

## 刚性毛细管内微气泡弹跳行为\*

李秀如 刘雅璐 马佳昱 吴玉婷 王成会<sup>†</sup> 莫润阳<sup>‡</sup>

(陕西师范大学, 陕西省超声学重点实验室, 西安 710062)

(2025 年 7 月 21 日收到; 2025 年 9 月 8 日收到修改稿)

系统探究了刚性毛细管约束下微气泡在超声场中的弹跳行为及其动力学特性. 实验采用高速摄像技术捕捉了单泡、双泡及三泡系统在黏弹性介质中的运动轨迹, 并结合频谱分析揭示了气泡的振荡频率、迁移规律及多泡相互作用机制. 结果表明: 气泡的弹跳行为受超声驱动频率、管壁约束、流体黏性及气泡间耦合作用的协同调控; 单泡呈现周期性左右迁移, 其振荡频率略低于超声基频, 频谱表现出非对称边带分布; 双泡系统经历抑制、加速迁移、位置交换等 5 个阶段, 两个泡振荡存在相位差; 三泡系统则表现出更复杂的三角构型演化与时序性迁移, 多泡协同效应增强了非线性频域特征. 管径与流体黏度分别通过改变附加质量效应和黏性能量耗散影响气泡弹跳周期. 基于改进的耦合 Keller-Miksis 方程, 理论模型引入镜像气泡效应, 定量解析了管壁约束下气泡的共振频率偏移及非线性声响应特性. 数值分析进一步量化了泡间距、管壁位置及介质黏性对系统非线性共振频率与相位差的调控规律. 本研究为受限环境中气泡-声场-流固耦合机制提供了新见解, 对微流控器件优化与超声医学应用具有重要指导意义.

**关键词:** 微气泡, 弹跳行为, 管壁约束, 多泡相互作用

**PACS:** 43.35.+d, 43.25.+y, 47.55.dp

**CSTR:** 32037.14.aps.74.20250968

**DOI:** 10.7498/aps.74.20250968

## 1 引言

微气泡动力学作为流体力学与声学交叉领域的重要研究方向, 在能源开发<sup>[1,2]</sup>、生物医学工程<sup>[3,4]</sup>及微流控技术<sup>[5,6]</sup>等领域展现出广泛的应用价值. 在页岩气开采中, 多孔介质内 CO<sub>2</sub> 微泡的溶解和扩散可提升石油采收率<sup>[7]</sup>; 在生物医学方面, 血管内气液两相流的阻塞效应可能导致呼吸功能障碍<sup>[8]</sup>, 超声激励下微泡的非线性振荡所产生的谐波信号可显著增强医学超声成像对比度<sup>[9]</sup>; 微管道中气泡的运动行为可通过调控流动阻力实现流体流量的主动分配<sup>[10]</sup>, 基于气泡动力学的微流控技术

已拓展至聚合物合成<sup>[11]</sup>及无针注射系统开发和透皮给药等<sup>[12]</sup>. 这些应用场景的共同特征在于微泡往往处于有限大小的空间约束环境中, 无论是人体毛细血管还是微流控芯片通道, 其几何约束都会显著改变微泡的动力学行为.

微气泡动力学研究的理论基础可追溯至 20 世纪中期, Minnaert<sup>[13]</sup> 在 1933 年首次建立了球形气泡在无限流体中的振动理论, 推导出著名的 Minnaert 频率公式. Rayleigh-Plesset 方程进一步奠定了单气泡自由振荡的理论框架<sup>[14]</sup>, 随后 Keller 和 Miksis<sup>[15]</sup> 进一步发展了考虑液体可压缩性和黏性效应的气泡振动方程. 然而, 传统自由场理论框架难以准确预测受限空间中的微泡动力学行为. 随着微尺度流

\* 国家自然科学基金 (批准号: 12074238, 12374441)、中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号: GK202406034) 和陕西省自然科学基金基础研究计划 (批准号: 2025JC-YBQN-066) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: wangld001@snnu.edu.cn

<sup>‡</sup> 通信作者. E-mail: mmrryycn@snnu.edu.cn

体力学的发展, 研究者们逐渐认识到几何约束对气泡行为的显著影响. Qin 和 Ferrara<sup>[16]</sup> 通过集中参数模型研究了微泡振荡与顺应性血管的耦合作用, 其数值结果表明刚性血管会显著抑制微泡的膨胀行为. Zhong 等<sup>[17]</sup> 观察到受限介质中的气泡不具备自由场中典型的大而长时间的膨胀和剧烈的惯性坍塌现象, 且气泡会沿着容器轴线不对称伸长. Caskey 等<sup>[18]</sup> 对毛细血管内超声造影剂进行了高速摄影研究, 建立了顺应性容器内微气泡振荡模型, 成功预测了小容器内气泡振荡与容器位移的耦合关系.

尽管已有研究阐明了受限环境中单气泡的动力学行为, 然而实际应用场景 (如超声造影剂、微流控器件) 通常涉及多气泡系统, 其动力学特性表征面临边界约束效应、黏弹性介质中能量的耗散、气泡间相互作用及气泡平动-振荡的跨尺度关联等多重挑战<sup>[19-23]</sup>. 针对这些问题, 现有研究提供了部分线索, 如 Fei 等<sup>[24]</sup> 的研究表明, 微通道内气泡的流动行为和破裂过程与流场黏度变化密切相关, 黏度梯度可加剧近壁区流体与气泡间的速度差异. Hu 等<sup>[25]</sup> 在小气泡尺寸情况下讨论了液体特性对气泡多模态运动的影响, 发现液固界面处的黏性阻力会主导气泡运动模式. Magnaudet 和 Legendre<sup>[26]</sup> 通过引入附加质量力和曳力模型, 系统描述了非均匀流场中气泡的平动规律, 为跨尺度动力学分析提供了理论基础. 对于多泡相互作用, Legendre 等<sup>[27]</sup> 的数值模拟表明, 黏性流体中并排上升的双气泡会因流体动力耦合改变运动轨迹, 其阻力与横向力随雷诺数和间距发生显著变化; Qi 等<sup>[28]</sup> 的实验研究则揭示, 双气泡相互作用会导致声学信号持续时间延长且振幅增大, 表现出比单泡系统更复杂的非线性特征. 因此, 受限空间中的多泡系统是一个涉及流-固-声多场耦合的复杂动力学体系.

已有研究虽然揭示了受限气泡动力学的非线性与多尺度特征, 但针对刚性管道中气泡系统的协同作用机制仍缺乏系统性研究, 气泡-声场-流固耦合机制尚不明确, 气泡间相位耦合与时空演化规律仍需通过实验和理论进一步验证. 本文研究了超声场 (28 kHz) 作用下刚性毛细管内黏弹性介质中单泡、双泡及三泡的弹跳行为. 实验采用高速摄像结合图像识别方法对毛细管中气泡振荡特性以及平移轨迹进行动态捕捉. 基于 Keller-Miksis 方程, 引入镜像气泡, 建立刚性管内多气泡耦合动力学模

型, 实现管壁约束的量化表征, 揭示泡间距离等多因素对气泡振荡频率和相位的调制作用. 该研究可为理解气泡动力学与声学耦合机制提供实验依据, 并在能源开发、生物医学工程及微流控技术等领域的应用提供理论支持.

## 2 刚性管内气泡弹跳行为的实验观察

观察刚性管内气泡弹跳行为实验装置主要由超声清洗机、透明亚克力水缸 (9.42 cm×9.43 cm×29.50 cm)、透明毛细玻璃管 (内径 0.5 mm、外径 0.7 mm, 管长 10.0 cm)、硅胶管 (内径 0.8 mm、外径 1.0 mm)、高速摄像机、强光光源组成, 如图 1 所示. 将透明毛细玻璃管同轴封装于硅胶管内并密封两端, 管内灌注质量比为 1:5 的蔗糖溶液, 用于模拟生物组织的黏弹性介质<sup>[29]</sup>. 亚克力水缸底部浸置于超声清洗机内水面下 4.90 cm, 亚克力水缸中的水面高度为 28.00 cm. 超声清洗机 (深圳市佳源达科技有限公司) 的工作频率为 28 kHz, 最大功率为 360 W. 管内气泡由注射器推入, 在强光光源的照明下利用高速摄像机 (i-SPEED 727, iX Cameras Ltd. UK) 连接长焦显微镜捕捉在透明水缸中的沿声传播方向放置的透明毛细玻璃管内气泡弹跳行为. 在背光照明下, 以  $10^5$  frames/s (帧大小 216×216 像素, 1 像素 8.28  $\mu\text{m}$ ) 成像. 实验采用水听器 (Miniature Hydrophone Type 8103, Bruel & Kjar, Denmark) 测量毛细管附近的液体空化信号, 水温为 26  $^{\circ}\text{C}$ , 超声清洗机的实际使用功率为最大功率的 70%. 从图 2(a) 显示的液体内空化信号波形看, 表现为典型的非线性周期调制信号, 空化信号中除频率约为 28.05 kHz 的基频成分外, 还可观察到二倍频和三倍频等频率成分的波 (图 2(b)), 基频频带为 25.55—29.25 kHz.

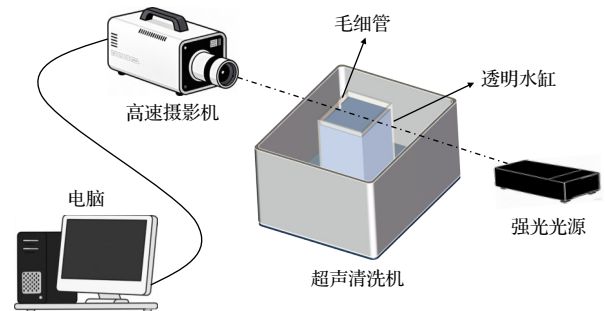


图 1 实验装置图像

Fig. 1. Experimental setup schematic.

