

磁场作用下纳米流体自然对流的格子 Boltzmann 方法模拟*

隋鹏翔†

(首都师范大学初等教育学院, 北京 100048)

(2025 年 6 月 15 日收到; 2025 年 11 月 20 日收到修改稿)

基于格子玻尔兹曼方法 (lattice Boltzmann method, LBM) 对磁场作用下纳米流体的自然对流进行数值模拟, 系统研究了磁场强度、倾角、颗粒尺寸、颗粒体积分数及瑞利数等参数对热传递过程的影响. 结果表明, 在颗粒尺寸 $Kn_f = 10^{-1}$ 时, 无论处在以热传导还是热对流为主的区间, 传热效率均达到最大值, 表明存在最佳颗粒尺寸以兼顾热物性与黏度平衡. 在低瑞利数区域, 磁场对热传递效率的抑制作用较小, 而在高瑞利数区, 磁场增强了洛伦兹力对流体流动的抑制作用, 显著降低了热传递效率. 此外, 当磁场倾角为 $\pi/2$ 时, 洛伦兹力与浮升力同向协同作用, 导致腔内流动强度和传热效率均达到最大. 研究还发现, 瑞利数是影响流动强度和温度分布的关键参数, 增大瑞利数显著提升对流换热, 而颗粒体积分数对导热性的提升作用相对有限. 最后, 基于这些数值结果, 本文进一步构建了平均努塞尔数与关键无量纲参数之间的经验关联式, 定量揭示了各参数对传热性能的影响规律.

关键词: 磁场, 颗粒尺寸, 纳米流体, 自然对流, 格子玻尔兹曼方法

DOI: 10.7498/aps.75.20250770

CSTR: 32037.14.aps.75.20250770

1 引言

磁场作用下封闭腔体内的自然对流传热在微电子器件散热^[1]、太阳能集热^[2]、磁流体热疗^[3]等诸多工程与生物医学应用中具有重要的实际意义与广泛的研究价值. 外加磁场不仅能够通过洛伦兹力调控速度场和涡结构, 进而影响传热性能, 还能在纳米流体中引发颗粒链聚集、各向异性取向及相分离等微观变化, 这些变化反过来影响了纳米流体的热导率、电导率与黏性, 最终影响能量和动量的传输^[4]. 研究不同参数的相互作用及其复合效应, 不仅有助于揭示基础物理机制, 也对工程设计中的参数优化与外场控制具有重要意义. 目前, 关于纳米流体的电导率, 传统观点认为其仅与基液属性相关, 但实际情况表明, 纳米颗粒体积分数 ϕ_s 和颗粒

尺寸 d_s 对电导率有显著影响. 实验研究发现, 颗粒尺寸通过增强表面效应, 增大颗粒的比表面积, 从而增强了颗粒表面的电导性, 这在较小颗粒时尤为显著^[5-7]. 此外, 颗粒体积分数的增大也促进了电导率的提升, 且呈现近似线性关系^[8-10]. 为描述这一复杂现象, 经典有效介质理论 (如 Maxwell 模型^[11] 与 Bruggeman 模型^[12]) 以及大量基于实验数据拟合得出的经验关联式, 为理解稀悬浮体系的宏观输运性质提供了初步框架, 但这些模型通常基于稀相、球形颗粒与均匀分布等近似假设, 在颗粒尺度显著减小、体积分数升高或存在明显聚集/链连接结构时, 预测精度会显著下降^[13,14].

磁场作用下纳米流体的流动与热传递机制日益复杂, 数值模拟因其能够揭示流场与温度场的全场分布, 成为研究该问题的有效工具. 其中, 格子玻尔兹曼方法 (lattice Boltzmann method, LBM)

* 北京市教育委员会科技计划一般项目 (批准号: KM202410028009) 资助的课题.

† E-mail: pxsui@cmu.edu.cn

凭借其介观建模特性, 以及对复杂边界条件的友好处理能力和高效精确的数值性能, 已成为研究磁场耦合纳米流体自然对流的重要工具^[15,16]. Asha 等^[17] 基于 MRT-LBM 模拟了 CuO-水纳米流体在水平圆柱形环形腔内的自然对流, 结果表明随着哈特曼数从 0 增大到 40, 平均努塞尔数显著下降了约 25%, 阐明了磁场抑制效应. Molla 等^[18] 利用 LBM 研究椭圆形环腔内非牛顿磁纳米流体, 揭示了磁场方向与非牛顿特性对局部努塞尔数和流场结构的协同影响. Ebrahimi 等^[19] 利用 LBM 研究了倾斜梯形腔内 Al₂O₃-水纳米流体的混合对流特性, 证实了磁场角度调控对流换热效率的显著作用.

尽管磁场作用下纳米流体的对流换热已被广泛研究, 现有工作仍存在两个容易被忽视的环节. 一方面, 多数研究侧重于磁场强度与瑞利数等宏观参量的影响, 未将纳米颗粒尺寸作为一个独立且系统的控制变量加以量化和考察. 另一方面, 关于多参数协同作用下的内在机理仍缺乏定量解析和工程可用的表达式. 为此, 本文基于格子玻尔兹曼方法构建了一个系统性的研究框架. 在克努森数 $Kn_f \in [10^{-4}, 10^4]$, 瑞利数 $Ha_{f,L} \in [0, 10^2]$, 磁场倾角 $\gamma_B \in [0, \pi]$, 颗粒体积分数 $\phi_s \in [0, 10\%]$, 哈特曼数 $Ra_{f,L} \in [10^3, 10^6]$ 范围内, 研究了以克努森数表征的颗粒尺寸、磁场强度与倾角、颗粒体积分数以及瑞利数对平均努塞尔数、无量纲温度场与速度场的复合影响. 研究揭示了在给定磁场条件下存在使传热效率最大化的最优颗粒尺寸, 并给出了相应的物理机理. 同时, 发现磁场倾角通过改变洛伦兹力与浮升力的空间相对方向, 实现对流换热的主动控制. 最终, 将上述多参数耦合关系凝聚为一个预测性的关联式, 该关联式涵盖了克努森数 $Kn_{f,s}$ 、瑞利数 $Ra_{f,L}$ 、哈特曼数 $Ha_{f,L}$ 和磁场倾角 γ_B , 从而将零散的数值结果整合为具有工程参考价值的体系化研究成果, 为磁场作用下纳米流体换热系统的设计与参数选取提供理论依据.

2 问题描述

2.1 物理模型与数学控制方程

本文研究的磁场作用下纳米流体自然对流的物理模型如图 1 所示. 方腔的无量纲边界长度设为 $L = 1$, 其上下壁面为绝热且不可渗透边界, 左壁面维持较高温度 $T_h = 1$, 右壁面维持较低温度

$T_c = 0$. 流体在所有固体壁面均满足无滑移条件. 方腔内部充满直径为 d_s 的 Al₂O₃-水纳米流体, 在重力场作用下发生自然对流. 同时, 腔体受到强度为 B_0 的匀强磁场作用, 该磁场与水平方向的夹角为 γ_B . 假设方腔内的纳米流体为牛顿型不可压缩流体, 并采用标准的 Boussinesq 假设处理温度引起的密度变化. 流体的热物理性质恒定, 其参数列于表 1^[8,20].

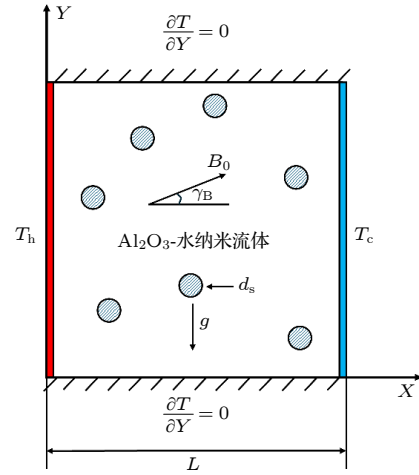


图 1 物理模型示意图

Fig. 1. Sketch of the physical model.

表 1 水和氧化铝纳米颗粒的热物理性质参数^[8,20]

Table 1. Thermophysical parameters of the water and Al₂O₃ nanoparticle^[8,20].

	$\rho/$ ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	$c_p/$ ($\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	$k/$ ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	$\sigma/$ ($\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$)
H ₂ O基液	997.1	4179	0.613	0.05
Al ₂ O ₃ 纳米颗粒	3970	765	40	10^{-12}

基于上述假设, 受外部磁场影响的纳米流体自然对流的微观动量和能量传递控制方程为^[21]

$$\rho_{\text{nf}} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu_{\text{nf}} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}_{Lz} + \mathbf{F}_g, \quad (1)$$

$$(\rho c_p)_{\text{nf}} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = k_{\text{nf}} \nabla^2 T + S_J. \quad (2)$$

(1) 式中右侧第 1 个无量纲外力项 \mathbf{F}_{Lz} 为洛伦兹力^[21]:

$$\mathbf{F}_{Lz} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \quad (3)$$

其中, \mathbf{B} 为磁场 ($\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-1}$), 根据欧姆定律, 电流可以表示为 $\mathbf{J} = \sigma_{\text{nf}} (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$. (1) 式中右侧第 2 个无量纲外力项 \mathbf{F}_g 为纳米流体的浮升力:

$$\mathbf{F}_g = (1 - \phi_s) \rho_f g \beta_f (T - T_0) \mathbf{e}_g, \quad (4)$$

式中 $T_0 = (T_h - T_c)/2$ 为系统平均温度, 下标 nf,

s 和 f 分别代表纳米流体、纳米颗粒和基液的物理量. (2) 式中的外能量项为焦耳热 [21]:

$$S_J = |\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}| / \sigma_{nf}. \quad (5)$$

(1) 式—(5) 式中, ρ_{nf} , $c_{p,nf}$, μ_{nf} , k_{nf} , σ_{nf} 分别是纳米流体有效密度、比热、动力黏度、导热系数和导电系数. 其中, ρ_{nf} 和 $c_{p,nf}$ 可以分别利用纳米颗粒和基液热物理性质, 以及纳米颗粒体积分数来定义 [13]:

$$\frac{\rho_{nf}}{\rho_f} = (1 - \phi_s) + \phi_s \frac{\rho_s}{\rho_f}, \quad (6)$$

$$\frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} = (1 - \phi_s) + \phi_s \frac{(\rho c_p)_s}{(\rho c_p)_f}. \quad (7)$$

