

# 具有转动惯性的活性粒子在周期交流场下的集体行为\*

李婷 李佳健 艾保全†

(华南师范大学物理学院, 广州 510006)

(2025年8月25日收到; 2025年9月15日收到修改稿)

在活性物质系统中, 外部驱动场(如电场、磁场或光场)常被用于调控粒子的运动行为与集体状态. 惯性效应在粒子动力学中扮演关键角色, 它使粒子对场的响应出现延迟, 从而诱发复杂的集体行为. 然而, 具有转动惯性的活性粒子在周期交流场作用下的动力学行为尚不明确. 本文通过数值模拟系统研究具有转动惯性的活性粒子在周期交流场作用下的集体行为. 结果表明, 改变外场频率可诱导系统出现一系列集体运动状态, 包括极性有序、向列有序以及交叉流动带等结构. 粒子的自推进速度与相互作用强度对系统状态转变的影响较弱. 本研究揭示了周期交流场在调控惯性活性粒子系统集体行为中的关键作用, 为进一步理解非平衡系统中驱动场与粒子动力学之间的耦合机制提供了新的见解.

**关键词:** 无偏方向交流场, 转动惯性, 活性粒子, 集体行为

**PACS:** 05.40.-a, 02.50.-r, 05.60.-k

**DOI:** 10.7498/aps.74.20251142

**CSTR:** 32037.14.aps.74.20251142

## 1 引言

活性物质<sup>[1-4]</sup>是一类能够从周围环境中获取能量并实现自主运动的物质. 它们能够表现出独特的非平衡现象<sup>[5-10]</sup>, 如显著的密度涨落、动态斑图、相分离和涡旋等, 因此在科学界引起了广泛关注. 大多数活性物质体系, 如细菌、细胞、微泳体和自驱动胶体粒子等, 通常存在于高黏度环境中, 其受到的流体阻力远大于粒子的惯性作用. 因此, 研究者们通常采用过阻尼模型来描述这些体系, 例如过阻尼的活性布朗粒子模型<sup>[11-13]</sup>. 然而, 近年来, 越来越多的研究者开始关注惯性对活性物质运动的影响<sup>[14]</sup>. 这类物质通常存在于低黏度环境中, 如振动机器人<sup>[15,16]</sup>、飞行昆虫以及微型飞行器等. 这些体系可以用欠阻尼的郎之万动力学模型来描述, 也称

为活性惯性粒子模型<sup>[17]</sup>.

外部场驱动活性粒子的研究也是活性物质领域的一个重要方向, 研究者们通过引入外部场(如电场<sup>[18]</sup>、磁场<sup>[17]</sup>、光场<sup>[19]</sup>、流场<sup>[20]</sup>等)来调控活性粒子的运动行为, 揭示了丰富的非平衡态物理现象, 包括定向运动、集群行为、相分离<sup>[21]</sup>、涡旋形成<sup>[21]</sup>等. 这些研究不仅深化了对活性物质的理解, 还为微纳机器人<sup>[21]</sup>、药物输送<sup>[22]</sup>和自组装材料<sup>[22]</sup>等应用提供了理论基础.

尽管已有大量关于活性粒子在不同外部场作用下的运动行为的研究, 传统的活性粒子研究多集中于偏向性场(如定向电场、重力场等)的影响, 这类场会引导粒子运动朝某一特定方向<sup>[18]</sup>. 而周期交流场主要被用于赋予粒子自推进或收集货物的能力<sup>[23-26]</sup>. 因此, 周期交流场对惯性活性粒子集体行为的影响仍是一个开放性的问题.

\* 国家自然科学基金(批准号: 12075090, 12475036)和广东省自然科学基金(批准号: 2024A1515012575)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: aibq@scnu.edu.cn

为了解决这个问题, 本文通过朗之万动力学模拟, 研究具有转动惯性的活性粒子在周期交流场中的集体运动. 结果表明, 随着交流场频率的增加, 系统从极性有序逐渐转变为向列有序. 其中, 当驱动周期与惯性时间尺度匹配时, 系统出现水平或竖直交叉流动带. 这表明场频率可精确调控系统出现空间有序结构. 此外, 粒子自推进速度和相互作用强度影响微弱, 说明周期交流场在集体行为中起主导作用. 本研究揭示了周期交流场调控惯性活性粒子集体行为的机制, 为新型自驱动材料的设计与控制提供了理论依据和实验参考.

## 2 模型和方法

考虑  $N$  个直径为  $\sigma$  的惯性活性布朗粒子在二维周期矩形空间中的运动, 该空间尺寸为  $L \times 2L$ . 第  $i$  个粒子的运动由质心位置  $\mathbf{r}_i \equiv (x_i, y_i)$  和极性矢量  $\mathbf{n}_i \equiv (\cos\theta_i, \sin\theta_i)$  描述, 其中  $\theta_i$  是粒子的自推进方向和  $x$  轴正方向的夹角. 任意两个粒子间的相互作用遵循纯排斥的 Weeks-Chandler-Andersen 势, 其表达式为

$$U(r_{ij}) = \begin{cases} 4\varepsilon \left[ \left( \frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^6 + \frac{1}{4} \right], & r_{ij} \leq 1.12\sigma, \\ 0, & r_{ij} > 1.12\sigma, \end{cases} \quad (1)$$

其中  $r_{ij}$  表示第  $i$  个与第  $j$  个粒子间的距离,  $\varepsilon$  表示相互作用势的势强度. 粒子间的排斥力为  $\mathbf{F}_i = -\nabla_i U_{\text{tot}}$ , 其中  $U_{\text{tot}} = \sum_{i < j} U(r_{ij})$ .