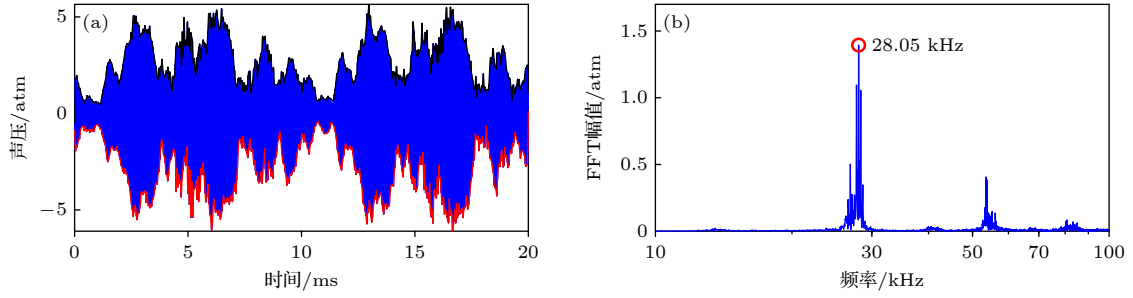


图 2 超声场信号 (a) 波形图; (b) 信号幅度谱

Fig. 2. Ultrasonic field signals: (a) Waveform diagram; (b) signal amplitude spectrum.

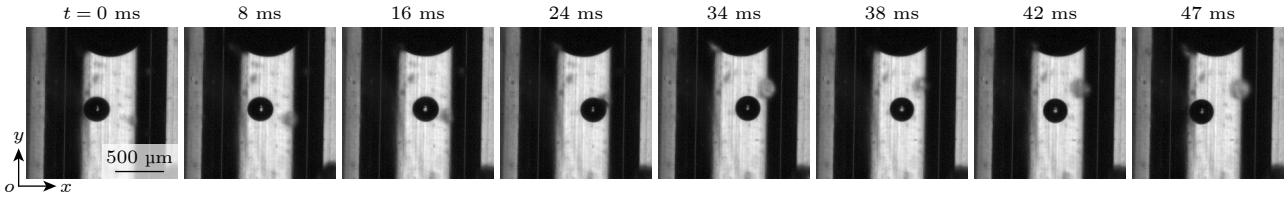


图 3 单泡在管内弹跳的连续时序图像

Fig. 3. Sequential images of single bubble bouncing in the capillary tube.

气泡动力学参数的提取采用基于机器视觉的图像处理方法. 针对每个气泡设定独立的感兴趣区域 (ROI), 通过 RGB 转灰度和动态阈值分割提取气泡轮廓, 采用开-闭运算组合的形态学处理方法消除细小噪声点和填充气泡内部孔洞, 基于连通域分析识别气泡边界, 采用边界追踪算法及等效面积圆法计算气泡半径和获取精确坐标.

### 2.1 单泡弹跳行为

通过高速摄像技术捕获的连续时序图像如图 3 所示. 从图 3 可以看出, 单气泡在刚性毛细管中呈现出显著的时空非线性动力学特征. 其运动轨迹表现出非规则弹跳行为, 具体表现为在沿管壁间周期性往复迁移叠加径向非球形振荡的复合运动模式. 该现象源于超声场诱导的声辐射力、流体黏性耗散与管壁边界条件约束三者间的耦合作用. 这些相互作用不仅显著调制了气泡的振荡特性, 还决定了气泡迁移速度的时变特性.

为系统表征超声场作用下气泡的振荡动力学特性, 图 4(a), (c) 对比分析了气泡从管壁左侧 (0—14 ms) 和右侧 (30—44 ms) 向管中心迁移过程中瞬时半径的时域演化规律. 实验数据显示, 这两个时间段内气泡振荡幅值均维持在相近范围内, 上、下包络线基本对称, 表明气泡在膨胀和压缩过程中具有动力学对称性. 不同时间段的振荡模式表现出

良好的相似性, 这种跨时间尺度的一致性表明超声场下受限空间内气泡振荡具有显著的稳定性和可重复性.

图 4(b), (d) 为基于快速傅里叶变换的频谱分析. 结果显示, 0—14 ms 时段内气泡振荡主频为 27.34 kHz, 30—44 ms 时段为 27.27 kHz, 均略低于 28.05 kHz 的超声激励频率, 相对偏移量分别为 0.71 kHz 和 0.78 kHz. 这一现象表明, 虽然气泡振荡主要受超声场驱动, 但流体黏性阻力和管壁约束效应会导致其振荡频率降低. 两个时段的频率偏移差异可能与气泡-管壁间距相关, 在 30—44 ms 时段, 气泡更接近管壁, 导致其振荡受壁面影响更为显著. 频谱特征分析表明, 振荡能量分布在较宽的频带范围内 (0—14 ms: 26.41—29.97 kHz; 30—44 ms: 25.48—29.34 kHz), 且主频两侧呈现非对称分布特征. 这种宽频带特性表明气泡振荡包含多种频率成分, 其动力学行为受到多重约束力的综合影响. 气泡所受作用力在其表面呈非均匀分布, 且随着气泡从近管壁区域向远管壁区域迁移, 其动力学对称性和频带特性均发生变化.

通过质心位移及瞬时速度的时域演化如图 5 所示. 从图 5 可以看出单气泡弹跳过程的运动规律. 对比分析显示, 0—14 ms 与 30—44 ms 两个时段的气泡位移轨迹和速度变化呈现出显著的相似性. 具体表现为  $x$  方向位移呈现阶梯式递进变化,

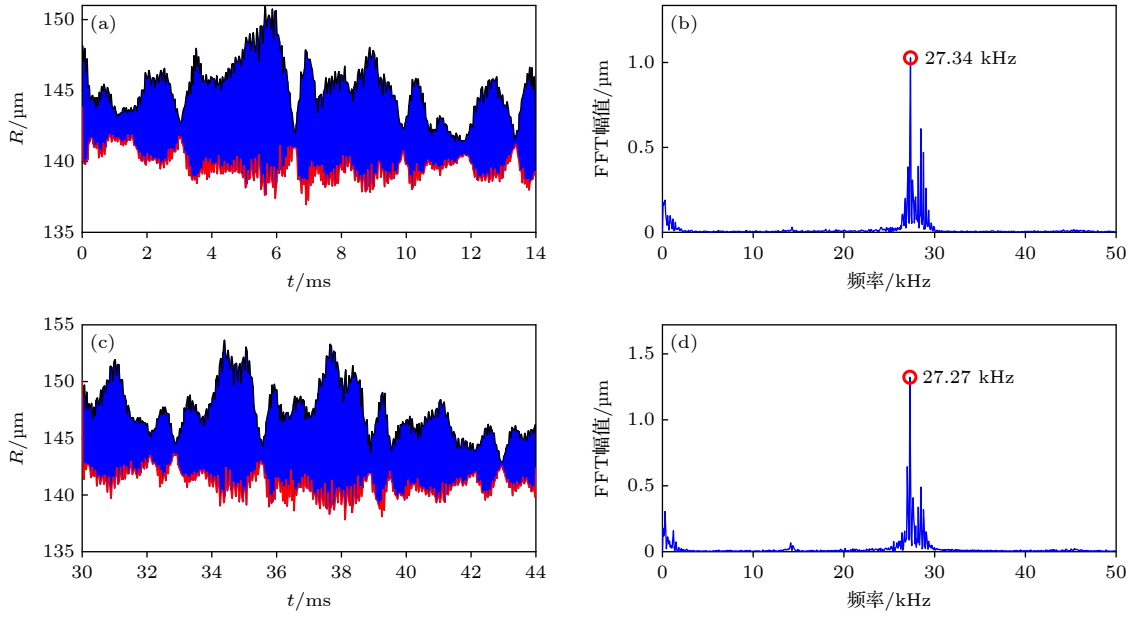


图4 不同时段单泡振荡行为 (a) 0—14 ms 半径时域变化; (b) 0—14 ms 频谱分析; (c) 30—44 ms 半径时域变化; (d) 30—44 ms 频谱分析

Fig. 4. Oscillation behavior of single bubble at different time intervals: (a) Radius temporal variation during 0–14 ms; (b) spectral analysis during 0–14 ms; (c) radius temporal variation during 30–44 ms; (d) spectral analysis during 30–44 ms.

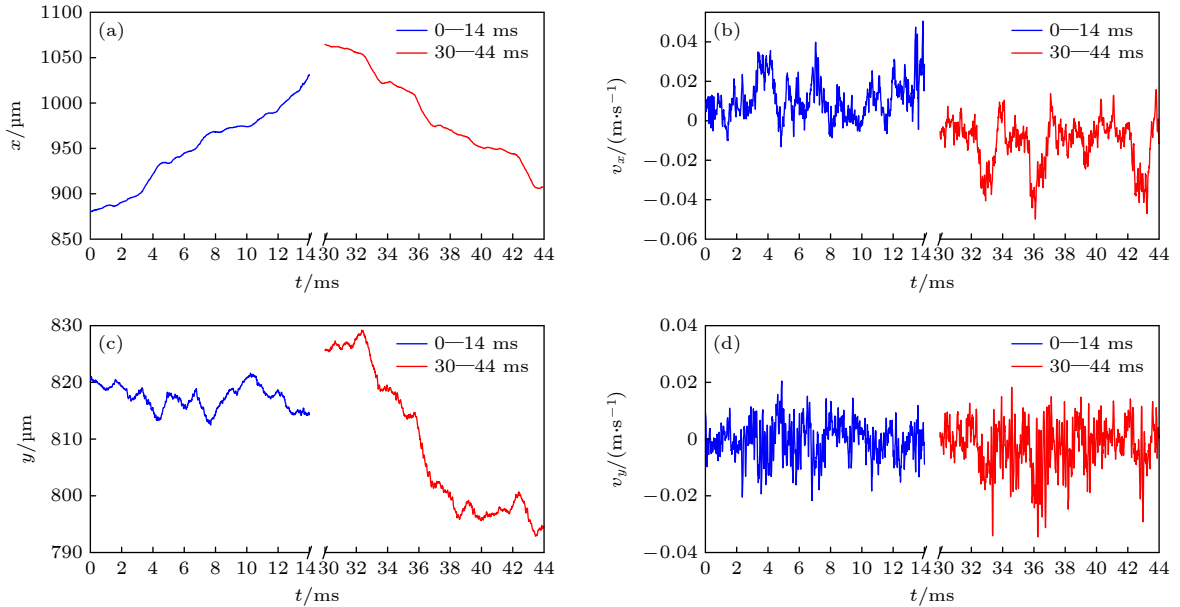


图5 不同时段单泡平动行为 (a) 0—14 ms 时段  $x$  方向位移; (b) 0—14 ms 时段  $x$  方向速度; (c) 30—44 ms 时段  $y$  方向位移; (d) 30—44 ms 时段  $y$  方向速度

Fig. 5. Translational behavior of single bubble at different time intervals: (a)  $x$ -direction displacement during 0–14 ms; (b)  $x$ -direction velocity during 0–14 ms; (c)  $y$ -direction displacement during 30–44 ms; (d)  $y$ -direction velocity during 30–44 ms.

