

具有非互易相互作用的布朗粒子驱动不对称齿轮*

王艳 李佳健 艾保全†

(华南师范大学物理学院, 广州 510006)

(2025 年 8 月 29 日收到; 2025 年 9 月 30 日收到修改稿)

本文通过朗之万动力学模拟研究了具有非互易相互作用的布朗粒子对不对称齿轮的驱动. 结果表明, 即便在没有自推进活性的情况下, 非互易相互作用所产生的净力仍可作为一种有效的非平衡驱动力, 驱动不对称齿轮发生可控的定向旋转. 该系统展现出丰富的非平衡动力学行为: 齿轮的旋转方向不仅受其自身结构不对称性调控, 还可通过改变粒子的填充分数实现反转. 此外, 齿轮的角速度随粒子非互易强度的增强而增大, 并随温度及粒子填充分数呈现非单调变化关系, 在一定参数区间内存在使齿轮角速度达到最大的最优条件. 这些发现为微纳尺度下的定向输运与控制提供了新思路.

关键词: 布朗粒子, 齿轮, 非互易相互作用, 定向输运**DOI:** 10.7498/aps.75.20251168**CSTR:** 32037.14.aps.75.20251168

1 引言

整流是非平衡态统计力学中的一个经典问题, 其核心在于如何通过对称破缺机制, 把微观的无序涨落转化为宏观的定向输运^[1-10]. 实现该过程需同时满足两个基本条件: 1) 存在非平衡驱动力, 使系统脱离热力学平衡; 2) 系统具有对称性破缺, 以选择输运方向. 常见的对称破缺方法包括引入不对称几何结构, 例如锯齿形势阱^[11,12]、漏斗阵列^[13,14]和大型被动旋转齿轮结构^[15]等. 其中齿轮结构已在几项游泳细菌实验^[16-18]以及齿轮与小型机器人交互的实验^[19]中得到证实. 在非平衡驱动力方面, 早期研究多依赖于外部周期力^[20]或温度梯度^[21]等宏观驱动方式, 而近年来则更多关注由内部驱动或自推进机制主导的活性物质系统^[22-25]. 然而, 这些传统模型往往依赖复杂的外部能量输入或精密操控, 限制了其实际应用范围.

近年来, 非互易相互作用作为一种新型非平衡

机制引起了学界重视. 与常规相互作用不同, 非互易系统允许相互作用力不满足牛顿第三定律 ($\mathbf{F}_{ij} \neq -\mathbf{F}_{ji}$). 具体而言即是当介观粒子的非互易相互作用受非平衡环境调控时^[26-33], 其作用力-反作用力对称性被打破. 这种不对称性产生于环境相对于粒子运动时, 或当粒子系统由不同种类组成且与环境相互作用处于非平衡状态时. 自然界中, 这种特性从微观尺度的细菌之间的拮抗相互作用^[34-37]到宏观尺度的动物集体行为^[38,39], 以及在人类社会中^[40-42]皆有体现. 在人工系统中, 利用流体介导的流体动力学相互作用^[43], 磁性微盘可按需打破作用力-反作用力的互易性. 非互易性在优化量子电池^[44]充电动态方面展现潜力, 通过在充电过程中引入基于储层工程的非互易性机制, 可以实现从量子充电器到电池的定向能量流, 从而导致能量存储大幅增加. 特别的是, 时间依赖的非互易相互作用可诱发持续主动运动^[45], 类似于传统活性粒子模型所展现的模式, 这表明在齿轮系统中非互易相互作用的应用潜力有待挖掘. 其中, 能否利

* 国家自然科学基金 (批准号: 12075090, 12475036) 和广东省自然科学基金 (批准号: 2024A1515012575) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: aibq@scnu.edu.cn

用具有非互易作用的布朗粒子驱动齿轮定向转动就是一个有趣的问题.

为解决上述问题, 本文通过朗之万动力学数值模拟研究了二维周期性边界条件下非互易布朗粒子驱动齿轮定向转动的行为, 分析了非互易强度、温度和粒子密度等参数对齿轮角速度的协同调控机制. 研究发现, 非互易相互作用产生的净力可以替代传统的主动驱动方式, 与几何不对称性协同实现可控的齿轮定向旋转. 值得注意的是, 改变粒子填充密度, 齿轮旋转可能出现反转行为. 此外, 我们还确定了使齿轮旋转最快的最佳参数.

2 模型与方法

本研究模型的物理图像与 Angelani 等 [15] 展示的细菌驱动齿轮实验类似, 但其驱动机制不同. 如图 1(a) 所示, 研究了一个包含 N_p 个布朗粒子的二元混合体系, 其中 A 型 (蓝色圆盘) 和 B 型 (红色圆盘) 粒子的数量比例为 65%:35%. 该体系在具有周期性边界条件的二维盒子内运动, 盒子的大小为 $L \times L$. 盒子中心固定有一个齿轮结构, 由 N_g 个相对位置固定的粒子组成, 其可绕中心 O 自由顺时针或逆时针旋转, 其边长分别为 $l_1 = 10$ 和 $l_2 = 6$, 两边长的夹角为 $\alpha = \pi/6$. 值得注意的是, 齿轮粒子属于 A 型粒子. 系统中所有粒子具有相同的半径 $a = 1$, 且粒子间的相互作用是非互易的.

