

弹性声子晶体板中耦合谷拓扑边缘态与多模干涉传输*

杨秋爽¹⁾ 霍绍勇^{1)†} 张树鑫¹⁾ 陈久久²⁾

1) (南华大学机械工程学院, 衡阳 421001)

2) (湖南大学机械与运载工程学院, 长沙 410082)

(2025 年 9 月 2 日收到; 2025 年 10 月 6 日收到修改稿)

近年来, 具有谷自旋自由度的拓扑谷态物理备受关注. 声子晶体中的拓扑谷边界态因其背向散射免疫传输特性, 在高效声波和弹性波波导与传感方面具有重要的应用前景. 本文基于弹性波量子谷霍尔效应类比构建了一种三角晶格谷拓扑声子晶体板, 系统研究了面外偏振弹性波谷边缘态在多层拓扑异质超胞结构中耦合行为, 揭示了有限尺寸的多层异质结构对弹性波耦合谷边缘态的形成机理与调控规律. 进一步通过拓扑传输计算, 揭示了弹性波耦合谷边缘态的多模干涉效应并验证其传输鲁棒性. 最后, 作为一种应用示例, 基于谷边缘态多模干涉效应设计了一种弹性波拓扑波分解复用器. 利用不同耦合频率下边缘态的耦合波长差异, 实现入射弹性波在抗缺陷通道中的定向分离. 本文研究为弹性波拓扑传输调控提供了新范式, 有望推动新型多功能弹性波耦合与传感器件的实用化设计.

关键词: 耦合谷边缘态, 弹性波, 拓扑声子晶体, 多模干涉

DOI: 10.7498/aps.75.20251194

CSTR: 32037.14.aps.75.20251194

1 引言

受凝聚态物理中拓扑绝缘体的启发, 声子晶体的拓扑相研究近年来取得突破性进展, 通过晶格对称性人工操控可构造出受拓扑保护的边缘态^[1,2], 实现具有背散射抑制特性的高效波传输^[3,4]. 最近, 谷态概念与谷相变理论被成功拓展到人工周期性结构的经典波体系中, 例如光子晶体中的电磁波^[5,6], 声子晶体中的声波^[7,8]和弹性波^[9,10], 并提供了一种新颖地操纵波传播的方法. 其中, 基于谷自由度的拓扑态因其低对称性需求与强场局域特性备受关注, 在六角晶格中引入空间反演对称性破缺, 可在布里渊区 K/K' 谷处诱导 Berry 曲率极化,

形成具有非平庸谷陈数的谷自旋态, 此类谷拓扑边缘态在声子晶体中展现出背散射抑制的单向高效传输能力. 基于这种特性, 研究人员设计出了各种新奇的谷拓扑声学器件, 例如逻辑门^[11]、声音定向天线^[12,13]、声学滤波器^[14,15]、声延迟线等^[16].

通过人为设计谷拓扑界面可实现对谷边缘态带型和传输进行操控. 近年来, 有限尺寸的光子晶体或声子晶体构成的拓扑异质结构引起了人们的广泛关注^[17-25]. 将 Dirac 晶体引入拓扑绝缘体中形成三层及以上的异质结构, 可实现谷霍尔边缘态与波导模之间的耦合, 进而在 Dirac 晶体层中产生一种大面积局域波导拓扑态, 即谷锁定拓扑波导态^[26-28]. 而将拓扑相晶体引入拓扑绝缘体中形成三层及以上的异质结构, 并控制中间异质层的有限宽度尺

* 国家自然科学基金 (批准号: 12074114)、湖南省教育厅优秀青年项目 (批准号: 24B0401) 和湖南省自然科学基金 (批准号: 2023JJ40521) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: shaoyhuo@hnu.edu.cn

寸, 可实现边缘态与边缘态之间的耦合, 进而在不同界面处产生一种新奇的拓扑边缘态干涉, 即耦合拓扑边缘态^[29-35]. 区别于传统两相结构中的单模界面态和谷锁定拓扑波导态, 此类异质结构的耦合拓扑边缘态支持波的多模干涉传输效应. 这种包含耦合拓扑声子晶体边缘态的异质夹层结构, 为设计高效功能声学集成波导器件提供了新平台, 如拓扑声学波导、路由器、分束器、耦合器等. Geng 等^[29]设计了一种有限尺寸的谷拓扑空气声波导结构, 以构建其拓扑耦合特性, 实现了拓扑耦合效应驱动的声波长解复用, 通过拓扑耦合效应实现了声波按波长分离的传输特性. Huang 等^[30]提出一种具有非简并对称性的二维拓扑声子异质结构, 成功利用拓扑边缘态的耦合特性实现了声波拓扑多模干涉. Zhou 等^[31]通过在正方形晶格中构建具有滑移反射的三层拓扑异质界面, 实现了声波耦合边缘态并实验观测了声波边缘态干涉传输. 然而, 在声子晶体异质结构中, 如何高效实现大面积耦合波导及其谷拓扑边缘态, 特别是深入地探索谷耦合拓扑边缘态的多模干涉效应及其内在的物理机制与应用潜力, 仍是当前领域亟待深入探索的关键挑战. 尤其, 对于存在多种偏振模态的固体声子晶体, 弹性波的谷边缘态及其耦合与调控机制对于探索新颖的弹性波物理和设计高效的超声波导器件具有重要的意义.

本研究设计了一种多层有限尺寸的拓扑异质结构声子晶体板, 以构建弹性波拓扑谷边缘态的耦合和多模干涉传输效应, 并应用于拓扑弹性波的解复用器. 具体为: 首先, 通过建立三角形板柱声子晶体结构并旋转三角形柱的角度来诱弹性波谷霍尔相变, 以构建具有谷拓扑特性的弹性波声子晶体板; 接着, 将谷拓扑相晶体引入谷拓扑绝缘体中形成三层异质结构拓扑界面, 并控制中间耦合层的层数, 研究了弹性波谷边缘态的耦合效应及其变化规律; 进一步通过构建多层异质结构拓扑界面, 研究了耦合谷边缘态在多层异质拓扑结构中的分布特点; 最后, 通过设计多层异质结构拓扑谷波导, 研究了弹性波耦合谷边缘态的拓扑传输特性, 实现了弹性波的谷边缘态多模干涉效应, 并将其应用于弹性波的耦合解复用. 本文的研究基于谷边缘态色散和多模干涉效应的分析, 解释了不同输出端口的拓扑耦合、解耦及隧穿行为, 证实了界面通道间拓扑能量转移的可控生成与消除, 可实现对弹性波的

灵活操控.

