rev. C* **82** 025804
- [64] Ryu C Y, Cheoun Myung-Ki, Kajino T, Maruyama T, Mathews Grant J 2012 *Astropart. Phys.* **38** 25
- [65] Gao Z F, Li B P, de Andrade, Garcia L C 2025 *Eur. Phys. J. C* **85**(4) 433
- [66] Fu G Z, Xing C C, Wang N 2020 *Eur. Phys. J. C* **80** 582
- [67] Li B P, Gao Z F, Ma W Q, Cheng Q 2025 *Front. Astron. Space Sci.* **12** 1625459
- [68] Ma W Q, Gao Z F, Li B P, Niu C H, Yao J M, Wang F Y 2025 *Astrophys. J.* **981** 24
- [69] Wang Z, Wen Z G, Yuan J P, et al. 2025 *Astrophys. J.* **987** 43
- [70] Wen Z G, Yuan J P, Wang N, et al. 2022 *Astrophys. J.* **928** 71
- [71] Schertler K, Greiner C, Thoma M H, Schertler K, Greiner C, Thoma M H 1997 *Nucl. Phys. A* **616** 659
- [72] Pisarski R D 1989 *Nucl. Phys. A* **498** 423
- [73] Wen X J 2009 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **36** 025011
- [74] Zhang Z, Chu P C, Li X H, Liu H, Zhang X M 2021 *Phys. Rev. D* **103** 103021
- [75] Chu P C, Chen L W 2014 *Astrophys. J.* **780** 135
- [76] Chu P C 2018 *Phys. Lett. B* **778** 447
- [77] Chu P C, Chen L W 2017 *Phys. Rev. D* **96** 103001
- [78] Chodos A, Jaffe R L, Ohnson K, Thorn C B, Weisskopf V F 1974 *Phys. Rev. D* **9** 3471
- [79] Alford M, Braby M, Paris M, Reddy S 2005 *Astrophys. J.* **629** 969
- [80] Rehberg P, Klevansky S P, Hüfner J 1996 *Phys. Rev. C* **53**

- [81] Hanauske M, Satarov L M, Mishustin I N, Stocker H, Greiner W 2001 *Phys. Rev. D* **64** 043005
- [82] Rütster S B, Rischke D H 2004 *Phys. Rev. D* **69** 045011
- [83] Menezes D P, Providencia C, Melrose D B 2006 *J. Phys. G* **32** 1081
- [84] Chao J Y, Chu P C, Huang M 2013 *Phys. Rev. D* **88** 054009
- [85] Chu P C, Wang X, Chen L W, Huang M 2015 *Phys. Rev. D* **91** 023003
- [86] Chu P C, Liu H, Du X B 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 052101 (in Chinese) [初鹏程, 刘鹤, 杜先斌 2024 *物理学报* **73** 052101]
- [87] Chu P C, Wang B, Ma H Y, Dong Y M, Chang S L, Zheng C H, Liu J T, Zhang X M 2016 *Phys. Rev. D* **93** 094032
- [88] Chu P C, Chen L W, Wang X 2014 *Phys. Rev. D* **90** 063013
- [89] Chu P C, Chen L W 2017 *Phys. Rev. D* **96** 083019
- [90] Roberts C D, Williams A G 1994 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **33** 477
- [91] Zong H S, Chang L, Hou F Y, Sun W M, Liu Y X 2005 *Phys. Rev. C* **71** 015205
- [92] Peng G X, Chiang H C, Yang J J, Li L, Liu B 1999 *Phys. Rev. C* **61** 015201
- [93] Peng G X, Chiang H C, Zou B S, Ning P Z, Luo S J 2000 *Phys. Rev. C* **62** 025801
- [94] Peng G X, Li A, Lombardo U 2008 *Phys. Rev. C* **77** 065807
- [95] Li A, Peng G X, Lu J F 2011 *Res. Astron. Astrophys.* **11** 482
- [96] Schertler K, Greiner C, Sahu P K, Thoma M H 1998 *Nucl. Phys. A* **637** 451
- [97] Alford M, Rajagopal K, Wilczek F 1999 *Nucl. Phys. B* **537** 443
- [98] Shovkovy I A, Wijewardhana L C 1999 *Phys. Lett. B* **470** 189
- [99] Chu P C, Gao Q, Liu H, et al. 2023 *Eur. Phys. J. C* **83** 858
- [100] Chu P C, Liu H, Liu H M, Li X H, Ju M, Wu X H, Zhou Y 2024 *Phys. Rev. D* **110** 123031
- [101] Chu P C, Liu H, Ju M, Wu X H, Liu H M, Zhou Y, Liu H, Lu S Y, Li X H 2024 *Phys. Rev. D* **110** 043032
- [102] Chu P C, Liu H, Li X H, Ju M, Wu X H, Zhang X M 2024 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **51** 065202
- [103] Ferrer E J, Vivian de la Incera 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 152002
- [104] Ferrer E J, Vivian de la Incera, Cristina Manuel 2006 *Nucl. Phys. B* **747** 88
- [105] Sun G W, He D L, Ma W L, Zhu D J 2025 *Astron. Nachr.* doi. 10.1002/asna.70030.
- [106] Wang Z, Wen Z G, Yuan J P, et al. 2024 *Astrophys. J.* **968** 169
- [107] Isayev A A, Yang J 2011 *Phys. Rev. C* **84** 065802
- [108] Isayev A A, Yang J 2012 *Phys. Lett. B* **707** 163
- [109] Wang Z, Wen Z G, Yuan J P, et al. 2024 *Astrophys. J.* **968** 109
- [110] Dong A J, Gao Z F, Yang X F, Wang N, Liu C, Peng Q H 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 030502 (in Chinese) [董爱军, 高志福, 杨晓峰, 王娜, 刘畅, 彭秋和 2023 *物理学报* **72** 030502]
- [111] Oppenheimer J R, Volkoff G M 1939 *Phys. Rev.* **33** 374
- [112] Abbott B P 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 161101
- [113] Gao Z F, Li X D, Wang N, Yuan J P, Wang P, Peng Q H, Du Y J 2016 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **456** 55
- [114] Gao Z F, Wang N, Peng Q H, Li X D, Du Y J 2013 *Mod. Phys. Lett. A* **28** 1350138
- [115] Chu P C, Liu H, Liu H M, et al. 2025 *Phys. Rev. D* 111 123045
- [116] Chu P C, Liu H, Liu H M, Ju M, Wu X H, Zhou Y, Li X H 2025 *Eur. Phys. J. C* **85** 466
- [117] Chu P C, Jiang Y Y, Liu H, et al. 2021 *Eur. Phys. J. C* 81 569
- [118] Chu P C, Zhou Y, Jiang Y Y, et al. 2021 *Eur. Phys. J. C* 81 93
- [119] Wu X H, Chu P C, Ju M, Liu H, et al. 2025 *Eur. Phys. J. C* **85** 362