非互易性广泛存在于生命系统与自然系统中, 近年来在跨尺度合成材料的结构设计与动力学调控中展现出重要应用价值. 本研究基于文献 [33] 提出的非互易相互作用范式, 通过可连续调控的非互易参数实现相互作用强度的动态调制. 如 Chiu 和 Omar [33] 所述, 布朗粒子 i 受到粒子 j 的成对作用

力 $\mathbf{F}_{ij}(\mathbf{r})$ 可表述为如下形式:

$$\mathbf{F}_{ij}(\mathbf{r}) = \mathbf{F}_{ij}^C(\mathbf{r}) \times \begin{cases} 1 - g(r), & ij \in AB, \\ 1 + g(r), & ij \in BA, \\ 1, & ij \in AA \text{ or } BB, \end{cases} \quad (1)$$

式中, 符号 $ij \in AB$ 代表一对相互作用粒子 (i, j) 中的粒子 i 为 A 型, 粒子 j 为 B 型. $\mathbf{F}_{ij}^C$ 是保守力, 满足牛顿第三定律 $\mathbf{F}_{ij}^C + \mathbf{F}_{ji}^C = 0$. 保守力 $\mathbf{F}_{ij}^C = -\nabla U$ 由经修正的截断 Lennard-Jones 势函数 [46] 导出:

$$U(r) = \begin{cases} 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 + C_{\text{shift}} \right], & r \leq 2.5\sigma, \\ 0, & r > 2.5\sigma. \end{cases} \quad (2)$$

其中, 常数 $\epsilon = 1$ 为相互作用势强度, $\sigma = 2$ 为粒子直径. 本文选取如下位移系数以确保势函数在 $r = 2.5\sigma$ 处保持连续性:

$$C_{\text{shift}} = (2/5)^6 - (2/5)^{12}.$$

同种粒子间的相互作用完全遵循互易原则 ($\mathbf{F}_{ij} = \mathbf{F}_{ji}^C$), 而不同粒子相互作用则同时包含互易分量 $\mathbf{F}_{ij}^R = \mathbf{F}_{ij}^C$ 和非互易分量 $\mathbf{F}_{ij}^{NR} = \pm g(r) \times \mathbf{F}_{ij}^C$, 函数 $g(r)$ 是非互易因子. 值得注意的是, 这种相互作用会产生违反牛顿第三定律的净作用力, 其数学表述为

$$\mathbf{F}_{ij} + \mathbf{F}_{ji} = 2\mathbf{F}_{ij}^{NR} = 2\Delta \mathbf{F}_{ij}^C.$$

由于粒子排列会随时间随机波动, 这种净力同样呈现随机性特征, 其持续的主动运动模式与传统活性粒子模型中观察到的现象相似 [47]. 因此, 源自非互易相互作用的净力可作为非平衡驱动力.

对于 $g(r)$, 我们采用阶跃非互易函数的形式, 定义如下:

$$g(r) = \begin{cases} \Delta, & r \geq d_{\text{rec}}, \\ 0, & r < d_{\text{rec}}, \end{cases} \quad (3)$$

式中, Δ 表示非互易强度, d_{rec} 是互易距离. 在粒子

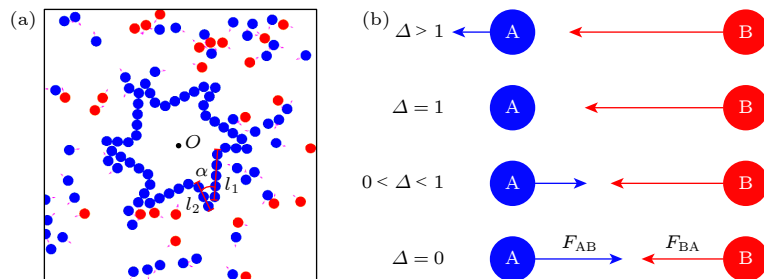


图 1 粒子-齿轮模型示意图以及非互易相互作用示意图 (a) 在具有周期性边界条件的二维箱中, 由非互易粒子 (红色和蓝色圆盘) 驱动的齿轮示意图; (b) 粒子 A 与 B 在不同 Δ 值下的成对非互易相互作用示意图

Fig. 1. Schematic of the particle-gear model and illustration of non-reciprocal interactions: (a) Schematic of a gear driven by non-reciprocal particles (red disks or blue disks) in a two-dimensional box with periodic boundary conditions; (b) illustration of pairwise non-reciprocal interactions between particle A and B for different Δ .

