

集体耗散诱导下里德伯原子气体的非平衡相变*

张亚鹏 郑宇杰 汤婧雯 施帅 周艳丽† 刘伟涛

(国防科技大学理学院, 长沙 410073)

(2025年9月10日收到; 2025年9月21日收到修改稿)

本文研究具有集体耗散的里德伯原子系统中的非平衡相变. 结合平均场理论与刘维尔谱分析, 发现集体耗散可诱导原子间关联, 并引发一种新型双稳态: 系统或收敛于某不动点或保持自激周期性振荡, 区别于传统相互作用导致的双稳态. 结果表明刘维尔 (Liouville) 能谱方法在有限维系统中提取的非平衡相变特征与热力学极限下的平均场结果基本一致. 该研究不仅能解释里德伯原子实验中观测到的自激振荡现象, 还预言了新的相结构, 也验证了刘维尔能谱方法在量子多体研究中的有效性, 为探索耗散系统中的非平衡相变提供了理论框架.

关键词: 里德伯原子, 集体耗散, 非平衡相变, 刘维尔能隙

PACS: 32.80.Ee, 42.50.Nn, 05.70.Ln, 03.65.Yz

DOI: 10.7498/aps.74.20251237

CSTR: 32037.14.aps.74.20251237

1 引言

近年来, 非平衡量子系统因其丰富的物理现象和潜在的应用价值受到广泛关注. 此类系统展现出许多平衡态中未曾观察到的新奇行为, 例如量子同步^[1,2]、耗散相变^[3-5]以及时间晶体^[6-9]等. 值得注意的是, 最近多个实验小组相继在耗散里德伯原子系统中观测到疑似时间晶体相的持续性周期振荡^[10-13]. 为解释该现象, 不同的理论模型被提出. 例如, Wu等^[10]将原子视为具有双里德伯态的三能级系统, 基于平均场理论将振荡归因于两个跃迁通道之间的竞争与共存; Ding等^[11]则通过两格点模型, 将其理解为驱动-耗散环境下形成的极限环. 我们注意到这些理论解释均建立在独立耗散的假设之上, 忽略了原子团中可能存在的集体耗散因素. 在原子团中, 辐射过程既可以是独立的, 也可能是集体的^[14-16]. 后者在超辐射^[17-20]以及边界时

间晶体^[21,22]等现象中已被证明能显著重塑系统的相结构与动力学. 因此, 在上述里德伯原子系统中, 集体耗散对周期性振荡的产生及其非平衡相变的作用仍有待探讨.

另一方面, 针对开放量子系统中的耗散相变, 一种基于刘维尔能谱分析的理论框架近年来日益受到重视^[23-28]. 该框架强调, 在远离平衡的开放系统中, 稳态性质由刘维尔 (Liouville) 超算符的能谱结构 (特别是刘维尔能隙) 所支配. 能隙量化了系统弛豫的最慢时间尺度^[23,29-31], 其闭合标志着系统发生非平衡相变, 伴随可观测量非解析跃变或极限环振荡的出现^[25,32]. 一个自然而然的问题是: 能否利用这一方法解释近期里德伯原子实验平台中观察到的振荡相? 其结论与传统的平均场近似是否一致? 这些问题的探索将对理解非平衡相变的微观机制起到重要作用.

本文将在二能级的里德伯原子系统中引入集体耗散, 并同时运用平均场方法与刘维尔能谱理

* 国家自然科学基金 (批准号: 12574553, 62275270)、湖南省自然科学基金 (批准号: 2023JJ30626)、湖南省科技创新项目 (批准号: 2025ZYJ001) 和国防科技大学基石基金 (批准号: JS24-01) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: ylzhou@nudt.edu.cn

论, 研究该系统中的非平衡相变. 本研究旨在对比两种方法的结果, 厘清集体耗散、独立耗散及里德伯相互作用等因素在相变中的不同角色. 理论结果表明, 该系统能表现出持续性周期振荡, 还可能存在一种“不动点与周期性振荡”共存的新型双稳态. 本工作不仅展示了多体系统中丰富的非平衡相结构, 也为在里德伯及其他耗散系统中探索非平衡相变提供了一个可扩展的谱学框架.

2 模型和方法

2.1 理论模型

考虑具有相互作用的全同里德伯原子系统, 每个里德伯原子均视为自旋 1/2 的微观粒子, 其能级结构和激光激发构型如图 1 所示: $|\downarrow\rangle$ 为原子基态, $|\uparrow\rangle$ 为里德伯态, Ω 和 Δ 分别为激光拉比频率以及及与原子跃迁频率的失谐量. 系统的哈密顿量可以表示为

$$\hat{H} = \frac{\Omega}{2} \sum_i \hat{\sigma}_i^x - \frac{\Delta}{2} \sum_i \hat{\sigma}_i^z + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V_{ij} \hat{n}_i \hat{n}_j, \quad (1)$$

其中 $\hat{\sigma}^\alpha (\alpha = x, y, z)$ 表示泡利算符, \hat{n} 是里德伯密度算子, 反映里德伯态的布局, 最后一项表示里德伯态原子之间的相互作用. 原子系综中, 原子的自发辐射是重要的耗散通道, 而其体现形式可以是独立的也可以是集体的. 若原子间距远大于辐射波长, 则每个原子将独立地自发辐射. 若原子彼此排列紧密无法区分, 原子辐射过程将通过共享辐射场而发生关联, 从而展现出集体辐射, 该耗散过程可

由集体跳跃算符来描述^[20]. 这种耗散过程出现在多种物理现象中, 比如边界时间晶体^[32]、非平衡相变^[15]、多体辐射现象^[14,33]、超荧光现象^[34]等. 在考虑到里德伯原子的独立耗散和集体耗散这两种耗散机制后, 系统动力学所满足的量子主方程为^[35,36]

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \hat{\mathcal{L}}\hat{\rho}(t) = -i[\hat{H}, \hat{\rho}] + \gamma \sum_i \mathcal{D}[\hat{\sigma}_i^-] \hat{\rho} + \frac{\Gamma}{N-1} \mathcal{D}[\hat{J}^-] \hat{\rho}, \quad (2)$$

其中, $\hat{\mathcal{L}}$ 表示刘维尔超算子, $\mathcal{D}[\hat{L}_i]\hat{\rho} = \hat{L}_i\hat{\rho}\hat{L}_i^\dagger - \frac{1}{2}\{\hat{L}_i^\dagger\hat{L}_i, \hat{\rho}\}$, $\hat{J}^- = \sum_{i=1}^N \hat{\sigma}_i^-$, γ 和 Γ 分别表示原子的独立和集体耗散的速率, 分别描述了原子系统中所存在的独立耗散和集体耗散.