运动速度具有明显周期性的非线性振荡特性.  $y$  方向位移与  $x$  方向相比, 其轨迹呈现出更为复杂的非线性振荡特征, 与之对应的速度变化曲线显示出稍大幅值的周期性波动. 这种复杂的运动模式可能源于多物理场耦合作用, 包括流体动力学效应的时空累积以及气泡内部压力的动态变化等多重因素的

共同作用.

## 2.2 双泡弹跳行为

当管内存在两个气泡时, 其动力学行为呈现出更为复杂的多体耦合特征. 如图6所示, 初始半径分别为  $157.5 \mu\text{m}$  和  $159.6 \mu\text{m}$  的两个气泡在未施

加超声场时因管壁约束作用自发分离向两侧管壁迁移, 最终稳定于相距 1136.4  $\mu\text{m}$  的位置. 施加 28 kHz 超声场后, 两气泡的弹跳行为可清晰地划分为 5 个特征阶段: 在初始抑制阶段 (0—4.5 ms), 由于气泡紧邻管壁, 其振荡幅度受到显著抑制, 表现为较小的振荡幅值和较低的迁移速率. 这一现象的微观机制在于气泡的非对称振荡导致近壁面流体动能较低而远壁面动能较高, 从而形成指向管中心的压力梯度, 驱动气泡开始迁移. 随后进入加速迁移阶段 (4.5—6.5 ms), 随着气泡与管壁距离增大, 管壁约束效应减弱, 气泡振荡幅度显著增强, 流体势能转化为动能, 使气泡迁移速度达到峰值. 在相互作用主导阶段 (6.5—8 ms), 当气泡接近管中心时, 双泡间的流体动力学相互作用增强, 显著抑制了彼此的振荡和迁移运动. 随后经历位置交换阶段 (8—10 ms), 两气泡完成位置交换后间距增大, 相互作用减弱, 迁移速度重新提升. 最后进入二次趋壁阶段 (10—21 ms), 气泡再次向管壁靠近

过程中, 其振荡幅度持续受到抑制. 特别值得注意的是, 气泡 2 在 13—15 ms 期间由于更接近管壁, 其非球形振荡导致半径呈现递减趋势, 这一现象与边界约束下的复杂流固耦合作用密切相关.

双泡系统的频谱分析 (图 7) 显示, 其主频均为 27.32 kHz, 略低于 28.05 kHz 的超声激励频率. 幅度谱中除主峰外, 还包含丰富的边带峰值, 其中第 2 个峰值位于 28.48 kHz, 略高于激励主频率, 整个频带范围为 26.38—29.38 kHz, 特征峰间距约为 0.3 kHz. 空化信号分析表明, 除 27.32 kHz 的基频成分外, 还存在频率约为 0.3 kHz 的调制波, 且其半频、二倍频和四倍频成分幅度较高, 说明该频率的调制波成分也是超声场内的空化信号的重要组成部分<sup>[30]</sup>.

图 8 详细展示了双泡系统的平动特征. 图 8(a) 显示两泡在  $x$  轴方向的运动轨迹呈现反相特性, 初始时刻泡 1 相对远离管壁而泡 2 较近, 随后两泡逐渐向管中心移动并完成位置交换, 最终到达关于管

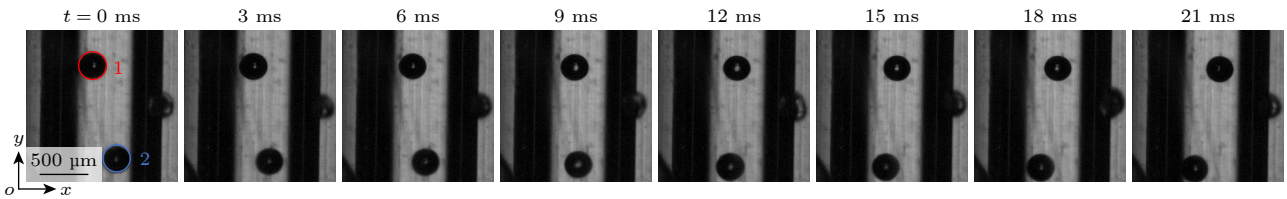


图 6 双泡在管内弹跳的连续时序图像

Fig. 6. Sequential images of dual-bubble bouncing in the capillary tube.

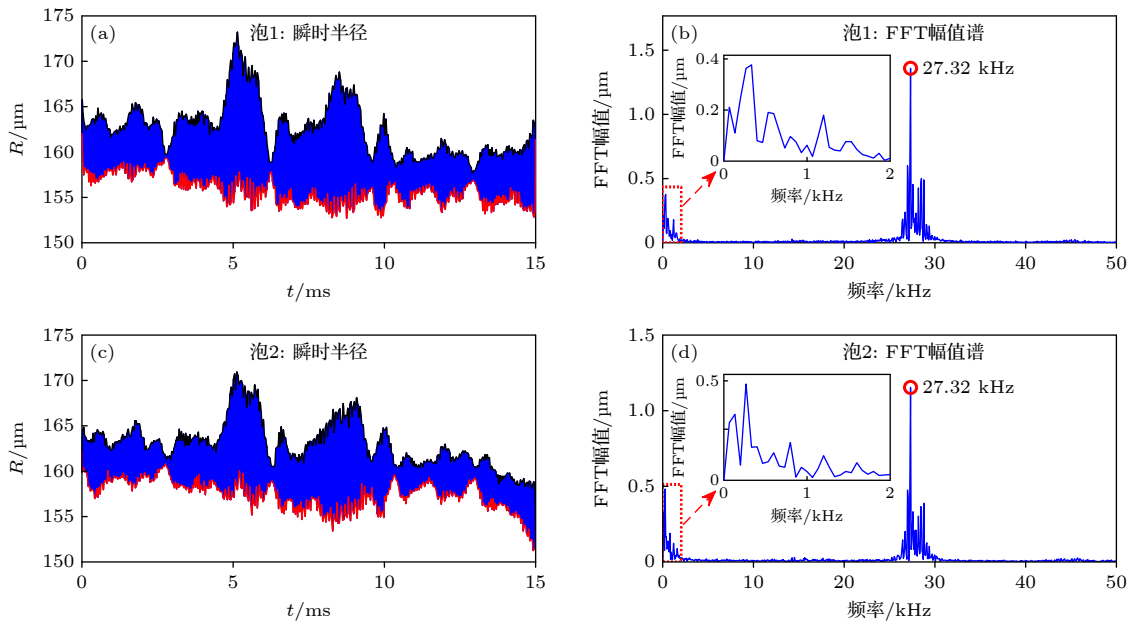


图 7 双泡半径时域变化 (a), (c) 及频谱分析 (b), (d)

Fig. 7. (a), (c) Temporal radius variations and (b), (d) spectral analysis of dual-bubble system.

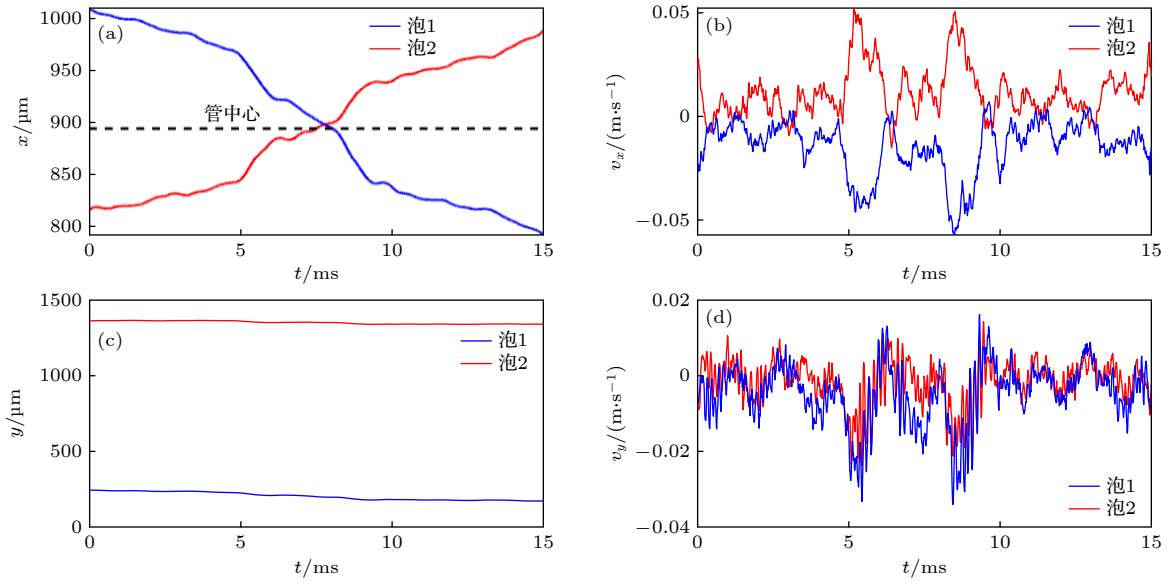


图 8 两泡在管内弹跳的 (a), (c) 位置及 (b), (d) 速度变化

Fig. 8. (a), (c) Position and (b), (d) velocity variations of two bubbles bouncing in the tube.