间距 $r < d_{\text{rec}}$ 时, 粒子对之间呈现严格的互易排斥作用. 在吸引与排斥分量中同时考虑非互易性并不会对结果产生质性差异, 简便起见, 设置 $d_{\text{rec}} = 2^{1/6}\sigma$ 仅使吸引分量具有非互易性 (即非互易作用范围为 $2^{1/6}\sigma \leq r \leq 2.5\sigma$). 图 1(b) 展示了不同种类粒子间的成对非互易相互作用关系. 当 $\Delta = 0$ 时, 体系不存在净作用力. 在 $0 < \Delta < 1$ 内, 各类粒子虽承受大小可变的相互作用力, 但这些力始终保持相互反向的特性. 而当 $\Delta > 1$ 时, 非互易效应将导致反向作用力不再相互抵消: 施加排斥 (吸引) 力的粒子会转而受到吸引 (排斥) 力作用, 该现象与自然界中观察到的“捕食者-猎物”型相互作用具有相似的动力学特征.

布朗粒子 i 的位置由其质心坐标 $\mathbf{r}_i \equiv (x_i, y_i)$ 和极向量 $\mathbf{n}_i \equiv (\cos \theta_i, \sin \theta_i)$ 的取向角 θ_i 表示. 我们忽略了粒子间的流体力学相互作用和惯性项. 在过阻尼极限下, 布朗粒子 i 的动力学行为可通过以下过阻尼朗之万方程描述:

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mu \sum_{j \neq i}^{N_p} \mathbf{F}_{ij} + \sqrt{2\mu k_B T} \boldsymbol{\xi}_i(t), \quad (4)$$

其中, T 是温度, k_B 是玻尔兹曼常数, μ 是迁移率. $\boldsymbol{\xi}_i(t)$ 表示零均值和单位方差的高斯白噪声随机向量.

齿轮由相对位置固定的被动粒子构成, 可视为刚体系统. 当布朗粒子 i 与齿轮碰撞时, 将产生净驱动扭矩:

$$\mathbf{M}_i = - \sum_j^{N_g} \mathbf{r}_j \times \mathbf{F}_{ij}.$$

因此, 齿轮的动力学方程为

$$I \frac{d^2 \theta_g}{dt^2} = -\gamma \frac{d\theta_g}{dt} + \sum_i^{N_p} \mathbf{M}_i, \quad (5)$$

式中, θ_g 表示齿轮实际转过的角位置, γ 为旋转摩擦系数, I 为齿轮的转动惯量. 通过引入 $\hat{t} = (a^2 t) / (\mu I)$ 和 $\hat{\mathbf{r}}_i = \mathbf{r}_i / a$ (其中 a 为粒子半径) 可对方程 (4) 和方程 (5) 进行无量纲化处理, 参数 I 被约化, 系统的结果不再依赖于 I 的特定取值.

在长时间渐近状态下, 齿轮的平均角速度可通过以下公式计算:

$$\omega = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\theta_g(t) - \theta_g(0)}{t}, \quad (6)$$

齿轮的旋转方向由角速度 ω 的符号决定: 当 $\omega > 0$ 时呈逆时针旋转, $\omega < 0$ 时则为顺时针旋转. 系统

的填充分数 ϕ 定义为布朗粒子占据面积与有效可用面积之比, 其表达式为

$$\phi = \frac{N_p \pi a^2}{L^2 - N_g \pi a^2 - S_g}, \quad (7)$$

其中齿轮被动粒子所包围的面积 $S_g = 253$. 表 1 列出了不同填充分数对应的布朗粒子数.

表 1 不同填充分数对应的布朗粒子数

Table 1. Number of Brownian particles corresponding to different packing fractions.

ϕ	N_p	ϕ	N_p
0.05	36	0.35	250
0.10	72	0.40	286
0.15	108	0.45	322
0.20	143	0.50	358
0.25	179	0.55	393
0.30	215	0.60	429

我们的模拟采用时间步长为 10^{-4} 的 Euler 算法对方程 (4) 和方程 (5) 进行数值积分, 总积分时长为 10^5 , 该时长确保系统达到非平衡稳态. 若无特殊说明, 模拟参数设置为 $L = 50$, $k_B = 1$, $\mu = 1$, $\gamma = 1$, $N_g = 48$. 布朗粒子的空间位置通过均匀随机分布初始化为模拟盒子内 (在齿轮所围区域外), 方向则在 $[0, 2\pi]$ 区间内均匀随机分布. 我们利用 100 个不同初态下得到的结果对平均角速度进行了系综平均.