粒子除了受到排斥相互作用, 还受到外加周期交流场带来的转矩. 这样的惯性活性粒子满足如下郎之万方程组<sup>[27]</sup>:

$$\gamma \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \gamma v_0 \mathbf{n}_i + \mathbf{F}_i, \quad (2)$$

$$J \frac{d^2\theta_i}{dt^2} + \gamma_r \frac{d\theta_i}{dt} = M(\theta_i, t) + \gamma_r \sqrt{2D_r} \eta_r(t), \quad (3)$$

其中  $v_0$  为自推进速度大小;  $J$  为转动惯量;  $D_r$  为转动扩散系数;  $\eta_r(t)$  表示均值为 0, 单位方差为 1 的高斯白噪声;  $\gamma$  和  $\gamma_r$  分别为平动摩擦系数和转动摩擦系数; 转矩  $M(\theta, t) = I \cos\theta \sin(\omega t)$ , 其中  $I$ ,  $\omega$  分别为交流场的强度和频率, 在长时间尺度上平均效果为零  $\langle I \cos\theta \sin(\omega t) \rangle_t = 0$ .

这里我们忽略了平动惯性, 采用过阻尼近似, 主要目的是突出转动惯性在旋转粒子系统动力学

中的作用. 此外, 在某些情形下 (如粒子尺寸较大但质量较小, 或存在强外部力矩驱动), 转动弛豫时间显著大于平动弛豫时间, 此时转动惯性效应尤为重要, 而平动惯性仍可合理忽略<sup>[30]</sup>.

定义系统极性序参量  $P$  和向列序参量  $Q$  来描述粒子取向的对齐程度:

$$P = \left\langle \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j(t)} \right| \right\rangle, \quad Q = \left\langle \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i2\theta_j(t)} \right| \right\rangle. \quad (4)$$

$P \rightarrow 0$ ,  $Q \rightarrow 0$  代表系统处于无序状态, 系统中粒子运动方向随机分布.  $P \rightarrow 1$  代表系统处于完全极性有序状态, 系统中所有粒子朝着同一个方向运动.  $Q \rightarrow 1$  意味着系统处于完全相列有序状态, 系统中所有粒子朝着同一个方向运动或者相向运动.

粒子在二维空间的有效扩散系数为

$$D_{\text{eff}} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{r_{\text{msd}}(\Delta t)}{4D_0\Delta t}, \quad (5)$$

式中  $D_0 = \frac{v_0^2}{2D_r}$ ; 粒子的均方位移为

$$r_{\text{msd}}(\Delta t) = \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| (\mathbf{r}_i(t + \Delta t) - \mathbf{r}_c(t + \Delta t)) - (\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_c(t)) \right|^2 \right\rangle_t, \quad (6)$$

其中  $\mathbf{r}_c(t)$  为时刻  $t$  质心位置.

在模拟中, 采用随机欧拉算法对方程 (2) 和方程 (3) 进行数值积分, 积分步长小于  $10^{-4}$ , 总积分时间大于  $10^5$ , 以确保系统达到非平衡稳态, 并进行了 100 次系综平均. 粒子的初始位置随机分布, 其中  $N/2$  个粒子初始运动方向  $\theta = \pi/2$ , 剩余粒子初始运动方向  $\theta = 3\pi/2$ . 为了描述系统的转动惯性效应, 引入转动惯性时间尺度  $\tau_{\text{rot}} = J/\gamma_r = 1$ , 它表征了粒子在阻尼环境中运动方向弛豫时间. 体系中粒子的填充分数为  $\varphi = \frac{N\pi\sigma^2}{4L_x L_y}$ . 无特殊说明时, 模拟参数选取为  $N = 1000$ ,  $\varphi = 0.4$ ,  $v_0 = 1.0$ ,  $\varepsilon = 1.0$ ,  $\gamma = 1.0$  和  $D_r = 0.01$ .

## 3 结果和讨论

在周期交流场的作用下, 粒子的运动方向受到交流场的调控. 然而, 惯性存在会延迟粒子对交流场的响应. 在每次振荡过程中, 粒子的行为可能呈现两种情况: 当粒子取向偏离竖直方向演化时, 交流场会将其推回竖直方向; 相反, 当粒子取向转向

竖直方向时, 交流场又可能将其推离竖直方向, 但由于靠近竖直方向时交流场产生的扭矩较弱, 因此后一过程的效率较低. 这种非对称调控的净效应导致竖直方向 (即粒子取向为  $\theta = \pi/2$  或  $3\pi/2$ ) 成为稳定固定点. 要实现该稳定效果, 交流场频率  $\omega$  需满足<sup>[23]</sup>  $\omega \gg \sqrt{T/J}$ . 而噪声的存在使得粒子的取向无法长时间稳定在同一个方向, 因此, 系统的行为主要由外部驱动周期  $T$  与系统的惯性时间尺度  $\tau_{\text{rot}}$  以及旋转扩散之间的竞争关系决定.

### 3.1 周期交流场频率对集体行为的影响

图 1 展示了不同频率下的周期交流场驱动惯性活性粒子的快照图. 随着频率增加, 系统将呈现不同的状态, 根据系统集体行为差异可将其分为以下几种状态:

1) 低频区 (如图 1(a) 所示), 此时, 交流场周期

$T \gg \tau_{\text{rot}}$ , 意味着粒子有足够时间响应周期交流场的变化, 系统表现出同步行为, 形成有序的集体运动.