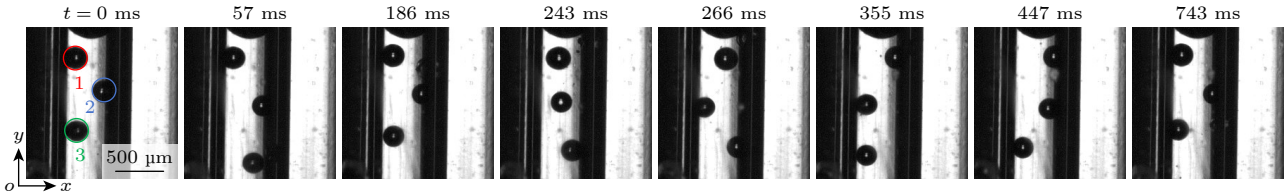


图 9 三泡在管内弹跳的连续时序图像

Fig. 9. Sequential images of triple-bubble bouncing in the capillary tube.

中心对称的位置. 对应的速度波形表现出一定的对称性, 但泡 1 的速度振幅略小于泡 2, 两者在  $x$  轴方向的运动具有同步性但存在细微差异. 从图 8(b) 可以看出, 在  $y$  方向, 两泡的质心位置变化幅度较小且运动趋势一致, 可能受到相似的流体动力学效应影响, 其速度波形进一步证实了  $y$  方向上两泡运动的高度一致性, 速度振幅较小, 表明  $x$  方向流体动压力梯度较  $y$  方向高.

### 2.3 三泡弹跳行为

实验进一步观测了初始半径分别为 130.2, 114.8, 118.5 μm 的三泡系统在管内的动力学行为, 如图 9 所示, 这些气泡初始呈现三角构型分布 (泡 1, 3 位于左侧管壁, 泡 2 位于右侧管壁). 在超声场作用下, 三泡系统展现出复杂的耦合振荡与迁移特性, 系统演化呈现 4 个特征阶段. 在初始迁移阶段 (0—31 ms), 泡 1 和泡 3 呈现同相位振荡, 泡 2 则呈现反相位振荡响应. 其中泡 3 率先发生平动响应, 从左侧管壁迁移至右侧, 在此过程中由于气泡间距及

气泡-管壁间距的持续变化, 导致气泡间相互作用力及管壁约束效应不断动态调整, 最终使三泡间距在 31 ms 时达到最大值. 随后的恢复三角分布阶段 (31—148 ms) 中, 泡 3 完成从右侧返回左侧的迁移过程, 三泡间距逐渐减小, 最终恢复初始的三角排列构型. 在位置交换阶段 (148—266 ms), 三泡迁移行为出现显著差异: 泡 1, 2 迁移速度较慢, 而泡 3 率先抵达对侧管壁, 最终在 266 ms 时形成与初始状态呈镜像对称的三角分布 (泡 1, 3 位于右侧, 泡 2 位于左侧). 这种构型转变源于气泡间相互作用力与管壁约束力在新的空间位置下达到动态平衡. 随后的二次迁移阶段 (266—743 ms) 呈现出明显的时序特征: 266—355 ms 期间泡 3 完成迁移而其余两泡保持稳定; 355—447 ms 泡 2 发生迁移; 447—743 ms 泡 1 完成最终迁移. 这一系列观测结果充分展现了多体系统中相互作用的复杂性.

频谱分析结果表明, 与单泡和双泡系统相比, 三泡系统表现出更为复杂的振荡特性. 如图 10 所示, 泡 1 和泡 2 的振荡幅值变化比较剧烈, 尽管

存在气泡遮挡导致的幅值测量误差, 但 3 个气泡的主振荡频率均稳定在 27.38 kHz, 证实超声场驱动仍是系统主要能量输入机制, 驱动气泡运动. 但 FFT 幅度谱中出现了频率为 0.1 kHz 的边带峰值, 且其相对幅值与主频更接近, 这一现象暗示多泡协同效应对系统的非线性频域特征的影响.

图 11 详细展示了三泡系统的运动学特性. 图 11(a) 显示在  $x$  方向上, 泡 1 和泡 2 在初始阶段 (0—200 ms) 运动模式相似, 随后在 200—266 ms 期间完成位置交换, 表现为一个周期内两次交叉运动; 而泡 3 的空间位置变化相对较小, 主要在管的一侧完成两次弹跳运动. 对应的速度变化曲线呈现出相似的趋势特征. 在  $y$  方向上, 3 个气泡的运动幅度显著小于  $x$  方向, 其中泡 2 和泡 3 位置变化较为稳定, 而泡 1 表现出一定的振荡特性. 速度分析进一步揭示, 泡 1 在  $y$  方向的速度波动较为显著, 而泡 2 和泡 3 则相对稳定. 这种运动特性的差异表明,  $y$  方向的流体动力学效应及管壁相互作用较弱, 而  $x$  方向的运动受到更强的空间约束. 三泡系统的

运动较单泡、双泡更为复杂, 且周期更长, 可见气泡排列的对称性破缺会引发流场扰动累积, 进而影响整体系统的稳定性.

### 2.4 弹跳周期的影响因素

为探究气泡弹跳周期的变化规律, 重点考察了管径与流体黏度对弹跳周期的影响. 在 28 kHz 声场、0.5 mm 管径条件下, 测得单泡、双泡及三泡系统的平均弹跳周期分别为 43.5 ms, 46.4 ms 和 743.2 ms. 结果表明, 随着气泡数量增加, 弹跳周期显著延长, 反映出多气泡之间存在复杂的相互作用, 并显著影响其动力学行为. 如图 12(a) 所示, 图中数据点分别表示最大和最小周期值, 可见弹跳周期随管径减小而显著增长, 这一现象源于管壁约束效应. 管径减小增强了管壁约束效应, 气泡与管壁间隙变窄限制了其运动过程中带动流体的体积, 等效于增大了附加质量. 在恒定声辐射力驱动下, 迁移加速度降低, 从而导致弹跳周期延长. 如图 12(b) 所示, 在糖水质量比分别为 1:5, 1:7 和 1:10 的溶

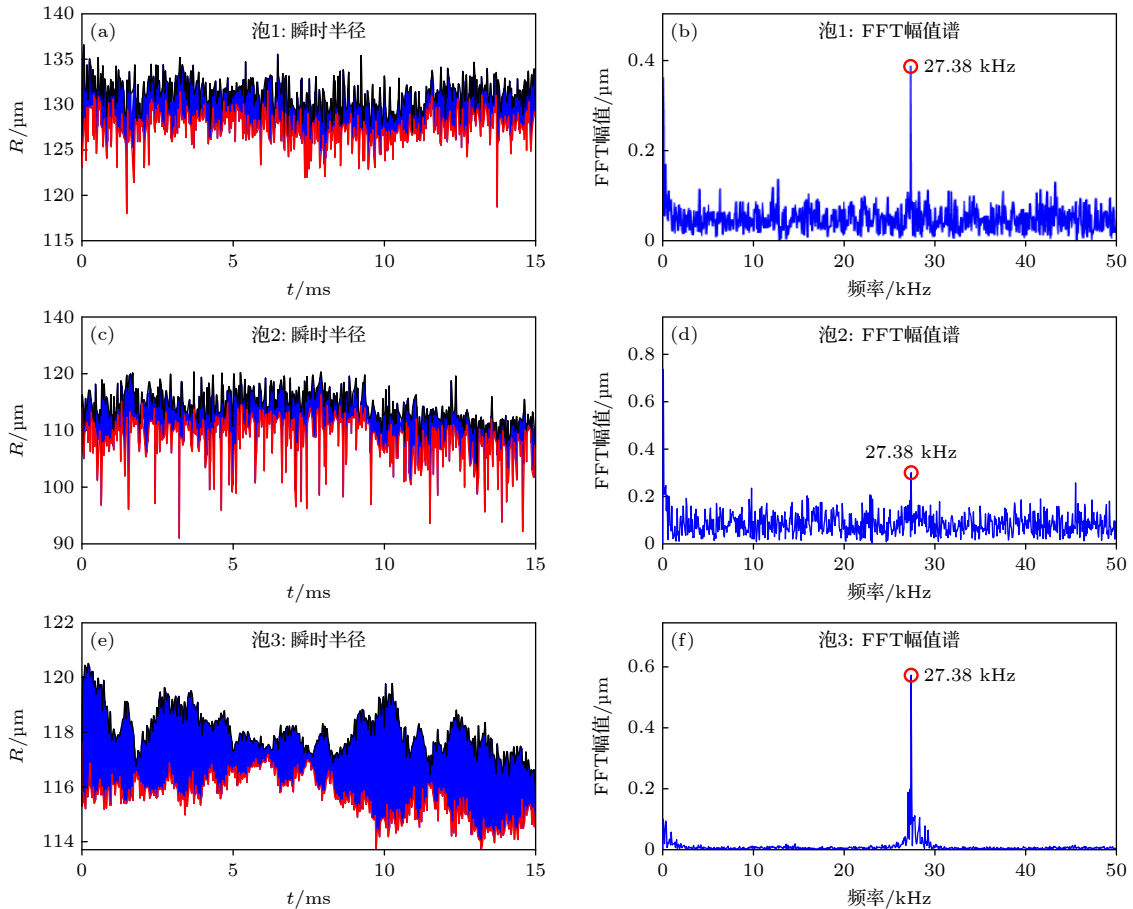


图 10 三泡半径时域图 (a), (c), (e) 及频谱分析 (b), (d), (f)

Fig. 10. (a), (c), (e) Temporal radius profiles and (b), (d), (f) spectral analysis of triple-bubble system.