3 结果与讨论

齿轮机制的有效运行依赖于两个核心动力学要素: 1) 非平衡驱动力的引入, 该驱动力打破热力学第二定律下的热平衡状态; 2) 对称性破缺机制, 其通过时空不对称性破坏系统响应的反演对称性. 在本研究体系中, 虽然未引入传统意义上的自主驱动粒子 (如活性布朗粒子), 但通过嵌入非互易相互作用, 粒子对 (i, j) 之间会产生净作用力 $\mathbf{F}_{ij} + \mathbf{F}_{ji} = 2\Delta \mathbf{F}_{ij}^C \neq 0$ (图 1(b)). 这一相互作用项在统计意义上等效于内部生成的主动驱动力, 驱动系统远离平衡态. 同时, 齿轮的几何构型 (即齿轮齿的非对称排列) 通过排除体积效应实现了空间对称性的破缺. 二者的协同作用最终导致系统出现稳定的定向旋转.

图 2(a) 展示了手性相反的齿轮平均角速度 ω 与非互易强度 Δ 在 $T = 1.0$, $\phi = 0.1$ 时的关系. 对于实心点线图对应的不对称齿轮 (图 2(b)), 当 $\Delta = 0$ 时, 粒子间的作用力与反作用力严格满足牛

顿第三定律 ($\mathbf{F}_{ij} = -\mathbf{F}_{ji}$), 净驱动力为零, 齿轮角速度 $\omega = 0$. 随着 Δ 的增大, 非互易相互作用导致粒子间产生净力 ($\mathbf{F}_{ij}^{\text{net}} = \mathbf{F}_{ij} + \mathbf{F}_{ji} \neq 0$), 粒子沿齿轮边运动并在拐角处积累, 从而对齿轮施加正净扭矩, 驱动齿轮产生逆时针旋转 ($\omega > 0$). 与之对比, 空心点线图对应的不对称齿轮 (图 2(c)) 因几何构型的镜像对称破缺, 粒子运动产生的净扭矩方向相反, 导致齿轮顺时针旋转 ($\omega < 0$). 可以发现, 两种构型下齿轮角速度的大小 $|\omega|$ 随 Δ 的变化趋势一致, 即随 Δ 的增加而增大, 表明非互易参数 Δ 通过增强非平衡驱动力强度调控齿轮转速, 而齿轮的空间对称性可以调控旋转方向. 基于此, 后续分析将聚焦于第一种构型情况.

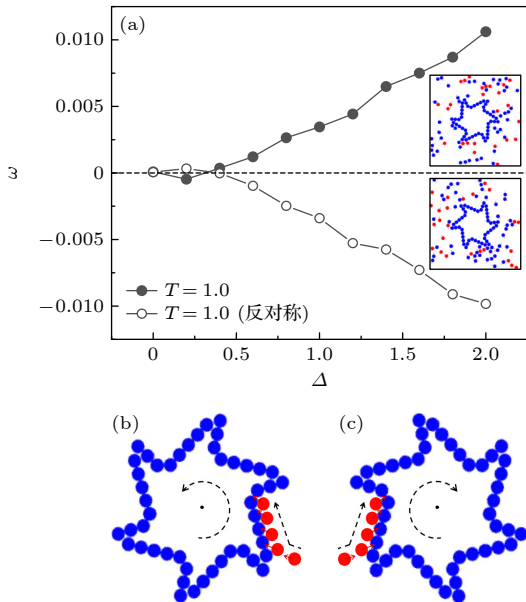


图 2 齿轮平均角速度 ω 随非互易强度 Δ 的变化关系 (a) 在温度 $T = 1.0$ 、填充分数 $\phi = 0.1$ 时两种手性相反的齿轮 ω 随 Δ 的变化关系; (b) 齿轮的逆时针旋转机制图; (c) 反对称齿轮的顺时针旋转机制图

Fig. 2. Dependence of the average angular velocity ω on the non-reciprocal interaction strength Δ : (a) The average angular velocity ω as a function of the non-reciprocal interaction strength Δ for two chirally symmetric gears at $T = 1.0$ and $\phi = 0.1$; (b) mechanism of counterclockwise rotation in the gear; (c) mechanism of clockwise rotation in the antisymmetric gear.

图 3(a) 展示了在温度 $T = 1.0$ 的条件下, 不同非互易强度 Δ 对应的齿轮平均角速度 ω 与填充分数 ϕ 之间的关系. 在低密度区间 ($\phi < \phi_c$), 齿轮平均角速度 $\omega > 0$ (逆时针旋转). 平均角速度随填充分数的增加呈现非单调变化: 初始阶段 ($\phi \rightarrow 0$), 由于粒子间相互作用概率趋近于零, 非平衡净力显

著衰减, 导致 $\omega \rightarrow 0$; 当 ϕ 增至最优值时, ω 达到峰值, 此时粒子流与齿轮齿的耦合效率最高; 继续增加填充分数, 空间拥挤效应导致粒子迁移受阻, ω 值逐渐降低. 值得注意的是, 在中密度区间 ($\phi \approx \phi_c$) 当密度超过临界值 ϕ_c 时, 齿轮旋转方向反转为顺时针 ($\omega < 0$). 如图 3(b) 和图 3(c) 所示, 此时较高密度粒子在齿轮边缘形成局域堵塞层, 粒子-齿轮碰撞模式发生本质改变: 受邻近粒子限制, 碰撞粒子无法脱离齿轮接触面, 只能反复在两者之间振荡, 由于与齿轮长边作用的粒子更多, 碰撞施加的净扭矩是负方向的. 在高密度区间 ($\phi \rightarrow 1$), 全部空间都被碰撞粒子占据, 系统趋于刚性阻塞态, 因此 $\omega \rightarrow 0$.