2) 中低频区 (如图 1(b) 所示), 随着周期减小, 惯性效应开始显现, 粒子运动方向的变化滞后于场的变化, 导致部分同步性丧失, 系统逐渐进入动态无序状态, 并在旋转扩散作用下粒子取向趋于随机化.

3) 过渡状态 (如图 1(c) 所示), 随着频率增加, 系统整体有序性增加, 在水平方向上呈现相向运动, 竖直方向上呈现一定的集体运动, 粒子自发分为两个部分倾斜运动.

4) 共振区 (如图 1(d) 与图 1(f) 所示), 当周期接近惯性时间尺度时,  $T \approx \tau_{\text{rot}}$ , 周期交流场试图同步粒子运动, 而惯性的存在阻碍方向的快速调整, 导致水平方向速度重新分布, 快速振荡, 短时

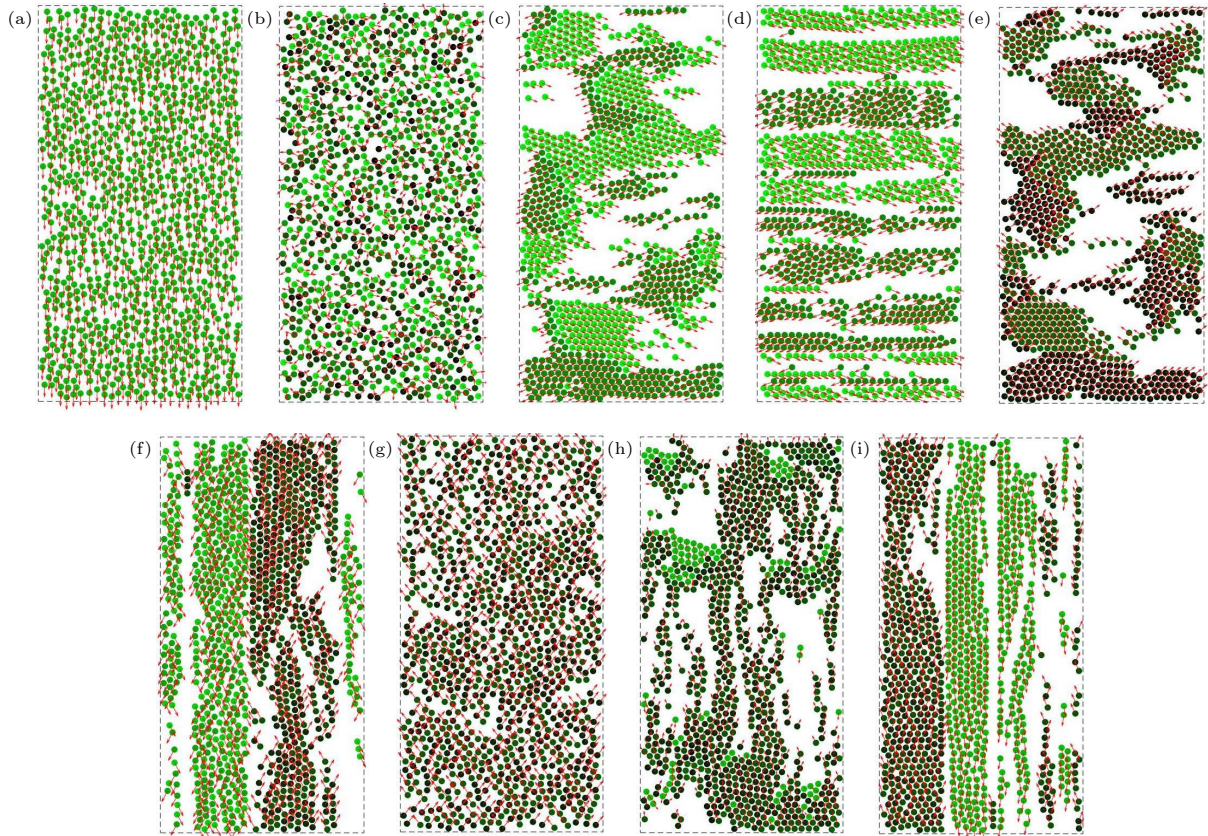


图 1 周期交流场驱动惯性活性粒子在周期边界中运动粒子快照图 (a)  $\omega = 0.01$ ; (b)  $\omega = 10$ ; (c)  $\omega = 13$ ; (d)  $\omega = 14$ ; (e)  $\omega = 15$ ; (f)  $\omega = 16$ ; (g)  $\omega = 33$ ; (h)  $\omega = 46$ ; (i)  $\omega = 50$ ; 其他参数设置为:  $I = 3000$ ,  $\varepsilon = 1.0$ ,  $D_r = 0.01$  和  $v_0 = 1.0$ . 其中, 用粒子填充颜色区分粒子在竖直方向的运动方向, 黑色表示  $v_y > 0$ , 绿色表示  $v_y < 0$ , 红色箭头表示粒子运动方向

Fig. 1. Particle snapshots of unbiased AC field-driven inertially active particles moving in the periodic boundary: (a)  $\omega = 0.01$ ; (b)  $\omega = 10$ ; (c)  $\omega = 13$ ; (d)  $\omega = 14$ ; (e)  $\omega = 15$ ; (f)  $\omega = 16$ ; (g)  $\omega = 33$ ; (h)  $\omega = 46$ ; (i)  $\omega = 50$ . Other parameters are set to  $I = 3000$ ,  $\varepsilon = 1.0$ ,  $D_r = 0.01$ , and  $v_0 = 1.0$ . Where the particle fill color is used to distinguish the particle motion direction in the vertical direction, black means  $v_y > 0$ , green means  $v_y < 0$ , and the red arrow indicates the direction of particle motion.