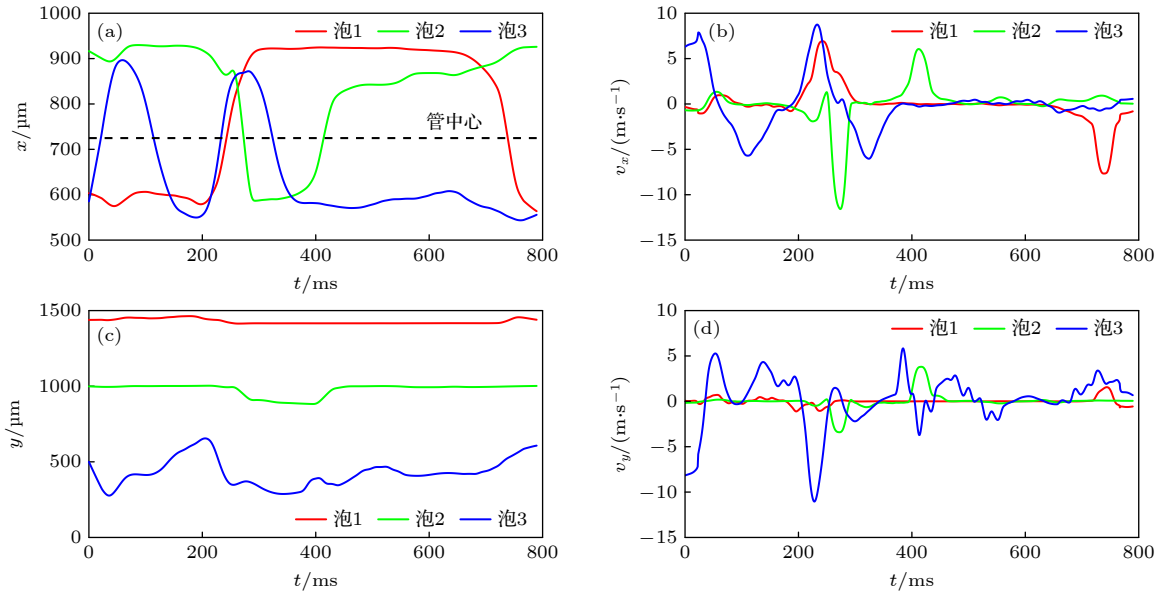


图 11 三泡在管内弹跳的 (a), (c) 位置及 (b), (d) 速度变化

Fig. 11. (a), (c) Position and (b), (d) velocity variations of three bubbles bouncing in the tube.

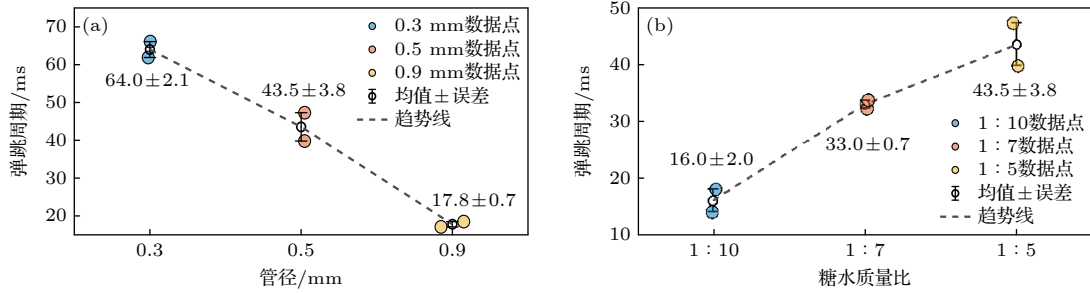


图 12 (a) 管径及 (b) 黏度对单泡弹跳周期的影响

Fig. 12. Effects of (a) tube diameter and (b) viscosity on the period of single bubble bouncing.

液中进行实验, 弹跳周期随流体黏度的降低而缩短. 其机理在于黏性阻尼作用的减弱: 低黏度流体中黏滞阻力减小, 气泡在运动过程中的能量耗散降低, 使其能够维持较高的平均迁移速度, 从而显著缩短弹跳周期. 综上所述, 管径与流体黏度是影响气泡弹跳周期的两个关键参数, 其作用机制分别通过改变附加质量效应和黏性能量耗散实现. 本研究结果对深入理解受限空间内气泡的动力学行为提供了实验依据.

### 3 理论模型

#### 3.1 气泡动力学方程

超声激励诱导气泡产生周期性径向振荡, 其动力学行为通常由经典的 Keller-Miksis 方程描述, 但在微尺度受限空间中, 气泡的振荡特性与自由空间中的行为存在显著差异, 这种差异源于边界条件

对气泡运动的约束以及气泡-液体-管壁三者之间的复杂耦合作用. 为了更准确地描述气泡在刚性管内的弹跳行为, 考虑了镜像气泡对实际气泡的影响, 形成等效多体相互作用网络. 镜像气泡  $i_a$  和  $i_b$  对气泡  $i$  的影响分别为<sup>[31]</sup>

$$T_{ia} = \frac{1}{2l_{ia}} \frac{d(R_i^2 \dot{R}_i)}{dt}, \quad T_{ib} = \frac{1}{2l_{ib}} \frac{d(R_i^2 \dot{R}_i)}{dt}, \quad (1)$$

气泡  $j$  对气泡  $i$  的影响为

$$T_{ji} = \frac{1}{D_{ij}} \frac{d(R_j^2 \dot{R}_j)}{dt}, \quad (2)$$

镜像气泡  $j_a$  和  $j_b$  对气泡  $i$  的影响分别为

$$T_{jia} = \frac{1}{\sqrt{D_{ij}^2 + 4l_{ia}l_{ja}}} \frac{d(R_j^2 \dot{R}_j)}{dt},$$

$$T_{jib} = \frac{1}{\sqrt{D_{ij}^2 + 4l_{ib}l_{jb}}} \frac{d(R_j^2 \dot{R}_j)}{dt}, \quad (3)$$

其中  $R_i$ ,  $R_j$  分别为第  $i$  和第  $j$  个泡的半径;  $D_{ij}$  为第  $i$  和第  $j$  个泡的泡间距离;  $l_{ia}$ ,  $l_{ib}$ ,  $l_{ja}$  和  $l_{jb}$  均为镜像气泡与实际气泡的泡间距离.

在考虑气泡相互影响的情况下, 管中气泡动力学可使用耦合 Keller-Miksis 方程的修改形式进行描述 [32,33]:

$$\begin{aligned} & R_i \ddot{R}_i \left(1 - \frac{\dot{R}_i}{C}\right) + \frac{3}{2} \dot{R}_i^2 \left(1 - \frac{\dot{R}_i}{3C}\right) \\ & + \sum_{i,j} T_{ia} + T_{ib} + T_{ji} + T_{jia} + T_{jib} \\ & = \left(1 + \frac{\dot{R}_i}{C}\right) \frac{1}{\rho_L} [P_B(R_i, t) - p_i(t) - P_0] \\ & + \frac{R_i}{\rho_L C} \frac{dP_B(R_i, t)}{dt} + \frac{\dot{x}_i^2}{4\rho_L}, \\ & \ddot{x}_i + \frac{3\dot{R}_i \dot{x}_i}{R_i} = \frac{3F_{\text{exi}}}{2\pi\rho_L R_i^3}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $P_B(R_i, t) = \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_{i0}}\right) \left(\frac{R_{i0}}{R_i}\right)^{3k} - \frac{2\sigma}{R_i} - \frac{4\eta\dot{R}_i}{R_i}$ ,  $C$  是流体中的声速,  $R_{i0}$  是第  $i$  个气泡的初始半径,  $k$  为多方指数,  $\rho_L$  为组织密度,  $P_0$  是静态压力,  $\sigma$  为表面张力系数,  $\eta$  是介质的黏性,  $x_i$  是第  $i$  个气泡的平动位移,  $p_i(t) = p_a \cos(2\pi ft)$  为驱动声压,  $F_{\text{exi}} = -12\pi\eta R_i(\dot{x}_i - v_{\text{exi}}) - \frac{\rho_L}{4\pi D_{ij}^2} \langle \dot{V}_j \dot{V}_i \rangle$ ,  $v_{\text{exi}}$  为气泡在  $x$  方向上的初速度,  $V_i$  和  $V_j$  分别为第  $i$  和第  $j$  个泡的体积. 微管中的声压通过实验数据拟合得到, 数值计算代入的参数为  $f = 28$  kHz,  $p_a = 5$  kPa,  $\rho_L = 1080$  kg/m<sup>3</sup>,  $C = 1481$  m/s,  $P_0 = 1 \times 10^5$  Pa,  $\sigma = 0.075$  N/m,  $k = 1.4$ ,  $\eta = 1.7 \times 10^{-3}$  kg/(m·s).

图 13 展示了改进的耦合 Keller-Miksis 模型对单泡和双泡系统振荡及平动的预测结果与实验数据的对比验证. 理论预测的两泡位置交换时间与实验相近, 理论预测与实验数据的吻合验证了这一模型的适用性, 镜像气泡效应的引入可有效修正管壁对耦合振荡的约束. 从图 13(e) 可以观察到双泡系统振荡之间存在相位差, 膨胀和收缩不同步.