针对纳米颗粒尺寸对于传热和流动的影响问题, Sui 等 [22,23] 利用固体相克努森数 ($Kn_s = \lambda_s/d_s$, 定义为固体颗粒平均自由程与颗粒尺寸的比值) 和液体相克努森数 ($Kn_f = \lambda_f/d$, 定义为液体分子平均自由程与颗粒尺寸的比值), 分别建立了新的纳米流体有效导热系数、导电系数和黏度系数经验公式为

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{3 + (k_s/k_f - 1) + 2\phi_s(k_s/k_f - 1)}{3 + (k_s/k_f - 1) - \phi_s(k_s/k_f - 1)},$$

$$\frac{k_b}{k_b} = \frac{1}{1 + C_1 Kn_s^{m_1}}, \quad (8)$$

$$\frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} = (1 - \phi_s) + \phi_s \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_b} \right) \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_f} \right),$$

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_b} = \frac{C_2}{C_3 (1 + C_4 Kn_s^{m_2})}, \quad (9)$$

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = (1 - \phi_s) + \phi_s (C_4 + C_5 \phi_s) \left(1 + \frac{1}{C_6 Kn_f^{m_3}} \right). \quad (10)$$

(8) 式中, k_b 则为纳米颗粒材料导热系数. 基于实验数据 [24] 得出经验系数为 $(C_1, m_1) = (4/3, 1)$. (9) 式中, σ_b 为颗粒材料导电系数, 同样基于实验数据 [5], 并通过相关性分析得出经验系数 $(C_2, C_3, C_4, m_2) = (2.5^6, 3.5 \times 10^4, -8, 1)$. (10) 式中的经验系数 $(C_4, C_5, C_6, m_3) = (1.25, 15, 1/0.15, 0.75)$ 则是根据 Al_2O_3 -水纳米流体有效黏度实验数据 [25] 相关性分析得出. 经验公式 (8) 式—(10) 式引入克努森数量化纳米颗粒尺寸对有效热导率、导电率和黏度的影响, 其经验系数基于特定 Al_2O_3 -水纳米流体的实验数据 [5,24,25] 拟合而来, 能够更精准地捕捉颗粒尺寸依赖的非线性效应. 然而, 该模型的普适性仍存在一定局限, 其系数尚未在其他纳

米流体体系中验证. 其次, 该模型未考虑颗粒聚集、界面层与磁场-颗粒耦合作用, 因此在高浓度或强磁场条件下可能出现预测偏差. 最后, 模型有效性依赖于原实验所覆盖的粒径范围 (10—50 nm), 当颗粒尺寸超出该区间时, 预测可靠性或将下降. 尽管如此, 与经典理论模型 [11,12,26-28] 和相关经验关联式 [6,29,30] 相比, 该模型对尺寸效应的预测与实验数据吻合更好, 因此更适用于本文参数区间内的有效物性预测.

基于无量纲介观长度尺度 ℓ 、速度尺度 $c = c_s/c_s^*$ 、时间尺度 $t = \ell/c$ 、温度尺度 $\Delta T = T_h - T_c$ 和磁场强度尺度 B_0 , (1) 式和 (2) 式所对应的介观尺度动量方程和能量传递方程分别为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* \\ &= -\nabla p^* + \left(\frac{Ma_\ell c_s^*}{\sqrt{Ra_{nf,\ell}/Pr_{nf}}} \right) \nabla^{*2} \mathbf{u}^* \\ &+ (Ma_\ell c_s^*) \left(\frac{Ha_{nf,\ell}^2}{\sqrt{Ra_{nf,\ell}/Pr_{nf}}} \right) (\mathbf{u}^* \times \mathbf{B}^* \times \mathbf{B}^*) \\ &- (Ma_\ell c_s^*)^2 (1 - \phi_s) T^*, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* T^* = \left(\frac{Ma_\ell c_s^*}{\sqrt{Ra_{nf,\ell} Pr_{nf}}} \right) \nabla^{*2} T^* \\ &+ \left(\frac{Ec_{nf,\ell} Ha_{nf,\ell}^2 \sqrt{Ra_{nf,\ell} Pr_{nf}}}{Ma_\ell c_s^*} \right) |\mathbf{u}^* \times \mathbf{B}^*|^2. \end{aligned} \quad (12)$$

上述式中所涉及的宏观和介观两种尺度, 基于纳米流体和基液的无量纲参数 (包括瑞利数、哈特曼数、埃克特数、马赫数以及普朗特数) 的转换关系如下:

$$\begin{aligned} Ra_{nf,\ell} &= \frac{g\beta_f(T_h - T_c)\ell^3}{\nu_{nf}\alpha_{nf}} = \left(\frac{\ell}{L} \right)^3 Ra_{nf,L} \\ &= \left(\frac{\ell}{L} \right)^3 Ra_{f,L} \left(\frac{\nu_f \alpha_f}{\nu_{nf} \alpha_{nf}} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} Ha_{nf,\ell} &= B_0 \ell \sqrt{\frac{\sigma_{nf}}{\mu_{nf}}} = \left(\frac{\ell}{L} \right) Ha_{nf,L} \\ &= \left(\frac{\ell}{L} \right) Ha_{nf,L} \sqrt{\frac{\sigma_{nf} \mu_f}{\sigma_f \mu_{nf}}}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} Ec_{nf,\ell} &= \frac{\mu_{nf}\alpha_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}(T_h - T_c)\ell^2} = \left(\frac{L}{\ell} \right)^2 Ec_{nf,L} \\ &= \left(\frac{L}{\ell} \right)^2 Ec_{f,L} \left(\frac{\mu_{nf} \alpha_{nf} (\rho c_p)_f}{\mu_f \alpha_f (\rho c_p)_{nf}} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

$$Ma_\ell = \frac{\sqrt{\rho\beta_f\Delta T\ell}}{c_s^*c} = Ma_L\sqrt{\frac{\ell}{L}}, \quad (16)$$

$$Pr_{nf} = \frac{\nu_{nf}}{\alpha_{nf}} = Pr_f \left(\frac{\nu_{nf}}{\nu_f} \frac{\alpha_f}{\alpha_{nf}} \right). \quad (17)$$

式中, 下标 ℓ 和 L 分别代表介观尺度和宏观尺度下的无量纲参数. 上述无量纲参数对应的取值范围分别为克努森数 $Kn_f \in [10^{-4}, 10^4]$, 该范围旨在完整覆盖纳米流体从连续介质区 ($Kn_s \leq 10^{-3}$)、滑移区 ($10^{-3} < Kn_f \leq 10^{-1}$)、过渡区 ($10^{-1} < Kn_f \leq 10^1$) 直至自由分子区 ($Kn_f > 10^1$) 的流动状态^[15]. 从而将传统宏观模型适用区与需考虑颗粒尺度效应及壁面滑移的介观区一并纳入研究框架. 哈特曼数 $Ha_{f,L} \in [0, 10^2]$, 其中 $Ha_{f,L} = 0$ 作为无磁场基准, 而上限 $Ha_{f,L} \leq 10^2$ 足以引入并增强磁致阻尼效应, 使磁场对自然对流产生从微弱到显著的抑制, 这与多数中等强度磁场的实验与数值研究条件相符^[13]. 磁场倾角 $\gamma_B \in [0, \pi]$, 完整覆盖磁场方向的所有可能性, 便于考察洛伦兹力与浮升力相对方向对流场与换热的调控作用. 瑞利数 $Ra_{f,L} \in [10^3, 10^6]$, 此范围确保了腔内流动形态覆盖从导热主导到充分发展为对流主导的阶段. 颗粒体积分数 $\phi_s \in [0, 10\%]$, 下限 0% 为纯基液对照, 而上限 10% 为多数实验可稳定制备且不易出现严重团聚的常用上限, 从而兼顾物理可实现性与工程参考价值.

图 1 模型所显示的速度和温度无量纲边界条件分别为

$$\mathbf{u}^* = 0, x^* = 0, L_x^*; \quad \mathbf{u}^* = 0, y^* = 0, L_y^*, \quad (18)$$

$$T^* = 1, x^* = 0; \quad T^* = 0, x^* = L_x^*;$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0, y^* = 0, L_y^*. \quad (19)$$

2.2 数值计算方法

本文采用的无量纲格子玻尔兹曼模型速度 (f^*) 和温度 (g^*) 演化方程如下^[22]:

$$\begin{aligned} & f_i^*(\mathbf{x}^* + \mathbf{c}_i^*, t^* + 1) \\ &= f_i^*(\mathbf{x}^*, t^*) - \frac{1}{\tau_f^*} (f_i^*(\mathbf{x}^*, t^*) - f_i^{\text{eq}*}(\mathbf{x}^*, t^*)) \\ &+ w_i Ma_\ell c_i^* \left(\frac{Ha_{e,\ell}^2}{\sqrt{Ra_{nf,\ell}/Pr_{nf}}} \right) \left(\frac{\mathbf{u}^* \times \mathbf{B}^* \times \mathbf{B}^*}{c_s^*} \right) \\ &- w_i Ma_\ell^2 c_i^* (1 - \phi_s) T^*, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & g_i^*(\mathbf{x}^* + \mathbf{c}_i^*, t^* + 1) \\ &= g_i^*(\mathbf{x}^*, t^*) - \frac{1}{\tau_g^*} (g_i^*(\mathbf{x}^*, t^*) - g_i^{\text{eq}*}(\mathbf{x}^*, t^*)) \\ &+ w_i Ec_{nf,\ell} \left(\frac{Ha_{nf,\ell}^2 \sqrt{Ra_{nf,\ell} Pr_{nf}}}{Ma_\ell c_s^*} \right) |\mathbf{u}^* \times \mathbf{B}^*|^2. \end{aligned} \quad (21)$$