间内净位移趋近于零. 排斥相互作用抑制扩散, 使系统形成稳定的水平流动带. 随着频率进一步增大, 系统有序状态被破坏, 在垂直方向上不再保持同频振荡, 过渡状态如图 1(e) 所示. 当周期略小于惯性时间尺度时, 粒子难以完全跟随场的变化, 惯性滞后效应增强, 由于场驱动效率的轻微不对称性, 导致垂直方向的运动变化更频繁, 这时系统形成不稳定的垂直交叉流动带.

5) 中高频区 (如图 1(g) 所示), 随频率的增大,  $T < \tau_{\text{rot}}$ , 惯性效应逐步占主导, 粒子运动方向频繁变化, 几乎在原地振动, 排斥相互作用使粒子在空间内均匀分布.

6) 过渡状态 (如图 1(h) 所示), 此时系统中大部分粒子仍然保持原地振动的状态, 少部分粒子在周期交流场作用下能够保持自身运动方向持续向下运动.

7) 高频区 (如图 1(i) 所示), 当频率足够大,  $T \ll \tau_{\text{rot}}$ , 此时周期交流场频率满足条件  $\omega \gg \sqrt{I/J}$ , 周期交流场无法有效驱动粒子远离固定点, 而惯性滞后效应进一步抑制旋转扩散. 粒子运动方向仅在固定点附近小幅调整, 导致部分粒子持续向上推进, 另一部分向下运动, 最终形成稳定的垂直交叉的流动带, 系统呈现向列有序状态.

为了进一步描述粒子动力学, 分别研究了有效扩散系数  $D_{\text{eff}}$  和系统序参量随周期交流场频率的变化. 图 2 描述了周期交流场驱动下惯性活性粒子的有效扩散系数  $D_{\text{eff}}$  随交流场频率  $\omega$  的变化. 图中 a, b, c, d, e 及 f 点的状态分别对应图 1(a)、图 1(b)、图 1(d)、图 1(f)、图 1(h)、图 1(j). 结果表明, 在低频区  $D_{\text{eff}}$  趋近于 0, 这是由于系统处于极性有序状态时, 粒子取向跟随周期交流场周期变化, 净位移小. 而系统处于无序状态时, 粒子取向随机分布, 个体粒子运动方向相互抵消, 净位移接近零. 在共振区范围内, 系统有效扩散系数  $D_{\text{eff}}$  出现显著增加的现象. 此时系统形成动态的双向流, 粒子在两组间周期性切换, 虽然单粒子运动方向反复, 但群体尺度上形成持续净位移. 在中高频区, 系统中粒子在原地振动, 净位移为零,  $D_{\text{eff}}$  减小并趋近于 0. 随着频率进一步增加, 系统达到向列有序状态后, 形成稳定的垂直交叉流动带, 净迁移为零, 但相对运动增强, 表现为高扩散系数.

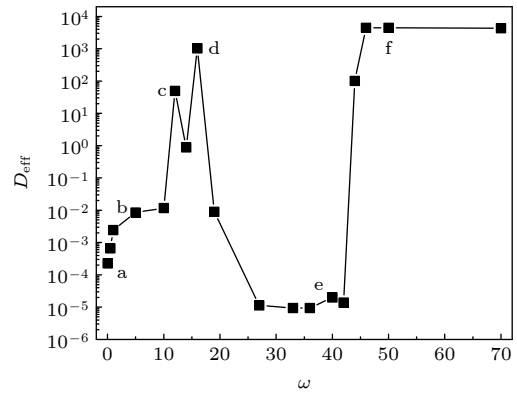


图 2 系统有效扩散系数  $D_{\text{eff}}$  随周期交流场频率  $\omega$  的变化. 其他参数设置为  $I = 3000$ ,  $\varepsilon = 1.0$ ,  $D_r = 0.01$  和  $v_0 = 1.0$ . 图中 a, b, c, d, e 及 f 点的状态分别对应图 1(a)、图 1(b)、图 1(d)、图 1(f)、图 1(h)、图 1(j).

Fig. 2. Variation of the effective diffusion coefficient  $D_{\text{eff}}$  of inertially active particles with AC field frequency  $\omega$ . Other parameters are set to  $I = 3000$ ,  $\varepsilon = 1.0$ ,  $D_r = 0.01$ , and  $v_0 = 1.0$ . The states at points a, b, c, d, e and f in the figure correspond to Fig. 1(a), Fig. 1(b), Fig. 1(d), Fig. 1(f), Fig. 1(h) and Fig. 1(j), respectively.

图 3 揭示了系统的极性序参量  $P$  和向列序参量  $Q$  随周期交流场频率  $\omega$  的动态演化过程. 研究发现, 系统动力学行为呈现多阶段演化的特征: 从极性有序状态到无序状态, 再逐渐过渡到出现水平交叉流动带, 进而发展为垂直方向的不稳定交叉流动带, 最终进入粒子运动近乎停滞的状态, 最后达到向列有序状态. 伴随上述宏观状态的转变, 系统序参量也发生相应变化. 低频驱动下, 系统呈现完全极性有序状态 ( $P \approx 1$ ,  $Q \approx 0$ ). 随着频率增加, 极性序参量  $P$  表现出明显的振荡衰减行为, 同时向列序参量  $Q$  同步降低, 表明系统进入无序状态. 当频率超过临界值后, 系统重新建立稳定的向列有序态 ( $P \approx 0$ ,  $Q \approx 1$ ), 此时虽然净极性消失, 但粒子形成双向对称排列的取向有序结构. 这种状态转变的物理机制是周期交流场驱动与粒子转动惯性导致的高频响应延迟效应以及旋转扩散噪声三个关键因素之间的竞争所决定的.