### 3.2 系统非线性共振频率

在稳态振荡中, 系统的稳定性与相位差的变化密切相关. 为进一步理解双泡系统的相位差机制, 假设气泡振动保持球形且处于弱非线性状态, 对运动方程进行扰动分析, 平移对径向动力学贡献的极限速度为 1.5 m/s, 而管中气泡的平移速度远小于极限速度, 因此平移的影响可以忽略不计 [34]. 以双

泡系统为例, 令  $R_i = R_{i0}(1 + \varepsilon_i)$ ,  $\varepsilon_i$  为  $i$  气泡壁振动位移, 视为一阶小量, 代入动力学方程 (4), 整合后可得

$$\begin{aligned} & \ddot{\varepsilon}_i + A_i \dot{\varepsilon}_i + \omega_{i0}^2 \varepsilon_i + B_i \ddot{\varepsilon}_j + C_i \dot{\varepsilon}_i^2 + D_i \varepsilon_i^2 \\ & = -p_{ia} \cos(\omega t + \varphi), \end{aligned} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{-4\eta}{\rho_L \left(R_{i0}^2 + \frac{R_{i0}^3}{2l_{ia}} + \frac{R_{i0}^3}{2l_{ib}}\right)}, \\ \omega_{i0}^2 &= \frac{\left[3kP_0 + (3k-1) \frac{2\sigma}{R_{i0}}\right]}{\rho_L \left(R_{i0}^2 + \frac{R_{i0}^3}{2l_{ia}} + \frac{R_{i0}^3}{2l_{ib}}\right)}, \\ B_i &= \frac{\left(\frac{R_{j0}^3}{D_{ij}} + \frac{R_{j0}^3}{\sqrt{D_{ij}^2 + 4l_{ia}l_{ja}}} + \frac{R_{j0}^3}{\sqrt{D_{ij}^2 + 4l_{ib}l_{jb}}}\right)}{\left(R_{i0}^2 + \frac{R_{i0}^3}{2l_{ia}} + \frac{R_{i0}^3}{2l_{ib}}\right)}, \\ C_i &= \frac{\left(\frac{3}{2}R_{i0}^2 + \frac{R_{i0}^3}{l_{ia}} + \frac{R_{i0}^3}{l_{ib}}\right)}{\left(R_{i0}^2 + \frac{R_{i0}^3}{2l_{ia}} + \frac{R_{i0}^3}{2l_{ib}}\right)}, \\ D_i &= \frac{\left[\frac{3k(3k+1)}{2} \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_{i0}}\right) - \frac{2\sigma}{R_{i0}}\right]}{\rho_L \left(R_{i0}^2 + \frac{R_{i0}^3}{2l_{ia}} + \frac{R_{i0}^3}{2l_{ib}}\right)}, \\ p_{ia} &= \frac{p_a}{\rho_L \left(R_{i0}^2 + \frac{R_{i0}^3}{2l_{ia}} + \frac{R_{i0}^3}{2l_{ib}}\right)}. \end{aligned}$$

双气泡系统的耦合振动方程在忽略非线性项和阻尼项后, 简化为线性耦合振子方程. 刚性管中双气泡系统共振频率  $\omega_r$  满足特征方程:

$$\begin{vmatrix} \omega_r^2 - \omega_{10}^2 & B_1 \omega_r^2 \\ B_2 \omega_r^2 & \omega_r^2 - \omega_{20}^2 \end{vmatrix} = 0, \quad (6)$$

其中  $\omega_{10}$  和  $\omega_{20}$  分别表示两个气泡的共振频率;  $B_1$  和  $B_2$  为耦合系数, 表示两个气泡之间的相互作用强度, 与泡间距、气泡半径、液体密度、液体黏度等因素有关. 可得系统线性共振频率近似为

$$\omega_{\pm} = \sqrt{\frac{\omega_{10}^2 + \omega_{20}^2 \pm \sqrt{(\omega_{10}^2 - \omega_{20}^2)^2 + 4\omega_{10}^2 \omega_{20}^2 B_1 B_2}}{2(1 - B_1 B_2)}}. \quad (7)$$

从 (7) 式可以看出, 特征频率解析解表明系统存在双模态共振, 分别对应于同相与反相运动, 双泡

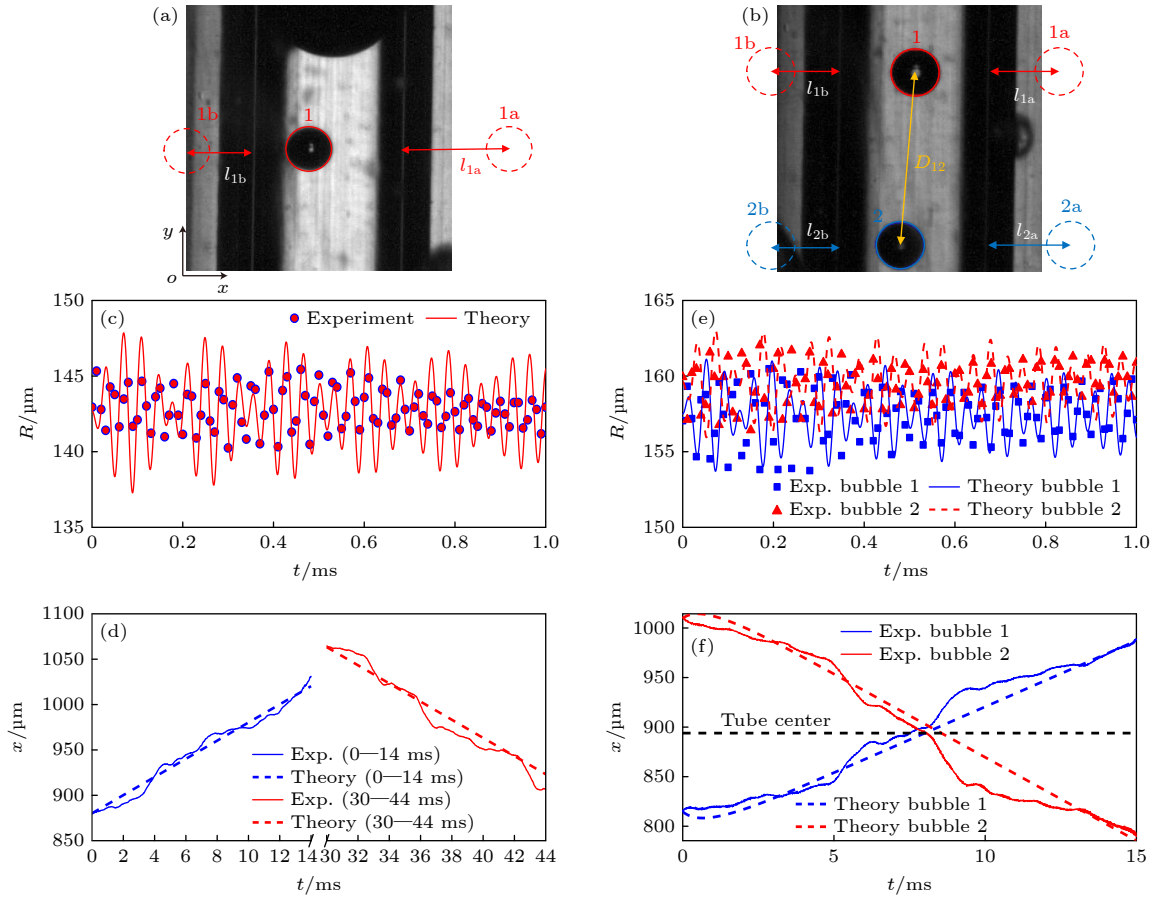


图 13 理论模型与实验对照 (a) 单泡模型图 ( $R_{10} = 142.7 \mu\text{m}$ ,  $l_{1a} = 575.8 \mu\text{m}$ ,  $l_{1b} = 424.2 \mu\text{m}$ ,  $(x_1, y_1) = (893.9 \mu\text{m}, 833.3 \mu\text{m})$ ); (b) 双泡模型图 ( $R_{10} = 157.5 \mu\text{m}$ ,  $R_{20} = 159.6 \mu\text{m}$ ,  $l_{1a} = 575.8 \mu\text{m}$ ,  $l_{1b} = 424.2 \mu\text{m}$ ,  $l_{2a} = 393.9 \mu\text{m}$ ,  $l_{2b} = 606.1 \mu\text{m}$ ,  $D_{12} = 1136.4 \mu\text{m}$ ,  $(x_1, y_1) = (814.7 \mu\text{m}, 1363.6 \mu\text{m})$ ,  $(x_2, y_2) = (1009.9 \mu\text{m}, 242.4 \mu\text{m})$ ); (c) 单泡振荡特性; (d) 单泡平动特性; (e) 双泡振荡特性; (f) 双泡平动特性

Fig. 13. Comparison between theoretical model and experimental results: (a) Single-bubble model ( $R_{10} = 142.7 \mu\text{m}$ ,  $l_{1a} = 575.8 \mu\text{m}$ ,  $l_{1b} = 424.2 \mu\text{m}$ ,  $(x_1, y_1) = (893.9 \mu\text{m}, 833.3 \mu\text{m})$ ); (b) dual-bubble model ( $R_{10} = 157.5 \mu\text{m}$ ,  $R_{20} = 159.6 \mu\text{m}$ ,  $l_{1a} = 575.8 \mu\text{m}$ ,  $l_{1b} = 424.2 \mu\text{m}$ ,  $l_{2a} = 393.9 \mu\text{m}$ ,  $l_{2b} = 606.1 \mu\text{m}$ ,  $D_{12} = 1136.4 \mu\text{m}$ ,  $(x_1, y_1) = (814.7 \mu\text{m}, 1363.6 \mu\text{m})$ ,  $(x_2, y_2) = (1009.9 \mu\text{m}, 242.4 \mu\text{m})$ ); (c) single-bubble oscillation characteristics; (d) single-bubble translational behavior; (e) dual-bubble oscillation characteristics; (f) dual-bubble translational behavior.

在超声场中可能呈现反相振荡模式, 其共振频率由气泡间距、初始半径比及介质声阻抗等因素共同决定.

不考虑刚性管的约束作用, 系统线性共振频率退化为<sup>[35]</sup>

$$\omega_{\pm} = \sqrt{\frac{\omega_{10}^2 + \omega_{20}^2 \pm \sqrt{(\omega_{10}^2 - \omega_{20}^2)^2 + 4\omega_{10}^2\omega_{20}^2 R_{10}R_{20}/D_{12}^2}}{2(1 - R_{10}R_{20}/D_{12}^2)}}. \quad (8)$$

### 3.3 系统非线性声响应

设近似解  $\varepsilon_1(t) = \varepsilon_{1a} \cos(\omega t + \varphi_1)$ ,  $\varepsilon_2(t) = \varepsilon_{2a} \cos(\omega t + \varphi_2)$ , 令两者之间的相位差为  $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ , 代入方程 (5) 得

$$[(-\omega^2 + \omega_{10}^2) \varepsilon_{1a} - B_1 \omega^2 \varepsilon_{2a} \cos(\Delta\varphi)]^2 + [-A_1 \omega \varepsilon_{1a} + B_1 \omega^2 \varepsilon_{2a} \sin(\Delta\varphi)]^2 = p_{1a}^2. \quad (9)$$

化简后为

$$\alpha \cos(\Delta\varphi) - \beta \sin(\Delta\varphi) = \chi, \quad (10)$$

其中,

$$\alpha = -\omega^2 + \omega_{10}^2, \quad \beta = -A_1\omega,$$

$$\chi = \frac{p_{1a}^2 - [(-\omega^2 + \omega_{10}^2)^2 \varepsilon_{1a}^2 + B_1^2 \omega^4 \varepsilon_{2a}^2 + A_1^2 \omega^2 \varepsilon_{1a}^2]}{2\omega^2 \varepsilon_{1a} B_1 \varepsilon_{2a}}.$$

将其转化为单一函数形式:

$$\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \cos(\Delta\varphi + \varphi_r) = \chi, \quad \tan \varphi_r = \frac{\alpha}{\beta},$$

$$\Delta\varphi = \arccos\left(\frac{\chi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}\right) - \varphi_r. \quad (11)$$

(11) 式定量揭示了刚性约束下双气泡系统的相位耦合规律, 振荡相位差  $\Delta\varphi$  由耦合系数  $\chi$ 、频率偏移  $\alpha$  和阻尼系数  $\beta$  共同决定.  $\varphi_r$  代表系统带来的固有相位偏移, 可以看出在泡间相互作用、介质黏性以及管壁约束的共同作用下, 气泡行为变得更加复杂了, 双泡间的振荡不是同相位, 且初始平衡半径不同的系统行为会更加复杂.

