

旋转双势阱中势垒参数对玻色-爱因斯坦凝聚体隐藏涡旋的影响*

杨国全^{1)†} 靳晶晶²⁾

1) (晋中学院物理与电子工程系, 晋中 030619)

2) (中北大学半导体与物理学院, 太原 030051)

(2025年7月26日收到; 2025年8月26日收到修改稿)

玻色-爱因斯坦凝聚体的涡旋研究是探索宏观量子现象的重要途径. 本文聚焦于旋转双势阱中势垒参数对隐藏涡旋形成和演化的影响, 旨在揭示势垒宽度和高度对涡旋动力学的调控机制. 通过数值求解带耗散的 Gross-Pitaevskii 方程, 分析了不同势垒宽度和高度下凝聚体的密度分布、相位分布、涡旋数量及平均角动量. 结果表明: 增大势垒宽度可以显著促进隐藏涡旋的生成, 且生成的可见涡旋和隐藏涡旋总数仍然满足费曼规则; 当势垒宽度较大时, 隐藏涡旋会沿势垒轴线呈现摆动分布, 反映隐藏涡旋间相互作用增强. 相比之下, 当势垒高度高于临界值(指能够将凝聚体完全分隔的势垒高度)时, 改变其值对生成涡旋数量影响很小; 当势垒高度低于临界值时, 隐藏涡旋核因势阱连通变得可见, 而且可见涡旋的生成阈值降低. 特别地, 在旋转谐振子势阱中临时引入中间势垒可有效引入相位奇点, 促进在较低旋转频率下生成稳定涡旋态, 优于纯谐振子势阱所需的频率. 本研究为实验调控涡旋提供了理论依据, 具有一定的学术价值和应用前景.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚体, 涡旋, 双势阱

PACS: 03.75.Nt, 03.75.Lm

CSTR: 32037.14.aps.74.20251001

DOI: 10.7498/aps.74.20251001

1 引言

玻色-爱因斯坦凝聚体 (Bose-Einstein condensate, BEC) 作为研究宏观量子现象的理想平台, 近年来备受关注^[1-5]. 量子涡旋作为拓扑缺陷, 在揭示 BEC 的相干性、超流性及非线性特性方面具有重要意义, 是实验与理论研究的热点^[6-23]. 旋转双势阱中的 BEC 能够形成可见涡旋、幽灵涡旋以及隐藏涡旋等多种拓扑缺陷, 其中隐藏涡旋因其在密度分布中不可见但携带角动量的特性, 展现出独特的物理特征^[24-27]. 隐藏涡旋的形成与势场参数、原

子间相互作用强度以及旋转频率密切相关.

已有研究在旋转双势阱的涡旋动力学方面取得了显著进展. 早在 2010 年, Wen 等^[24] 通过理论分析揭示了隐藏涡旋的形成机制, 为后续研究奠定了基础. 近年, Sabari^[26] 研究了偶极 BEC 在旋转双势阱中涡旋的形成, 并分析了在不同偶极相互作用强度下的临界旋转频率和隐藏涡旋的特性. Ishfaq 和 Bishwajyoti^[27] 提出基于密度依赖性规范势的理论, 揭示了涡旋生成与角动量的非线性调控机制. 然而, 现有研究没有系统探索势垒参数对隐藏涡旋形成的直接影响, 导致对其调控机制的全面理解受到限制, 也制约了实验中基于几何势场调控涡旋态

* 国家自然科学基金 (批准号: 12104418) 和山西省基础研究计划 (批准号: 202203021211337, 202303021222265, 202303021212269, 202303021221177) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yangguoquan_1982@163.com

的可行性评估. 基于此, 本文通过数值模拟系统分析旋转双势阱中势垒宽度和高度对隐藏涡旋数量、分布及临界旋转频率的影响, 并提出临时势垒策略以低频生成稳定涡旋态. 该研究有助于深化对隐藏涡旋动力学的物理解, 为实验调控涡旋态提供了理论依据.

2 理论模型

本文考虑一个在 z 轴方向强束缚的二维 BEC 系统^[24,25], 外部势场为双势阱势, 其无量纲化的数学表达形式为

$$V_{\text{DW}}(x, y) = \frac{x^2 + \lambda^2 y^2}{4} + V_0 e^{-x^2/2\sigma^2}, \quad (1)$$

式中, $\lambda = \omega_y/\omega_x$ 为谐振子势的各向异性参数, 其中 ω_x 和 ω_y 分别为势阱在 x 方向和 y 方向的束缚频率; V_0 为中间势垒的高度; σ 为中间势垒的宽度. 系统的动态演化由无量纲化后的带耗散的 Gross-Pitaevskii (GP) 方程描述:

$$(i-\gamma)\frac{\partial\psi}{\partial t} = [-(\nabla_x^2 + \nabla_y^2) + V_{\text{DW}} + c|\psi|^2 - \Omega L_z]\psi, \quad (2)$$

式中, 波函数表示为 $\psi = |\psi|e^{i\theta}$, 其中 θ 为相位, 相位分布可以反映涡旋的相位奇点, 文中相位奇点为 θ 绕某点变化 2π 的位置; $L_z = i(y\partial_x - x\partial_y)$ 为沿着 z 方向的旋转角动量算符; γ 为耗散参数; c 为原子间相互作用强度; 旋转频率 Ω 表示体系沿 z 轴的角频率, 以特征频率 ω_x 归一化, 用于研究旋转对涡旋形成的驱动作用, 在实验中可通过激光搅拌或磁场旋转来实现. 长度、时间、能量、角动量、旋转角频率分别以 $d_0 = \sqrt{\hbar/2m\omega_x}$, ω_x^{-1} , $\hbar\omega_x$, \hbar , ω_x 为单位, 其中 m 表示原子质量.

进行模拟计算时, 先用虚时演化法^[28-30] 求解出系统的初态波函数, 随后通过数值求解上述 GP 方程来研究不同势垒参数下涡旋的形成过程. 取与文献^[24, 25] 相同的模拟参数 $c = 600$, $\gamma = 0.03$, $\omega_x = \omega_y = 2\pi \times 40$ Hz, $\omega_z = 2\pi \times 800$ Hz. 为了研究中间势垒的影响, 分别改变势垒宽度和势垒高度的取值, 通过分析稳态密度分布 $|\psi|^2$, ψ 的相位分布、生成可见涡旋和隐藏涡旋的数目以及每个原子的平均角动量 $l_z = \iint \psi^* L_z \psi dx dy / \iint |\psi|^2 dx dy$, 来探讨隐藏涡旋分布规律及费曼规则^[14,15] 的适用性.