2 模型与弹性波谷边缘态

本文设计了一种三角形板柱声子晶体结构, 如图 1(a) 所示, 在其上表面是由三角形棱柱散射体周期性排列而成, 通过在薄板上附加散射体可以实现对弹性波的周期性调控, 其中三角棱柱位于六边形单胞正中心位置, 使得整个系统具有 C_{3v} 对称性. 六边形晶格的晶格常数 $a = 5$ mm, 薄板厚度 $h_0 = 1$ mm, 三角棱柱的高度 $h_1 = 3.85$ mm, 其中三角棱柱的截面形状为正三角形, 边长 $l = 3.5$ mm, 三角棱柱与 x 轴正方向夹角为 θ . 通过旋转散射体角度 θ 可调控声子晶体对称性, 通常逆时针 (顺时针) 旋转对应于 $\theta > 0^\circ$ ($\theta < 0^\circ$). 整个结构由环氧树脂构成, 其中杨氏模量 $E = 4.35$ GPa, 泊松比 $\nu = 0.368$, 质量密度 $\rho = 1180$ kg/m³.

利用有限元软件 COMSOL Multiphysics 进行数值模拟, 采用固体力学模块进行计算, 在六边形晶格的 6 个边界上施加周期性边界条件, 并且在与空气接触的固体表面处应用自由边界条件, 声子晶体单胞的能带图如图 1(b)–(d) 所示. 在旋转角度 $\theta = n\pi/3$ 时 (n 为整数), 整个声子系统受到 C_{3v} 的对称性保护, 由于单胞与三角形晶格的镜像对称性相匹配, 因此在 K 和 K' 点产生了二重简并 Dirac 点, 如图 1(b) 所示. 当我们改变散射体的旋转角度时, 系统的镜像对称性被打破, K 点处的 Dirac 点被打开形成带隙. 如图 1(c) 和图 1(d) 所示, 我们可以看到 $\theta = 30^\circ$ 和 $\theta = -30^\circ$ 的全向带隙, 带隙范围从 28400 到 33646 Hz. 原本的简并 Dirac 点被打开, K 点处的频率极值, 即在第一条带的最大值 K_1 (K_2) 和第二条带的最小值 K_2 (K_1) 之间形成谷上、下能谷对应的本征位移场 (见图 2(b) 的本征场分布) 具有相反的手征回旋性.

为了研究不同声子晶体的拓朴性质, 通过改变散射体的旋转角度, 研究了 θ 从 -60° 到 60° 体带谷涡旋态的演变过程, 如图 2(a) 所示. 我们发现 K 点处的最低两个带锁定在相反的谷自旋上, 随着参数 θ 的变化, 经历了一个打开-关闭-再打开的过程. 从图 2(a) 中可以发现, 当旋转角度 $-60^\circ < \theta < 0^\circ$ 时, K_1 谷处在 K_2 谷上方; 然而, 当旋转角范围为 $0^\circ < \theta < 60^\circ$ 时, K_1 谷处在 K_2 谷的下方. 在图 2(b) 中, 我们展示了 $\theta = 30^\circ$ 和 $\theta = -30^\circ$ 时单胞的谷涡

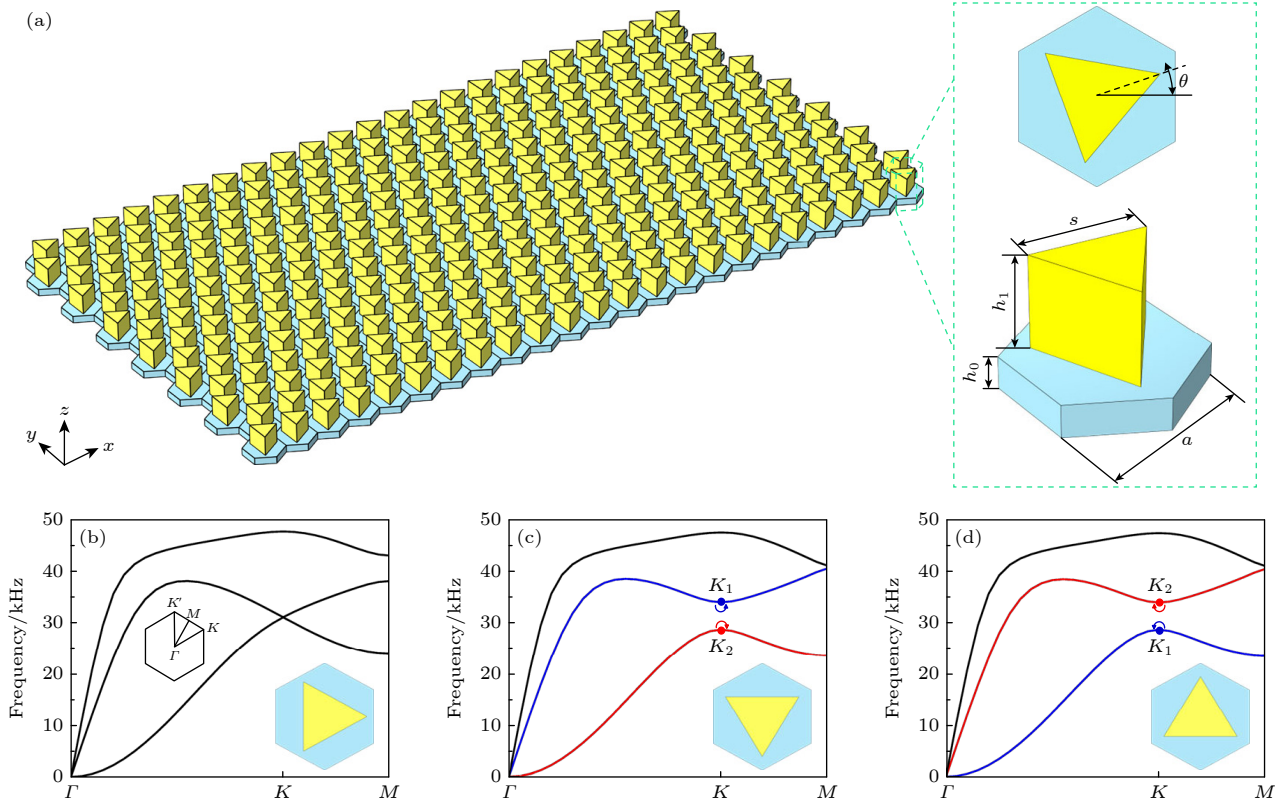


图 1 (a) 声子晶体板的整体结构和声子晶体的单胞结构以及各尺寸参数; (b) 六边形声子晶体中三角形棱柱体不同旋转角度 $\theta = 0^\circ$, $\theta = 30^\circ$ 和 $\theta = -30^\circ$ 的能带结构, 不同旋转角度的单胞形状位于每个图的下方, 图 (a) 中的插图为六边形晶格的布里渊区

Fig. 1. (a) Overall structure of the PC plate and unit cell configuration with dimensional parameters; (b) band structures of hexagonal PC with triangular prisms rotated at different angles $\theta = 0^\circ$, $\theta = 30^\circ$, and $\theta = -30^\circ$. The unit cell geometries corresponding to each rotation angle are shown below their respective band diagrams. The inset in Figure (b) illustrates the Brillouin zone of the hexagonal lattice.