## 4 数值分析

### 4.1 泡间距的影响

双泡系统共振频率随泡间距变化的理论预测结果如图 14(a) 所示. 在  $D_{12} < 1000 \mu\text{m}$  的近场区, 频率梯度变化明显大于远场区, 这与 (7) 式和 (8) 式中的分母项随间距增大而趋近于 1 的特性相符. 反对称模式下的共振频率随泡间距增大而减小, 对比自由空间中的双泡系统, 处于刚性管约束下的气泡共振频率对泡间距的变化更敏感, 这种现象可能源于泡间流体惯性的增加以及镜像气泡效应的减弱. 对称模式下的共振频率随着泡间距增大而增大, 整体随泡间距变化的频率差小于反对称模式, 耦合作用较弱.

Sugita 和 Toshihiko<sup>[34]</sup> 在研究两个平衡半径相等的气泡组成的耦合振子系统时发现, 在共振频率附近存在 4 种典型的非线性振动模式, 系统可能因非线性耦合而发生能量局域化现象, 表现出复杂的幅值与相位演化特征. 图 14(b) 分析了刚性管中双泡振荡相位差与泡间距之间的关系, 呈现出典型的非线性特征, 存在跃变现象. 对于两个初始半径大小接近的气泡而言, 当泡间距处于远场区 ( $D_{12} > 1382 \mu\text{m}$ ) 时,  $\Delta\varphi$  稳定在  $88.7^\circ$ ; 处于近场区 ( $500 \mu\text{m} < D_{12} < 1382 \mu\text{m}$ ) 时,  $\Delta\varphi$  急剧下降,  $D_{12}$  接近于  $1000 \mu\text{m}$  时, 两泡反相振动, 与实验相吻合.

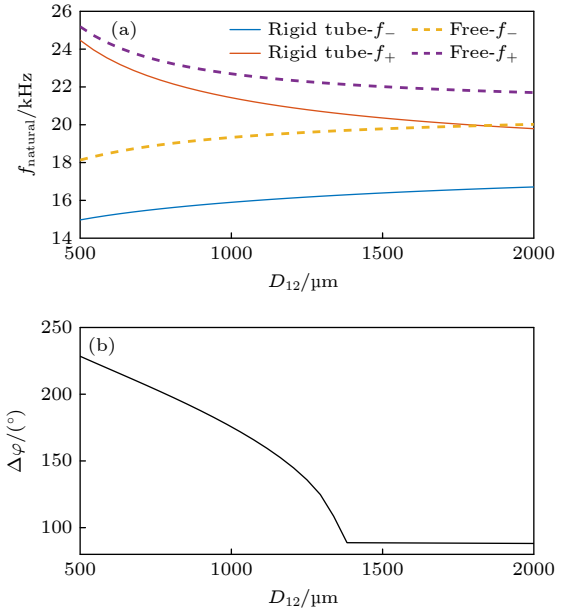


图 14 泡间距离对共振频率 (a) 和相位差 (b) 的影响

Fig. 14. Effect of inter-bubble distance on the (a) resonance frequency and (b) phase difference.

### 4.2 管壁约束

图 15 以对称分布于管中心两侧平衡半径等大的双气泡系统为研究对象, 揭示了气泡-管壁相对位置对共振频率及相位差的调控规律. 横轴定义为泡 1 与左侧管壁的间距, 其变化范围覆盖近壁区至管中心区, 两气泡间距为  $1000 \mu\text{m}$ . 结果表明, 共振频率随气泡-管壁距离增大呈单调递增趋势,

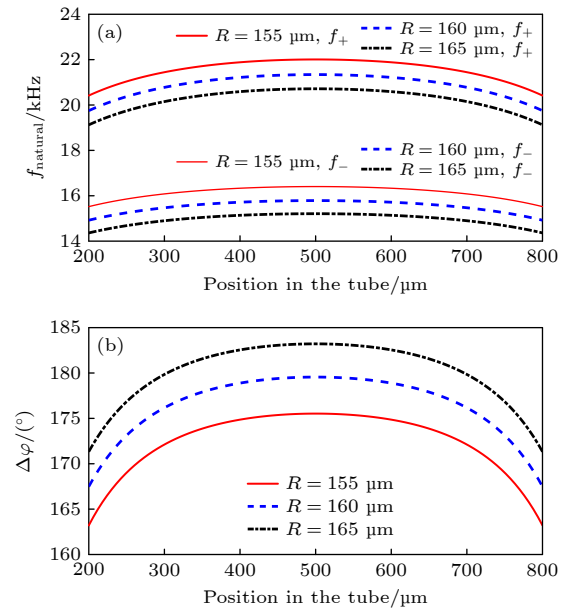


图 15 管壁约束对共振频率 (a) 和相位差 (b) 的影响

Fig. 15. Effect of wall confinement on the (a) resonance frequency and (b) phase difference.

这是因为当气泡从近壁区移至管中心时,管壁对流体涡量的反射效应降低,导致系统有效惯性减小,共振频率相应提升.相位差在管中心区保持相对稳定,而在近壁区则出现急剧下降,这种空间异质性主要源于近壁区增强的黏性耗散效应引起的气泡振动滞后.且增大气泡半径会使其振动模态波长趋近管径尺度,从而强化管壁约束效应并加速近壁区相位差衰减.可见微管中气泡振动具有强空间非均匀性,通过精准调控气泡位置与尺寸,可实现附加质量与阻尼的协同优化,为声流控器件中的频率-相位双参数设计提供理论依据.

### 4.3 介质黏性影响

图 16 定量研究了介质黏性对双泡系统相位差的调制作用及其尺寸依赖性.随着黏性增大,相位差呈现显著单调递减趋势,这是因为黏性增大促使单泡阻尼提升,导致气泡振动幅值衰减和相位滞后.但介质黏性增大对双泡系统振荡相位差的影响相对较小.这主要是因为相位差主要由泡间耦合机制(如次级 Bjerknes 力)和系统共振特性主导,而黏度主要起阻尼作用,仅通过黏性耗散项对相位差产生轻微调制.对比不同尺寸气泡的响应发现:大尺寸气泡相位差衰减速率相对较小,维持更稳定的相位耦合;小尺寸气泡对黏性变化更敏感,这与小气泡更高的表面积-体积比导致的黏性耗散增强有关.该发现为黏弹性组织中的微泡造影剂设计提供定量准则,通过采用合适的半径气泡以维持更高的相位耦合强度,从而增强超声谐波成像的对比度.

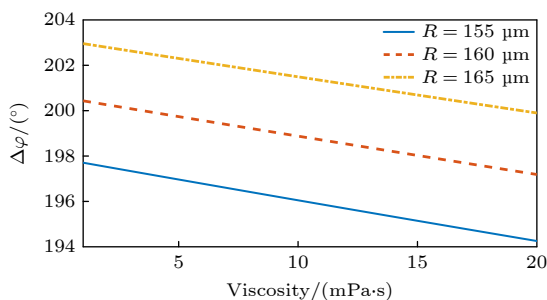


图 16 两泡间振荡相位差随介质黏度的变化

Fig. 16. Variation of oscillation phase difference between two bubbles with medium viscosity.

## 5 结论

本研究通过高速摄像实验系统观测了刚性毛细管内微气泡在 28 kHz 超声场中的弹跳行为,捕

捉了单泡、双泡及三泡的复杂运动模式,并建立了包含镜像气泡效应的改进 Keller-Miksis 模型,其预测效果与实验吻合良好,揭示了受限气泡动力学“几何约束-声场驱动-多体耦合”的三元调控机制.实验结果表明,单泡在超声场作用下呈现周期性左右迁移,气泡的振荡幅值对称,近壁区振荡频率偏移更明显.受限环境下气泡的振荡频率略低于驱动频率,这一偏移归因于流体黏性耗散与管壁约束效应.双泡系统表现出复杂的多阶段动力学行为,包括抑制、加速迁移、相互作用、位置交换和二次趋壁 5 个阶段.两泡振荡主频一致,但存在相位差,频谱出现边带调制.三泡系统表现出更复杂的时空演化,初始呈三角分布,随后经历迁移、构型恢复和镜像对称交换等阶段.三泡主频稳定,但边带调制频率较双泡系统更显著,表明多泡协同效应增强了非线性频域特征.气泡排列的对称性破缺导致流场扰动累积,影响系统稳定性.管径与流体黏度分别通过改变附加质量效应和黏性能量耗散影响气泡弹跳周期,弹跳周期随管径减小而显著增长,随流体黏度的降低而缩短.理论方面,通过引入镜像气泡效应修正的耦合 Keller-Miksis 方程,成功模拟了管壁约束下微泡的振荡与平动特性,数值分析进一步表明泡间距、管壁距离及介质黏性对系统动力学参数具有显著调控作用.具体而言,气泡共振频率受泡间距和管壁约束调控,双泡系统存在同相与反相两种模态,反相模态频率对间距变化更敏感;近壁区气泡的振荡频率降低且相位差衰减加速;介质黏性增大会削弱气泡间的相位耦合,尤其对小尺寸气泡影响更显著.本研究不仅深化了对受限空间中多泡协同效应的理解,还为超声造影剂优化、微流控器件设计及生物医学中的靶向治疗提供了理论依据与技术参考.