3 数值模拟与讨论

3.1 中间势垒宽度对隐藏涡旋形成的影响

图 1 展示了在不同势垒宽度 σ 下 $\sigma = 0.25, \sigma = 1, \sigma = 1.5, \sigma = 2$, 旋转双势阱以不同旋转频率 Ω 旋转生成的涡旋总数 N_t (包括可见涡旋 N_v 和隐藏涡旋 N_h)、系统达到稳态时每个原子的平均角动量 l_z 和 Ω 之间的对应关系. 图 1(a) 中的红色实线是费曼规则 $l_z = N_t/2 = (N_v + N_h)/2$ 对应的直线. 数值结果显示, 改变中间势垒的宽度 $\sigma = 0.25, \sigma = 1, \sigma = 1.5, \sigma = 2$, 费曼规则依然成立. 图 1(b) 中各种颜色的点线对应的是不同 σ 下可见涡旋形成之前, 即 $\Omega < \Omega_c$ (Ω_c 代表形成可见涡旋需要最小旋转频率) 时, l_z 和 Ω 之间的拟合直线, 可见当 $\Omega < \Omega_c$ 时, l_z 随着 Ω 是线性增大的; 图 1(b) 中各种颜色的双划线对应的是不同 σ 下有可见涡旋形成之后, 即 $\Omega \geq \Omega_c$, l_z 和 Ω 之间满足的指数关系拟合曲线, 可见当 $\Omega \geq \Omega_c$ 时, l_z 随着 Ω 是指数增大的. 这是因为隐藏涡旋在形成的过程中其对应的相位奇点只会从中间势垒的两端进入并向势阱中心移动, 当 $\Omega < \Omega_c$ 时, l_z 随着 Ω 增大得较慢, 而当 $\Omega \geq \Omega_c$ 时, 常规的可见涡旋开始形成, 可见涡旋可以分布在凝聚体密度不为零的整个区域, 相位奇点可以从整个凝聚体外围任何地方进入凝聚体中变成可见涡旋, 从而使 l_z 取值迅速增大^[24]. 从图 1(b) 也能看出, 随着 σ 的增大, Ω_c 也在增大. 这是因为 σ 增大意味着中间势垒可以容纳更多的隐藏涡旋, 只有中间势垒容纳的隐藏涡旋达到饱和, 才会进一步形成可见涡旋, 所以较大的势垒宽度下, 形成可见涡旋就需要更大的旋转频率^[24]. 从图 1(c) 可以明显看出, 随着 σ 的增大, 相同 Ω 会生成更多的隐藏涡旋. 这种现象可以解释为: 随着势垒宽度增大, 势垒区域对 BEC 密度的排挤作用增强, 从而允许更多相位奇点 (隐藏涡旋) 形成.

为了更加直观地说明在同一 Ω 取值下, 隐藏涡旋的分布密度随着 σ 的增大而增大, 图 2 展示了不同势垒宽度 σ 下, 双势阱以 $\Omega = 0.9\omega_x$ 旋转时, 凝聚体的密度分布 $|\psi|^2$ 和波函数 ψ 的相位分布在 $t = 250\omega_x^{-1}$ 时的情形. 此时凝聚体中的可见涡旋呈三角晶格结构分布, 隐藏涡旋沿着中心势垒分布. 为了便于观察, 用红色实心圆点标记出了密度图和相位图中 $-10d_0 \leq y \leq 10d_0$ 范围内所有的相位奇点.

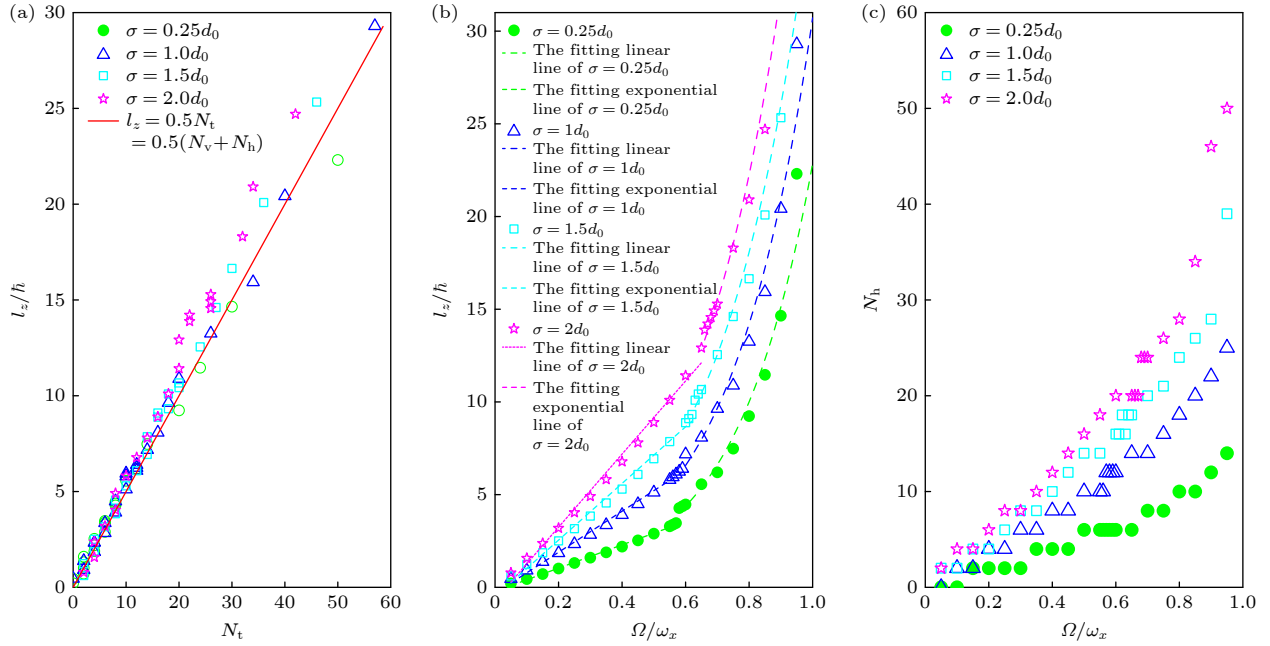


图 1 不同势阱宽度 σ 下, (a) l_z 与不同 Ω 下生成的涡旋总数 N_t 的关系, (b) l_z 与 Ω 的关系, 以及 (c) N_h 与 Ω 的关系
 Fig. 1. Relationships of (a) l_z versus N_t for different Ω , (b) l_z versus Ω , (c) N_h versus Ω for different barrier widths σ .