上述式中, w_i 和 c_i^* 是基于格子玻尔兹曼 D2-Q9 模型的权重因子和无量纲离散格子速度, τ_f^* 和 τ_g^* 分别是速度场和温度场无量纲松弛时间, 并分别可以表示为

$$\tau_f^* = \frac{Ma_\ell}{c_s^* \sqrt{Ra_{nf,\ell}/Pr_{nf}}} + \frac{1}{2}; \quad \tau_g^* = \frac{Ma_\ell}{c_s^* \sqrt{Ra_{nf,\ell} Pr_{nf}}} + \frac{1}{2}. \quad (22)$$

$f_i^{\text{eq}*}$ 和 $g_i^{\text{eq}*}$ 则是处于平衡状态的速度场和温度分布函数:

$$f_i^{\text{eq}*} = w_i \rho^* \zeta(\mathbf{c}_i^*, \mathbf{u}^*), \quad g_i^{\text{eq}*} = w_i T^* \zeta(\mathbf{c}_i^*, \mathbf{u}^*). \quad (23)$$

方程 $\zeta(\mathbf{c}_i^*, \mathbf{u}^*)$ 基于 Bhatnager-Gross-Krook 模型^[31]:

$$\begin{aligned} \zeta(\mathbf{c}_i^*, \mathbf{u}^*) &= \left[1 + \left(\frac{\mathbf{c}_i^* \cdot \mathbf{u}^*}{c_s^{*2}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{c}_i^* \cdot \mathbf{u}^*}{c_s^{*2}} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*}{c_s^{*2}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

方腔无滑移反弹边界条件表示为

$$f_i^* = f_{i\text{od}}^*, \quad (25)$$

下标 od 代表相反的运动方向. 方腔顶部和底部的绝热壁面温度分布函数为

$$g_{a,\text{wall}}^* = g_{a,\text{wall}-1}^*, \quad (26)$$

其中下标 wall-1 代表最靠近绝热壁的网格层. 而方腔左右两侧壁面的恒定温度分布函数则表示为

$$g_i^* = T_{\text{wall}}^* (w_i + w_{i\text{od}}) - g_{i\text{od}}^*. \quad (27)$$

纳米流体的体积平均密度、温度和速度分别表示为

$$\rho^* = \sum_i f_i^*; \quad T^* = \sum_i g_i^*; \quad \mathbf{u}^* = \sum_i \frac{f_i^* \mathbf{c}_i^*}{\rho^*}. \quad (28)$$

方腔加热壁面基于纳米流体有效导热系数的宏观平均努塞尔数定义为

$$Nu_{m,nf} = \left(\frac{L}{\ell} \right) \frac{\int_0^{L_y^*} \left| \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right| dy^*}{\int_0^{L_y^*} dy^*}, \quad x^* = 0, L_x^*. \quad (29)$$

为了描述热壁面处热通量的绝对值, 基于基液导热系数的平均努塞尔数定义为

$$Nu_{m,f} = (k_{nf}/k_f) Nu_{m,nf}. \quad (30)$$

3 网格选择和程序验证

首先, 为验证程序计算网格的可靠性, 在外加匀强磁场条件下选取 50×50 , 100×100 , 200×200 , 250×250 , 300×300 五种不同网格, 对纳米流体的自然对流传热进行数值模拟. 所有计算均保持磁场强度 $Ha_{f,L} = 10^1$ 、磁场倾斜角度 $\gamma_B = 0$ 、颗粒尺寸 $Kn_f = 10^1$ 和颗粒体积分数 $\phi_s = 6\%$ 不变, 计算不同网格数下平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 的变化规律. 如表 2 所示, 在低 $Ra_{f,L}$ 范围, 各网格计算所得 $Nu_{m,f}$ 数值差别不大. 而在高 $Ra_{f,L} = 10^6$ 范围, 200×200 与 300×300 网格得到的 $Nu_{m,f}$ 最大偏差也仅约 1.02%. 这表明 200×200 网格在保证结果精度的前提下兼顾了计算效率, 因此本文后续模拟采用该网格规模. 此外, 为了验证所用数值方法的可靠性与准确性, 对外部匀强磁场作用下腔内纳米流体自然对流传热进行了模拟, 并将所得 $Nu_{m,f}$ 与文献 [32,33] 中的数值结果进行对比. 由图 2 可见, 本文计算结果与文献 [32,33] 中的模拟情况具有良好一致性, 从而验证了本文计算程序和模型设定在描述磁场作用下纳米流体自然对流的可靠性和准确性.

表 2 不同网格数下平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 比较
Table 2. Comparison of $Nu_{m,f}$ with different mesh grids.

	50×50	100×100	200×200	250×250	300×300
$Ra_{f,L} = 10^3$	1.225	1.204	1.194	1.192	1.191
$Ra_{f,L} = 10^4$	2.132	1.932	1.707	1.634	1.610
$Ra_{f,L} = 10^5$	4.981	4.847	4.638	4.602	4.587
$Ra_{f,L} = 10^6$	9.701	9.968	9.890	9.829	9.792

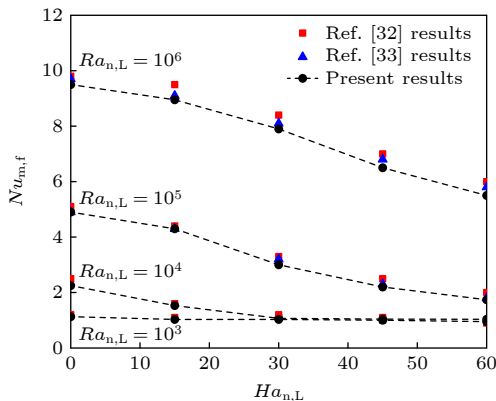


图 2 热壁面平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 与文献 [32, 33] 数值结果对比

Fig. 2. Comparison of mean Nusselt number $Nu_{m,f}$ along the heated wall obtained by present study and other numerical results of Refs. [32, 33].

4 纳米流体流动传热的影响因素

4.1 颗粒尺寸

为研究纳米颗粒尺寸对高温壁面温度梯度的影响, 图 3 展示了固定颗粒体积分数 ($\phi_s = 0.06$)、不同磁场强度 ($0 \leq Ha_{f,L} \leq 10^2$) 及不同瑞利数 ($10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$) 条件下, 基于纳米流体有效导热系数的平均努塞尔数 $Nu_{m,nf}$ 随颗粒尺寸 ($10^{-4} \leq Kn_f \leq 10^4$) 的变化关系. 如图 3 显示, $Nu_{m,nf}$ 对 Kn_f 的响应受 $Ra_{f,L}$ 驱动的浮升对流增强与 $Ha_{f,L}$ 产生的洛伦兹力 F_{Lz} 抑制的共同作用, 决定了热壁面温度梯度变化. 在较低瑞利数 $Ra_{f,L} = 10^3$ 的条件下 (图 3(a)), 当 $Kn_f \leq 10^{-3}$ 时, $Nu_{m,nf}$ 曲线基本重合且变化微弱, 表明颗粒尺寸对热传导主导的弱对流影响甚微. 无磁场下的 $Nu_{m,nf}$ (黑色曲线) 明显高于其他有磁场曲线, 说明即便在弱对流区, F_{Lz} 也能强烈抑制传热效率. $Ra_{f,L} \leq 10^4$ 时 (图 3(b)), 纳米流体流动平缓, 颗粒尺寸变化引起的热传导性能波动不足以显著影响传热效率, 故初始阶段 $Nu_{m,nf}$ 随 Kn_f 增大无明显变化, 传热机制由传导过渡为对流. 如图 3(c), (d), 随着 $Ra_{f,L}$ 从 10^5 升至 10^6 , 浮升驱动的对流逐渐增强, 当颗粒尺寸处于 $10^{-2} \leq Kn_f \leq 10^1$ 的范围时, 有效导热系数 k_{nf} 和导电系数 σ_{nf} 随着颗粒尺寸的减小而增大, 同时较小颗粒尺寸意味着较低的运动黏度, 显著增强了对流强度, 使 $Nu_{m,nf}$ 随 Kn_f 增大而急剧上升, 并在 $Kn_f = 10^1$ 时达到最大值. 此结果与 Kumar 等 [34] 的实验结果一致. Kn_f 继续增大时, 颗粒对流与导热贡献趋于饱和, 且 F_{Lz} 对微小颗粒阻尼减弱, 热量传递方式趋于稳定, $Nu_{m,nf}$ 曲线平缓. 值得注意的是, 高瑞利数 $Ra_{f,L} = 10^6$ 时 (图 3(d)), $30 \leq Ha_{f,L} \leq 10^2$ 下 $Nu_{m,nf}$ 随 Kn_f 从 10^{-4} 增至 10^{-3} 而小幅减小, 这可能是强对流主导时, 较大的颗粒尺寸 (即较小 Kn_f) 因高黏度及较强的 F_{Lz} 阻尼抑制了对流循环, 导致传热效率下降. 总体而言, $Nu_{m,nf}$ 随 $Ra_{f,L}$ 的增大而增大, 且随着 $Ha_{f,L}$ 的增加而降低, 而颗粒尺寸在浮升力与洛伦兹力的协同作用下, 调节了对流与导热的相对贡献, 从而决定了传热效率的最优颗粒尺度.