### 参考文献

- [1] Jiang L L, Xue Z Q, Park H 2019 *Int. J. Heat Mass Transf.* **138** 1211
- [2] Zhai H Y, Xue Z Q, Park H, Aizawa Y, Baba Y, Zhang Y 2020 *J. Nat. Gas Sci. Eng.* **77** 103233
- [3] Chen H, Kreider W, Brayman A A, Bailey M R, Matula T J 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 034301
- [4] Miller D L, Quddus J 2000 *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* **97** 10179
- [5] Marmottant P, Hilgenfeldt S 2004 *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* **101** 9523
- [6] Liu Y, Zhou Y, Zhang W, Chen S, Liang S 2024 *J. Biomed. Eng.* **41** 919

- [7] Sambo C, Liu N, Shaibu R, Ahmed A, Hashish R 2023 *Geoenergy Sci. Eng.* **221** 111185
- [8] Mamba S S, Magniez J C, Zoueshtiagh F, Baudoin M 2018 *J. Fluid Mech.* **838** 165
- [9] Averkiou M A, Bruce M F, Powers J E, Sheeran P S, Burn P N 2020 *Ultrasound Med. Biol.* **46** 498
- [10] Battat S, Weitz D A, Whitesides G M 2022 *Chem. Rev.* **122** 6921
- [11] Rasouli M R, Tabrizian M 2019 *Lab Chip* **19** 3316
- [12] Liao A H, Ho H C, Lin Y C, Chen H K, Wang C H 2015 *PLoS One.* **10** e0138500
- [13] Minnaert M 1933 *Philos. Mag.* **16** 235
- [14] Plesset M S 1949 *J. Appl. Mech.* **16** 277
- [15] Keller J B, Miksis M 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **68** 628
- [16] Qin S, Ferrara K W 2006 *Phys. Med. Biol.* **51** 5065
- [17] Zhong P, Zhou Y F, Zhu S L 2001 *Ultrasound Med. Biol.* **27** 119
- [18] Caskey C F, Stieger S M, Qin S, Dayton P A, Ferrara K W 2007 *J. Acoust. Soc. Am.* **122** 1191
- [19] Zhang L L, Chen W Z 2024 *Ultrason. Sonochem.* **110** 107050
- [20] An Y 2011 *Phys. Rev. E* **83** 066313
- [21] Wang C, Lin S 2011 *Acta Acust.* **36** 325 (in Chinese) [王成会, 林书玉 2011 *声学学报* **36** 325]
- [22] Zilonova E, Solovchuk M, Sheu T W H 2019 *Phys. Rev. E* **99** 023109
- [23] Zou Q Q, Zhong X H, Zhang B Y, Gao A Y, Wang X, Li Z Y, Qin D 2023 *Ultrasonics* **134** 107089
- [24] Fei Y J, Zhu C Y, Fu T T, Gao X Q, Ma Y G 2022 *Chin. J. Chem. Eng.* **50** 66
- [25] Hu M, Wang F, Li Y, Chen L, Wu W, Huo P, Deng D 2025 *Phys. Rev. Lett.* **134** 104004
- [26] Magnaudet J, Legendre D 1998 *Phys. Fluids* **10** 550
- [27] Legendre D, Magnaudet J, Mougin G 2003 *J. Fluid Mech.* **497** 133
- [28] Qi H Y, Liu J T, Sun X Y, Deng P, Zhang D M, Song Y X 2024 *Phys. Fluids* **36** 113301
- [29] Alt E, Banyai S, Banyai M, Koppensteiner R 2002 *Thromb. Res.* **107** 101
- [30] Lei Z K, Dong X R, Zuo X Y, Wang C H, Wu Y R, Lin S Y, Guo J Z 2024 *J. Acoust. Soc. Am.* **156** 3373
- [31] Guo C, Wang J, Li X H, Yang S Q, Li W H 2024 *Chem. Eng. Process.* **199** 109765
- [32] Doinikov A A 2001 *Phys. Rev. E* **64** 026301
- [33] Ida M 2009 *Phys. Rev. E* **79** 016307
- [34] Sugita N, Sugiura T 2017 *Ultrasonics* **74** 174
- [35] Regnault G, Doinikov A A, Laloy-Borgna G, Mauger C, Blanc-Benon P, Catheline S, Inserra C 2024 *Phys. Fluids* **36** 047134

# Bouncing behavior of microbubbles in rigid capillary tube\*

LI Xiuru LIU Yalu MA Jiayu WU Yuting

WANG Chenghui<sup>†</sup> MO Runyang<sup>‡</sup>*(Institute of Shaanxi Key Laboratory of Ultrasonics, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)*

( Received 21 July 2025; revised manuscript received 8 September 2025 )

## Abstract

This study systematically investigates the bouncing behavior and dynamics of microbubbles under ultrasound excitation within a rigid capillary in order to offer quantitative insights into their oscillation characteristics, migration trajectories, and phase modulation mechanisms for applications in microfluidics, contrast-enhanced ultrasound imaging, and controlled drug delivery. A high-speed imaging system is employed to track the motion of single-, double-, and triple-bubble systems in a viscoelastic medium inside a capillary with a 0.5-mm inner diameter. Under a 28-kHz ultrasound field, bubble dynamics are captured at 100000 frames per second. Image processing techniques, including dynamic threshold segmentation and morphological operations, are employed to extract bubble contours and centroid trajectories. Spectral analysis via fast Fourier transform (FFT) is performed to identify oscillation frequencies and modulation characteristics. Experimental results show that a single bubble undergoes periodic lateral migration, with oscillation frequency slightly below the driving frequency, and that sideband distribution in its spectrum is asymmetric. In the two-bubble system, five different dynamic stages are identified: initial suppression, accelerated migration, interaction dominance, position exchange, and a secondary approach to the wall. The bubbles oscillate at a common dominant frequency of 27.32 kHz but maintain phase difference. Modulation sidebands of approximately 0.3 kHz are observed, indicating nonlinear coupling. The three-bubble system exhibits more complex spatiotemporal evolution, including sequential migration and transitions between triangular and mirror-symmetric configurations. A notable sideband at 0.1 kHz suggests that multi-bubble synergy enhances nonlinear behavior. The tube diameter and fluid viscosity are found to influence the bouncing period through added mass effects and viscous energy dissipation, respectively. The period increases significantly with tube diameter decreasing, and decreases with fluid viscosity lessening. Theoretical modeling incorporates the mirror bubble effect into the coupled Keller-Miksis equations to account for wall confinement, thus successfully simulating the oscillation and translation of confined microbubbles. Numerical analysis further indicates that inter-bubble distance, wall proximity, and medium viscosity modulate the dynamic behavior of the system. Specifically, the bubble resonance frequency is regulated by inter-bubble distance and wall confinement. The two-bubble system exhibits both in-phase and out-of-phase modes, with the latter being more sensitive to distance variation. Near the wall, the oscillation frequency decreases, and the phase difference attenuation accelerates. Increasing medium viscosity will weaken the phase coupling between bubbles, an effect which is particularly evident for smaller bubbles. This study not only enhances the understanding of multi-bubble synergistic effects in confined spaces but also provides a theoretical foundation and technical reference for optimizing ultrasound contrast agents, designing microfluidic devices, and developing targeted therapies in biomedicine.

**Keywords:** microbubbles, bouncing behavior, wall confinement, multibubble interaction**PACS:** 43.35.+d, 43.25.+y, 47.55.dp**DOI:** [10.7498/aps.74.20250968](https://doi.org/10.7498/aps.74.20250968)**CSTR:** [32037.14.aps.74.20250968](https://www.cstr.org.cn/32037.14.aps.74.20250968)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12074238, 12374441), the Fundamental Research Funds for the Central Universities of Education of China (Grant No. GK202406034), and the Natural Science Basic Research Plan of Shaanxi Province, China (Grant No. 2025JC-YBQN-066).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [wangld001@snnu.edu.cn](mailto:wangld001@snnu.edu.cn)

<sup>‡</sup> Corresponding author. E-mail: [mmrryycn@snnu.edu.cn](mailto:mmrryycn@snnu.edu.cn)

## 刚性毛细管内微气泡弹跳行为

李秀如 刘雅璐 马佳昱 吴玉婷 王成会 莫润阳

### Bouncing behavior of microbubbles in rigid capillary tube

LI Xiuru LIU Yalu MA Jiayu WU Yuting WANG Chenghui MO Runyang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 214302 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250968

CSTR: 32037.14.aps.74.20250968

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250968>

当期内容 View table of contents: <https://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

基于玻璃毛细管的大气环境MeV质子微束的产生与测量

Production and measurement of MeV proton microbeams in atmospheric environment based on glass capillary

物理学报. 2024, 73(10): 104101 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240301>

有限长管内包膜微泡在磁-声复合场作用下的振动行为

Vibrational behavior of coated microbubble in finite tube under magneto-acoustic composite field

物理学报. 2021, 70(21): 214303 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210559>

腔体结构参数对毛细管放电型脉冲等离子体推力器放电特性的影响

Influence of cavity configuration parameters on discharge characteristics of capillary discharge based pulsed plasma thruster

物理学报. 2021, 70(23): 235204 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211198>

磁流体管内“泡对”在磁声复合场中的振荡行为

Oscillation behavior of bubble pair in magnetic fluid tube under magneto-acoustic complex field

物理学报. 2022, 71(8): 084302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212150>

多层膜磁性微泡的非线性声振动特性

Nonlinear acoustic characteristics of multilayer magnetic microbubbles

物理学报. 2021, 70(1): 014301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20200973>

Y型微通道内气泡非对称破裂行为的数值研究

Numerical study of asymmetric breakup behavior of bubbles in Y-shaped branching microchannels

物理学报. 2022, 71(2): 024701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20210832>