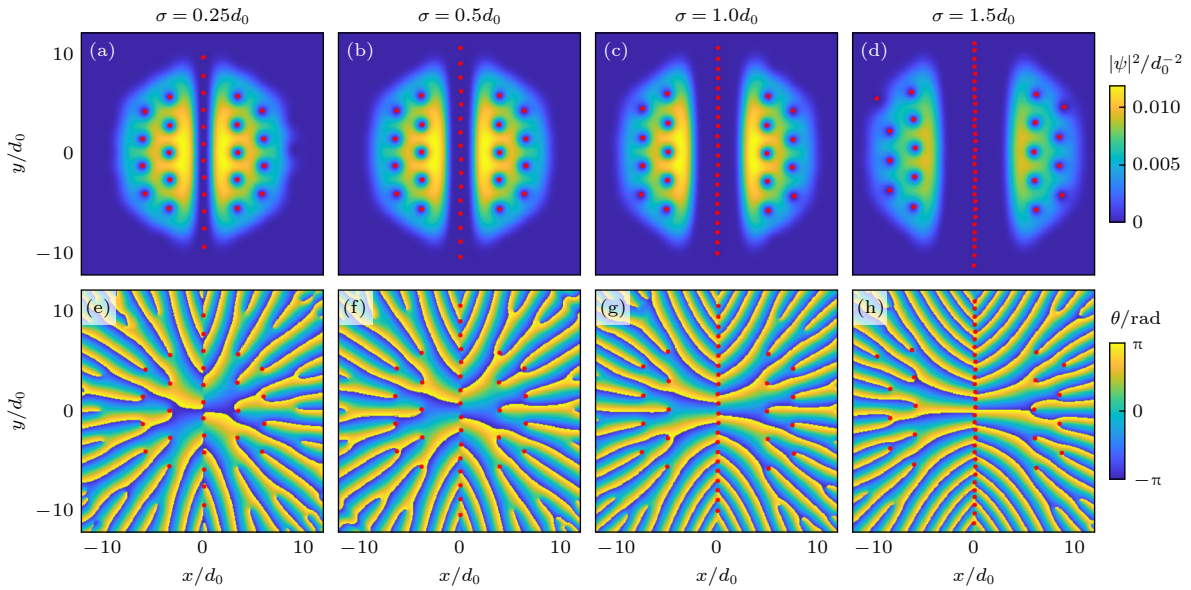


图 2 不同势垒宽度 σ 下, 双势阱以 $\Omega = 0.9\omega_x$ 旋转时, 凝聚体的密度分布 $|\psi|^2$ (第 1 行) 和波函数 ψ 的相位分布 (第 2 行) 在 $t = 250\omega_x^{-1}$ 时的情形

Fig. 2. Density distribution $|\psi|^2$ (the first row) and phase distribution of ψ (the second row) for different widths σ at $t = 250\omega_x^{-1}$ after rotating the double-well potential with $\Omega = 0.9\omega_x$.

图 2(a), (e)、图 2(b), (f)、图 2(c), (g) 和图 2(d), (h) 分别对应的是 $\sigma = 0.25d_0$, $\sigma = 0.5d_0$, $\sigma = 1.0d_0$ 和 $\sigma = 1.5d_0$ 的情形. 对比图 2(a)—(d) 可以发现, 随着 σ 的增大, 中间势垒容纳了更多的隐藏涡旋.

需要强调指出的是, 当中间势垒的宽度继续增大, 高旋转频率下隐藏涡旋不再只沿着中间势垒分布, 而是在中间轴线附近有轻微的摆动. 图 3 是 $\sigma =$

$2d_0$, 双势阱以 $\Omega = 0.9\omega_x$ 旋转时, 凝聚体的密度分布 $|\psi|^2$ 和波函数 ψ 的相位分布分别在 $t = 199\omega_x^{-1}$, $210\omega_x^{-1}$, $245\omega_x^{-1}$, $248\omega_x^{-1}$ 时的情形. 从图 3(b), (d) 可明显看出, 在 $t = 210\omega_x^{-1}$ 和 $t = 248\omega_x^{-1}$ 这两个时刻, 中间势垒内的隐藏涡旋相对于中间轴线错开了一些距离, 而图 3(a), (c) 显示在 $t = 199\omega_x^{-1}$ 和 $t = 245\omega_x^{-1}$ 这两个时刻, 中间势垒内的隐藏涡旋是沿着中间

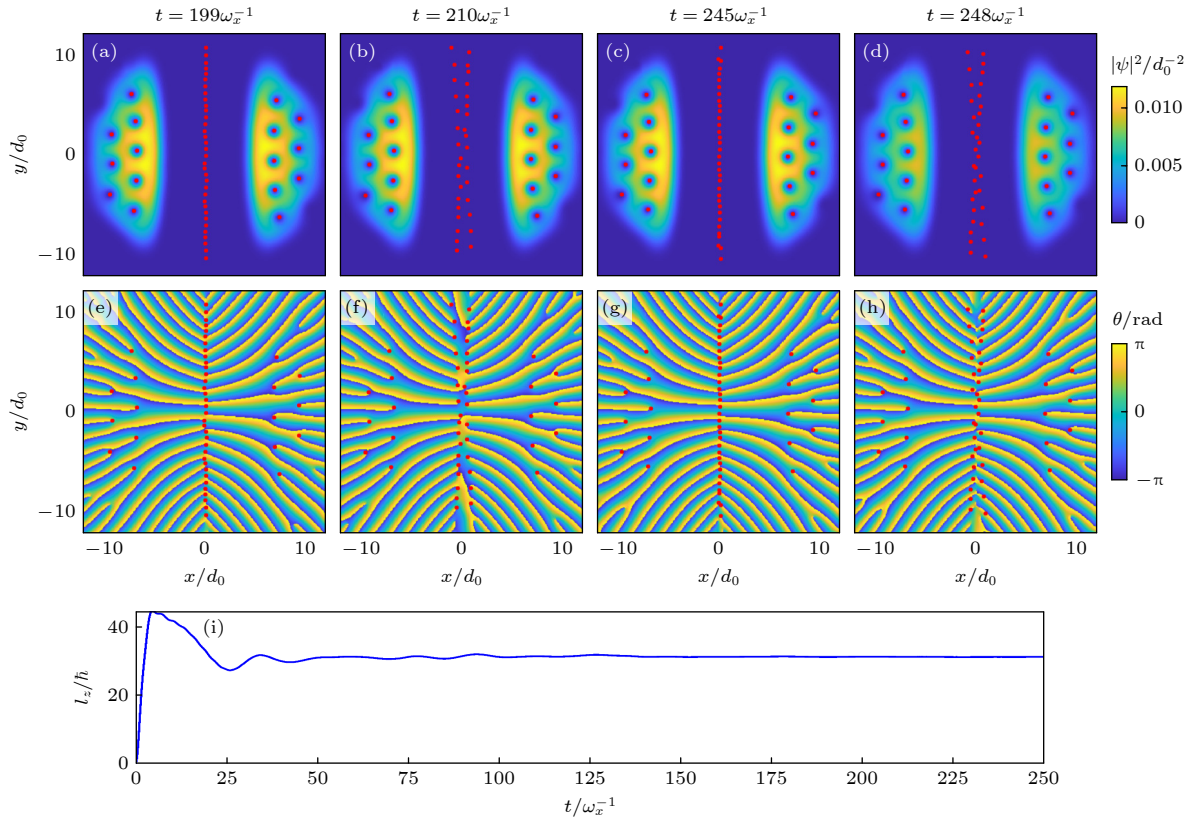


图 3 $\sigma = 2d_0$, 双势阱以 $\Omega = 0.9\omega_x$ 旋转时, 凝聚体的密度分布 $|\psi|^2$ (第 1 行)、波函数 ψ 的相位分布 (第 2 行), 以及 l_z 随时间的演化 (第 3 行)