2.2 刘维尔能谱法

上述量子主方程为线性方程, 当初始态为 $\hat{\rho}_{\text{in}}$, 系统在 t 时刻的态为 $\hat{\rho}(t) = e^{\hat{\mathcal{L}}t} \hat{\rho}_{\text{in}}$. 因此对刘维尔算子进行对角化得到: $\mathcal{L}R_k = \lambda_k R_k$, $\mathcal{L}^\dagger L_k = \lambda_k^* L_k$ 便可获取系统的动力学信息, 其中 $\{\lambda_k\}$ 是刘维尔矩阵的本征值谱, $\{R_k(L_k)\}$ 是刘维尔矩阵的右(左)矢. 此时, 主方程的解可写为^[23,24,30]

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{k=0}^{N^2-1} c_k e^{\lambda_k t} \hat{R}_k = \hat{\rho}_{\text{ss}} + \sum_{k=1}^{N^2-1} e^{\lambda_k t} c_k \hat{R}_k, \quad (3)$$

其中 $c_k = \text{Tr}[L_k \rho_{\text{in}}]$ 为初始态在各本征模式上的投影. 需要注意的是, 由于系统的收敛性, 刘维尔本征值实部均不可能大于零 $\text{Re}[\lambda_k] \leq 0$ (此处以衰减快慢依次排序), 本征值实部对应各本征模式的衰减速率, 虚部则体现了动力学过程中的振荡^[23]. 系

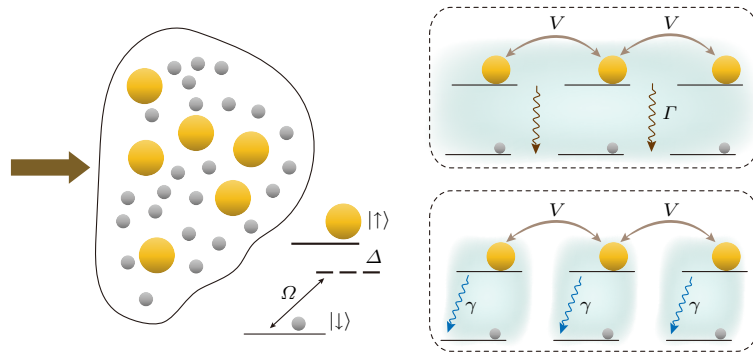


图 1 原子能级结构, 黄色和灰色的实心小球分别表示处在里德伯态和基态的原子. 外界存在稳定的激光来驱动系统远离平衡态, 激光与单个原子耦合的拉比频率为 Ω , 失谐量为 Δ , V 表示处在里德伯态的原子之间的相互作用强度, Γ 表示原子系统集体耗散速率, γ 表示原子的独立耗散速率

Fig. 1. Atomic energy level structure, the yellow and gray solid spheres represent atoms in the Rydberg state and the ground state, respectively. The atoms are driven by a laser with the Rabi frequency Ω and the detuning Δ , V represents the interaction strength between atoms in the Rydberg state, Γ is collective dissipation rate and γ is independent dissipation rate.

统最终收敛至零本征值所对应的本征模式 R_0 , 即系统的稳态 ρ_{ss} . 系统收敛至稳态的时间尺度或者说弛豫速率往往由刘维尔能隙 (即刘维尔本征值的最大非零实部的绝对值 $|\text{Re}(\lambda_1)|$) 来刻画^[29,30], 不仅如此, 能隙还能在一定程度上体现系统的稳态性质. 因此, 通过求解刘维尔超算子的本征能谱便可获取系统的动力学以及稳态信息, 特别是该方法能保留系统的量子特性, 从而成为研究非平衡量子系统量子特性的重要方法^[37].

2.3 平均场近似方法

一般而言, 求解多体系统的刘维尔能谱具有相当大的挑战性. 一个 N 维的量子系统, 其哈密顿量所对应的希尔伯特空间为 $N \times N$ 的矩阵, 相应的刘维尔超算子便是 $N^2 \times N^2$ 矩阵, 因此计算机难以处理大粒子数的情况. 针对大规模的多体系统, 当

人们更关注的是系统的整体宏观体现时, 平均场近似经常被使用^[38]. 该近似假设所有粒子均处在统计等价的状态, 忽略系统中的二阶量子涨落, 从而任意两个不同原子算符乘积的平均值可以分解为各自平均值的乘积, 即 $\langle \hat{A}_i \hat{B}_j \rangle \simeq \langle \hat{A}_i \rangle \langle \hat{B}_j \rangle$ (其中 i, j 表示不同的原子). 这样便将多体问题转化为单体问题, 从而大幅度降低计算的难度. 该近似的前提条件是涨落 $\delta \hat{A}_i$ 远小于平均值 $\langle \hat{A}_i \rangle$, 对于一个具有长程相互作用且粒子数 $N \rightarrow \infty$ 的量子多体系统来说, 个体涨落对系统整体的影响可以忽略^[26,38], 平均场近似普遍成立. 另外, 平均场近似忽略的是涨落, 并不破坏相干性, 而是将复杂的量子相干转化为一种平均化的、宏观相干性的序参量^[39-41]. 在平均场近似下, 系统的可观测量所满足的动力学方程为

$$\begin{cases} \frac{d\langle \sigma_x \rangle}{dt} = (\Delta - V) \langle \sigma_y \rangle - V \langle \sigma_y \rangle \langle \sigma_z \rangle - \frac{1}{2} \gamma \langle \sigma_x \rangle + \frac{1}{2} \Gamma \langle \sigma_x \rangle \langle \sigma_z \rangle, \\ \frac{d\langle \sigma_y \rangle}{dt} = -\Omega \langle \sigma_z \rangle - (\Delta - V) \langle \sigma_x \rangle + V \langle \sigma_x \rangle \langle \sigma_z \rangle - \frac{1}{2} \gamma \langle \sigma_y \rangle + \frac{1}{2} \Gamma \langle \sigma_z \rangle \langle \sigma_y \rangle, \\ \frac{d\langle \sigma_z \rangle}{dt} = \Omega \langle \sigma_y \rangle - \gamma (1 + \langle \sigma_z \rangle) - \frac{1}{2} \Gamma (\langle \sigma_x \rangle^2 + \langle \sigma_y \rangle^2). \end{cases} \quad (4)$$

其中, $V = 2 \sum_{i \neq k} V_{ik}$. 方程 (4) 为非线性方程, 揭示系统的动力学变化以及稳态行为. 下文将分别应用平均场近似方法所得到的动力学方程和量子主方程, 研究系统在不同参数条件下的性质.