为更清晰阐述纳米颗粒尺寸对高温壁面热通量的影响, 图 4 显示了在固定颗粒体积分数 ($\phi_s = 0.06$) 和不同磁场强度 ($0 \leq Ha_{f,L} \leq 10^2$) 以及不同瑞利数 ($10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$) 的条件下, 基于基液热导系数

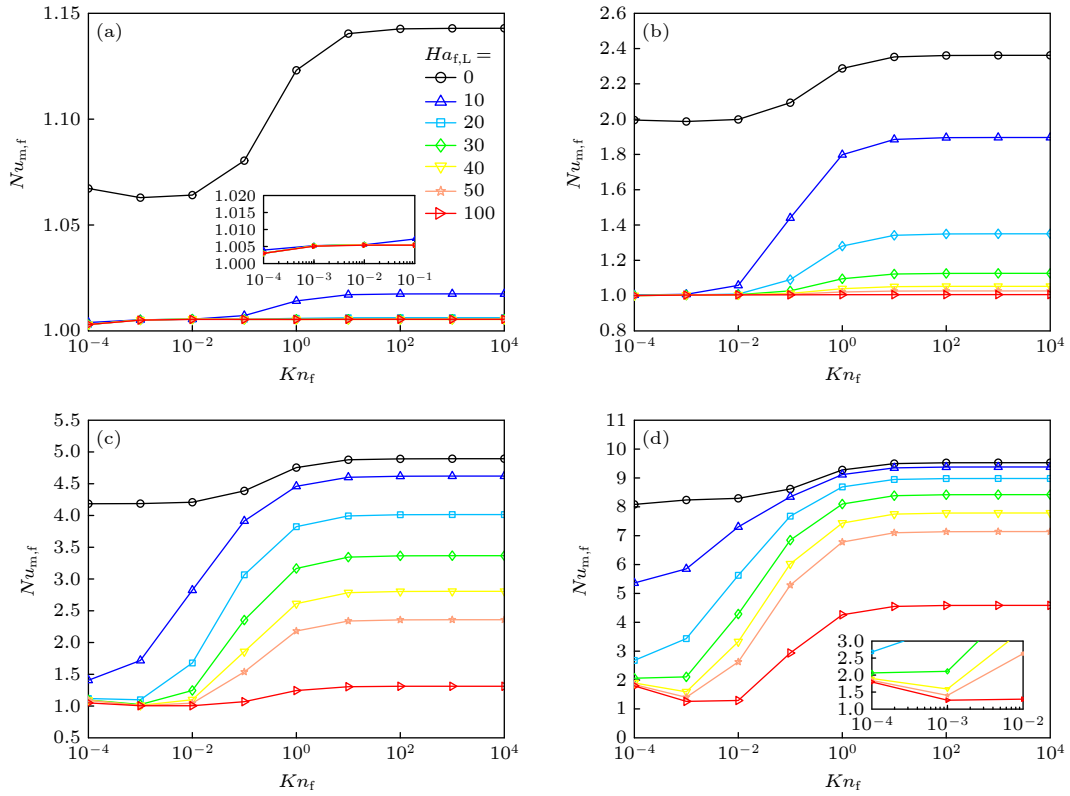


图3 在固定颗粒体积分数 $\phi_s = 6\%$ 和磁场倾斜角度 $\gamma_B = 0$, 以及不同磁场强度 $0 \leq Ha_{f,L} \leq 10^2$ 和瑞利数 $10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$ 条件下, 基于有效导热系数的平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 与克努森数 Kn_f 关系 (a) $Ra_{f,L} = 10^3$; (b) $Ra_{f,L} = 10^4$; (c) $Ra_{f,L} = 10^5$; (d) $Ra_{f,L} = 10^6$

Fig. 3. The effective thermal conductivity based mean Nusselt number $Nu_{m,f}$ versus Knudsen number Kn_f with different Hartmann number $0 \leq Ha_{f,L} \leq 10^2$ and Rayleigh number $10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$ with fixed volume fraction $\phi_s = 6\%$ and magnetic field tilted angle $\gamma_B = 0$: (a) $Ra_{f,L} = 10^3$; (b) $Ra_{f,L} = 10^4$; (c) $Ra_{f,L} = 10^5$; (d) $Ra_{f,L} = 10^6$.

的平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 随颗粒尺寸 ($10^{-4} \leq Kn_f \leq 10^4$) 的变化规律. 总体而言, $Nu_{m,f}$ 随 $Ra_{f,L}$ 增大显著上升, 随 $Ha_{f,L}$ 增强呈现不同程度降低. 如图 4(a) 所示, 低瑞利数 $Ra_{f,L} = 10^3$ 时, 尽管磁场强度变化较大, $Nu_{m,f}$ 曲线基本重合, 表明热传导为主的对流弱区磁场影响有限. 当 $Ra_{f,L}$ 从 10^4 增至 10^6 (图 4(b)—(d)), 颗粒尺寸作用凸显. $10^{-4} \leq Kn_f \leq 10^1$ 范围内, 随着颗粒尺寸减小 (即 Kn_f 增大) 凭借更高有效导热系数 k_{nf} 和导电系数 σ_{nf} 改善热传导效率, 同时更强焦耳热和较低运动黏度加速腔内循环, 促使 $Nu_{m,f}$ 快速上升. 然而, 当颗粒尺寸进一步减小 ($10^1 < Kn_f \leq 10^2$), 固液界面的增大使 F_{Lz} 对流动的抑制与黏性耗散上升联合作用, 导致 $Nu_{m,f}$ 在 $10^1 < Kn_f \leq 10^2$ 区间出现轻微下降.

综合图 3 与图 4 可见, $Kn_f \leq 10^{-2}$ 时, 较大颗粒主要通过提升有效导热系数增强传热, 对流贡献有限. 在 $10^{-2} \leq Kn_f \leq 10^1$ 区间, 显著降低运动黏度并增强微观扰动, 提升流动强度, 协同促进对流

主导传热. 当 $Kn_f \geq 10^1$ 时, 过小颗粒因固液界面激增导致洛伦兹力 F_{Lz} 耗散流体动能, 使 $Nu_{m,f}$ 增长停滞. 此外, 不同磁场强度和瑞利数下, $Nu_{m,f}$ 和 $Nu_{m,f}$ 最大值均出现在 $Kn_{f,s} = 10^1$, 这说明无论是导热主导还是对流主导区间, 均存在最佳颗粒尺寸以平衡传热增强、黏度影响与磁阻尼抑制, 最大化整体换热效率.

图 5 展示了固定瑞利数 $Ra_{f,L} = 10^6$ 、磁场强度 $Ha_{f,L} = 10^1$ 和颗粒体积分数 $\phi_s = 0.06$ 的条件下, 不同颗粒尺寸 $10^{-4} \leq Kn_f \leq 10^4$ 对无量纲等温线场 T^* 和无量纲流线场 S^* 的影响. 如图 5(a), (b) 所示, 在较低克努森数 $Kn_f = 10^{-4}$ 和 10^{-3} 情况下, 等温线稍弯曲但大体接近垂直分布, 腔中心形成顺时针垂直扁平椭圆涡流, 表明高瑞利数下低 Kn_f 仍使传热以导热为主, 腔内流动相对平稳. 随着 Kn_f 增加到 10^{-2} (图 5(c)), 增强的浮升力促进腔内流动, 等温线开始倾斜扭曲, 椭圆形涡流涡心向对角移动, 表明传热方式由导热向对流过渡. 当 Kn_f 从

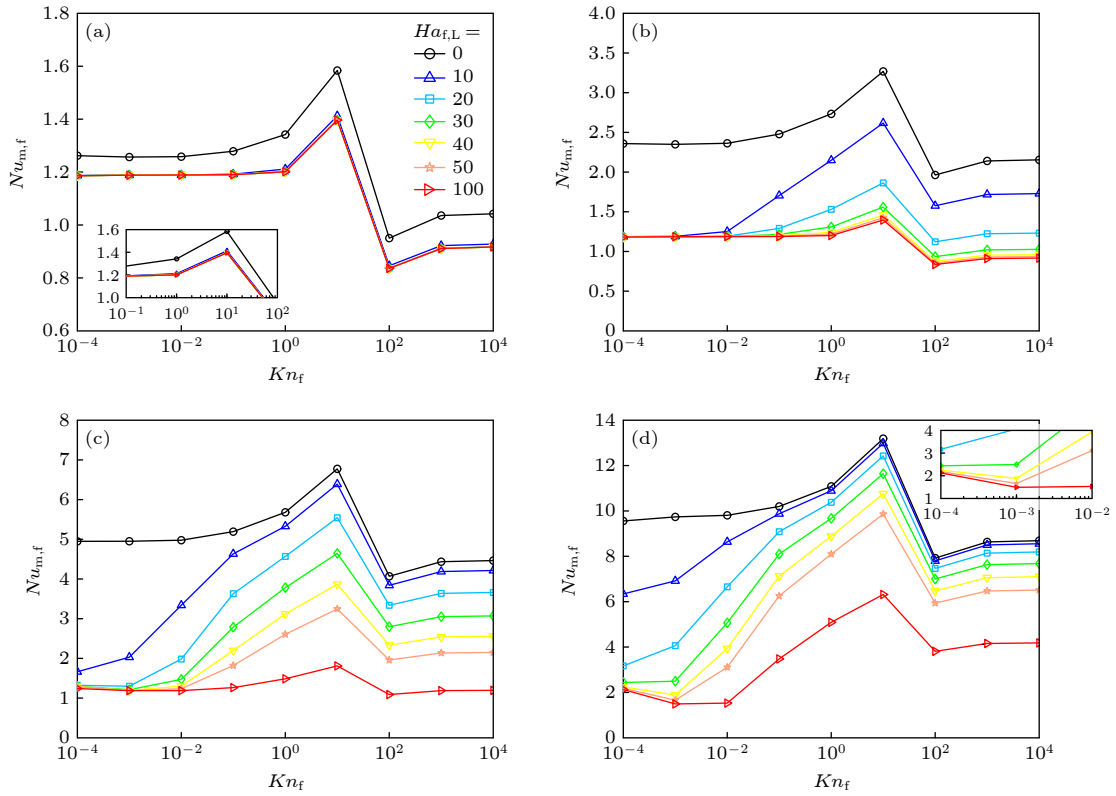


图 4 在固定颗粒体积分数 $\phi_s = 6\%$ 和磁场倾斜角度 $\gamma_B = 0$, 以及不同磁场强度 $0 \leq Ha_{f,L} \leq 10^2$ 和瑞利数 $10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$ 条件下, 基于基液导热系数的平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 与克努森数 Kn_f 关系 (a) $Ra_{f,L} = 10^3$; (b) $Ra_{f,L} = 10^4$; (c) $Ra_{f,L} = 10^5$; (d) $Ra_{f,L} = 10^6$

Fig. 4. The fluid thermal conductivity based mean Nusselt number $Nu_{m,f}$ Knudsen number Kn_f with different Hartmann number $0 \leq Ha_{f,L} \leq 10^2$ and Rayleigh number $10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$ with fixed volume fraction $\phi_s = 6\%$ and magnetic field tilted angle $\gamma_B = 0$: (a) $Ra_{f,L} = 10^3$; (b) $Ra_{f,L} = 10^4$; (c) $Ra_{f,L} = 10^5$; (d) $Ra_{f,L} = 10^6$.