值得注意的是, 这些宏观态之间是通过一系列过渡态相互连接, 构成一个连续的演化谱系. 具体而言, 每个主要宏观态内部及其边界附近存在丰富的微观动力学细节: 在从无序态向水平带态转变初期, 系统首先经历短程有序簇的形成与溶解 (如图 1(c)); 当水平流动带初步建立后, 系统并未立即进入稳定相, 而是交替出现带状结构的模糊、断裂与重组 (如图 1(e)), 此时序参量在较高均值附近呈

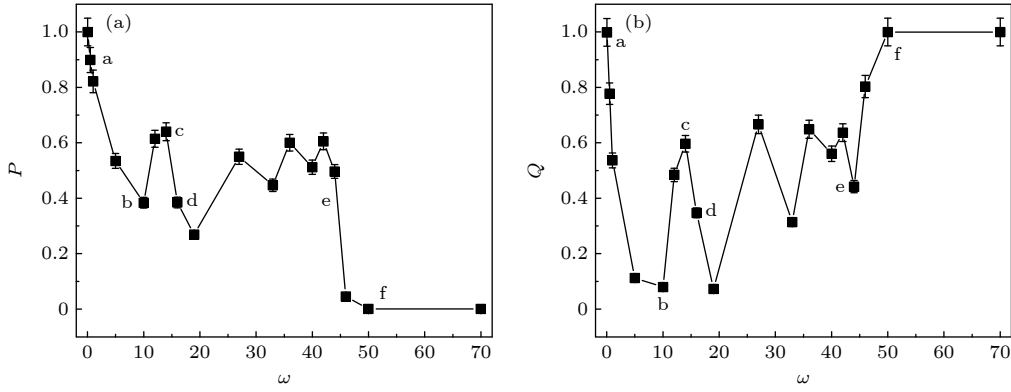


图3 (a) 周期交流场驱动下系统极性序参量  $P$  随交流场频率  $\omega$  的变化; (b) 向列序参量  $Q$  随交流场频率  $\omega$  的变化. 其他参数设置为:  $I = 3000$ ,  $\varepsilon = 1.0$ ,  $D_r = 0.01$  和  $v_0 = 1.0$ . 图中 a, b, c, d, e 及 f 点的状态分别对应图 1(a)、图 1(b)、图 1(d)、图 1(f)、图 1(h)、图 1(j)

Fig. 3. (a) Variation of the system polarity order parameter  $P$  with AC field frequency  $\omega$ ; (b) variation of the vectorial order parameter  $Q$  with the AC field frequency  $\omega$ . Other parameters are set to  $I = 3000$ ,  $\varepsilon = 1.0$ ,  $D_r = 0.01$ , and  $v_0 = 1.0$ . The states at points a, b, c, d, e and f in the figure correspond to Fig. 1(a), Fig. 1(b), Fig. 1(d), Fig. 1(f), Fig. 1(h) and Fig. 1(j), respectively.

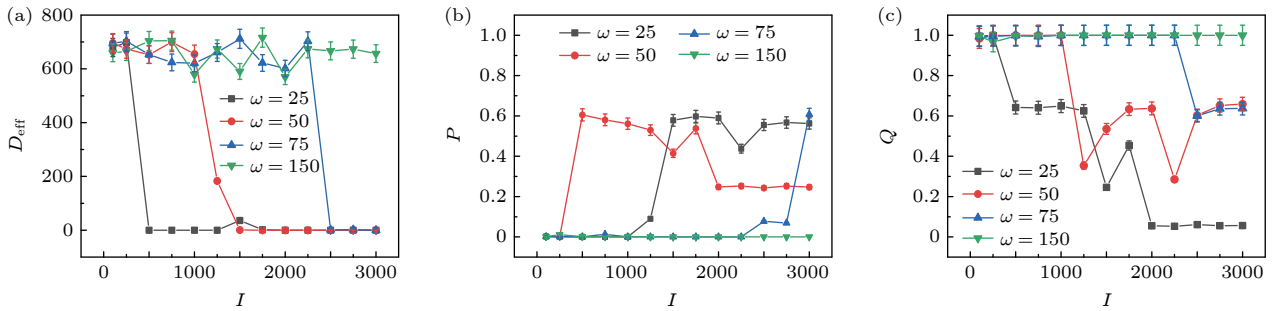


图4 (a) 不同  $\omega$  值下, 有效扩散系数  $D_{\text{eff}}$  随周期交流场强度  $I$  的变化; (b) 不同  $\omega$  值下, 极性序参量  $P$  随交流场强度  $I$  的变化; (c) 不同  $\omega$  值下, 向列序参量  $Q$  随交流场强度  $I$  的变化. 其他参数设置为:  $\varepsilon = 1.0$ ,  $D_r = 0.01$  和  $v_0 = 1.0$

Fig. 4. (a) Variation of effective diffusion coefficient  $D_{\text{eff}}$  with AC field strength  $I$  for different  $\omega$ ; (b) variation of polarity order parameter  $P$  with AC field strength  $I$  for different  $\omega$ ; (c) variation of nematic order parameter  $Q$  with AC field strength  $I$  for different  $\omega$ . The other parameters are set as  $\varepsilon = 1.0$ ,  $D_r = 0.01$ , and  $v_0 = 1.0$ .