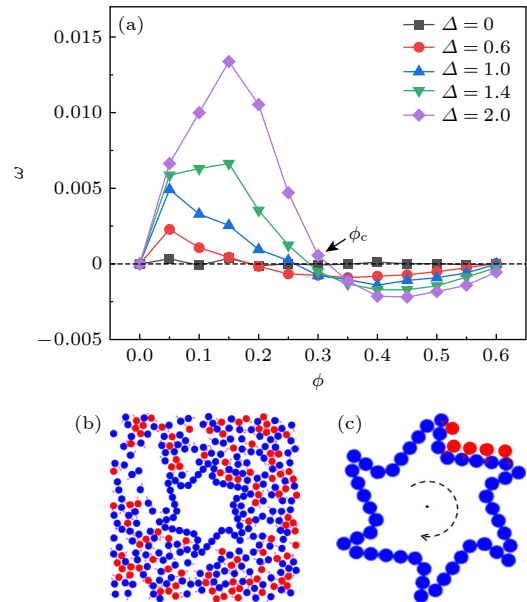


图 3 不同非互易强度 Δ 下齿轮平均角速度 ω 随填充分数 ϕ 的变化关系 (a) 在温度 $T = 1.0$ 时, 不同 Δ 下 ω 随 ϕ 的变化关系; (b) 在 $T = 1.0$, $\phi = 0.4$, $\Delta = 2.0$ 条件下的模拟快照; (c) 密度诱导的齿轮顺时针旋转机制图

Fig. 3. Dependence of the average angular velocity ω on the packing fraction ϕ for different non-reciprocal interaction strengths Δ : (a) The average angular velocity ω as a function of the packing fraction ϕ for different Δ at $T = 1.0$; (b) simulation snapshot at $T = 1.0$, $\phi = 0.4$ and $\Delta = 2.0$; (c) schematic of the density-induced clockwise rotation of the gear.

非互易强度 $\Delta = 2.0$ 时不同温度 T 下齿轮平均角速度 ω 与填充分数 ϕ 之间的关系, 如图 4(a) 和图 4(b) 所示, 在低温区间 ($T \leq 0.3$), 齿轮始终维持顺时针旋转 ($\omega < 0$). 其微观机制在于: 低温下粒子聚集成小团簇, 这些团簇以集体运动的形式与齿轮边反复碰撞. 由于团簇与长边碰撞时施加较大的

负扭矩, 而与短边作用时则产生较小的正扭矩, 从而在齿轮上产生净负扭矩, 驱动系统出现稳定的顺时针转动. 此外, 随着 ϕ 的增加, 团簇尺寸逐渐增大, 使平均角速度 ω 呈现先减小后增大的“倒峰”形非单调变化. 这一现象表明, 适度增加粒子密度有助于增强低温下的有效驱动力, 而过高的密度则会导致运动受阻. 在高温区间 ($T > 0.3$), 系统展现出更为丰富的输运行为: 低密度时齿轮进行逆时针旋转 ($\omega > 0$), 且 ω - ϕ 关系呈现典型的峰值曲线; 当 ϕ 超过临界值时, 旋转方向发生反转, 这一变化规律与图 3(a) 条件下的行为具有相同的物理本质.

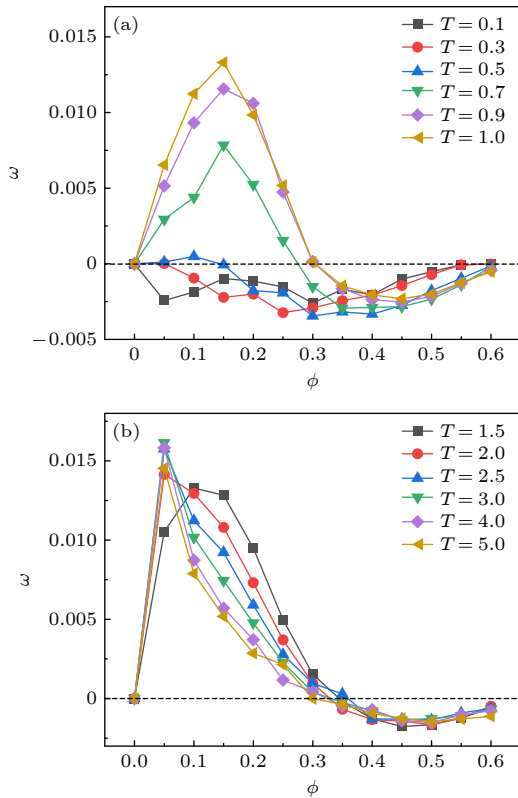


图 4 在非互易强度 $\Delta = 2.0$ 时, 不同温度下齿轮平均角速度 ω 随填充分数 ϕ 的变化关系 (a) $T = 0.1$ – 1.0 ; (b) $T = 1.5$ – 5.0

Fig. 4. Dependence of the average angular velocity ω on the packing fraction ϕ for different temperature at $\Delta = 2.0$: (a) $T = 0.1$ – 1.0 ; (b) $T = 1.5$ – 5.0 .