10^{-2} 增至 10^0 , 图 5(c)–(e) 显示等温线由竖直渐转水平, 加热壁面处热边界层显著变薄, 流线显示腔中心流动沿水平方向拉长, 表明流动强度提升, 传热以热对流主导. 图 5(f) 展示了当 $Kn_f = 10^1$ 时, 等温线与顶部和底部壁面平行, 两侧竖直壁面附近形成最薄热边界层, 表明温度梯度与对流强度达峰值 (即最大的 $Nu_{m,f}$ 数值). 随后在高 Kn_f 区间 $10^2 \leq Kn_f \leq 10^4$ 时 (图 5(g), (h)), 等温线和流线分布场几乎相同, 表明 $Nu_{m,f}$ 几乎保持不变, 这也与图 3 和图 4 所示情况一致. 总体而言, 腔内传热效率和流动强度随纳米颗粒尺寸减小 (即 Kn_f 的增大) 而增大, 浮升力与焦耳热共同加强腔内循环与热交换, 促使传热由导热主导向对流主导转变, 最佳传热性能出现在 $Kn_f = 10^1$.

4.2 磁场强度

磁场强度也是影响纳米流体流动和传热的重要因素之一, 图 6 展示了固定颗粒尺寸 ($Kn_f = 10^1$)、

颗粒体积分数 ($\phi_s = 0.06$) 和不同瑞利数 ($10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$) 的条件下, 基于基液导热系数的平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 随磁场强度 ($0 \leq Ha_{f,L} \leq 50$) 的变化关系. 如图 6 所示, $Nu_{m,f}$ 对磁场强度 $Ha_{f,L}$ 的响应依赖于瑞利数 $Ra_{f,L}$ 驱动的浮升强度. 在导热主导的区间 (即 $Ra_{f,L} = 10^3$), 即便磁场强度逐步增大, F_{Lz} 与 F_g 相对比值较小, 腔内循环微弱, $Nu_{m,f}$ 曲线平坦. 随着 $Ra_{f,L}$ 从 10^4 提升至 10^6 , 浮升驱动的对流增强, F_{Lz} 产生显著阻尼抗衡纵向 F_g , 导致流体循环减弱、热边界层增厚, $Nu_{m,f}$ 随 $Ha_{f,L}$ 增大持续减小, 且减幅随 $Ra_{f,L}$ 增大.

图 7 展示了固定颗粒尺寸 $Kn_f = 10^1$ 、瑞利数 $Ra_{f,L} = 10^6$ 和颗粒体积分数 $\phi_s = 0.06$ 下, 不同磁场强度 $0 \leq Ha_{f,L} \leq 2 \times 10^2$ 对无量纲等温线场 T^* 和无量纲流线场 S^* 的调控. $Ha_{f,L} = 0$ 时 (图 7(a)), 腔内等温线呈水平分布, 且在侧壁附近密集聚拢. 同时, 强浮升力驱动形成近壁薄边界层和两个对称小型涡流, 进一步使得两侧的边界层非常薄, 这也

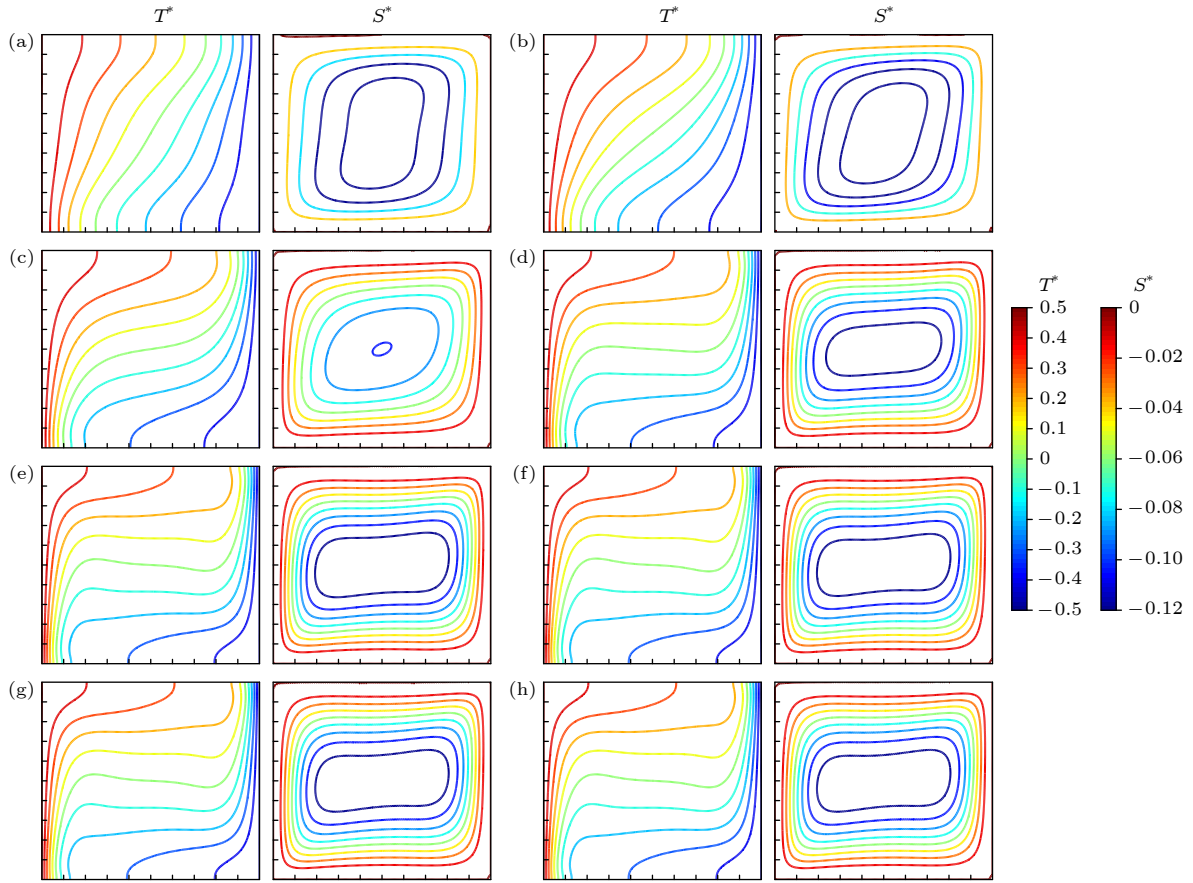


图 5 在固定磁场强度 $Ha_{f,L} = 10^1$ 、磁场倾斜角度 $\gamma_B = 0$ 、瑞利数 $Ra_{f,L} = 10^6$ 和颗粒体积分数 $\phi_s = 6\%$ 的条件下, 不同克努森数的无量纲温度场等温线分布图 (T^*) 和速度场流线分布图 (S^*) (a) $Kn_f = 10^{-4}$; (b) $Kn_f = 10^{-3}$; (c) $Kn_f = 10^{-2}$; (d) $Kn_f = 10^{-1}$; (e) $Kn_f = 10^0$; (f) $Kn_f = 10^1$; (g) $Kn_f = 10^2$; (h) $Kn_f = 10^4$

Fig. 5. Dimensionless isotherms (T^*) and streamlines (S^*) for different Knudsen number with fixed Hartmann number $Ha_{f,L} = 10^1$, magnetic field tilted angle $\gamma_B = 0$, Rayleigh number $Ra_{f,L} = 10^6$, and volume fraction $\phi_s = 6\%$: (a) $Kn_f = 10^{-4}$; (b) $Kn_f = 10^{-3}$; (c) $Kn_f = 10^{-2}$; (d) $Kn_f = 10^{-1}$; (e) $Kn_f = 10^0$; (f) $Kn_f = 10^1$; (g) $Kn_f = 10^2$; (h) $Kn_f = 10^4$.

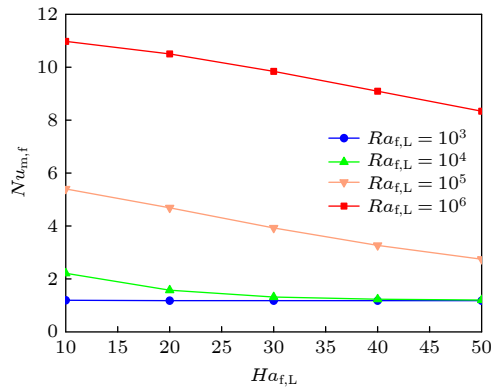


图 6 在固定颗粒尺寸 $Kn_f = 10^1$ 、磁场倾斜角度 $\gamma_B = 0$ 和颗粒体积分数 $\phi_s = 6\%$ 条件下, 瑞利数 $10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$ 时, 平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 与磁场强度 $Ha_{f,L}$ 的关系

Fig. 6. The variation of mean Nusselt number $Nu_{m,f}$ versus Hartmann number for different Rayleigh number $10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$ with fixed nanoparticle size $Kn_f = 10^1$, magnetic field tilted angle $\gamma_B = 0$, and volume fraction $\phi_s = 6\%$.