Fig. 3. Density distribution $|\psi|^2$ (the first row), phase distribution of ψ (the second row), and time evolution of l_z (the third row) for $\sigma = 2d_0$ after the double-well potential suddenly begins to rotate with $\Omega = 0.9\omega_x$.

轴线分布的. 这种现象可以归因于: 随着势垒宽度增大, 形成了更多的隐藏涡旋, 而涡旋间距变小又加剧了它们之间的相互作用, 旋转驱动将涡旋推向旋转轴与涡旋之间排斥相互作用不断竞争, 导致其分布从线性排列转向摆动模式. 图 3(i) 表明在 $199\omega_x^{-1} \leq t \leq 248\omega_x^{-1}$ 这段时间内, 系统中每个原子的平均角动量 l_z 并没有明显的变化. 因为隐藏涡旋的角动量与其位置相关, 近似为 $l_z \sim (1-r^2/R^2)$ [25], 其中 r 为涡旋距中心的距离, R 为凝聚体的半径, 当隐藏涡旋在中间轴线附近左右轻微摆动时, 它们距离中心的距离 r 并没有明显改变, 其角动量贡献可以认为不变.

3.2 中间势垒高度对隐藏涡旋形成的影响

为了更好地研究中间势垒高度对旋转双势阱中隐藏涡旋形成规律的影响, 本文分两种情况展开讨论. 计算表明, 当 $c = 600$, $\sigma = 0.5d_0$ 时, 中间势垒高度值为 $V_0 = 25\hbar\omega_x$ 刚好可以把势阱中的凝聚体分隔成两部分. 据此, 接下来的计算中, 将势垒

宽度固定 $\sigma = 0.5d_0$, 改变势垒的高度 V_0 , 分别讨论 $V_0 > 25\hbar\omega_x$ 和 $V_0 < 25\hbar\omega_x$ 时, V_0 取值对隐藏涡旋形成规律的影响.

首先研究 $V_0 > 25\hbar\omega_x$ 的情况, 与图 1 类似, 图 4 展示的是不同高度 V_0 下, N_t (包括可见涡旋 N_v 和隐藏涡旋 N_h) 和 l_z 与 Ω 之间的关系. 图 4(a) 中的红色实线仍然是费曼规则 $l_z = N_t/2 = (N_v + N_h)/2$ 对应的直线. 数值结果显示, 改变中间势垒的高度 V_0 , 费曼规则依然成立. 但是与改变势垒宽度引起的不同, 在 $V_0 > 25\hbar\omega_x$ 范围内改变势垒高度时, 相同旋转频率 Ω 下的 l_z 和 N_h 变化并不明显, 尤其是代表 $V_0 = 40\hbar\omega_x$ 和 $V_0 = 80\hbar\omega_x$ 的数据点几乎重合, 如图 4(b), (c) 所示.

为了解释这一现象, 图 5(a), (b) 分别给出了 V_0 依次取 $30\hbar\omega_x$, $40\hbar\omega_x$, $80\hbar\omega_x$ 时沿 x 轴的凝聚体基态密度截面图 $|\psi(x, 0)|^2$ 和势阱截面图 $V(x, 0)$. 可以看出, 在 $V_0 > 25\hbar\omega_x$ 的情况下, 随着 V_0 的增大, 凝聚体基态密度分布变化非常小. 这表明较高的势垒高度主要增强了势垒的分割效应, 而未扩展隐藏

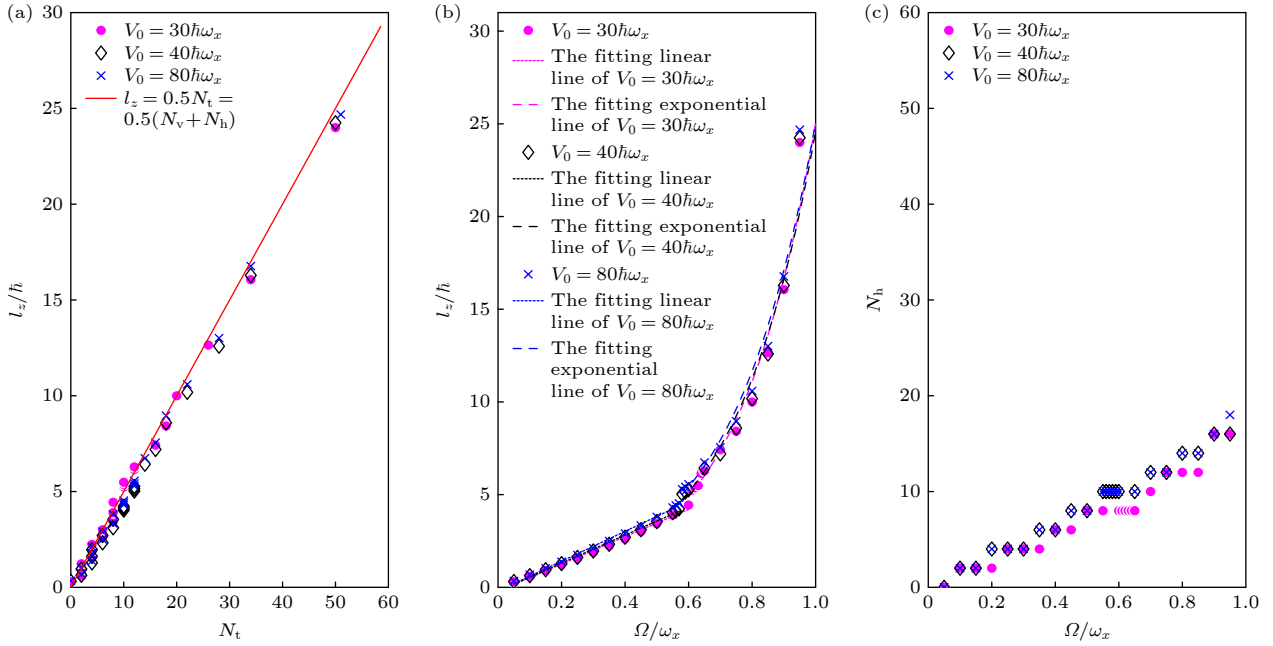


图 4 不同势阱高度 V_0 下, (a) l_z 与不同 Ω 下生成的涡旋总数 N_t 的关系, (b) l_z 与 Ω 的关系, (c) N_h 与 Ω 的关系
 Fig. 4. Relationships of (a) l_z versus N_t for different Ω , (b) l_z versus Ω , (c) N_h versus Ω for different barrier heights V_0 .