旋态的位移场和机械能流, 并用 P^+ 和 P^- 标记不同谷赝自旋态, 这里 $+$, $-$ 表示涡旋的逆、顺时针旋转方向. 当旋转角 θ 从负值扫掠至正值时, 能流涡旋方向发生反转, 表明弹性波体系经历了谷态拓扑相变.

此外, 拓扑相变可以通过 Dirac 点附近构建的 θ 相关有效哈密顿量来描述, 其具体形式推导如下^[9]:

$$\mathbf{H}_K = v_D (\delta k_x \boldsymbol{\sigma}_x + \delta k_y \boldsymbol{\sigma}_y) + \Delta_g \boldsymbol{\sigma}_z, \quad (1)$$

其中 v_D 表示 $\theta=0^\circ$ 时 Dirac 点附近的有效速度, Dirac 点处的频率 $f_D = 30969$ Hz, 角频率 $\omega_D = 2\pi f_D = 1.947 \times 10$ rad/s, 然后沿着 k_x , k_y 方向, 以 K 点为中心扫描, 计算得到的 x 和 y 方向的分量分别为 $v_{Dx} = 27.6$ m/s 和 $v_{Dy} = 13.8$ m/s, 合成 x , y 分量的模, 最终 $v_D = \sqrt{v_{Dx}^2 + v_{Dy}^2} = 30.9$ m/s. δk_x 和 δk_y 是相对于 K 点的动量偏差, $\boldsymbol{\sigma}_x$, $\boldsymbol{\sigma}_y$, $\boldsymbol{\sigma}_z$ 是泡利矩阵. 末项 $\Delta_g \boldsymbol{\sigma}_z$ 通过对称性破缺消除了狄拉

克简并, 并在 K 能谷的上下态之间形成带隙, 其最小带隙宽度为 $2\Delta_g$. K_1 和 K_2 两个能谷之间的频率带隙可以表示为

$$2\Delta_g = f_+ - f_-, \quad (2)$$

其中 f_+ 代表 K_2 谷频率, f_- 代表 K_1 谷频率. 其中 Δ_g 无需复杂拟合, 直接通过测量能带图在 K 点的两个关键频率值并做算术计算即可获得. 根据 (1) 式中的哈密顿量可以推导出 Berry 曲率:

$$\Omega(k_x + k_y) = (1/2) (\Delta_g/v_D) (\delta k^2 + \Delta_g^2/v_D^2)^{-3/2}. \quad (3)$$

当通过对 K 点附近 Berry 曲率进行积分, 可以得到 K 点处的谷陈数:

$$C_K = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \int \Omega(\delta k) dS = \text{sgn}(\Delta_g/2). \quad (4)$$

根据 (4) 式, A 相 ($0^\circ < \theta < 60^\circ$) 谷霍尔声子晶体的谷陈数 $C_K^A = 1/2$, B 相 ($-60^\circ < \theta < 0^\circ$) 谷霍尔声子晶体的谷陈数 $C_K^B = -1/2$, 其中符号的

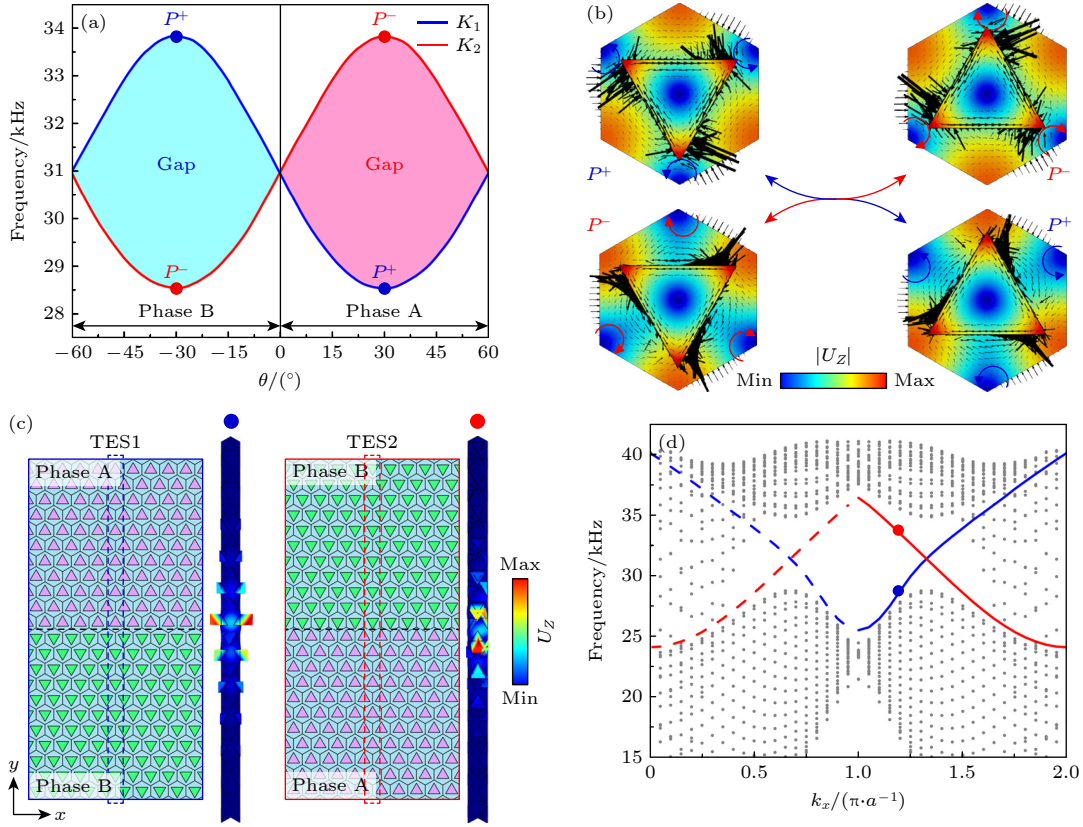


图 2 (a) 由旋转角度 θ 引起的 K 点处的拓扑相变, K_1 和 K_2 能谷频率随旋转角度 θ 的变化情况; (b) $\theta = 30^\circ$ 和 $\theta = -30^\circ$ 单胞在 K 点处第一和第二体能带的能流分布; (c) 由 A 相和 B 相组成两种不同的超胞结构以及蓝点和红点所对应的位移场图, 其中 $\theta = 30^\circ$ 的声子晶体为 A 相, $\theta = -30^\circ$ 的声子晶体为 B 相; (d) 两个不同相位声子晶体之间拓扑边缘态的投影色散, 蓝色线表示 A-B 结构的拓扑边缘态 1, 红色线表示 B-A 界面的拓扑边缘态 2, 实线和虚线分别表示从 K 和 K' 谷投影的边缘态

Fig. 2. (a) Topological phase transition at K -valley induced by rotation angle θ , showing variations of valley-specific frequencies at K_1 and K_2 with rotation angle; (b) energy flux distributions of the first and second bulk bands at K -valley for unit cells with $\theta = 30^\circ$ and $\theta = -30^\circ$; (c) two distinct supercell configurations composed of Phase A and Phase B, with corresponding displacement fields marked by blue and red dots. Here, PC with $\theta = 30^\circ$ constitute phase A, while those with $\theta = -30^\circ$ form phase B; (d) projected band dispersion of topological edge states (TES) between two different topological phases. The blue curve denotes TES1 at the A-B interface, and the red curve represents TES2 at the B-A interface. Solid and dashed lines indicate TES projected from K and K' valleys, respectively.