为了系统地描述非互易齿轮系统中定向输运行为的调控规律, 我们构建了在固定非互易强度 $\Delta = 2.0$ 条件下的温度-填充分数 (T - ϕ) 相图. 如图 5 所示, 在极端稀疏 ($\phi \rightarrow 0$) 和紧密堆积 ($\phi \rightarrow 1$) 区域, ω 均趋近于零, 前者源于驱动粒子不足, 后者由空间阻塞导致. 相图最显著的特征是存在一条临界线, 当 ϕ 跨越该临界值时, 齿轮旋转方向发生

反转. 值得注意的是, 随着 T (或 ϕ) 增大, 反转位置会向较大 ϕ (或 T) 方向移动, 表明提高温度可以延缓方向反转的发生, 热激活有助于克服高密度下的堵塞效应. 更为重要的是, 相图在 $\omega > 0$ 和 $\omega < 0$ 区域分别展示出一个局部最大值, 对应两个最优参数组合, 证实系统存在双重最优工作区间.

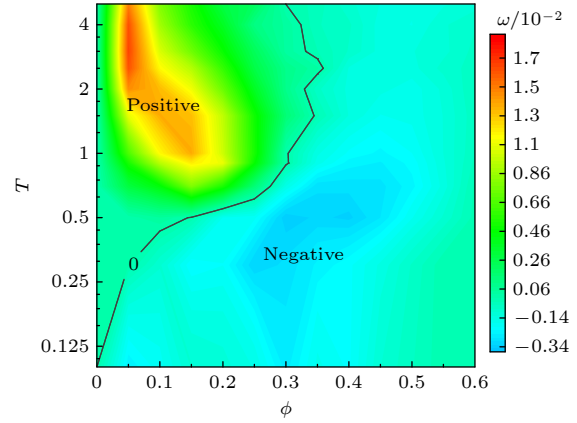


图 5 在非互易强度 $\Delta = 2.0$ 时, 齿轮平均角速度 ω 随系统参数 T 和 ϕ 变化的等高线图

Fig. 5. Contour plots of the average angular velocity ω as a function of the system parameters T and ϕ at $\Delta = 2.0$.

图 6(a) 展示了在不同非互易强度 Δ 下, 平均角速度 ω 随温度 T 变化的依赖关系, 其中 $\phi = 0.1$. 当 $\Delta = 0$ 时, 系统只存在白噪声驱动的随机运动, 粒子间作用力严格满足牛顿第三定律, 净驱动力始终为零, 因此 ω 与温度无关且恒为零. 对于 $\Delta \neq 0$ 的

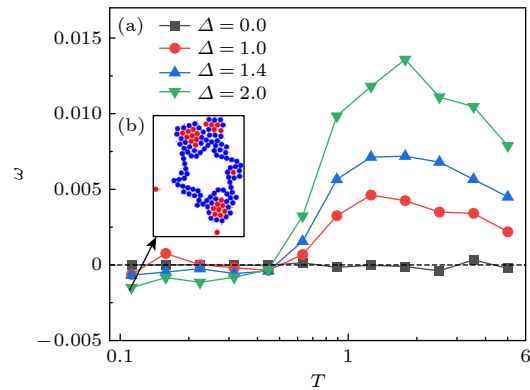


图 6 不同非互易强度 Δ 下齿轮平均角速度 ω 随温度 T 的变化关系 (a) 在填充分数 $\phi = 0.1$ 时, 不同 Δ 下 ω 随 T 的变化关系; (b) 在 $T = 0.1$, $\phi = 0.1$, $\Delta = 2.0$ 条件下的模拟快照

Fig. 6. Dependence of the average angular velocity ω on the temperature T for different non-reciprocal interaction strengths Δ : (a) The average angular velocity ω as a function of the temperature T for different Δ at $\phi = 0.1$; (b) simulation snapshot at $T = 0.1$ and $\Delta = 2.0$.