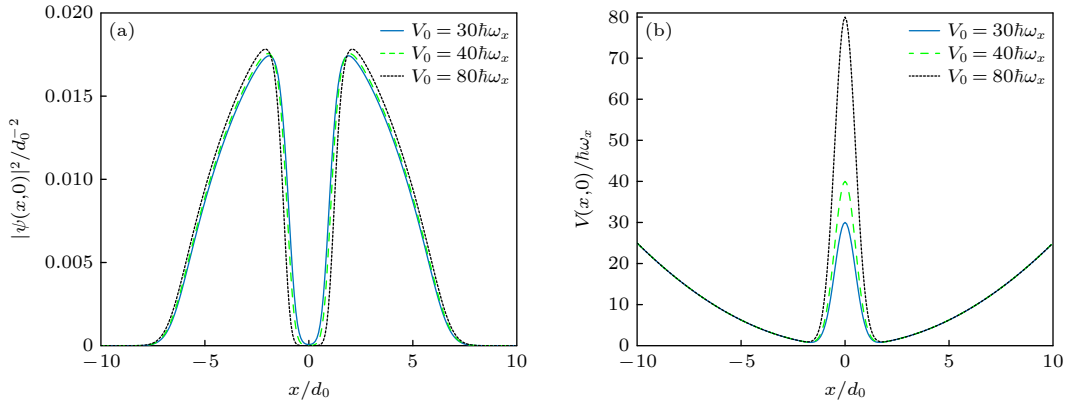


图 5 当 $V_0 > 25\hbar\omega_x$ 时, (a) 凝聚体基态密度截面图 $|\psi(x,0)|^2$ 和 (b) 势阱截面图 $V(x,0)$

Fig. 5. (a) Cross-sectional plots $|\psi(x,0)|^2$ of the initial ground state density and (b) sectional view $V(x,0)$ of the potential well along the x -axis for $V_0 > 25\hbar\omega_x$.

涡旋相位奇点的分布范围或改变其拓扑稳定性, 因此 N_h 未显著增大.

接下来, 讨论 $V_0 < 25\hbar\omega_x$ 的情况. 图 6(a), (e)、图 6(b), (f) 和图 6(c), (g) 是双势阱的中间势垒高度分别为 $V_0 = 20\hbar\omega_x$, $10\hbar\omega_x$, $4\hbar\omega_x$ 并以 $\Omega = 0.5\omega_x$ 旋转时, 凝聚体的密度分布 $|\psi|^2$ 和波函数 ψ 的相位分布在 $t = 250\omega_x^{-1}$ 时的情形. 如图 6(a), (e) 所示, 中间势垒区域有 6 个隐藏涡旋, 其涡旋核对应的位置还需根据相位图来判断. 但是随着中间势垒高度进一步降低, 在图 6(b), (c) 的密度图中隐藏涡旋的涡旋核位置已清晰可见. 这是因为 $V_0 < 25\hbar\omega_x$ 时, 势垒高度较低, 势阱间存在连通区域. 图 7(a), (b) 分别

给出了 V_0 依次取 $20\hbar\omega_x$, $10\hbar\omega_x$, $4\hbar\omega_x$ 时凝聚体基态密度截面图 $|\psi(x,0)|^2$ 和势阱截面图 $V(x,0)$. 从图 7 可以明显看出, $V_0 = 10\hbar\omega_x$, $4\hbar\omega_x$ 时, 中间势垒处的凝聚体密度远大于零, 当相位奇点进入这些区域时, 由于相位奇点也是一个速度奇点, 其速度趋近于无限大, 而原子的动能是有限的, 所以原子会填充隐藏涡旋核心之间的空间使其可见^[24]. 图 6(b), (f) 势垒区域有 5 个隐藏涡旋, 而图 6(c), (g) 势垒区域有 4 个隐藏涡旋, 左右两侧的凝聚体内部分别还有 1 个可见涡旋. 可见在中间势垒不能把凝聚体完全分隔开时, 即 $V_0 < 25\hbar\omega_x$ 范围内, 随着中间势垒高度的降低, 能生成的“隐藏”涡旋个数 N_h 减少.

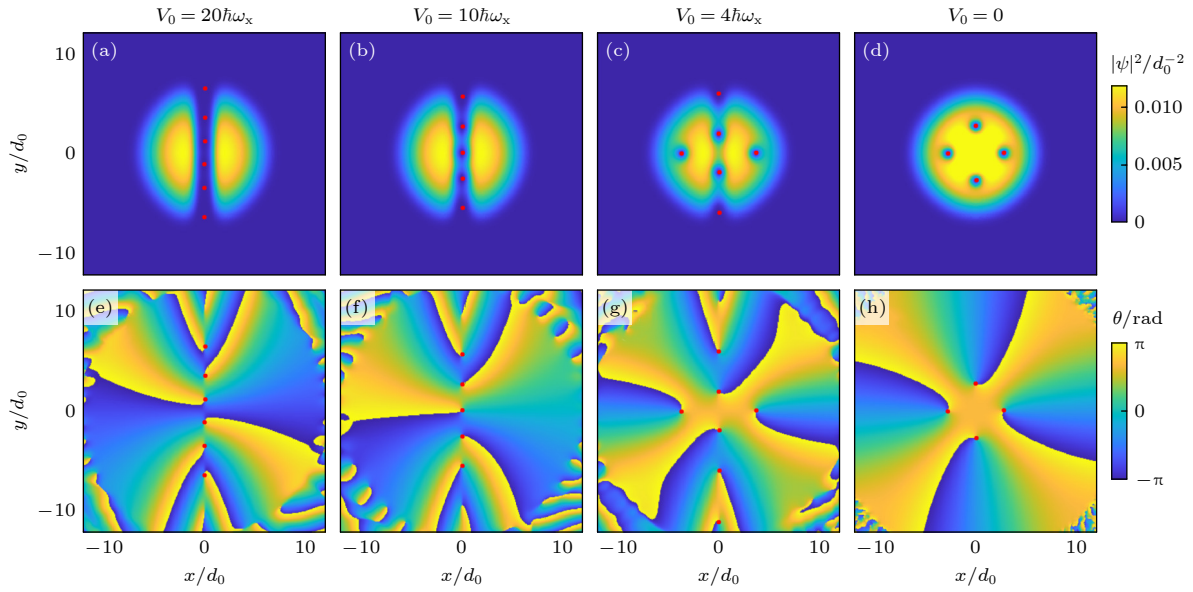


图 6 不同势垒高度 V_0 下, 双势阱以 $\Omega = 0.5\omega_x$ 旋转时, 凝聚体的密度分布 $|\psi|^2$ (第 1 行) 和波函数 ψ 的相位分布 (第 2 行) 在 $t = 250\omega_x^{-1}$ 时的情形