差异代表拓扑相变的发生. 因此, 当两种不同谷霍尔相的声子晶体结合时, 会产生量化的陈数差 $|\Delta C_K| = |C_K^A - C_K^B| = 1$, 该结果表明沿界面传播的谷拓扑边缘态的存在.

根据量子谷霍尔效应的弹性模拟现象, 在两个具有不同拓扑相的声子晶体边界处会出现拓扑谷边缘态. 因此, 将两个具有相反谷拓扑相位的单胞相 A ($\theta = 30^\circ$) 和相 B ($\theta = -30^\circ$) 组合成一个超胞. 沿 x 方向在超胞的左右两个边界施加周期性边界条件, 计算超胞沿着 Γ - K 方向的投影能带结构. 如图 2(d) 所示, 边缘态的色散穿过了整个带隙, 其中蓝线和红线表示所对应的声子晶体在 A 和 B 之间变换的不同界面边缘态, 实线和虚线分别表示从 K 谷和 K' 谷投影的边缘态. 图 2(c) 展示了这两

种不同界面的结构形状, 同时给出了两条不同边缘态中蓝点和红点处所对应的弹性波位移场. 当 A 相声子晶体位于 B 相声子晶体上面时形成拓扑边缘态 1, 而 B 相声子晶体位于 A 相声子晶体上面时则形成拓扑边缘态 2. 对于拓扑边缘态 1, 当 $\Delta C_K = -1$ 时, 在 K' 谷点处存在一个反向传播的边缘态; 当 $\Delta C_K = 1$ 时, 对于拓扑边缘态 2 在 K' 谷点处则存在一个正向传播的边缘态, 谷陈数 $|\Delta C_K| = 1$ 表明沿该谷锁定方向仅存在一个单向传播的边缘模式.

3 异质结构与耦合谷边缘态

为了研究拓扑界面对弹性波谷边缘态的耦合

作用, 首先构建了由两种不同谷拓扑相构建的三层异质结构拓扑界面, 研究有限尺寸的中间耦合区域单层数对谷边缘态带型的影响. 如图 3(a) 所示, 我们构造了 AB_nA (n 为中间 B 相声子晶体的层数) 型夹层结构的超胞, 中间为一个有限尺寸的耦合层. 这种夹层结构在超胞中形成了两种不同的界面, A-B 上界面和 B-A 下界面. 当 $n=1$ 时, 图 3(b) 和图 3(c) 展示了所计算的 AB_1A 超胞结构、能带色散图与相对应的边缘态位移场, 图中蓝色和红色实线分别表示 A-B 和 B-A 界面的两种不同拓扑边缘态. 对比图 3(b) 中的两种边缘态可以发现, 在 K' 谷点处边缘态不是单纯的反向 (正向) 传播, 而是先进行了反向 (正向) 传播然后再正向 (反向) 传播. 这是由于中间增加了一个有限尺寸的耦合层, 由于有限尺寸效应^[23], 较薄的区域 A 和区域 B 可以促进边缘态之间的耦合. 当两个拓扑界面态的场在超胞中重叠, 原本单一的界面态色散会分裂为两条色散曲线, 在中间形成带隙. 红蓝线体现了这种因耦合产生的色散分裂现象, 对应对称超胞模态和

反对称超胞模态. 紧接着我们通过增加中间耦合区域中单胞的层数, 研究了这两种边缘态的变化规律, 如图 3(d)–(g) 所示, 当 $n=2$ 和 $n=3$, 图中展示了 AB_2A 和 AB_3A 夹层结构的超胞能带结构图和所对应边缘态的位移场. 从图 3(d)–(g) 中能够看出, 当中间耦合层的单胞层数从 1 增加到 3 时, 蓝色和红色曲线开始缓慢移动并相互靠近, 两条边缘态之间的带隙逐渐变窄. 如图 3(h) 所示, 展示了耦合边缘态中间带隙宽度与中间耦合层数之间的关系. 当中间耦合域单胞层数在 1 到 5 层之间时, 带隙宽度对于单胞层数的变化比较敏感, 变化比较剧烈, 当单胞层数超过 5 层后带隙变化程度会变得比较平缓. 随着中间耦合层数越来越高, 两条色散曲线逐渐靠近, 拓扑边缘态之间的耦合开始变弱. 当耦合域单胞层数超过 10 层时, 两条边缘态之间会相互重叠, 带隙闭合, 重新变成图 2(d) 未发生耦合时的边缘态形状. 因此, 我们发现耦合谷边缘态的色散曲线满足色散分裂规律: 耦合越强 (即波场重叠越显著、界面间距越小), 两条曲线的