说明腔内传热方式以热对流为主, 且流动强烈. 随着 $Ha_{f,L}$ 从 10 增至 50 (图 7(b)–(f)), 等温线仍以水平为主但弯曲度下降, 热边界层略增厚. 两小涡融合为横向顺时针大涡, 反映增强的 F_{Lz} 削弱对流强度, 抑制流动强度和对流换热. 当 $Ha_{f,L} = 10^2$ 时, 等温线由水平向垂直过渡, 中央水平涡流向竖直方向延伸, 腔内同时存在对流和导热现象. 随着 $Ha_{f,L}$ 进一步增至 2×10^2 , 等温线近竖直分布且间距恒定. 这是由于 F_{Lz} 随 $Ha_{f,L}$ 增大增强, 与向上 F_g 反向, 使对流涡流拉伸转向垂直, 流动显著减弱, 标志传热方式由热对流主导过渡为导热主导. 由以上现象可见, 弱磁场 ($Ha_{f,L} \leq 10$) 时, F_{Lz} 主要抑制近壁区流动 (降低边界层最大流速), 对核心涡流影响有限, 故 $Nu_{m,f}$ 降幅小于 10%. 当 $10 \leq Ha_{f,L} \leq 50$ 时, 磁场强度适中, F_{Lz} 与 F_g 正交抗衡使水平涡流拉伸为竖直椭圆. 强磁场 ($Ha_{f,L} \geq 100$) 时, 增

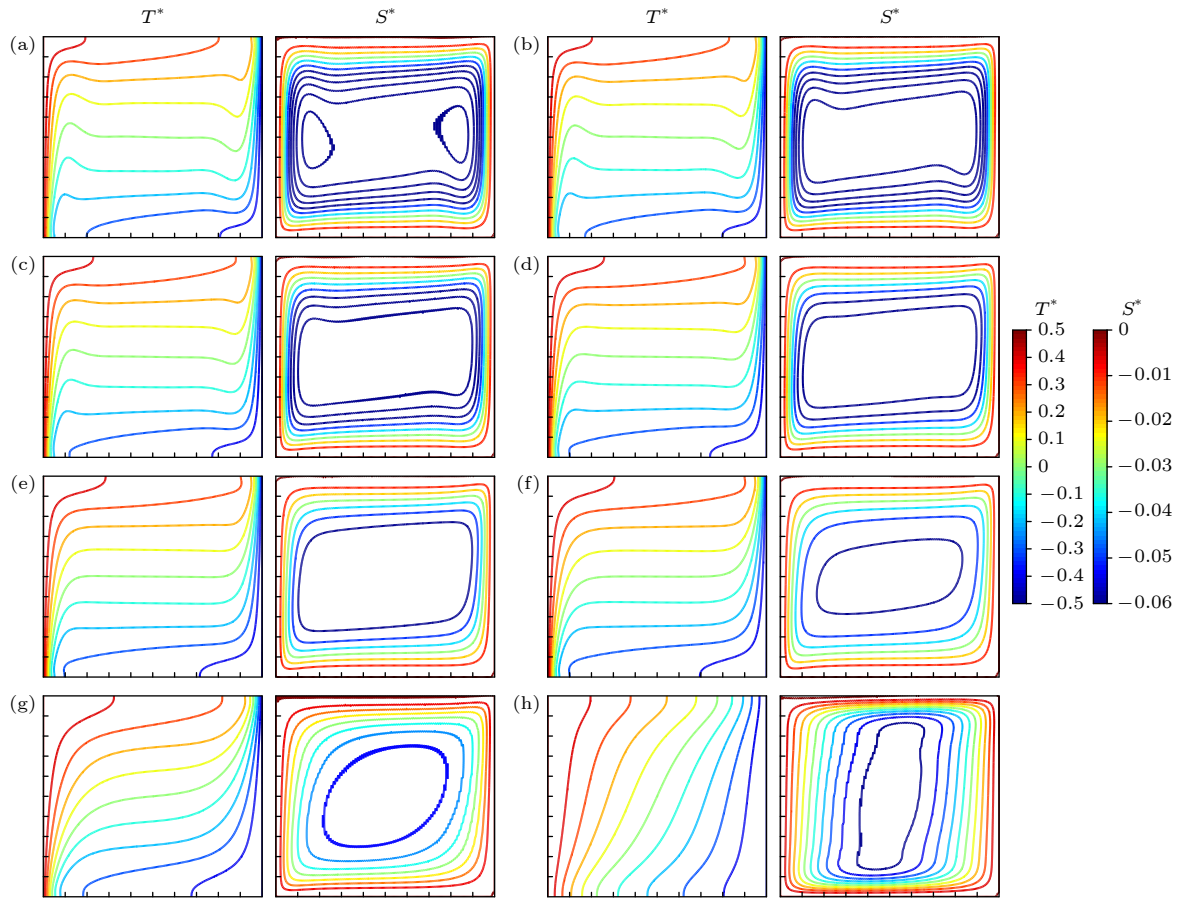


图 7 在固定颗粒尺寸 $Kn_f = 10^1$ 、磁场倾斜角度 $\gamma_B = 0$ 、瑞利数 $Ra_{f,L} = 10^6$ 和颗粒体积分数 $\phi_s = 6\%$ 的条件下, 不同磁场强度的无量纲温度场等温线分布图 (T^*) 和速度场流线分布图 (S^*) (a) $Ha_{f,L} = 0$; (b) $Ha_{f,L} = 10$; (c) $Ha_{f,L} = 20$; (d) $Ha_{f,L} = 30$; (e) $Ha_{f,L} = 40$; (f) $Ha_{f,L} = 50$; (g) $Ha_{f,L} = 100$; (h) $Ha_{f,L} = 200$

Fig. 7. Dimensionless isotherms (T^*) and streamlines (S^*) for different Hartmann number with fixed Knudsen number $Kn_f = 10^1$, magnetic field tilted angle $\gamma_B = 0$, Rayleigh number $Ra_{f,L} = 10^6$, and volume fraction $\phi_s = 6\%$: (a) $Ha_{f,L} = 0$; (b) $Ha_{f,L} = 10$; (c) $Ha_{f,L} = 20$; (d) $Ha_{f,L} = 30$; (e) $Ha_{f,L} = 40$; (f) $Ha_{f,L} = 50$; (g) $Ha_{f,L} = 100$; (h) $Ha_{f,L} = 200$.

强的 F_{Lz} 完全压制对流, 等温线垂直化标志着传热回归导热模式. 这些现象与现有的数值模拟和实验研究结果一致, Zhang 等^[35] 和 Kargarsharifabad 等^[36] 研究表明, 磁场强度显著影响了洛伦兹力与浮升力之间的耦合作用, 并调控了流体的传热方式和涡流结构, 进一步决定了整体传热效.

4.3 磁场角度

为研究磁场角度对纳米流体传热的影响, 定义外加磁场与水平面的夹角为 γ_B . 表 3 展示了固定颗粒尺寸 $Kn_f = 10^1$ 、磁场强度 $Ha_{f,L}$ 和颗粒体积分数 $\phi_s = 0.06$ 条件下, 基于基液热导系数的平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 随磁场角度 ($\pi/6 \leq \gamma_B \leq \pi$) 和瑞利数 ($10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$) 的变化规律. 无论瑞利数高低, $Nu_{m,f}$ 均在磁场角度 γ_B 从 $\pi/6$ 增至 $\pi/2$ 时上升, 在 γ_B 增至 π 时回落, 最大值均出现在 $\gamma_B = \pi/2$

. 当磁场角度处于 $\pi/6 \leq \gamma_B < \pi/2$ 区间, 此时洛伦兹力 F_{Lz} 可分解为垂直和水平分量, 其垂直分量与浮升力 F_g 存在夹角, 减轻了对 F_g 的抑制, 同时水平分量可能影响流动结构, 综合导致传热效率提升. 当 $\gamma_B = \pi/2$, F_{Lz} 方向与 F_g 完全一致, 相当于增强了浮升效应, 显著促进纳米流体流动强度和对流换热, 使 $Nu_{m,f}$ 达到峰值. 当磁场角度处于 $\pi/2 < \gamma_B \leq \pi$ 时, F_{Lz} 的垂直分量逐渐与 F_g 反向, 抑制浮升力并削弱对流, 导致传热效率降低. 此外, 在导热主导的低 $Ra_{f,L}$ 区间, 浮升力 F_g 较弱, F_{Lz} 分量方向对微弱流动影响有限, 故 $Nu_{m,f}$ 变化较小. 而在高 $Ra_{f,L}$ 区间, 强浮升力驱动显著对流, F_{Lz} 垂直分量对浮升力的抑制或增强作用被放大, 导致 $Nu_{m,f}$ 随 γ_B 变化更为显著. 例如, $Ra_{f,L} = 10^6$ 时, $\gamma_B = \pi/2$ 对应的 $Nu_{m,f}$ 最大值比 $\gamma_B = \pi$ 时的最小值高 37.03%.

表 3 不同瑞利数下平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 随磁场倾角变化的比较

Table 3. Comparison of $Nu_{m,f}$ with magnetic field tilted angle under different Rayleigh numbers.

γ_B	$Ra_{f,L} = 10^3$	$Ra_{f,L} = 10^4$	$Ra_{f,L} = 10^5$	$Ra_{f,L} = 10^6$
$\pi/6$	1.005	1.005	1.305	4.995
$\pi/3$	1.005	1.005	1.410	5.848
$\pi/2$	1.005	1.006	1.412	6.220
$2\pi/3$	1.005	1.006	1.311	5.210
$5\pi/6$	1.005	1.006	1.303	4.550
1π	1.005	1.005	1.299	4.539

图 8 展示了固定颗粒尺寸 $Kn_f = 10^1$ 、瑞利数 $Ra_{f,L} = 10^6$ 、颗粒体积分数 $\phi_s = 0.06$ 和磁场强度 $Ha_{f,L} = 10^2$ 条件下, 不同磁场角度 $\pi/6 \leq \gamma_B \leq \pi$ 对于无量纲等温线场 T^* 和无量纲流线场 S^* 的影响. 当 $\gamma_B = \pi/6$ 时 (图 8(a)), F_{Lz} 的斜向作用与 F_g 耦合, 形成沿对角线偏移的椭圆涡流. 等温线未完全水平, 热边界层较厚, 反映对流受一定抑制. 当 γ_B

增至 $\pi/3$ (图 8(b)), 随 γ_B 增大, F_{Lz} 垂直分量抑制减弱, 水平分量增强剪切效应, 使涡流向对角线移动、形状拉长扭曲, 腔中央流线密集. 中央等温线间距变窄, 表明流动强度与传热效率增强. $\gamma_B = \pi/2$ 时, F_{Lz} 与 F_g 同向协同极大强化浮升效应, 图 8(c) 的流场显示扁平大涡分裂为两个靠近侧壁的小涡流. 温度场显示最薄热边界层, 中央等温线显著弯曲且密集, 表明温度梯度和流动扰动最强, 与表 2 的 $Nu_{m,f}$ 峰值对应. 随着 γ_B 继续增至 π , F_{Lz} 垂直分量逐渐反向抑制 F_g , 如图 8(d)–(f) 所示, 导致涡流结构回归单涡并由扁长趋于圆形, 等温线曲率及密度减弱, 腔内流动强度和传热效率随 γ_B 增大而持续降低. 图 8 的流场、温度场演变及表 2 数据表明, 磁场倾角 γ_B 通过调节洛伦兹力 F_{Lz} 相对于浮升力 F_g 的垂直分量方向 (同向增强或反向抑制) 和水平分量 (影响剪切与涡流形态), 实现了对浮升驱动和磁阻尼机制的协同调控, 从而精确控制腔内流动状态与换热效率.