体系, ω 随温度变化呈现显著的非单调行为: 在低温极限 ($T \rightarrow 0$) 下, 粒子热运动能不足以克服相互作用势垒, 导致几乎所有粒子形成大团簇, 非平衡净力不能有效传递给齿轮 (图 6(b)), 使 ω 趋近于零; 随着温度升高至最优值时, 热涨落与非互易相互作用达到最佳平衡, 此时角速度达到最大值; 而当温度继续升高进入高温区 ($T \rightarrow \infty$), 过强的热噪声会破坏粒子运动的关联性, 非平衡净力的作用相比于热噪声可忽略不计, 导致 ω 再次衰减至零。

4 结 论

本文研究了二维周期性边界内具有非互易相互作用的布朗粒子驱动齿轮系统旋转的动力学行为。研究证明, 非互易相互作用产生的净驱动力可以作为一种新型的非平衡驱动机制, 与空间对称性破缺协同实现齿轮的定向旋转控制。在非互易强度 $\Delta = 0$ 的平衡态系统中, 即使存在热涨落也无法产生定向输运; 而当 $\Delta \neq 0$ 时, 系统表现出丰富的非平衡动力学行为。两种手性相反的齿轮在相同 Δ 下的平均角速度大小相等, 仅旋转方向相反。值得注意的是, 系统还展现了非互易粒子密度诱导的旋转方向反转现象和温度调控的最优输运效应。这些发现不仅完善了非平衡态统计物理理论, 更为设计新型微纳马达提供了新的方法或途径。我们期望本文的结果在相应的非互易相互作用系统^[30,35,43]中得到实验实现。

参考文献

- [1] Oster G 2002 *Nature* **417** 25
- [2] Schweitzer F, Ebeling W, Tilch B 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 5044
- [3] Astumian R D 1997 *Science* **276** 917
- [4] Rousselet J, Salome L, Ajdari A, Prost J 1994 *Nature* **370** 446
- [5] Astumian R D, Hänggi P 2002 *Phys. Today* **55** 33
- [6] Hänggi P, Marchesoni F 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 387
- [7] Reimann P 2002 *Phys. Rep.* **361** 57
- [8] Reichhardt C J O, Reichhardt C 2017 *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **8** 51
- [9] Zhang S X, Wang S, Liu X, Wang X Z, Liu F C, He Y F 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 075202 (in Chinese) [张顺欣, 王硕, 刘雪, 王新占, 刘富成, 贺亚峰 2025 物理学报 **74** 075202]
- [10] Lou X, Yu N, Chen K, Zhou X, Podgornik R, Yang M C 2021 *Chin. Phys. B* **30** 114702
- [11] Farkas Z, Tegzes P, Vukics A, Vicsek T 1999 *Phys. Rev. E* **60** 7022
- [12] Wambaugh J F, Reichhardt C, Olson C J 2002 *Phys. Rev. E* **65** 031308
- [13] Galajda P, Keymer J, Chaikin P, Austin R 2007 *J. Bacteriol.* **189** 8704
- [14] Wan M B, Reichhardt C J O, Nussinov Z, Reichhardt C 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 018102
- [15] Angelani L, Di Leonardo R, Ruocco G 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 048104
- [16] Di Leonardo R, Angelani L, Dell'Arciprete D, Ruocco G, Iebba V, Schippa S, Conte M P, Mearini F, De Angelis F, Di Fabrizio E 2010 *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **107** 9541
- [17] Sokolov A, Apodaca M M, Grzybowski B A, Aranson I S 2010 *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* **107** 969
- [18] Kojima M, Miyamoto T, Nakajima M, Homma M, Arai T, Fukuda T 2015 *Sens. Actuator B-Chem.* **222** 1220
- [19] Li H, Zhang H P 2013 *EPL* **102** 50007
- [20] Reichhardt C, Ray D, Reichhardt C J O 2015 *New J. Phys.* **17** 073034
- [21] Yang M C, Ripoll M 2014 *Soft Matter* **10** 1006
- [22] Chaté H, Ginelli F, Grégoire G, Peruani F, Raynaud F 2008 *Eur. Phys. J. B* **64** 451
- [23] Ramaswamy S 2010 *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **1** 323
- [24] Marchetti M C, Joanny J F, Ramaswamy S, Liverpool T B, Prost J, Rao M, Simha R A 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 1143
- [25] Bechinger C, Di Leonardo R, Löwen H, Reichhardt C, Volpe G, Volpe G 2016 *Rev. Mod. Phys.* **88** 45006
- [26] You Z H, Baskaran A, Marchetti M C 2020 *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* **117** 19767
- [27] Ivlev A V, Bartnick J, Heinen M, Du C R, Nosenko V, Löwen H 2015 *Phys. Rev. X* **5** 011035
- [28] Mandal R, Jaramillo S S, Sollich P 2024 *Phys. Rev. E* **109** L062602
- [29] Benois A, Jardat M, Dahirel V, Démery V, Agudo-Canalejo J, Golestanian R, Illien P 2024 *Phys. Rev. E* **108** 054606
- [30] Meredith C H, Moerman P G, Groenewold J, Chiu Y J, Kegel W K, van Blaaderen A, Zarzar L D 2020 *Nat. Chem.* **12** 1136
- [31] Kreienkamp K L, Klapp S H L 2022 *New J. Phys.* **24** 123009
- [32] Gupta R K, Kant R, Soni H, Sood A K, Ramaswamy S 2022 *Phys. Rev. E* **105** 064602
- [33] Chiu Y J, Omar A K 2023 *J. Chem. Phys.* **158** 164903
- [34] Pigolotti S, Benzi R 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 188102
- [35] Long R A, Azam F 2001 *Appl. Environ. Microbiol.* **67** 4975
- [36] Xiong L Y, Cao Y S, Cooper R, Rappel W J, Hasty J, Tsimring L 2020 *eLife* **9** e48885
- [37] Yanni D, Márquez-Zacarías P, Yunker P J, Ratcliff W C 2019 *Curr. Biol.* **29** R545
- [38] Strandburg-Peshkin A, Twomey C R, Bode N W F, Kao A B, Katz Y, Ioannou C C, Rosenthal S B, Torney C J, Wu H S, Levin S A, Couzin I D 2013 *Curr. Biol.* **23** R709
- [39] Vicsek T, Zafeiris A 2012 *Phys. Rep.* **517** 71
- [40] Helbing D, Molnár P 1995 *Phys. Rev. E* **51** 4282
- [41] Helbing D, Farkas I, Vicsek T 2000 *Nature* **407** 487
- [42] Bain N, Bartolo D 2019 *Science* **363** 46
- [43] Gardi G, Sitti M 2023 *Phys. Rev. Lett.* **131** 058301
- [44] Ahmadi B, Mazurek P, Horodecki P, Barzanjeh S 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 210402
- [45] Cocconi L, Alston H, Bertrand T 2023 *Phys. Rev. Research* **5** 043032
- [46] Jones J E 1924 *Proc. R. Soc. A* **106** 463
- [47] Ai B Q 2023 *Phys. Rev. E* **108** 064409