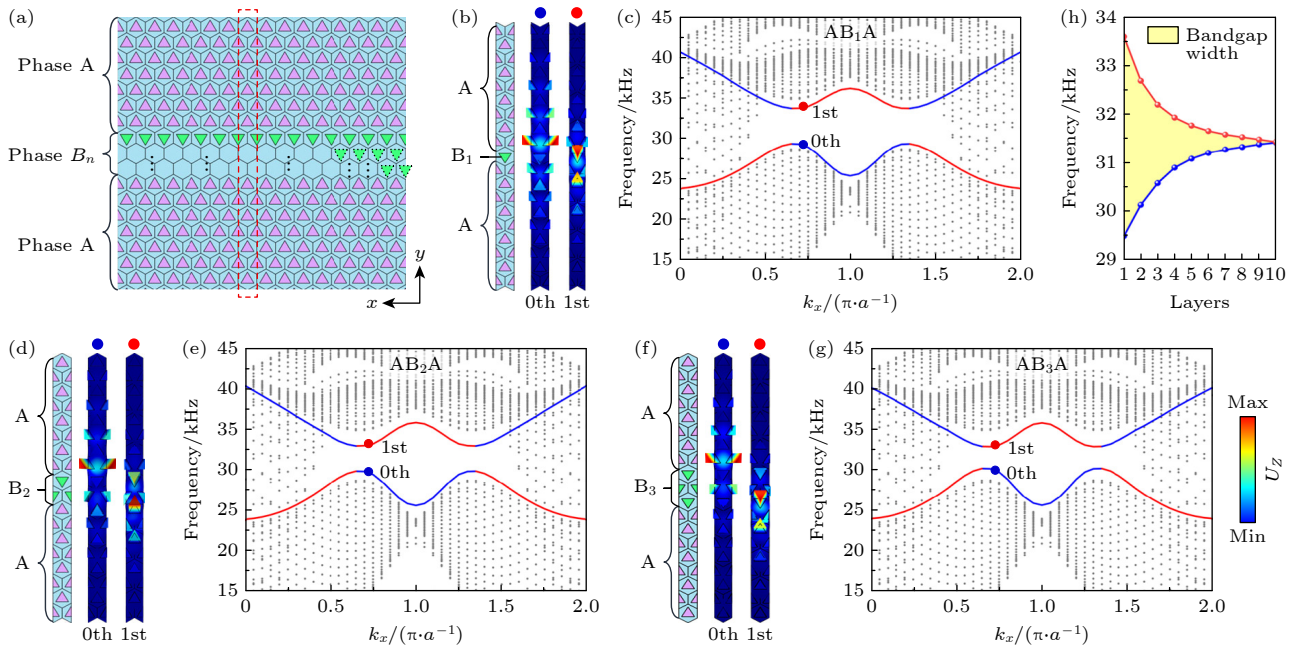


图 3 三层异质结构的超胞结构、能带投影和位移场分布 (a) 超胞结构示意图; (b), (d) 和 (f) 分别为 AB_1A , AB_2A 和 AB_3A 超胞异质结构以及第一和第二边缘态对应的位移场分布; (c), (e) 和 (g) 为中间耦合区域不同单胞个数超胞的投影能带图, 灰点表示体态, 红蓝拼接线表示耦合后的边缘态; (h) 带隙宽度随耦合区域单胞层数变化情况, 蓝色点线表示第 0 边缘态的最大值, 红色点线表示第 1 边缘态的最小值

Fig. 3. Sandwich-type supercell configurations, projected band structures, and displacement field distributions: (a) Supercell architecture; (b), (d), and (f) AB_1A , AB_2A , and AB_3A supercell configurations with displacement fields corresponding to first and second edge states, respectively; (c), (e), and (g) the projected band structures of supercells with varying numbers of unit cells in the intermediate coupling region, gray dots denote bulk states, while red-blue hybrid curves represent coupled edge states; (h) the variation of bandgap width with the number of single cells in the coupling region, where the blue dotted line represents the maximum value of the 0th edge state, and the red dotted line represents the minimum value of the 1st edge state.

频率差 (分裂程度) 越大; 耦合越弱, 两条曲线的频率差越小. 由上述结论可知, 通过控制超胞结构中中间耦合区域的单胞层数, 可以调控谷边缘态的耦合状态.

根据前面的分析成果, 进一步增加异质结构的层数, 探讨不同耦合域夹层结构对谷边缘态的耦合作用. 因此, 从原来的三层异质结构分别增加到四层、五层和六层异质结构, 拓扑界面也从原来的 2 个分别增加到 3 个、4 个和 5 个. 如图 4(a), (c) 和 (e) 所示, 我们构造了 AB_3A_3B , $AB_3A_3B_3A$ 和 $AB_3A_3B_3A_3B$ 夹层异质结构, 其中在谷拓扑相 A 和相 B 之间分别存在着 3, 4 和 5 个界面, 并且

中间耦合层 A 和 B 的层数选择 3 层. 从图 4(a) 所计算的超胞 AB_3A_3B 结构的能带图可看出, 在能带图中存在蓝色和红色线表示的耦合谷边缘态以及绿色线表示的没有产生耦合的谷边缘态. 由于有限尺寸效应, 相距较近的域 A 和域 B 之间的边缘态开始相互耦合, 而另一个 A-B 界面处的谷边缘态依旧保持着未耦合时的状态. 绿色线对应局域于孤立界面的未耦合边缘态, 所对应的边缘态其支撑界面与其他界面间距较大, 导致场局域在单一界面, 无法与其他边缘态的场重叠, 场被限制在了自身界面, 边缘态形状依旧保持图 2(d) 中单一界面原本的形状, 其位移场分布与单边缘态一致. 在超