Properties of quark matter and quark stars at zero temperature or under strong magnetic fields within MIT bag model*

CHU Pengcheng[†] WANG Jiaojiao LIU Yuheng LIU He[‡] LIU Hongming^{††}

(School of Science, Qingdao University of Technology, Qingdao 266033, China)

(Received 9 July 2025; revised manuscript received 5 August 2025)

Abstract

In this work, we investigate the properties of strange quark matter (SQM) and color-flavor-locked (CFL) quark matter under zero temperature or strong magnetic fields within MIT bag model. We find that the thermodynamical properties of CFL quark matter are strongly affected by pairing energy gap Δ and magnetic field. The sound velocity of CFL quark matter and the tidal deformability of CFL quark stars both increase with Δ increasing, while the central baryon density of the maximum star mass in CFL state decreases with Δ . Specifically, the equation of state (EOS) of the CFL quark matter becomes stiffer with the increase of Δ , and the pressure becomes anisotropic when considering the magnetic field in the CFL quark matter. Our results indicate that the mass-radius relations of the CFL quark matter within the MIT bag model can describe the recent observations of pulsars, and that the maximum mass of CFL quark star increases with the increase of Δ . Moreover, the research results indicate that the mass of CFL quark star depends on the magnetic field strength and its orientation distributions within the magnetars, and the polytropic index of CFL quark matter decreases with the increase of star mass.

Keywords: color-flavor-locked phase, quark star, magnetar

PACS: 21.65.Qr, 97.60.Jd

DOI: 10.7498/aps.74.20250898

CSTR: 32037.14.aps.74.20250898

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12575134, 11975132, 12205158, 11505100), the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant Nos. ZR2022JQ04, ZR2021QA037, ZR2019YQ01), and the Natural Science Foundation of Qingdao, China (Grant No. project 25-1-1-4-zyyd-jch).

[†] Corresponding author. E-mail: kyois@126.com

[‡] Corresponding author. E-mail: liuhe@qut.edu.cn

^{††} Corresponding author. E-mail: liuhongming13@126.com

基于MIT袋模型的零温与强磁场下夸克物质与磁星的性质

初鹏程 王姣姣 刘玉珩 刘鹤 刘宏铭

Properties of quark matter and quark stars at zero temperature or under strong magnetic fields within MIT bag model

CHU Pengcheng WANG Jiaojiao LIU Yuheng LIU He LIU Hongming

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 202101 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250898

CSTR: 32037.14.aps.74.20250898

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250898>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

强磁场与有限温度下色味锁夸克星的唯象模型

Phenomenological model of color-flavor-locked quark star under strong magnetic fields at finite temperatures

物理学报. 2025, 74(14): 142101 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250451>

色味锁夸克物质与夸克星

Quark matter and quark star in color-flavor-locked phase

物理学报. 2024, 73(5): 052101 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231649>

基于准粒子模型的原生磁星研究

Proto-magnetars within quasiparticle model

物理学报. 2022, 71(22): 222101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220795>

新质量标度下u-d夸克星及其潮汐形变

Research on u-d quark stars and their tidal deformations under new mass scaling

物理学报. 2025, 74(16): 162101 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250535>

在超强磁场中修正的相对论电子压强

Modified pressure of relativistic electrons in a superhigh magnetic field

物理学报. 2023, 72(3): 030502 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20220092>

s夸克物质的边界效应和K介子自相似结构对夸克胶子等离子体-强子相变的影响

The boundary effect of s quark matter and self-similarity structure influence of K meson on quark-gluon plasma-hadron phase transition

物理学报. 2025, 74(5): 052501 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241640>