3 集体耗散与独立耗散

首先研究集体耗散和独立耗散分别对系统稳态性质的影响. 在不同参数条件下求解方程 (4) 的稳态解, 相关结果如图 2 所示. 当原子之间不存在相互作用和集体耗散时 ($V = \Gamma = 0$), 方程是线性的, 根据克拉默法则可知一定存在唯一的稳态解^[42], 系统体现单原子行为, 吸收谱呈现一个吸收峰且激光拉比频率的增大并不会改变单峰结构 (图 2(a)). 但是, 如图 2(b) 所示, 原子之间的相互作用 V 会导致谱线发生不对称弯曲, 随着相互作用进一步增大, 谱线出现不稳定解 (虚线所示) 以及两个稳态解 (实线), 即人们比较熟悉的双稳现象^[43-48]. 其出现的物理机制是: 一方面相互作用会

引起原子能级的移动, 从而导致吸收峰值对应的激光频率发生失谐; 另一方面相互作用还会诱导非线性效应, 进而改变光谱的整体形状. 具体而言, 当激光失谐量较大时, 原子处于激发态的概率较低, 此时相互作用对系统行为的影响相对较弱. 然而, 在等效共振频率附近, 不可忽略的相互作用引入显著的非线性项, 使得吸收光谱呈现不对称性. 这种非线性效应进一步导致系统在特定参数区间内出现两种稳态, 该现象也出现在光学系统中^[44,49-52]. 在实验上, 这种双稳现象通常通过正向和反向扫描激光失谐来观测, 表现为在双稳区域和单稳区域的临界参数处光谱的突变以及双稳区间内的磁滞现象^[14,53].

当系统中引入集体耗散时的情况和独立耗散时完全不同, 如图 2(c), (d) 所示. 即便原子之间不存在相互作用, 集体耗散也会引起原子之间的关联, 从而使得系统不再呈现独立耗散时的单原子行为. 如图 2(c) 所示, 这种关联导致吸收光谱从独立耗散时的单峰结构演变为对称的双峰结构, 且双峰

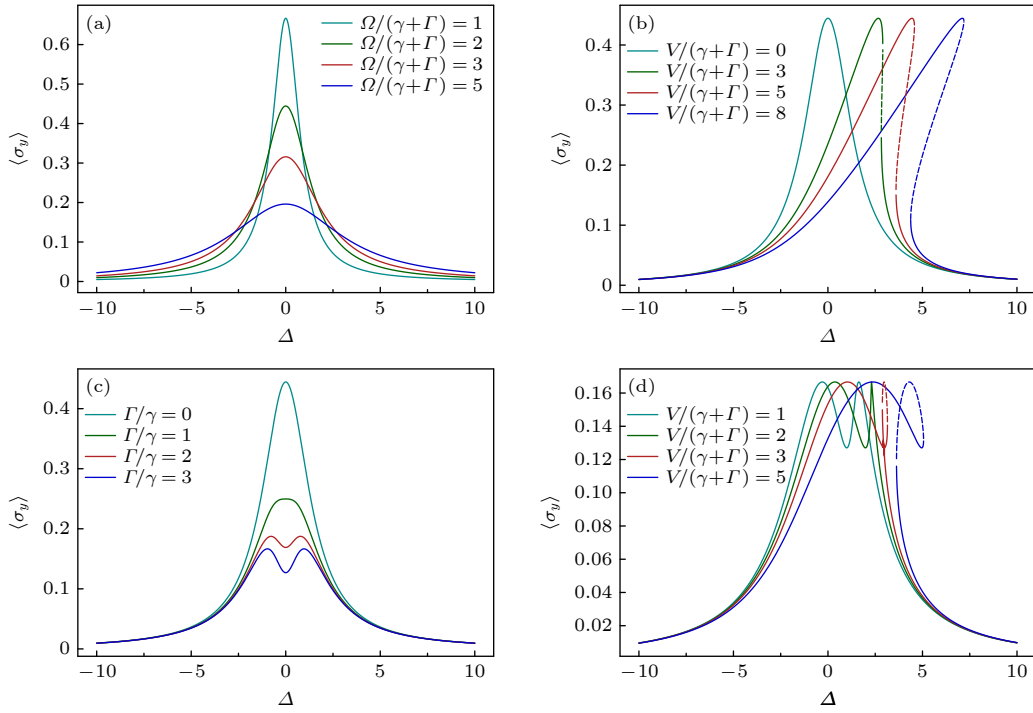


图 2 稳态时系统的吸收性质 (a) 不考虑相互作用和集体耗散时系统的吸收谱 ($V = 0$, $\Gamma = 0$), 呈现单原子时的单峰结构; (b) 原子相互作用对光谱的影响 ($V \neq 0$, $\Gamma = 0$), 相互作用引起谱线发生不对称弯曲. 当相互作用足够强时, 系统出现一般意义下的双稳态 (图中虚线对应不稳定的解); (c) 考虑集体耗散时的吸收谱 ($V = 0$, $\Gamma \neq 0$). 随着系统集体耗散速率的增加, 原子光谱逐渐展宽且出现对称的双峰结构; (d) 相互作用和集体耗散同时存在时的原子光谱 (固定 $\Gamma/\gamma = 3$), 相互作用使双峰结构变得不对称; 图 (b)—(d) 中对应的 $\Omega/(\gamma + \Gamma) = 2$, 这里的参数设置均以 $\gamma + \Gamma$ 为量纲, 下同

Fig. 2. Absorption properties of the system in the stationary state: (a) Absorption spectrum of the system without interactions and collective dissipation ($V = 0$, $\Gamma = 0$), showing a single-peak structure as in the single-atom case; (b) effect of atomic interactions on the spectrum ($V \neq 0$, $\Gamma = 0$), the interaction causes asymmetric bending of the spectral line, when the interaction is sufficiently strong, the system exhibits bistability (the dashed line corresponds to the unstable solution); (c) absorption spectrum with collective dissipation ($V = 0$, $\Gamma \neq 0$), as the collective dissipation rate increases, the atomic spectrum broadens and develops a symmetric two-peak structure; (d) atomic spectrum when both interactions and collective dissipation are present (with fixed $\Gamma/\gamma = 3$), the interactions cause the two-peak structure to become asymmetric; in panels (b)—(d), the corresponding value of $\Omega/(\gamma + \Gamma) = 2$. All parameters here are normalized by $\gamma + \Gamma$, and the same applies hereafter.