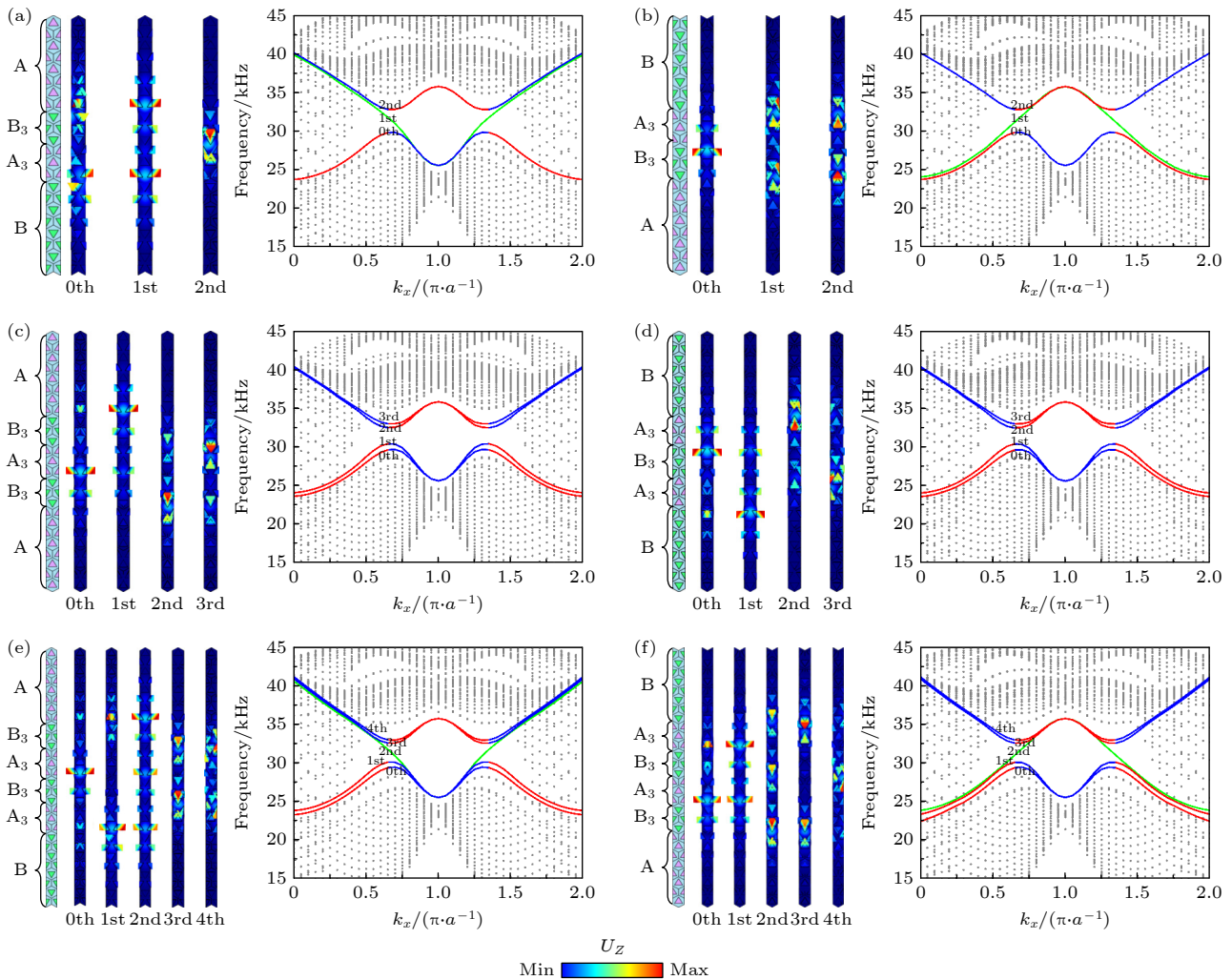


图 4 不同排列组合的多层异质夹层结构超胞能带图和位移场分布 (a), (c), (e) 分别表示 AB_3A_3B , $AB_3A_3B_3A$ 和 $AB_3A_3B_3A_3B$ 夹层结构的超胞能带和边缘态对应的位移场分布; (b), (d), (f) 分别为 BA_3B_3A , $BA_3B_3A_3B$ 和 $BA_3B_3A_3B_3A$ 结构排列的超胞能带和边缘态对应的位移场分布图. 灰点表示体态, 红蓝拼接线表示耦合后的边缘态, 其中绿色线表示未发生耦合的边缘态

Fig. 4. Band structures and displacement fields of sandwich supercells with different structural arrangements: (a), (c), (e) Band diagrams and displacement fields of edge states for AB_3A_3B , $AB_3A_3B_3A$, and $AB_3A_3B_3A_3B$ configurations, respectively; (b), (d), (f) corresponding diagrams for BA_3B_3A , $BA_3B_3A_3B$, and $BA_3B_3A_3B_3A$ arrangements. Gray dots denote bulk states, red-blue hybrid curves represent coupled edge states, and green curves indicate uncoupled edge states.

胞 $AB_3A_3B_3A$ 结构中, 则存在着两个 A-B 界面和两个 B-A 界面, 当前面 A-B 和 B-A 界面的边缘态耦合, 后面的两个界面的边缘态依然能够相互耦合. 从能带图中可以看出, 虽然这四条边缘态都能够相互耦合, 但是后续耦合的边缘态会逐渐向中间靠近, 所形成的带隙也在逐渐减小, 带隙范围分别为 2813 Hz 和 1281 Hz. 后续再增加耦合层的 $AB_3A_3B_3A_3B$ 夹层结构依旧遵循上述规律, 由于在该结构中存在着三个 A-B 界面和两个 B-A 界面, 因此能带图中出现了四条耦合边缘态和一条未发生耦合的 A-B 界面边缘态. 同时为了探讨不同组合结构的耦合特性, 构造了与图 4(a), (c), (e) 相对的超胞 BA_3B_3A , $BA_3B_3A_3B$ 和 $BA_3B_3A_3B_3A$ 结构, 计算的边缘态对应的位移场和能带图如图 4(b), (d), (f) 所示. 这些结构的耦合效应依旧遵循上述规律, 耦合界面个数为偶数时, 相邻的边缘态能够很好的发生耦合; 而当耦合界面个数为奇数时, 多出来的那个界面就不能够很好地与其他界面发生耦合, 从而依旧保持未发生耦合时的状态. 由于这种具有相反拓扑相位的有限尺寸声子晶体组成的异质结构可以支持耦合拓扑边缘态, 其结果为后续实现弹性波耦合谷边缘态的多模干涉传输效应提供了可能的方式.

4 耦合谷边缘态的多模干涉传输

根据耦合谷边缘态的结论, 有限尺寸的中间拓扑相声子晶体的引入不仅带来了弹性波谷边缘态的耦合, 同时增加异质结构的层数也增加了弹性波谷边缘态的模式数量, 多模式耦合的谷边缘态为实现弹性波的多模干涉传输效应提供了契机. 接下来, 本节进一步研究了谷拓扑声子晶体波导中多模谷边缘态的耦合传输行为. 为了在声子晶体板系统中实现弹性波多模干涉传输效应, 根据超胞 AB_3A_3B 和 $AB_3A_3B_3A_3B$ 的布置设计了两种夹层异质结构, 如图 5(a), (c) 所示, 中间耦合层域 A 和域 B 沿 y 方向上的层数 n 均设置为 3 层. 在仿真计算过程中, 为了激发面外偏振弹性模式, 在左侧界面处沿 z 轴方向施加位移载荷, 激发位置采用红色星星标记, 在模型四周施加低反射边界条件. 在图 5(a) 中上 A-B 界面处激发 (红色星星标记) 能够激发绿色的边缘态 1 (见图 4(a)), 因为在界面 A-B 周围的局部模式可以很好地与入射波耦合. 由于

该边缘态 A-B 和 B-A 界面的场是不耦合的, 靠近激励源的声子晶体波导是一个只支持边缘态 1 的波导. 当入射波进入拓扑耦合的波导时, 位于界面 A-B 周围的那些边缘态都将被激发. 根据耦合波导模态的多模干涉中自成像原理^[32], 干涉图案的拍长计算公式为