Asymmetric gear driven by Brownian particles with non-reciprocal interactions^{*}

WANG Yan LI Jiajian AI Baoquan[†]

(*School of Physics, South China Normal University, Guangzhou 510006, China*)

(Received 29 August 2025; revised manuscript received 30 September 2025)

Abstract

In this work, we use computer simulations to examine how an asymmetric gear can be driven by Brownian particles that interact in a non-reciprocal manner. Unlike many active matter systems, the particles are not self-propelled. Instead, the non-reciprocal interactions break action-reaction symmetry and produce a net force that drives the system out of equilibrium. The gear has an asymmetric shape, which helps select a preferred direction of rotation.

We find that the rotation direction of the gear is influenced by both the asymmetry and parameters of system. When system parameters are identical, gears with two structures of opposite chirality exhibit equal magnitudes of average angular velocity, differing only in their rotational directions. For a specific gear, the rotation speed increases as the strength of the non-reciprocal interaction increases and shows non-monotonic dependence on temperature and particle density. Interestingly, under high density conditions, the rotation direction can reverse. At low temperatures, particle clusters form, resulting in reversed motion, whereas higher temperatures restore the rotation in the original direction.

This work illustrates how non-reciprocal interactions can be used to generate directed motion in passive structures such as gears. It offers one possible approach to controlling motion in small-scale systems without external energy input, and may contribute to the design of simple nanoscale machines.

Keywords: Brownian particles, gear, nonreciprocal interaction, directed transport

DOI: [10.7498/aps.75.20251168](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251168)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251168](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20251168)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12075090, 12475036) and the Natural Science Foundation of Guangdong Province, China (Grant No. 2024A1515012575).

[†] Corresponding author. E-mail: aibq@snnu.edu.cn

具有非互易相互作用的布朗粒子驱动不对称齿轮

王艳 李佳健 艾保全

Asymmetric gear driven by Brownian particles with non-reciprocal interactions

WANG Yan LI Jiajian AI Baoquan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 010901 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20251168

CSTR: 32037.14.aps.75.20251168

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251168>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非互易耦合布朗粒子的定向输运

Directional transport of non-reciprocal coupled Brownian particles

物理学报. 2025, 74(17): 170501 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250689>

非保守力作用下二维耦合布朗粒子的定向输运

Directional transport of two-dimensional coupled Brownian particles subjected to nonconserved forces

物理学报. 2023, 72(4): 040501 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221741>

温度反馈控制棘轮的最优控制

Optimal control of temperature feedback control ratchets

物理学报. 2021, 70(19): 190501 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210517>

可形变自驱动粒子在不对称周期管中的定向输运

Directed transport of deformable self-propulsion particles in an asymmetric periodic channel

物理学报. 2023, 72(20): 200501 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230825>

具有吸引作用的活性布朗粒子的团簇行为和自发速度对齐

Cluster behavior and spontaneous velocity alignment of active Brownian particles with attractive interactions

物理学报. 2025, 74(6): 060501 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241746>

非互易拓扑光子学

Non-reciprocal topological photonics

物理学报. 2024, 73(6): 064201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231850>