之间的间距随集体耗散速率的增大而增大^[54], 并趋于一个饱和极限值. 如果同时考虑集体耗散和相互作用, 如图 2(d) 所示, 原子间的相互作用会使原有的双峰结构变得不对称. 具体表现为, 在较弱的相互作用 (V 值较小) 下, 双峰的线宽呈现不对称性; 随着相互作用强度 (V) 的增大, 其中一个峰逐渐减弱乃至消失, 并伴随双稳现象的出现. 可见, 独立耗散在系统演化过程中起到阻尼的作用, 从而使系统趋向一个稳定的状态. 而集体耗散的作用与相互作用类似, 引入了新的非线性项, 但是它们对系统性质的影响并不完全相同. 针对里德伯原子系统中的非平衡相变现象, Lee 等^[43] 曾用独立耗散的二能级里德伯原子的模型来进行理论分析. 结果显示, 该模型下系统并不存在振荡相, 只有单稳与双稳 (即两个不动点) 这两种不同的相, 这里所出

现的双稳相在非线性系统是较为常见的. 但是, 如果将原子的二能级结构改为更高维并建立其之间的关联, 比如相干驱动的三能级结构^[9,10] 或者双格点模型^[11,43] 等, 独立耗散的原子系统也可产生振荡相. 在这些模型中, 个体原子的不同跃迁通道之间的竞争对振荡相的出现发挥了关键作用. 与这些模型不同的是, 集体耗散是在所有原子之间建立了关联, 从而展现出与独立耗散完全不同的相结构.

4 集体耗散下的非平衡相变

4.1 平均场结果

现忽略系统的独立耗散因素, 求解方程 (4) 稳态解的解析形式. $\gamma = 0$ 时, 稳态解构成一条曲线 (系统参数只能在极坐标中确定角度信息). 因此,

需要给定初始态的 Bloch 矢量长度 R 才能给出方程明确的稳态 [15,55]. 在等效失谐 $\Delta_{\text{eff}} = \Delta - V = 0$ 下, 可求得平均场近似下系统的稳态解为

$$\begin{cases} \langle \sigma_x \rangle = \pm \frac{1}{2} \frac{\sqrt{R^2(4\Omega^2 - R^2\Gamma^2)}}{\Omega}, \\ \langle \sigma_y \rangle = \frac{1}{2} \frac{R^2\Gamma}{\Omega}, \quad \langle \sigma_z \rangle = 0, & \left(\Omega \geq \frac{R}{2}\Gamma \right) \\ \langle \sigma_x \rangle = \frac{4V\Omega}{4V^2 + \Gamma^2}, \quad \langle \sigma_y \rangle = \frac{2\Omega\Gamma}{4V^2 + \Gamma^2}, \\ \langle \sigma_z \rangle = \pm \sqrt{\frac{R^2(4V^2 + \Gamma^2) - 4\Omega^2}{4V^2 + \Gamma^2}}, & \left(\Omega \leq \frac{R}{2}\sqrt{4V^2 + \Gamma^2} \right) \end{cases} \quad (5)$$

后续的分析均在 $R = 1$ 的前提下进行的. 图 3(a) 展示了依据 (5) 式得到的物相在参数 Ω - V 空间中的分布, 结果形成了 3 种不同的相区间. 在相互作用强度一定时, 当 $\Omega < \Gamma/2$, 系统随时间的演化最终会到达一个一般意义上的稳态, 该稳态不依赖于初始态, 记为单一的稳态相 (stationary state phase, SP). 但是随着 Ω 的增强, 系统的稳态将从单稳转变为特殊形式的双稳: 在某些初始态下系统最终会趋于稳定, 但是在某些初始态情况下, 系统最终会出现不衰退的周期性振荡 (oscillation, OSC), 这和以往人们在光学系统中所观察到的自发振荡相类似 [49-52]. 进一步增大 Ω 到 $\Omega > \frac{1}{2}\sqrt{4V^2 + \Gamma^2}$, 对于任意的初始态, 系统最终均会出现周期性的振荡 (OSC). 图 3(b) 给出固定相互作用强度下 (对于图 3(a) 中的虚线取值), 系统稳态解随 Ω 的变化.

平均场结果显示, 在一定相互作用下, 调节系统参数, 系统将可能出现 3 种不同的相, 单稳相 (SP)、周期振荡相 (OSC) 和特殊双稳相 (SP/OSC).

根据上面的分析可知, 在不同相区间, 系统会出现不同的稳定解, 与之相对应的动力学过程也会体现出不同的特点. 通过求解动力学方程 (4) 可以得到系统的演化过程, 当系统处于单稳相 (SP) 时, 如图 4(a) 所示, 任意的初始态最终均会演化到特定的稳态上. 当系统处于特殊双稳相 (SP/OSC) 时, 如图 4(b) 所示, 一部分初始态会形成周期性振荡, 而一部分初始态会到达稳态上. 而在周期性振荡相 (OSC), 任意初始态均形成周期性的振荡, 如图 4(c) 所示.

4.2 刘维尔能谱方法

平均场近似方法给出了非平衡相变发生的参数区间. 下文将用刘维尔能谱方法来求解系统的稳态以及能隙随参数的变化, 并和平均场近似的结果进行对比. 图 5(a) 给出了有限维的量子系统的稳态解, 图中虚线对于平均场近似下的结果. 可见随着原子数量 N 的增大, 刘维尔能谱的结果逐渐逼近平均场结果, 但仍然有一定的偏差, 这里的偏差主要是因为主方程求解的是有限系统的结果. 根据平均场近似的结论, 系统从单稳转变为双稳时, 意味着刘维尔能隙的闭合 [25,32], 因此能隙也能反映系统的非平衡相变. 图 5(b) 给出了不同原子数情况下系统的刘维尔能谱随参数的变化情况. 可以看到, 即便在有限维情况下, 能隙在 $\Omega = \Gamma/2$ 处仍会

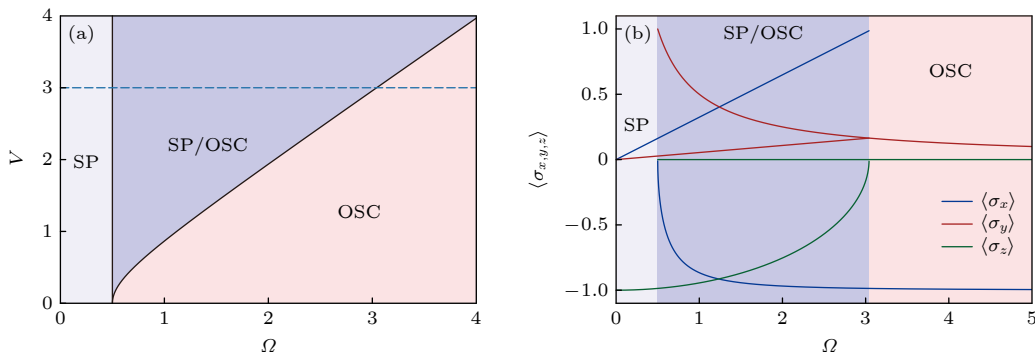


图 3 (a) 平均场近似下的相图, 单稳相 (SP) 表示系统终止于不动点, 即唯一的稳定状态, 特殊双稳相 (SP/OSC) 表示系统可终止于不动点, 亦可自治维持周期性振荡. 周期性振荡相 (OSC) 表示系统稳定后仍然处于持续振荡; (b) $V = 3\Gamma$ 时, 系统在平均场近似下的稳态解 $\langle \sigma_{x,y,z} \rangle$ 随 Ω 的变化