现周期性涨落, 反映出流带稳定性对外场频率的敏感依赖性; 进一步增加频率时, 系统开始向竖直带态转变, 且序参量曲线出现多个局部极值, 表明了相变过程的复杂性.

### 3.2 周期交流场强度对集体行为的影响

图4展示了不同交流场频率下系统有效扩散系数  $D_{\text{eff}}$  和序参量随场强  $I$  的变化规律. 交流场强度与粒子取向调控效率的直接关联, 随着  $I$  增大, 周期交流场对粒子产生的扭矩也增大, 增加了周期交流场调控的效率. 研究发现, 当周期交流场频率固定时, 随着场强的增大, 系统会从非极性有序状态转变为其他状态 (如无序或极性有序), 且这种转变表现出显著的频率依赖性, 频率越高, 系统有序-无序转变点所对应的临界场强越大 (即转变点

右移). 这是由于系统达到向列有序态需要满足动力学匹配条件  $\omega \gg \sqrt{I/J}$ , 当场强增大时, 为维持向列有序所需的临界频率相应提高, 这导致越大的场强需要越高的频率驱动才能实现向列有序化. 在低频下, 弱周期交流场更能克服旋转惯性扩散诱导有序结构. 这表明通过合理匹配场强参数与驱动频率, 可以实现对集体运动模式的精确调控.

### 3.3 粒子自驱动速度对集体行为的影响

图5展示了不同周期交流场频率下有效扩散系数  $D_{\text{eff}}$ 、极性序参量  $P$  和向列序参量  $Q$  随粒子自驱动速度  $v_0$  的变化规律. 研究发现, 系统有效扩散系数  $D_{\text{eff}}$  随  $v_0$  的增加呈现单调递增趋势, 这表明自驱动速度  $v_0$  的提升显著增强了粒子的扩散能力, 这是由于  $v_0$  增大延长了粒子的持续运动距离. 而

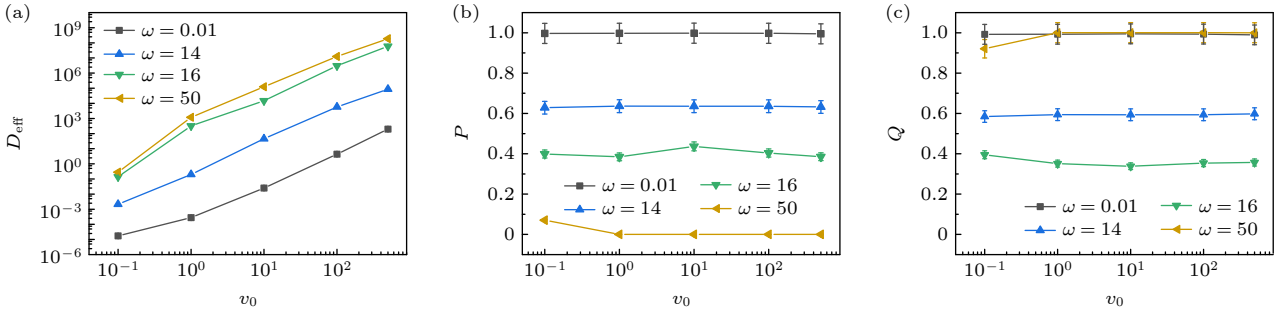


图5 (a) 在不同  $\omega$  值下, 系统有效扩散系数  $D_{\text{eff}}$  随粒子自驱动速度  $v_0$  的影响; (b) 在不同  $\omega$  值下, 系统极性序参量  $P$  随粒子自驱动速度  $v_0$  的变化; (c) 在不同  $\omega$  值下, 系统向列序参量  $Q$  随粒子自驱动速度  $v_0$  的变化. 其他参数设置为:  $\varepsilon = 1.0$ ,  $D_r = 0.01$  和  $I = 3000$

Fig. 5. (a) Variation of effective diffusion coefficient  $D_{\text{eff}}$  with particle self-propulsion velocity  $v_0$  at different frequencies; (b) variation of the system polar order parameter  $P$  with the particle self-propulsion velocity  $v_0$  at different frequencies; (c) variation of the system nematic order parameter  $Q$  with the particle self-propulsion velocity  $v_0$  at different frequencies. The other parameters are set as  $\varepsilon = 1.0$ ,  $D_r = 0.01$  and  $I = 3000$ .