Fig. 6. Density distribution $|\psi|^2$ (the first row) and phase distribution of ψ (the second row) for different heights V_0 at $t = 250\omega_x^{-1}$ after rotating the double-well potential with $\Omega = 0.5\omega_x$.

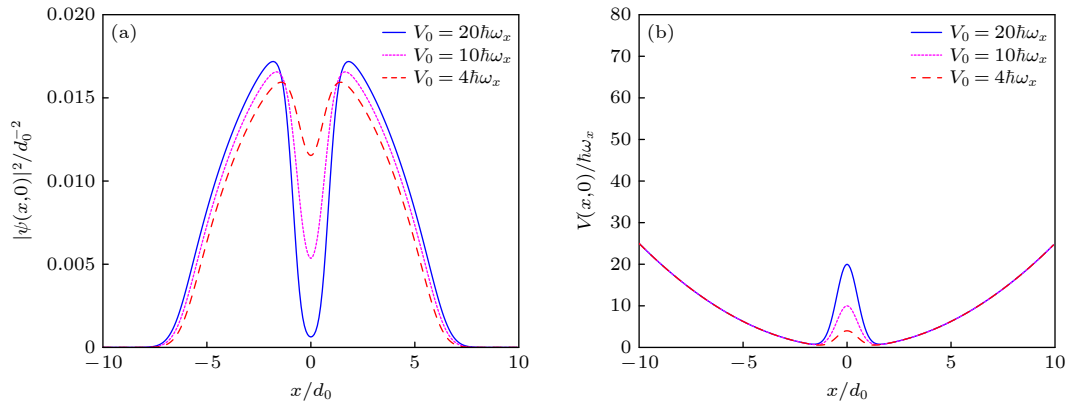


图 7 当 $V_0 < 25\hbar\omega_x$ 时, (a) 凝聚体基态密度截面图 $|\psi(x,0)|^2$ 和 (b) 势阱截面图 $V(x,0)$

Fig. 7. (a) Cross-sectional plots $|\psi(x,0)|^2$ of the initial ground state density and (b) sectional view $V(x,0)$ of the potential well along the x -axis for $V_0 < 25\hbar\omega_x$.

图 6(d), (h) 是以图 6(c) 为初态, 把中间势垒由 $V_0 = 4\hbar\omega_x$ 逐渐调为 $V_0 = 0$ 并以 $\Omega = 0.5\omega_x$ 旋转势阱时, 凝聚体的密度分布 $|\psi|^2$ 和波函数 ψ 的相位分布在 $t = 250\omega_x^{-1}$ 时的情形. 此时凝聚体中无势垒, 但有 4 个可见涡旋长时间稳定存在. 需要指出, 如果直接用旋转谐振子势阱的方法是无法在 $\Omega = 0.5\omega_x$ 的旋转频率下生成包含涡旋的稳定态, 因为同样的相互作用参数, 用旋转势阱法生成涡旋态的临界旋转频率 Ω_c 要大于 $0.5\omega_x$. 与谐振子势相比, 双势阱导致了势阱在二维平面内的各向异性, 这有利于凝聚体边缘快速形成幽灵涡旋. 且在势垒处,

由于粒子密度分布较低, 导致幽灵涡旋进入势垒处, 进而形成隐藏涡旋. 为了更好地说明中间势垒在涡旋形成中的作用, 图 8(a1)–(f2) 和图 8(a3)–(f4) 分别展示了图 6(a), (c) 形成的动力学过程.

先讨论 $V_0 = 20\hbar\omega_x$ 的情况, 最初, 静止双势阱中的凝聚体密度如图 8(a1), (a2) 所示, 左右两边的凝聚体之间的相对相位为零. 随着时间推移, 凝聚体经历复杂的湍流振荡^[25], 这使凝聚体的边界表面变得不稳定, 激发了沿表面传播的表面波. 随后, 表面波发展成涡旋核, 部分涡旋核会不断从中间势垒两端沿着势垒轴线向中心移动, 形成携带角