$$L = \frac{v(v+2)\pi}{3(\beta_0 - \beta_v)}, \quad (5)$$

式中, β_v 为第 v ($v = 0, 1, 2 \dots n-1$) 个波导模式的传播常数, 与图 4 中投影能带色散中的波矢 k_x 有关. 在直线传播路径上, 上下界面的拓扑谷边缘态相互干涉, 随着周期的增加能够实现成对干涉. 由 (5) 式计算可得, 对于频率 $f = 33300$ Hz 和 $f = 33650$ Hz 计算得到的波长为 $L_\pi(33300 \text{ Hz}) = 9.8a$ 和 $L_\pi(33650 \text{ Hz}) = 14.2a$. 图 5(b) 展示了频率 $f = 33300$ Hz 和 $f = 33650$ Hz 下激发的弹性波谷边缘态的位移场分布图. 结果表明, 当频率 $f = 33300$ Hz 和 $f = 33650$ Hz 时, 成对干涉图案的波长分别为 $L(33300 \text{ Hz}) = 19.6a$ 和 $L(33650 \text{ Hz}) = 28.4a$, 该数值仿真结果与多模干涉理论值 $2L_\pi(33300 \text{ Hz}) = 19.58a$ 和 $2L_\pi(33650 \text{ Hz}) = 28.39a$ 一致. 从位移场的分布可以看出, 弹性波在 P_0 口被激发后, 沿着 C_1 路径传播一段距离后, 弹性波位移场移动到了 C_3 路径, 再传播一段距离后继续回到 C_1 路径. 在频率 $f = 33300$ Hz 的位移场图中, 弹性波在进行三次传递后从 P_3 处离开; 而在频率 $f = 33650$ Hz 的位移场图中, 弹性波仅仅传递两次后就从 P_1 处离开. 由此可知, 随着频率增加, 弹性波传播的耦合位移场拍场不断增大. 同时, 我们在 $AB_3A_3B_3A_3B$ 夹层异质结构中也实现了谷边缘态的多模干涉传输效应. 在该结构中, 存在着三个 A-B 界面, 当我们在中间的 A-B 界面处激发边缘态 3 时, 在传播路径中传播时, 三个界面的拓扑边缘态相互干涉, 在传播路径中交替传播形成成对干涉. 在频率 $f = 33750$ Hz 和 $f = 34100$ Hz 的位移场图中, 成对干涉图案的波长分别为 $L(33750 \text{ Hz}) = 15.6a$ 和 $L(34100 \text{ Hz}) = 24.2a$, 数值仿真结果与多模干涉理论值 $2L_\pi(33750 \text{ Hz}) = 15.59a$ 和 $2L_\pi(34100 \text{ Hz}) = 24.18a$ 一致. 在图 5(d) 中, 弹性波在 C_3 口被激发后, 在频率 $f = 33750$ Hz 的位移场中弹性波在经历 4 次传递后从 P_3 处离开, 而当频率 $f = 34100$ Hz 时, 弹性波只传递了三次后从 P_1 和 P_5 处离开. 我们发现, 在不同通道的定向耦

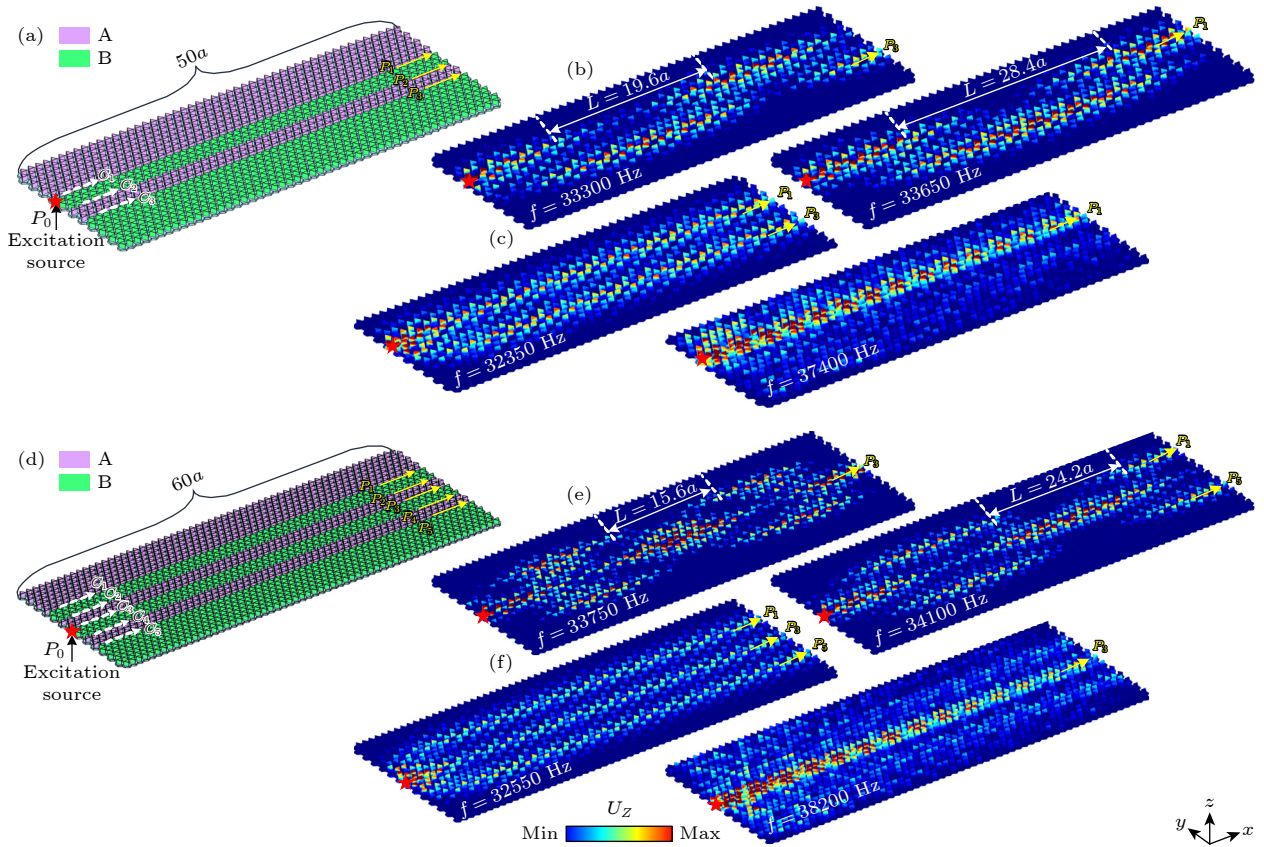


图 5 (a) AB_3A_3B 夹层异质结构传输示意图; (b), (c) AB_3A_3B 夹层异质结构中多模干涉效应和其他频率段位移场分布图; (d) $AB_3A_3B_3A_3B$ 夹层异质结构传输示意图; (e), (f) $AB_3A_3B_3A_3B$ 夹层异质结构中多模干涉效应和其他频率段位移场分布图
Fig. 5. (a) Wave propagation schematic in the AB_3A_3B sandwich heterostructure; (b), (c) the displacement field distribution maps of the multimode interference effect and other frequency ranges in the AB_3A_3B intercalated heterostructure; (d) wave propagation schematic in the $AB_3A_3B_3A_3B$ sandwich heterostructure; (e), (f) the displacement field distribution maps of the multimode interference effect and other frequency ranges in the $AB_3A_3B_3A_3B$ intercalated heterostructure.

合中, 不同长度的耦合波长直接影响到弹性波从不同通道中输出. 因此, 通过控制拓扑波导的耦合波长可以实现弹性波的定向耦合.