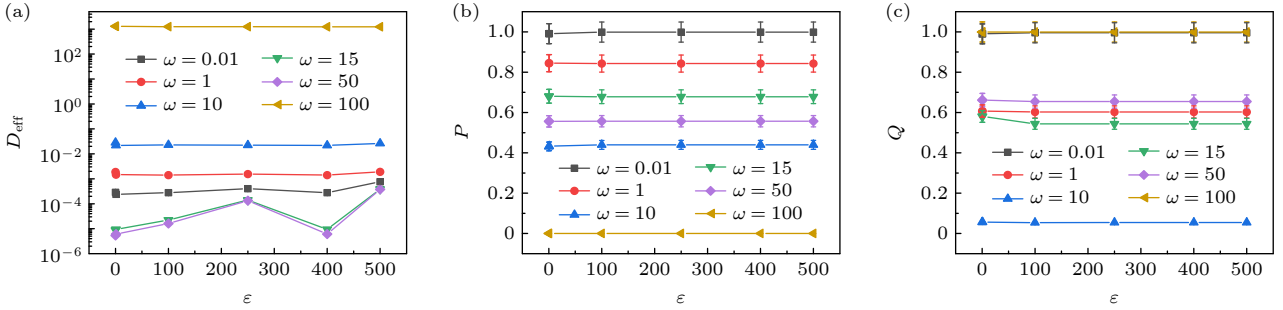


图6 (a) 不同  $\omega$  值下, 系统有效扩散系数  $D_{\text{eff}}$  随相互作用强度  $\varepsilon$  的变化; (b) 不同  $\omega$  值下, 系统极性序参量  $P$  随相互作用强度  $\varepsilon$  的变化; (c) 不同  $\omega$  值下, 系统向列序参量  $Q$  随相互作用强度  $\varepsilon$  的变化. 其他参数设置为:  $I = 3000$ ,  $D_r = 0.01$  和  $v_0 = 1.0$

Fig. 6. (a) Variation of effective diffusion coefficient  $D_{\text{eff}}$  with interaction strength  $\varepsilon$  for different AC field frequencies  $\omega$ ; (b) variation of the system polar order parameter  $P$  with interaction strength  $\varepsilon$  for different AC field frequencies  $\omega$ ; (c) variation of the system nematic order parameter  $Q$  with interaction strength  $\varepsilon$  for different AC field frequencies  $\omega$ . The other parameters are set as  $I = 3000$ ,  $D_r = 0.01$ , and  $v_0 = 1.0$ .

极性序参量  $P$  和向列序参量  $Q$  均表现出与  $v_0$  无关的平直变化趋势. 这表明, 在研究的参数范围内, 系统有序性对自驱动速度  $v_0$  的变化不敏感. 这一现象是由于  $v_0$  仅影响运动速率而不改变取向分布, 而系统状态变化主要是由交流场所产生的扭矩与旋转扩散以及惯性的延迟效应之间的竞争所决定. 这一结果强调了外部驱动场在调控系统集体行为中的关键作用.

### 3.4 粒子间相互作用强度对集体行为的影响

图6展示了不同周期交流场频率下系统扩散系数与序参量随相互作用强度的变化关系. 研究结果表明, 在考察的参数范围内, 粒子间相互作用强度对系统有序性及扩散行为基本没有产生显著影响, 各曲线均呈现近似水平的趋势. 粒子间近距离的排斥碰撞并未对整体扩散能力产生系统性调制.

这是由于粒子间相互作用力主要调节粒子的空间分布密度, 避免粒子重叠堆积, 虽可能短暂影响局部的运动轨迹, 但各向同性的排斥力不产生净取向力矩, 且在足够强的外场驱动下, 场致力矩与惯性延迟完全主导了取向演化的过程, 因此排斥相互作用对系统有序度及宏观扩散行为的贡献均可以忽略.

## 4 结论

本文通过数值模拟方法, 研究了在周期交流场驱动下具有转动惯性的活性粒子系统的集体行为. 系统的相变行为由外部驱动、惯性延迟效应及转动扩散三者之间的协同竞争所主导. 我们详细探讨了周期交流场的频率与强度、粒子自驱动速度以及相互作用强度对系统状态的影响.

研究发现,随着周期交流场频率的增加,系统呈现出从极性有序到无序、再到向列有序的演化路径.当驱动频率与系统惯性时间尺度匹配时,可观察到空间周期性交叉流动带的形成,表明共振效应能够显著增强空间有序结构.粒子的自驱动速度和相互作用强度对上述集体行为的影响较弱,进一步凸显了周期交流场在调控系统集体运动中的主导作用.

本研究揭示了周期交流场在惯性活性粒子系统集体行为调控中的关键机制,为理解非平衡系统中驱动场与粒子动力学之间的耦合作用提供了新的视角.研究成果在微纳米机器人、自组织材料及生物群体运动调控等领域具有一定的应用潜力.