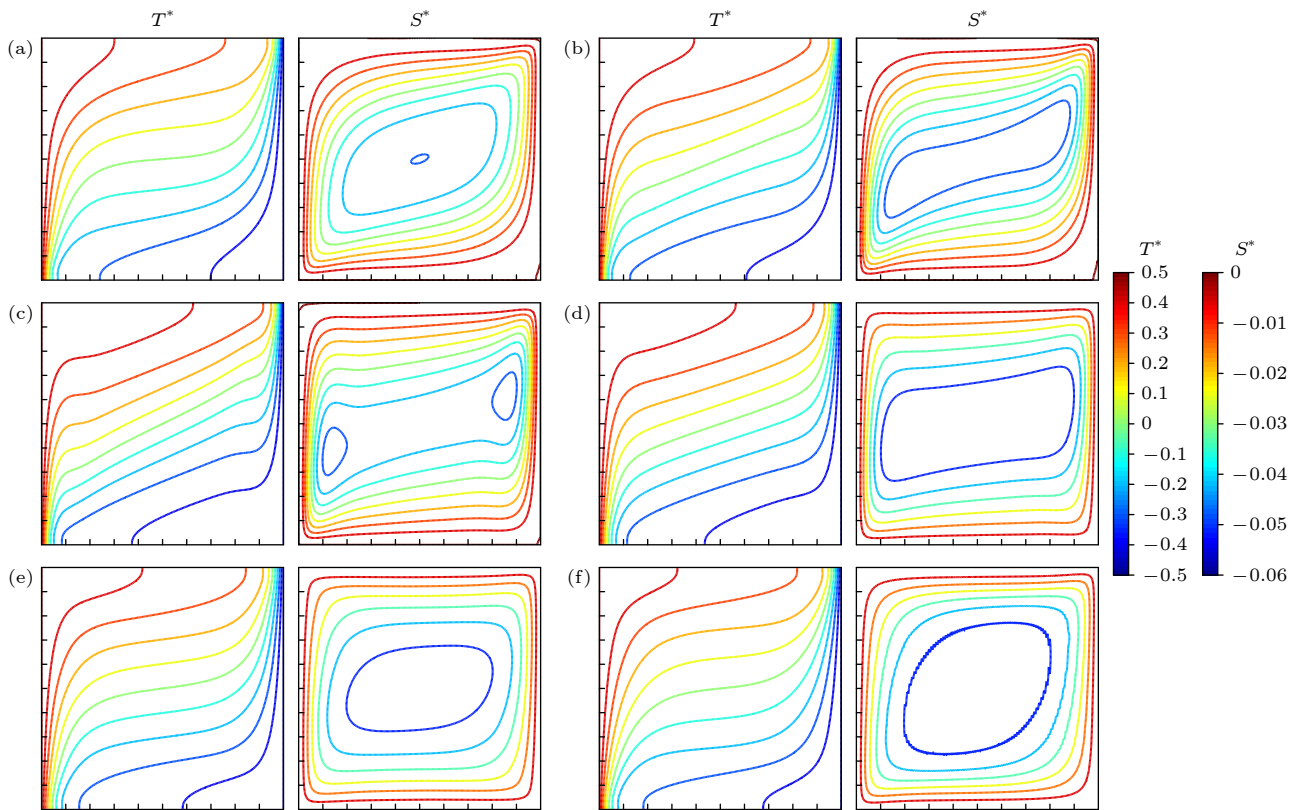


图 8 在固定磁场强度 $Ha_{f,L} = 10^2$ 、颗粒尺寸 $Kn_f = 10^1$ 、瑞利数 $Ra_{f,L} = 10^6$ 和颗粒体积分数 $\phi_s = 6\%$ 的条件下, 不同磁场倾斜角度的无量纲温度场等温线分布图 (T^*) 和速度场流线分布图 (S^*) (a) $\gamma_B = \pi/6$; (b) $\gamma_B = \pi/3$; (c) $\gamma_B = \pi/2$; (d) $\gamma_B = 2\pi/3$; (e) $\gamma_B = 5\pi/6$; (f) $\gamma_B = \pi$

Fig. 8. Dimensionless isotherms (T^*) and streamlines (S^*) for different tilt angle with fixed Hartmann number $Ha_{f,L} = 10^1$, Knudsen number $Kn_f = 10^1$, Rayleigh number $Ra_{f,L} = 10^6$, and volume dfracion $\phi_s = 6\%$: (a) $\gamma_B = \pi/6$; (b) $\gamma_B = \pi/3$; (c) $\gamma_B = \pi/2$; (d) $\gamma_B = 2\pi/3$; (e) $\gamma_B = 5\pi/6$; (f) $\gamma_B = \pi$.

4.4 瑞利数和颗粒体积分数的影响

图9描述了固定颗粒尺寸 $Kn_f = 10^1$ 、磁场强度 $Ha_{f,L} = 50$ 和磁场角度 $\gamma_B = 0$ 的条件下, 不同瑞利数 $10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$ 和颗粒体积分数 $0 \leq \phi_s \leq 0.1$ 对热壁面处平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 的联合影响. 图中可见, 不同的 ϕ_s 下, $Nu_{m,f}$ 均随 $Ra_{f,L}$ 增大而上升. 更重要的是, 随着 $Ra_{f,L}$ 从 10^3 增至 10^6 , $Nu_{m,f}$ 曲线斜率显著增大, 反映了浮力增强驱动腔内流动由热传导主导向热对流主导转变, 流动强度与壁面温度梯度加剧, 大幅提升传热效率, 凸显瑞利数对热对流的显著驱动作用. 同时, 固定 $Ra_{f,L}$ 条件下, $Nu_{m,f}$ 也随 ϕ_s 增大而逐步增大, 这源于高导热性纳米颗粒提升了纳米流体的有效导热系数 k_{nf} . 但相较于 $Ra_{f,L}$, ϕ_s 对 $Nu_{m,f}$ 的提升幅度有限.

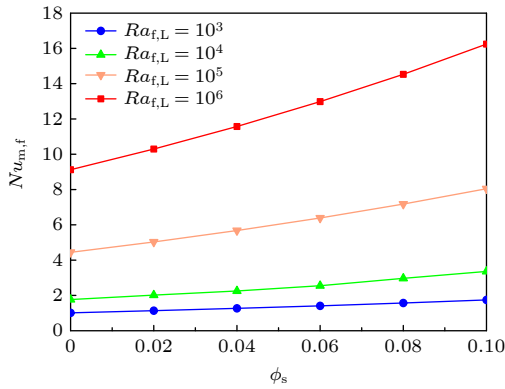


图9 在固定颗粒尺寸 $Kn_f = 10^1$ 、磁场倾斜角度 $\gamma_B = 0$ 和磁场强度 $Ha_{f,L} = 10^1$ 的条件下, 平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 与颗粒体积分数和瑞利数关系

Fig. 9. The variation of mean Nusselt number $Nu_{m,f}$ versus volume fraction for different Rayleigh number with fixed nanoparticle size $Kn_f = 10^1$, tilt angle $\gamma_B = 0$, and Hartmann number $Ha_{f,L} = 10^1$.

前述研究系统揭示了颗粒尺寸、磁场强度和方向以及瑞利数对纳米流体传热的影响规律. 为更全面地量化这些关键参数的综合效应, 并建立实用的预测工具, 参考 Ho 等^[37] 提出的平均努塞尔数经验关系形式, 结合广泛数值结果, 拟合得到适用于克努森数 $10^{-6} \leq Kn_f \leq 10^4$ 、瑞利数 $10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$ 、哈特曼数 $0 \leq Ha_{f,L} \leq 10^2$ 和磁场角度 $\pi/6 \leq \gamma_B \leq \pi$ 范围的平均努塞尔数经验关系式:

$$Nu_{m,f} = 0.4473 Kn_f^{0.02} Ha_{f,L}^{-0.265} Ra_{f,L}^{0.24} \gamma_B^{-0.02}. \quad (31)$$

该式的平均相对误差为 15.3%, 在覆盖如此广泛的无量纲参数区间内, 此预测精度具有合理性. 仅考

虑 $Ra_{f,L}$ 和 ϕ_s 的经验式, 本关系式显著拓展了适用范围, 能够同时表征颗粒尺寸效应、磁场强度和方向等关键参数对纳米流体传热性能的影响, 因而在实际工程应用中具有更广泛的适用性和参考价值.

5 结论

本文利用格子玻尔兹曼方法针对磁场作用下的纳米流体自然对流传热进行了数值模拟研究, 分析了不同磁场强度 ($10^{-6} \leq Ha_{f,L} \leq 10^4$)、磁场倾角 ($0 \leq \gamma_B \leq \pi$)、颗粒尺寸 ($10^{-6} \leq Kn_f \leq 10^4$)、颗粒体积分数 ($0 \leq \phi_s \leq 0.1$) 以及瑞利数 ($10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$) 等多重因素对纳米流体传热传质的影响. 基于不同条件所对应的平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 和无量纲温度场 T^* 和流线场 S^* , 分析并归纳纳米流体最大传热效率所对应的最优无量纲参数, 其主要结论如下.

1) 存在最优纳米颗粒尺寸以最大化换热性能. 研究发现在 $Ra_{f,L}$ 参数范围内, 基于有效导热系数计算的平均努塞尔数 ($Nu_{m,f}$) 均在 $Kn_f = 10^1$ 时取得最大值. 这表明存在一个最优的纳米颗粒尺寸, 能够在增强流体热物性与避免黏度急剧增大之间取得最佳平衡, 从而在磁场影响下实现最强的对流和导热协同效应.