Fig. 3. (a) Phase diagram under the mean-field approximation, the stationary state phase (SP) indicates that the system reaches a fixed point, i.e., a unique stationary state, the unique bistable phase (SP/OSC) indicates that the system may either converge to a fixed point or self-consistently sustain periodic oscillations. The oscillatory (OSC) indicates that the system sustains self-consistent periodic oscillations; (b) the stationary state solutions $\langle \sigma_{x,y,z} \rangle$ as function of Ω for $V = 3\Gamma$.

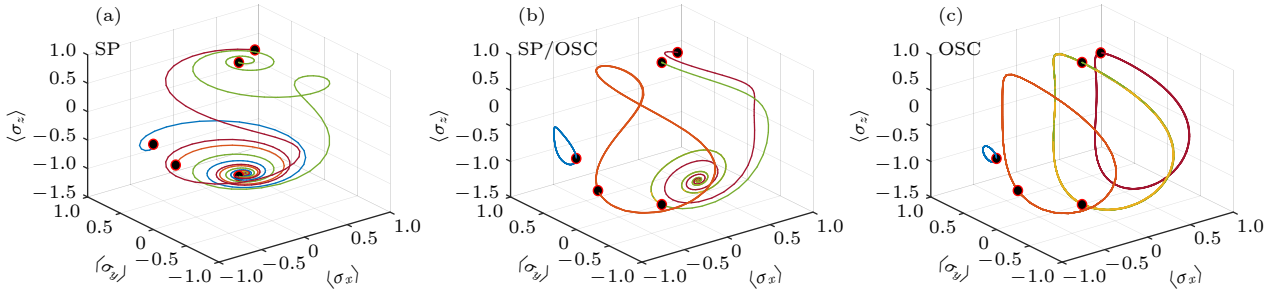


图 4 3种不同相区间下,系统的动力学轨迹 (a) SP相 ($\Omega = 0.2\Gamma$),不同初始态都会到达一个不随时间变化的稳态; (b) SP/OSC相 ($\Omega = 1.5\Gamma$),一部分初始态会形成周期性振荡,而一部分初始态会到达稳态上; (c) OSC相 ($\Omega = 4\Gamma$),任意初始态均会形成周期性的振荡,本文固定 $V = 3\Gamma$

Fig. 4. Dynamical trajectories of the system under three different phase regimes: (a) SP phase (for $\Omega = 0.2\Gamma$), trajectories from different initial states all converge to a time-independent stationary state; (b) SP/OSC phase (for $\Omega = 1.5\Gamma$), some initial states evolve into periodic oscillations, while others converge to a stationary state; (c) OSC phase (for $\Omega = 4\Gamma$), all initial states develop periodic oscillations, here, we set $V = 3\Gamma$.

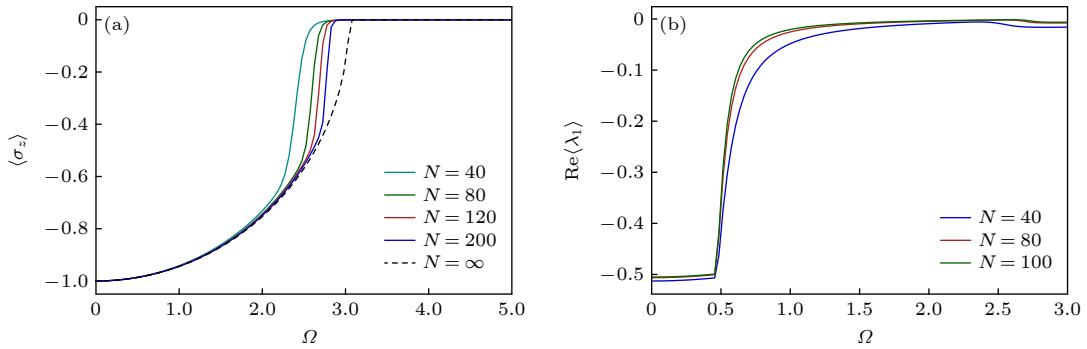


图 5 (a) 对有限维量子系统,刘维尔能谱方法求解的 $\langle \sigma_z \rangle$ 稳态结果,虚线为平均场近似的结果; (b) 刘维尔能谱的最慢模式本征值实部 $\text{Re}(\lambda_1)$ 随 Ω 的变化; 两图对应 $V = 3\Gamma$

Fig. 5. (a) Steady-state expectation value $\langle \sigma_z \rangle$ for a finite-dimensional quantum system, obtained via the Liouvillian spectral method, the dashed line shows the mean-field approximation result; (b) real part of the slowest mode eigenvalue $\text{Re}(\lambda_1)$ of the Liouvillian spectrum as a function of Ω ; both panels are for $V = 3\Gamma$.

出现突变,从某有限值急剧逼近零从而趋近闭合.这意味着能隙在该相变点的非解析行为.这正好体现了系统从单稳相(SP)至特殊双稳相(SP/OSC)转变对应着刘维尔能隙的闭合.但是,从特殊双稳相(SP/OSC)至振荡相(OSC)的相变点却无法体现出能隙的非解析行为.这是因为振荡相是一种特殊的稳态,在刘维尔能谱上的体现就是,热力学极限下刘维尔最慢模式本征值实部为零(意味着能隙闭合)而虚部不为零(以保证系统弛豫的振荡)^[25].可见,将稳态可观测量与能隙这两者的非解析结果结合起来,便可以获取和平均场相自治的相变信息.