## 参考文献

- [1] Klotsa D 2019 *Soft Matter* **15** 8946
- [2] Marchetti M C, Joanny J F, Ramaswamy S, Liverpool T B, Prost J, Rao M, Simha R A 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 1143
- [3] Nachtigall W 2001 *Math. Meth. Appl. Sci.* **24** 1401
- [4] Dauchot O, Loewen H 2019 *J. Chem. Phys.* **151** 114901
- [5] Wensink H H, Loewen H 2008 *Phys. Rev. E* **78** 031409
- [6] Liu P, Zhu H, Zeng Y, Du G, Ning L, Wang D, Chen K, Lu Y, Zheng N, Ye F, Yang M 2020 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **117** 11901
- [7] Peruani F, Ginelli F, Baer M, Chate H 2011 *J. Phys.: Conf. Ser.* **297** 0120140
- [8] Stenhammar J, Marenduzzo D, Allen R J, Cates M E 2014 *Soft Matter* **10** 1489
- [9] Tailleur J, Cates M E 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 218103
- [10] Toner J, Tu Y H 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4326
- [11] Liao G J, Hall C K, Klapp S H L 2020 *Soft Matter* **16** 6443
- [12] Romanczuk P, Baer M, Ebeling W, Lindner B, Schimansky-Geier L 2012 *European Physical Journal-Special Topics* **202** 1
- [13] Speck T 2020 *Soft Matter* **16** 2652
- [14] Scholz C, Jahanshahi S, Ldov A, Loewen H 2018 *Nature Commun.* **9** 5156
- [15] Mijalkov M, McDaniel A, Wehr J, Volpe G 2016 *Phys. Rev. X* **6** 011008
- [16] Scholz C, Engel M, Poeschel T 2018 *Nature Commun.* **9** 1497
- [17] Yan J, Han M, Zhang J, Xu C, Luijten E, Granick S 2016 *Nature Mater.* **15** 1095
- [18] Zhang B, Snezhko A, Sokolov A 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 018004
- [19] Palacci J, Sacanna S, Steinberg A P, Pine D J, Chaikin P M 2013 *Science* **339** 936
- [20] Wensink H H, Dunkel J, Heidenreich S, Drescher K, Goldstein R E, Loewen H, Yeomans J M 2012 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **109** 14308
- [21] Sitti M, Ceylan H, Hu W, Giltinan J, Turan M, Yim S, Diller E 2015 *Proc. IEEE* **103** 205
- [22] Bricard A, Caussin J B, Das D, Savoie C, Chikkadi V, Shitara K, Chepizhko O, Peruani F, Saintillan D, Bartolo D 2015 *Nature Commun.* **6** 7470
- [23] Chen J, Zhang H, Zheng X, Cui H 2014 *AIP Adv.* **4** 031325
- [24] Nadal F, Michelin S 2020 *J. Fluid Mech.* **898** A10
- [25] Wu Y, Fu A, Yossifon G 2020 *Sci. Adv.* **6** eaay4412
- [26] Lee J G, Al Harraq A, Bishop K J M, Bharti B 2021 *J. Phys. Chem. B* **125** 4232
- [27] Marcos J C U, Liebchen B 2023 *Phys. Rev. Lett.* **131** 038201

# Collective behavior of active particles with rotational inertia in periodic alternating fields\*

LI Ting LI Jiajian AI Baoquan<sup>†</sup>*(School of Physics, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)*

( Received 25 August 2025; revised manuscript received 15 September 2025 )

## Abstract

In active matter systems, external alternating fields, such as electric, magnetic, or optical fields, are widely used to regulate the motion and collective states of self-propelled particles. The presence of inertia introduces a delayed response to such fields, giving rise to complex collective dynamics. Nevertheless, how active particles with rotational inertia behave collectively under an unbiased periodic alternating field remains unclear. In this work, we conduct numerical simulations to study the collective behavior of such particles driven by a time-varying external torque that alternates symmetrically in direction.

Our results show that the frequency of the alternating field plays a decisive role in shaping the collective state of the system. As the frequency increases, the system undergoes a series of different phase transitions. At low frequencies, the particles exhibit synchronized polar order. With frequency rising, inertial delay disrupts this synchronization, driving the system into a disordered state. When the field period matches the intrinsic rotational relaxation time of the particles, stable horizontal or vertical cross-flow bands emerge, within which groups of particles travel in opposite directions. At very high frequencies, the system develops nematic order, characterized by counter-propagating particle streams. The effective diffusion coefficient reaches its peak during the formation of alternating flow bands, indicating enhanced collective transport. These structural transitions are consistently captured by the evolution of global order parameters. In contrast, variations in the particle self-propulsion speed and repulsive interaction strength exert only minor influences on the collective states, highlighting the dominant role of the alternating field frequency. This study elucidates the fundamental mechanism through which periodic alternating fields regulate the collective behavior of inertial active particles via frequency tuning. The results offer new insights into the coupling between external driving fields and particle dynamics in non-equilibrium systems, with potential applications in the design of micromachines and active smart materials.

**Keywords:** unbiased directional AC field, rotational inertia, active particles, collective behavior

**PACS:** 05.40.-a, 02.50.-r, 05.60.-k

**DOI:** [10.7498/aps.74.20251142](https://doi.org/10.7498/aps.74.20251142)

**CSTR:** [32037.14.aps.74.20251142](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20251142)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12075090, 12475036) and the Guangdong Provincial Basic and Applied Basic Research Foundation, China (Grant No. 2024A1515012575).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [aibq@snu.edu.cn](mailto:aibq@snu.edu.cn)

## 具有转动惯性的活性粒子在周期交流场下的集体行为

李婷 李佳健 艾保全

### Collective behavior of active particles with rotational inertia in periodic alternating fields

LI Ting LI Jiajian AI Baoquan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 240501 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20251142

CSTR: 32037.14.aps.74.20251142

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20251142>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 具有不同扩散系数的活性手征粒子分离

Separation of active chiral particles with different diffusion coefficients

物理学报. 2024, 73(20): 200201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240686>

#### 低惯性与高惯性活性粒子混合体系中的相分离现象

Phase separation phenomenon in mixed system composed of low- and high-inertia active particles

物理学报. 2023, 72(19): 190501 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230792>

#### 光场调控的活性粒子体系的动态自组装

Dynamic self-assembly of active particle systems controlled by light fields

物理学报. 2025, 74(9): 090501 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241556>

#### 氧气空心阴极放电模拟

Simulation of hollow cathode discharge in oxygen

物理学报. 2022, 71(2): 025201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211150>

#### Quincke活性胶体体系中吸引力对集体行为的影响

Influence of attractive interactions on collective behavior in Quincke active colloidal systems

物理学报. 2025, 74(11): 116401 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250292>

#### 具有吸引作用的活性布朗粒子的团簇行为和自发速度对齐

Cluster behavior and spontaneous velocity alignment of active Brownian particles with attractive interactions

物理学报. 2025, 74(6): 060501 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241746>