2) 磁场对换热的抑制效应强烈依赖于流动强度. 在低 $Ra_{f,L}$ (热传导主导) 区间, 磁场的影响微弱. 而在高 $Ra_{f,L}$ (热对流主导) 区间, 洛伦兹力 (F_{Lz}) 会显著对抗浮升力 (F_g), 抑制流动强度, 导致 $Nu_{m,f}$ 显著下降, 且该抑制效应随 $Ra_{f,L}$ 和 $Ha_{f,L}$ 的增大而增强. 此外, 磁场倾角通过改变洛伦兹力与浮升力的空间相对取向, 有效调控腔内流态与换热. 当 $\gamma_B = \pi/2$ 时, 二者方向一致, 流动最为剧烈, 对应的 $Nu_{m,f}$ 达到最大值.

3) 磁场倾角通过改变洛伦兹力 F_{Lz} 和浮升力 F_g 空间上的相对位置, 有效调节浮升驱动与磁阻尼的相互作用, 从而控制腔内流动状态与换热效率. 不同磁场倾斜角度所对应的 $Nu_{m,f}$ 的最大值均出现在 $\gamma_B = \pi/2$, 此时 F_{Lz} 与 F_g 呈相同运动方向, 流动加剧, 增加传热效率.

4) 基于数值模拟结果, 建立了平均努塞尔数 $Nu_{m,f}$ 与克努森数 Kn_f 、瑞利数 $Ra_{f,L}$ 、哈特曼数 $Ha_{f,L}$ 和磁场角度 γ_B 之间的关联式, 该关系式在参数范围内具有良好适用性.

参考文献

- [1] Adil A, Farrukh A, Hassan F, Jamil F, Khiadani M, Saeed S, Farukh F, Ali H M 2024 *J. Therm. Anal. Calorim.* **149** 9001
- [2] Mehrez Z, Maaoui W, Najjari M 2024 *Energy Convers. Manage.* **307** 118353
- [3] Kim J, Wang J, Kim H, Bae S 2021 *Sci. Rep.* **11** 733
- [4] Sui P X 2025 *Chin. J. Eng.* **47** 2012 (in Chinese) [隋鹏翔 2025 工程科学学报 **47** 2012]
- [5] Sarojini K G K, Manoja S V, Singha P K, Pradeep T, Das S K 2013 *Colloids Surf. A Phys. Eng. Asp.* **417** 39
- [6] Konakanchi H, Vajjha R, Misra D, Das D 2011 *J. Nanosci. Nanotechnol.* **11** 6788
- [7] Zawrah M F, Khatlab R M, Girgis L G, Daidamony H, Abdel A R E 2016 *HBRC J.* **12** 227
- [8] Ganguly S, Sikdar S, Basu S 2009 *Power Technol.* **196** 326
- [9] Minea A A 2013 *Curr. Nanosci.* **9** 81
- [10] Zakaria I, Mohamed W A N W, Azmi W H, Mamat A M I, Mamat R, Daud W R W 2018 *Int. J. Heat Mass Transfer* **119** 460
- [11] Maxwell J C 1982 *A Treatise of Electricity and Magnetism* (Vol. 2) (London: Oxford University Press) pp173–215
- [12] Bruggeman D A G 1935 *Ann. Phys.* **416** 636
- [13] Selim M M, El-Safty S, Tounsi A, Shenashen M 2023 *Alex. Eng. J.* **76** 75
- [14] Marin C N, Fannin P C, Malaescu I 2024 *Magnetochemistry* **10** 88
- [15] Sui P X 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 234702 (in Chinese) [隋鹏翔 2024 物理学报 **73** 234702]
- [16] Zhang B H, Zheng L 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 164401 (in Chinese) [张贝豪, 郑林 2020 物理学报 **69** 164401]
- [17] Asha N E J, Nag P, Akhter M N, Molla M M 2023 *Int. J. of Thermofluids* **18** 100345
- [18] Molla M M, Hossain A, Islam M M 2024 *Int. J. of Thermofluids* **24** 100865
- [19] Ebrahimi N, Ashtiani H A D A, Toghraie D 2023 *Eng. Anal. Bound. Elem.* **152** 194
- [20] Hwang K S, Lee J H, Jang S P 2007 *Int. J. Heat Mass Transfer* **50** 4003
- [21] Sheikholeslami M, Rokni H B 2017 *Int. J. Heat Mass Transfer* **115** 1203
- [22] Sui P, Su Y, Sun L 2024 *ASME J. Heat Mass Transfer* **146** 011401
- [23] Sui P, Su Y, Sin V, Davidson J H 2022 *Int. J. Heat Mass Transfer* **187** 122541
- [24] Hua Y C, Cao B Y 2016 *Int. J. Heat Mass Transfer* **92** 995
- [25] Nguyen C T, Desgranges F, Galanis N, Roy G, Mare T, Boucher S, Minsta H A 2008 *Int. J. Therm. Sci.* **47** 103
- [26] Garnett J C M 1904 *Trans. Royal. Soc.* **203** 385
- [27] Brinkman H C 1952 *J. Chem. Phys.* **20** 571
- [28] Batchelor G 1977 *J. Fluid Mech.* **83** 97
- [29] Patel H E, Sundararajan T, Das S K 2010 *J. Nanoparticle Res.* **12** 1015
- [30] Nguyen C T, Desgranges F, Roy G, Galanis N, Mare T, Boucher S, Mints H A 2007 *Int. J. Heat Fluid Flow* **28** 1492
- [31] Tarokh A, Mohamad A, Jiang L 2013 *Numer. Heat Transfer, Part A* **63** 159
- [32] Ghasemi B, Aminossadati S M, Raisi A 2011 *Int. J. Therm. Sci.* **50** 1748
- [33] Teamah M A, El-Maghlany W M 2012 *Int. J. Therm. Sci.* **58** 130
- [34] Kumar P, Poonia H, Ali L, Areekara S 2022 *Case Stud. Therm. Eng.* **37** 102247
- [35] Zhang X, Zhang Y 2021 *Int. J. Therm. Sci.* **164** 106897
- [36] Kargarsharifabad H 2020 *Int. Commun. Heat Mass Transfer* **119** 104957
- [37] Ho C J, Chen M W, Li Z W 2008 *Int. J. Heat Mass Transfer* **51** 4506

Numerical simulation of natural convection in nanofluids under magnetic field by lattice Boltzmann method*

SUI Pengxiang[†]

(College of Elementary Education, Capital Normal University, Beijing 100048, China)

(Received 15 June 2025; revised manuscript received 20 November 2025)

Abstract

The lattice Boltzmann method is used to simulate natural convection of nanofluids in a square enclosure under action of a magnetic field. In this study, the effects of key parameters, such as magnetic field strength, tilt angle, nanoparticle size, nanoparticle volume fraction, and Rayleigh number, on heat transfer and fluid flow behaviors are systematically investigated. A parametric study is conducted over a wide range of Hartmann numbers ($10^{-6} \leq Ha_{f,L} \leq 10^4$), magnetic field inclination angles ($0 \leq \gamma_B \leq \pi$), nanoparticle sizes ($10^{-6} \leq Kn_f \leq 10^4$), nanoparticle volume fractions ($10^{-2} \leq \varphi_s \leq 10^{-1}$), and Rayleigh numbers ($10^3 \leq Ra_{f,L} \leq 10^6$). The results show that when the particle size is $Kn_f = 10^{-1}$, the heat transfer efficiency reaches its maximum value regardless of whether heat conduction or convection dominates, indicating the existence of an optimal particle size that balances thermal properties and viscosity. In the conduction-dominated regime with low Rayleigh number, variation in magnetic field strength exerts little effect on heat transfer. However, in the convection-dominated regime with high Rayleigh number, stronger magnetic field enhances the Lorentz force, which suppresses buoyancy driven flow and reduces heat transfer. This study also demonstrates that the magnetic field tilt angle significantly affects the interaction between the buoyancy force and the Lorentz force. At a tilt angle of $\pi/2$, where these forces are in the same direction, resulting in the maximum fluid flow intensity and heat transfer efficiency. Furthermore, the Rayleigh number is identified as a dominant factor in heat transfer, specifically, as Rayleigh number increases, convective heat transfer is significantly improved. The influence of nanoparticle volume fraction on thermal conductivity is less significant, resulting in only slight improvement. Finally, in this study an empirical correlation for the mean Nusselt number as a function of key dimensionless parameters is obtained, quantitatively revealing the influence of various factors on heat transfer performance in nanofluids.

Keywords: magnetic field, nanoparticle size, nanofluids, natural convection, lattice Boltzmann method

DOI: [10.7498/aps.75.20250770](https://doi.org/10.7498/aps.75.20250770)

CSTR: [32037.14.aps.75.20250770](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20250770)

* Project supported by the Scientific Research Project of Beijing Education Committee, China (Grant No. KM202410028009).

[†] E-mail: pxsui@cnu.edu.cn



磁场作用下纳米流体自然对流的格子Boltzmann方法模拟

隋鹏翔

Numerical simulation of natural convection in nanofluids under magnetic field by lattice Boltzmann method
SUI Pengxiang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 041001 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20250770

CSTR: 32037.14.aps.75.20250770

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20250770>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

颗粒尺寸对纳米流体自然对流模式影响的格子Boltzmann方法模拟

Lattice Boltzmann method simulated effect of nanoparticle size on natural convection patterns of nanofluids

物理学报. 2024, 73(23): 234702 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241332>

基于能量守恒耗散粒子动力学方法的自然对流模拟改进研究

Improvement of natural convection simulation based on energy conservation dissipative particle dynamics

物理学报. 2023, 72(18): 180203 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230495>

直通道内两相流动的格子玻尔兹曼方法模拟

Lattice Boltzmann method simulation of two-phase flow in horizontal channel

物理学报. 2023, 72(8): 084701 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222421>

锥形Janus颗粒强化纳米流体导热特性的模拟

Simulation study on thermal conductivity of conical Janus particles reinforced nanofluids

物理学报. 2025, 74(19): 194701 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250759>

基于羟基化Janus碳纳米管的纳米流体导热特性

Thermal conductivity of nanofluids based on hydroxylated Janus carbon nanotubes

物理学报. 2025, 74(6): 064701 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241657>

基于元胞自动机-格子玻尔兹曼模型的枝晶碰撞行为模拟

Simulation of dendrite collision behavior based on cellular automata-lattice Boltzmann model

物理学报. 2021, 70(23): 238101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211292>