图 6 给出了不同相区间下量子主方程求解的动力学结果,图中实线对应平均场近似的结果.可以看到量子主方程的动力学结果也随粒子数增大逐渐趋向平均场近似的结果.图 6(c), (d) 给出的

是在新型双稳相区间,当系统参数一定时,有的初始态会收敛到静止的稳态,而有的初始态则会周期性振荡,且随着 N 的增大,振荡持续时间越来越长.图 7 更直观地展示了不同相区间的能谱结构及其特点.图 7(a) 是 $N = 20$ 时单稳相(SP)区间下刘维尔的能谱分布,可见最慢模式与稳态(零本征值)之间存在一定的间隙,且该间隙并不会随着粒子数 N 的增大而收敛,如图 7(c) 所示,这意味着在该相区间,刘维尔能隙在热力学极限下不会闭合,因此系统只存在一个稳态.图 7(b) 给出了特殊双稳相(SP/OSC)区间下刘维尔的能谱分布,图 7(d) 则展示了相同参数条件下能谱随粒子 N 的变化情况.结果表明在该特殊双稳相区间,随着粒子数 N 的增大,刘维尔能谱的慢变模式逐渐收敛,最终的体现就是能隙在热力学极限下的闭合.

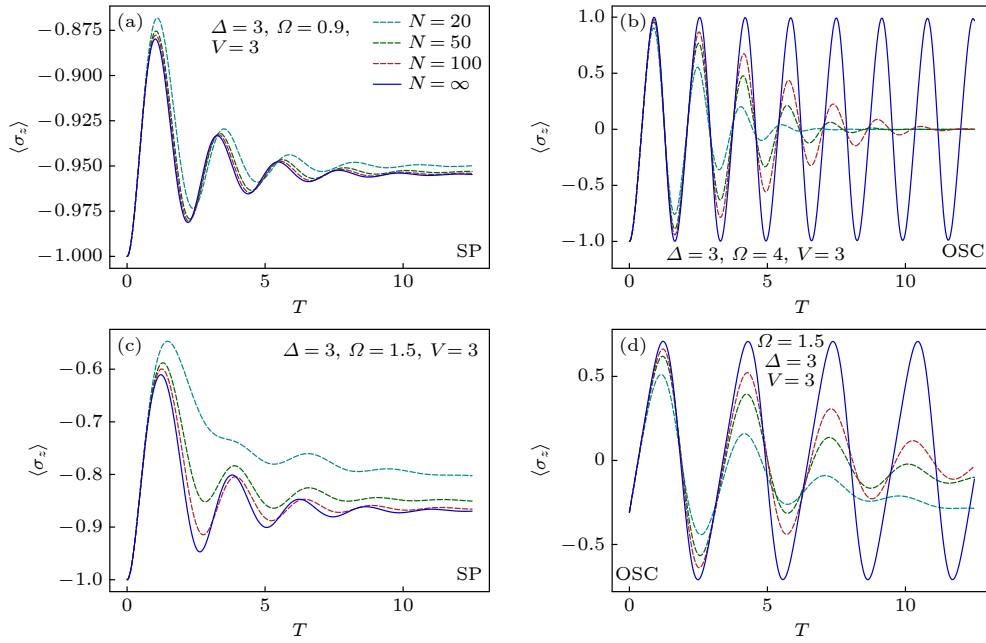


图 6 不同相对应的参数下,有限维的量子系统与平均场近似下的动力学演化 (a), (b) 分别表示处在 SP 和 OSC 参数下系统的动力学演化; (c), (d) 相同参数 (SP/OSC) 下,不同初始态对应的动力学演化

Fig. 6. Dynamical evolution of a finite-dimensional quantum system compared to its mean-field approximation under varying parameters: (a), (b) Depict the system's dynamics in the single-particle (SP) and oscillatory (OSC) parameter regimes, respectively; (c), (d) the corresponding dynamical evolution for different initial states, utilizing the same SP and OSC parameters as in panels (a), (b), respectively.

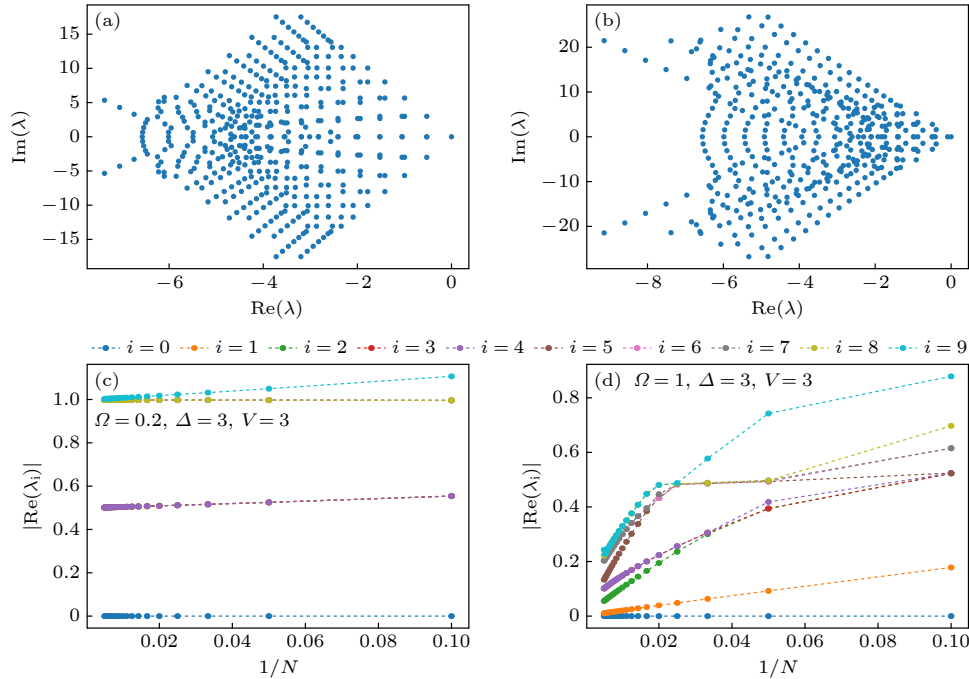


图 7 刘维尔能谱结构图 (a), (b) 分别对应 $\Omega = 0.2\Gamma$ (SP 相), 1Γ (SP/OSC 相) 的刘维尔能谱 ($N = 20$); (c), (d) 相应的能谱 $\lambda_i (i = 0, 1, 2, \dots, 9)$ 实部绝对值随粒子数的变化, 这里以 $|Re(\lambda_i)|$ 升序排列; 可见在 SP 相 (a), (c), 能谱并不会随着系统维度而收敛至零, 而在 OSC 相 (b), (d) 存在的参数区间, 能谱随 N 的增大而逐渐收敛至零, 即热力学极限下的能隙闭合

Fig. 7. (a), (b) Liouville spectra for $\Omega = 0.2\Gamma$ and $\Omega = 1\Gamma$, respectively, in a system with $N = 20$, the spectral gap in (b) is significantly smaller than that in (a); (c), (d) finite size scaling for the real part of the Liouvillian eigenvalues in the SP phase (c) and SP/OSC phase (d), the index i labels the eigenvalues, the Liouvillian eigenvalues λ_i are ordered as a function of their real part ($|Re(\lambda_i)| \leq |Re(\lambda_{i+1})|$ and $i = 0$ has zero real part), in SP phase, convergence of the Liouvillian gap to zero does not occur with increasing N , while in OSC phase they scale to zero as system size increase.