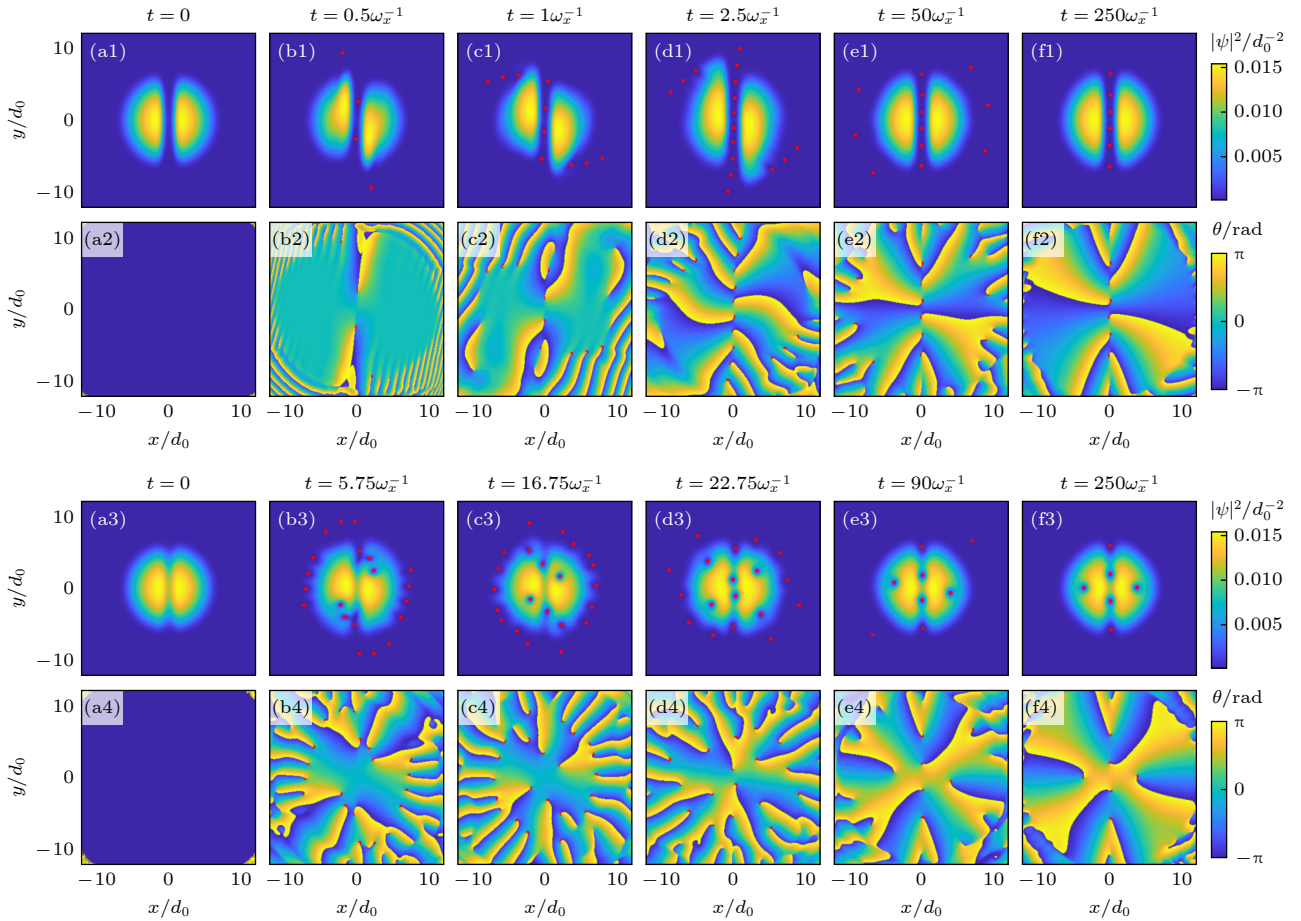


图 8 双阱势以 $\Omega = 0.5\omega_x$ 旋转后, 凝聚体密度分布 $|\psi|^2$ 和波函数 ψ 相位分布的时间演化, 其中 $V_0 = 20\hbar\omega_x$ (第 1, 2 行), $V_0 = 4\hbar\omega_x$ (第 3, 4 行)

Fig. 8. Time evolution of the density distribution $|\psi|^2$ and phase distribution of ψ after the double-well potential suddenly begins to rotate with $\Omega = 0.5\omega_x$. Among them, $V_0 = 20\hbar\omega_x$ in the first and second rows, and $V_0 = 4\hbar\omega_x$ in the third and fourth rows.

动量的隐藏涡旋, 如图 8(b1)–(d1) 所示. 直到中间势垒容纳的隐藏涡旋达到饱和, 如图 8(e1) 所示, 那些处在凝聚体外缘的相位缺陷既不携带角动量也不携带能量是幽灵涡旋. 最终, 系统达到了一个包含 6 个隐藏涡旋的稳态, 如图 8(f1) 所示.

当 $V_0 = 4\hbar\omega_x$ 时, 情况有所不同. 由于阱间有连通区域, 即势垒靠近中间区域的凝聚体密度不为零, 旋转驱动将涡旋核从势垒两端向中心推动时, 顺着密度不为零的区域, 涡旋核就渗透进了凝聚体内部, 变成了可见涡旋, 如图 8(b3), (c3) 所示; 之后由于旋转驱动将涡旋推向旋转轴与涡旋之间排斥相互作用的竞争, 最终形成了如图 8(f3) 所示的稳定晶格分布, 两个可见涡旋对称地分布在左右两侧, 4 个“隐藏涡旋”分布在中间势垒区域. 由此可见, 加上中间势垒可以向凝聚体内部有效引入相位奇点, 从而有利于涡旋的生成.

4 结 论

本文通过数值模拟系统分析了旋转双势阱中势垒参数对 BEC 隐藏涡旋形成和演化的影响, 揭示了势垒宽度和高度在涡旋动力学中的关键调控作用. 研究表明, 增大势垒宽度能显著增大隐藏涡旋的生成数量, 总涡旋数满足费曼规则 ($l_z = N_t/2 = (N_v + N_h)/2$). 宽势垒下, 隐藏涡旋间距减小导致涡旋间相互作用增强, 会使得隐藏涡旋呈现摆动分布. 相比之下, 当势垒高度高于临界值 ($V_0 > 25\hbar\omega_x$) 时, 其对形成隐藏涡旋数量影响有限, 因高势垒主要增强分割效应而未显著改变相位奇点分布范围. 然而, 当势垒高度低于临界值 ($V_0 < 25\hbar\omega_x$) 时, 势阱间连通区域的出现使隐藏涡旋核可视化, 同时低势垒高度也能够降低可见涡旋形成的旋转频率阈值. 特别地, 研究发现通过在旋转谐振子势

阱中临时引入中间势垒,可有效向凝聚体内部引入相位奇点,从而在较低旋转频率下生成稳定的涡旋态,这一机制较传统旋转谐振子势阱更高效.

与已有研究相比, Wen 等^[24]首次揭示了旋转双势阱中隐藏涡旋的形成机制,而 Ishfaq 和 Bishwajyoti^[27]引入密度依赖规范势,强调了非线性调控对涡旋生成的作用. 本文聚焦几何势垒,定量分析势垒宽度和高度的直接影响,补充了之前工作的不足,特别是在低势垒高度下涡旋核可视化的机制,以及临时势垒对涡旋态生成的促进作用. 此外,本研究验证了费曼规则在不同势垒参数下的普适性,为理解 BEC 中涡旋与角动量的关系提供了新证据.

未来工作可探索三维 BEC 系统中隐藏涡旋的动态演化,结合实验验证不同势垒参数下涡旋的可视化特性,并研究热扰动对涡旋稳定性的影响. 这些研究可以为实验调控涡旋态提供新的理论支持,具有重要的学术和应用价值.