4.3 对比讨论

我们分别利用平均场近似和刘维尔能谱方法,对系统的稳态和动力学性质在不同参数条件下的体现进行了研究.对比量子主方程和平均场近似的结果可见,平均场近似下得到的系统的动力学方程(4)对应系统粒子数趋向无穷的情况,如图6所示.虽然有限维量子系统的结果与平均场近似有一定的差别,但是无论其稳态解还是刘维尔能谱在相变前后均会存在不同的性质.更为重要的是,我们发现,综合主方程的稳态解和刘维尔能谱的结果,能从有限维量子系统中提取到非平衡相变的信息,并与热力学极限下的平均场近似结果相吻合.

5 结论

本文在里德伯原子系统中引入集体耗散机制,分别采用平均场近似与刘维尔谱方法,研究了该系统在非平衡条件下的相变行为.研究表明,对二能级模型的里德伯原子,集体耗散能够有效诱导原子间的关联,并引发系统周期振荡,而相同参数条件下,独立耗散的系统则将弛豫至一个静止的稳态.此外,集体耗散所带来的非线性效应会引发一类新型的双稳态:系统既可收敛于不动点,也可维持自洽的周期振荡.该机制显著区别于由里德伯相互作用所引起的传统双稳态(即两个静态稳态之间的选择).当然,有必要指出集体耗散并不是周期性振荡相的必要条件,比如在更高能级的模型中^[9,10,43],即便只考虑独立耗散也能出现振荡相.另一方面,基于量子主方程的刘维尔谱方法成功地从有限维系统中提取出非平衡相变特征,其结果与热力学极限下的平均场近似基本符合.本研究不仅为近期实验中观察到的振荡现象提供了一种新的理论解释,同时预言了新型双稳态及丰富的非平衡相结构,也进一步验证了刘维尔谱方法在量子多体问题研究中的有效性,对深入理解非平衡相变的微观机制具有重要的学术价值.

参考文献

- [1] Mari A, Farace A, Didier N, Giovannetti V, Fazio R 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 103605
- [2] Witthaut D, Wimberger S, Burioni R, Timme M 2017 *Nat. Commun.* **8** 14829
- [3] Biondi M, Blatter G, Türeci H E, Schmidt S 2017 *Phys. Rev. A* **96** 043809
- [4] Carmichael H J 2015 *Phys. Rev. X* **5** 031028
- [5] Chan C K, Lee T E, Gopalakrishnan S 2015 *Phys. Rev. A* **91** 051601
- [6] Wilczek F 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 160401
- [7] Greilich A, Kopteva N E, Korenev V L, Haude P A, Bayer M 2025 *Nat. Commun.* **16** 2936
- [8] Liu T, Ou J Y, MacDonald K F, Zheludev N I 2023 *Nat. Phys.* **19** 986
- [9] Wang Z, Gao R, Wu X, Buča B, Mølmer K, You L, Yang F 2025 arXiv: 2503.20761 [quant-ph]
- [10] Wu X L, Wang Z Q, Yang F, Gao R C, Liang C, Tey M K, Li X L, Pohl T, You L 2024 *Nat. Phys.* **20** 1389
- [11] Ding D S, Bai Z Y, Liu Z K, Shi B S, Guo G C, Li W B, Adams C S 2024 *Sci. Adv.* **10** ead15893
- [12] Wadenpfehl K, Adams C S 2023 *Phys. Rev. Lett.* **131** 143002
- [13] Jiao Y C, Jiang W L, Zhang Y, Bai J X, He Y H, Shen H, Zhao J M, Jia S T 2025 *Nat. Commun.* **16** 8767
- [14] Lee T E, Häffner H, Cross M C 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 023602
- [15] Lee T E, Chan C K, Yelin S F 2014 *Phys. Rev. A* **90** 052109
- [16] Dicke R H 1954 *Phys. Rev.* **93** 99
- [17] Bohnet J G, Chen Z, Weiner J M, Meiser D, Holland M J, Thompson J K 2012 *Nature* **484** 78
- [18] Ferioli G, Glicenstein A, Ferrier-Barbut I, Browaeys A 2023 *Nat. Phys.* **19** 1345
- [19] Lei M, Fukumori R, Rochman J, Zhu B, Endres M, Choi J, Faraon A 2023 *Nature* **617** 271
- [20] Gross M, Haroche S 1982 *Phys. Rep.* **93** 301
- [21] Prazeres L F D, Souza L D S, Iemini F 2021 *Phys. Rev. B* **103** 184308
- [22] Prazeres L F D, Souza L D S, Iemini F 2021 *Phys. Rev. B* **104** 014307
- [23] Macieszczak K, Guță M, Lesanovsky I, Garrahan J P 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 240404
- [24] Žnidarič M 2015 *Phys. Rev. E* **92** 042143
- [25] Minganti F, Biella A, Bartolo N, Ciuti C 2018 *Phys. Rev. A* **98** 042118
- [26] Huybrechts D, Minganti F, Nori F, Wouters M, Shammah N 2020 *Phys. Rev. B* **101** 214302
- [27] Mori T, Shirai T 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 230604
- [28] Minganti F, Biella A, Bartolo N, Ciuti C 2017 *Phys. Rev. A* **95** 012128
- [29] Zhang J, Xia G, Wu C W, Chen T, Zhang Q, Xie Y, Su W B, Wu W, Qiu C W, Chen P X, Li W B, Jing H, Zhou Y L 2025 *Nat. Commun.* **16** 301
- [30] Zhou Y L, Yu X D, Wu C W, Li X Q, Zhang J, Li W, Chen P X 2023 *Phys. Rev. Res.* **5** 043036
- [31] Macieszczak K, Zhou Y L, Hofferberth S, Garrahan J P, Li W, Lesanovsky I 2017 *Phys. Rev. A* **96** 043860
- [32] Iemini F, Russomanno A, Keeling J, Schirò M, Dalmonte M, Fazio R 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 035301
- [33] Stiesdal N, Busche H, Kumlin J, Kleinbeck K, Büchler H P, Hofferberth S 2020 *Phys. Rev. Res.* **2** 043339
- [34] Bonifacio R, Lugiato L A 1975 *Phys. Rev. A* **11** 1507
- [35] Lindblad G 1976 *Commun. Math. Phys.* **48** 119
- [36] Gorini V, Kossakowski A, Sudarshan E C G 1976 *J. Math. Phys.* **17** 821
- [37] Li Y, Wang C, Tang Y, Liu Y C 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 183803
- [38] Weimer H, Kshetrimayum A, Orús R 2021 *Rev. Mod. Phys.* **93** 015008
- [39] Baumann K, Guerlin C, Brennecke F, Esslinger T 2010 *Nature* **464** 1301