参考文献

- [1] Smerzi A, Fantoni S, Giovanazzi S, Shenoy S R 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 4950
- [2] Albiez M, Gati R, Fölling J, Hunsmann S, Cristiani M, Oberthaler M K 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 010402
- [3] Hall B V, Whitlock S, Anderson R, Hannaford P, Sidorov A I 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 030402
- [4] Weller A, Ronzheimer J P, Gross C, Esteve J, Oberthaler M K, Frantzeskakis D J, Theocharis G, Kevrekidis P G 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 130401
- [5] Hofferberth S, Lesanovsky I, Fischer B, Verdu J, Schmiedmayer J 2006 *Nat. Phys.* **2** 710
- [6] Lin Y J, Compton R L, Perry A R, Phillips W D, Porto J V, Spielman I B 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 130401
- [7] Spielman I B 2009 *Phys. Rev. A* **79** 063613
- [8] Madison K W, Chevy F, Wohlleben W, Dalibard J 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 806
- [9] Abo-Shaeer J R, Raman C, Vogels J M, Ketterle W 2001 *Science* **292** 476
- [10] Haljan P C, Coddington I, Engels P, Cornell E A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 210403
- [11] Hodby E, Hechenblaikner G, Hopkins S A, Marago O M, Foot C J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **88** 010405
- [12] Zwierlein M W, Abo-Shaeer J R, Schirotzek A, Schunck C H, Ketterle W 2005 *Nature* **435** 1047
- [13] Weiler C N, Neely T W, Scherer D R, Bradley A S, Davis M J, Anderson B P 2008 *Nature* **455** 948
- [14] Fetter A L 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 647
- [15] Cooper N R 2008 *Adv. Phys.* **57** 539
- [16] Dalfovo F, Giorgini S, Guilleumas M, Pitaevskii L, Stringari S 1997 *Phys. Rev. A* **56** 3840
- [17] Stringari S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4725
- [18] Penckwitt A A, Ballagh R J, Gardiner C W 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 260402
- [19] Baym G, Pethick C J 2004 *Phys. Rev. A* **69** 043619
- [20] Aftalion A, Blanc X, Dalibard J 2005 *Phys. Rev. A* **71** 023611
- [21] Mizushima T, Machida K 2010 *Phys. Rev. A* **81** 053605
- [22] Ostrovskaya E A, Kivshar Y S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 160405
- [23] Piazza F, Collins L A, Smerzi A 2009 *Phys. Rev. A* **80** 021601
- [24] Wen L H, Xiong H W, Wu B 2010 *Phys. Rev. A* **82** 053627
- [25] Wen L H, Luo X B 2012 *Laser Phys. Lett.* **9** 618
- [26] Sabari S 2017 *Phys. Lett. A* **381** 3062
- [27] Ishfaq A B, Bishwajyoti D 2024 *Phys. Rev. E* **110** 024208
- [28] Wu B, Niu Q 2003 *New J. Phys.* **5** 104
- [29] Liu M, Wen L H, Xiong H W, Zhan M S 2006 *Phys. Rev. A* **73** 063620
- [30] Wen L H, Wang J S, Feng J, Hu H Q 2008 *J. Phys. B* **41** 135301

Influence of barrier parameters in rotating double-well potential on hidden vortices in Bose-Einstein condensate*

YANG Guoquan^{1)†} JIN Jingjing²⁾

1) (*Department of Physics and Electronic Engineering, Jinzhong University, Jinzhong 030619, China*)

2) (*School of Semiconductor and Physics, North University of China, Taiyuan 030051, China*)

(Received 26 July 2025; revised manuscript received 26 August 2025)

Abstract

Vortex dynamics in Bose-Einstein condensates (BECs) are crucial for understanding quantum coherence, superfluidity, and topological phenomena. In this work, we investigate the influence of barrier parameters in a rotating double-well potential on the formation and evolution of hidden vortices, aiming to reveal the regulatory mechanisms of barrier width and height on vortex dynamics. By numerically solving the dissipative Gross-Pitaevskii equation for a two-dimensional BEC system confined strongly along the z -axis, we analyze the density distribution, phase distribution, vortex number, and average angular momentum under varying barrier widths and heights. The results show that increasing barrier width significantly promote the formation of hidden vortices, with the total number of visible and hidden vortices still satisfying the Feynman rule. For larger barrier widths, hidden vortices exhibit an oscillatory distribution due to enhanced vortex interactions. In contrast, when the barrier height is above the critical threshold (i.e. the height sufficient to completely separate the condensate), the effect of the barrier height is limited, but below this critical threshold, the hidden vortex cores become visible, thereby reducing the threshold for vortex formation. A particularly striking finding is the efficacy of a temporary barrier strategy: by reducing V_0 from $4\hbar\omega_x$ to 0 within a rotating double-well trap, stable vortex states with four visible vortices are generated at $\Omega = 0.5\omega_x$. Under the same parameter conditions, it is impossible to generate a stable state containing vortices at the same Ω by directly using the rotating harmonic trap. In other words, a temporary barrier within a rotating harmonic trap effectively introduces phase singularities, facilitating stable vortex states at lower rotation frequencies than those required in a purely harmonic trap. These findings demonstrate that precise tuning of barrier parameters can effectively control vortex states, providing theoretical guidance for experimentally observing hidden vortices and advancing the understanding of quantum vortex dynamics.

Keywords: Bose-Einstein condensate, vortex, double-well potential

PACS: 03.75.Nt, 03.75.Lm

DOI: [10.7498/aps.74.20251001](https://doi.org/10.7498/aps.74.20251001)

CSTR: [32037.14.aps.74.20251001](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20251001)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12104418) and the Research Foundation for Basic Research of Shanxi Province, China (Grant Nos. 202203021211337, 202303021222265, 202303021212269, 202303021221177).

† Corresponding author. E-mail: yangguoquan_1982@163.com

旋转双势阱中势垒参数对玻色-爱因斯坦凝聚体隐藏涡旋的影响

杨国全 靳晶晶

Influence of barrier parameters in rotating double-well potential on hidden vortices in Bose-Einstein condensate

YANG Guoquan JIN Jingjing

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 210304 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20251001

CSTR: 32037.14.aps.74.20251001

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20251001>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

不对称双势阱中玻色-爱因斯坦凝聚体的动力学

Dynamics of Bose-Einstein condensation in an asymmetric double-well potential

物理学报. 2023, 72(13): 130303 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230419>

简谐与光晶格复合势阱中旋转二维玻色-爱因斯坦凝聚体中的涡旋链

Vortex chains in rotating two-dimensional Bose-Einstein condensate in a harmonic plus optical lattices potential

物理学报. 2022, 71(22): 220304 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221312>

双组分玻色-爱因斯坦凝聚体中PT对称势下的异步量子Kármán涡街

Asynchronous quantum Kármán vortex street in two-component Bose-Einstein condensate with PT symmetric potential

物理学报. 2024, 73(11): 110501 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20232003>

双组分玻色-爱因斯坦凝聚体的混溶性

Miscibility of dual-species Bose-Einstein condensates

物理学报. 2023, 72(11): 110302 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230001>

旋转自旋-轨道角动量耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的基态性质

Ground state properties of rotating spin-orbital-angular-momentum coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2025, 74(19): 190303 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250542>

自旋-轨道耦合二分量玻色-爱因斯坦凝聚系统的孤子解

Soliton solutions of the spin-orbit coupled binary Bose-Einstein condensate system

物理学报. 2023, 72(10): 106701 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222319>