- [40] Emary C, Brandes T 2003 *Phys. Rev. E* **67** 066203
- [41] Mivehvar F 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 073602
- [42] Burgstahler S 1983 *College Math. J.* **14** 203
- [43] Lee T E, Häffner H, Cross M C 2011 *Phys. Rev. A* **84** 031402
- [44] Ikeda K 1979 *Opt. Commun.* **30** 257
- [45] Gibbs H M, McCall S L, Venkatesan T N C 1976 *Phys. Rev. Lett.* **36** 1135
- [46] Wang H, Goorskey D J, Xiao M 2001 *Phys. Rev. A* **65** 011801
- [47] Marcuzzi M, Levi E, Diehl S, Garrahan J P, Lesanovsky I 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 210401
- [48] Šibalić N, Wade C G, Adams C S, Weatherill K J, Pohl T 2016 *Phys. Rev. A* **94** 011401
- [49] Zhang L, Fei Y, Cao T, Cao Y, Xu Q, Chen S 2013 *Phys. Rev. A* **87** 053805
- [50] Takemura N, Takiguchi M, Sumikura H, Kuramochi E, Shinya A, Notomi M 2020 *Phys. Rev. A* **102** 011501
- [51] Shetewy A E, Catuneanu M T, He M, Jamshidi K 2024 *Sci. Rep.* **14** 23823
- [52] Arakelyan S M 1987 *Sov. Phys. Uspek.* **30** 1041
- [53] Jiles D C, Atherton D L 1986 *J. Magn. Magn. Mater.* **61** 48
- [54] Zhang J, Li E Z, Wang Y J, Liu B, Zhang L H, Zhang Z Y, Shao S Y, Li Q, Chen H C, Ma Y, Han T Y, Wang Q F, Nan J D, Yin Y M, Zhu D Y, Guo G C, Ding D S, Shi B S 2025 *Nat. Commun.* **16** 3511
- [55] Breuer H P, Petruccione F 2007 *The Theory of Open Quantum Systems* (Oxford University Press)

Nonequilibrium phase transitions of Rydberg atom gases under collective dissipation*

ZHANG Yapeng ZHENG Yujie TANG Jingwen SHI Shuai
ZHOU Yanli[†] LIU Weitao

(College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 10 September 2025; revised manuscript received 21 September 2025)

Abstract

This work investigates nonequilibrium phase transitions in a Rydberg atomic system under collective dissipation. By combining mean-field theory and Liouvillian spectral analysis, we reveal novel nonequilibrium phases induced by collective dissipation and compare the results from both approaches. Our findings indicate that collective dissipation not only generates interatomic correlations but also sustains persistent periodic oscillations and a unique bistable form, in which the system may evolve to a steady state or sustain self-consistent oscillatory dynamics. This study highlights the rich nonequilibrium phenomena present in quantum many-body systems and provides an extensible spectral framework for exploring dissipative phases in Rydberg and related systems.

Recent experiments have reported persistent oscillations in thermal Rydberg atomic ensembles, yet the theoretical consensus on their origin remains elusive. Motivated by these observations, we introduce a collective dissipation mechanism and employ both mean-field approximations and the Liouvillian spectrum method to systematically explore nonequilibrium phase transitions. Our results show that the collective dissipation effectively induces interatomic correlations and sustains persistent periodic oscillations, in which under the same parameters, independent dissipation leads the system to relax to a stationary state. Furthermore, the nonlinear effects arising from collective dissipation give rise to a novel type of bistability, in which the system can converge to a fixed point or maintain self-consistent periodic oscillations. This mechanism is clearly different from the traditional bistability induced by Rydberg interactions, which involves two steady states. Moreover, the Liouvillian spectral method, based on the quantum master equation, successfully captures the features of nonequilibrium phase transitions even in finite-dimensional systems, and the results accord well with those obtained from mean-field approximation in the thermodynamic limit.

Our work not only provides a theoretical explanation for recently observed oscillatory phenomena but also predicts novel bistable states and rich nonequilibrium phase structures. It further verifies the effectiveness of the Liouvillian spectroscopic method in studying quantum many-body systems, making significant contributions to understanding the microscopic mechanisms underlying nonequilibrium phase transitions.

Keywords: Rydberg atom, collective dissipation, non-equilibrium phase transition, Liouvillian gap

PACS: 32.80.Ee, 42.50.Nn, 05.70.Ln, 03.65.Yz

DOI: [10.7498/aps.74.20251237](https://doi.org/10.7498/aps.74.20251237)

CSTR: [32037.14.aps.74.20251237](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20251237)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12574553, 62275270), the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 2023JJ30626), the Science and Technology Innovation Program of Hunan Province, China (Grant No. 2025ZYJ001), and the Cornerstone Foundation of National University of Defense Technology, China (Grant No. JS24-01).

[†] Corresponding author. E-mail: ylzhou@nudt.edu.cn

集体耗散诱导下里德伯原子气体的非平衡相变

张亚鹏 郑宇杰 汤婧雯 施帅 周艳丽 刘伟涛

Nonequilibrium phase transitions of Rydberg atom gases under collective dissipation

ZHANG Yapeng ZHENG Yujie TANG Jingwen SHI Shuai ZHOU Yanli LIU Weitao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 223201 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20251237

CSTR: 32037.14.aps.74.20251237

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20251237>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

超级里德伯原子间的稳态关联集体激发与量子纠缠

Correlated collective excitation and quantum entanglement between two Rydberg superatoms in steady state

物理学报. 2023, 72(12): 124202 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222030>

里德伯原子幻零波长

Tune-out wavelengths of Rydberg atoms

物理学报. 2024, 73(13): 130701 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240397>

基于里德伯原子天线的低频电场波形测量

Measurement of low-frequency electric field waveform by Rydberg atom-based sensor

物理学报. 2024, 73(7): 070201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231778>

腔增强热里德伯原子光谱

Cavity-enhanced spectra of hot Rydberg atoms

物理学报. 2023, 72(8): 087801 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230039>

里德伯原子的射频脉冲响应特性

Response characteristics of radio frequency pulse of Rydberg atoms

物理学报. 2022, 71(20): 207402 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220972>

里德伯原子辅助光力系统的完美光力诱导透明及慢光效应

Perfect optomechanically induced transparency and slow light in an Rydberg atom-assisted optomechanical system

物理学报. 2023, 72(9): 094203 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222264>