AB_3A_3B 传输模型中, 除了在 33200—35250 Hz 之间实现的多模干涉效应外, 存在着其他类型的传输形态. 当激发频率处在 30400—33150 Hz 之间时, 在该频率段之间只存在一条边缘态, 因此激发的弹性波只能沿着 A-B 界面传输, 即 C_1 和 C_3 路径. 由于在这个频率范围内, 只存在边缘态 1, 因此在 C_1 和 C_3 路径中传输的弹性波之间没有发生干涉效应. 而当激发频率超过 35250 Hz 后, 除了被激发的边缘态之外, 能带中的体态也被激发了出来. 此时被激发的体态会干扰边缘态的传输, 被激发的边缘态只能沿着 C_1 路径传输, 由于体态的干扰, 使得边缘态之间的干涉难以维持. 如图 5(c) 所示, 展示了在频率 $f = 32350$ Hz 和 $f = 37400$ Hz 下激发的弹性波谷边缘态的位移场分布图. 如图 5(f) 所

示, 在 $AB_3A_3B_3A_3B$ 夹层异质结构, 也存在这样的规律. 当频率 $f = 32550$ Hz 时, 只能沿着 A-B 界面传输, 即 C_1 , C_3 和 C_5 路径, 而不发生干涉; 当频率 $f = 38200$ Hz 时, 在 P_0 激发的边缘态会受到体态干扰而被局限在 C_3 路径, 无法产生干涉效应.

尽管拓扑声子晶体异质结构中的边缘态存在多模干涉效应, 但谷拓扑保护的性质使其具有对缺陷干扰的免疫性. 为验证其鲁棒性, 图 6 计算了引入缺陷干扰后 AB_3A_3B 和 $AB_3A_3B_3A_3B$ 异质结构中弹性波谷边缘态的位移场分布. 通过将 A-B 界面处单胞中的一个三角形棱柱删除, 从而在结构中形成空腔; 将界面处一个三角形棱柱旋转角度打乱, 在结构中引入无序缺陷. 值得注意的是, 无序缺陷仅仅只是改变拓扑界面三角形棱柱的旋转角度引入的, 这不会改变元素的方向. 引入两种缺陷干扰后, 两种异质结构计算得到的位移场分布如图 6(a), (b) 所示. 对比图 5(b), (d) 中两种结构的

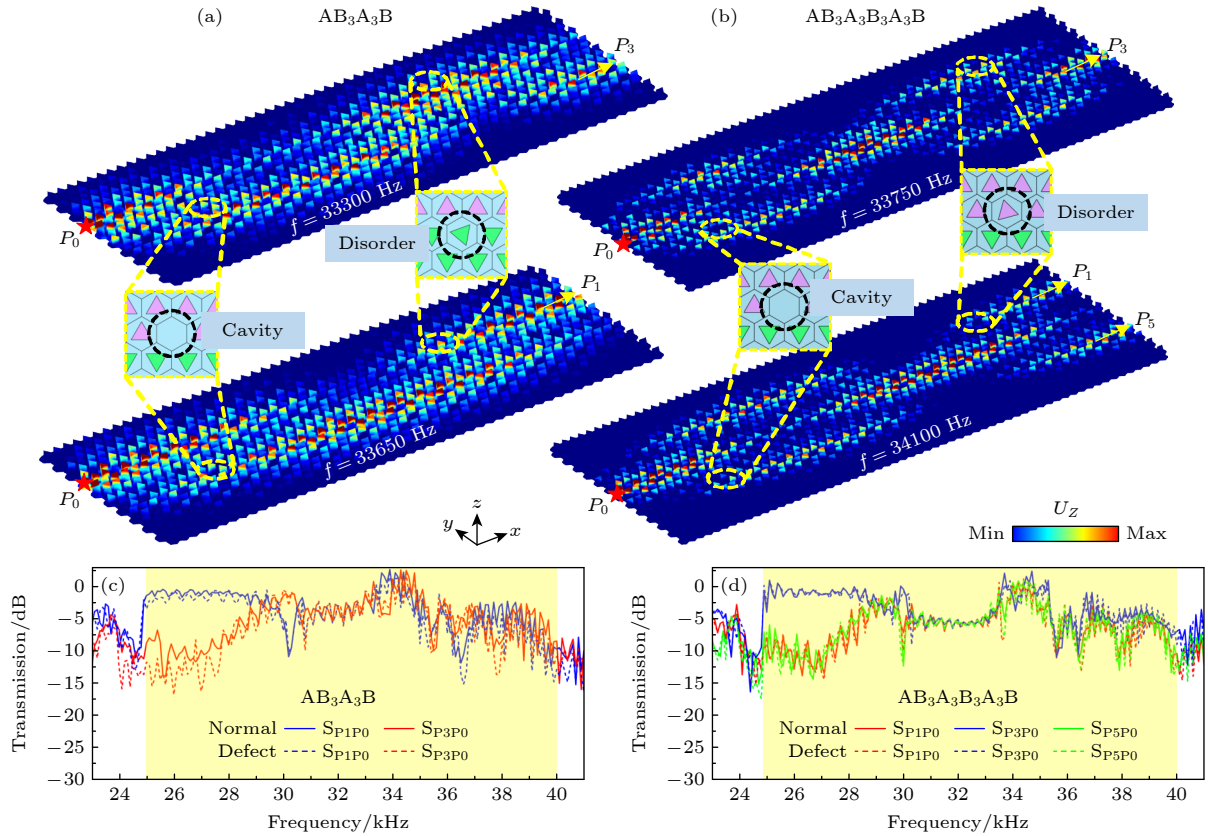


图 6 采用两种不同缺陷类型验证夹层异质结构的传输鲁棒性 (a) 具有空腔缺陷和无序扰动的 AB_3A_3B 夹层异质结构的位移分布图; (b) 具有空腔缺陷和无序扰动的 $AB_3A_3B_3A_3B$ 夹层异质结构的位移分布图, 缺陷位置采用黄色虚线标出; (c) 存在缺陷和正常 AB_3A_3B 夹层异质结构从 P_0 口到 P_1 和 P_3 口传输效率曲线对比图; (d) 存在缺陷和正常 $AB_3A_3B_3A_3B$ 夹层异质结构从 P_0 口到 P_1 、 P_3 和 P_5 口传输效率曲线对比图, 不同颜色表示不同的输出端口, 黄色区域表示边缘态范围

Fig. 6. Robustness verification of sandwich heterostructures against two defect types: (a) Displacement field distribution in AB_3A_3B heterostructure with cavity defects and disordered perturbations; (b) displacement field distribution in $AB_3A_3B_3A_3B$ heterostructure with cavity defects and disordered perturbations. Defect locations are marked by yellow dashed lines; (c) a comparison of the transmission efficiency from port P_0 to ports P_1 and P_3 between defective and pristine AB_3A_3B heterostructures; (d) the corresponding comparison from P_0 to ports P_1 , P_3 , and P_5 for the $AB_3A_3B_3A_3B$ heterostructure. In both plots, the curves are color-coded by their output ports, and the edge state frequency range is highlighted in yellow.

结果来看, 即使在拓扑界面引入了这两种缺陷, 但是依然能够很好地实现多模干涉传输效应, 几乎没有发生散射现象, 成对干涉的波长也保持不变. 如图 6(c), (d) 所示, 为了定量地对比各种不同缺陷对传输鲁棒性的影响, 我们计算并比较了正常状态和存在不同缺陷的情况下弹性波传输系数曲线图. 实线表示原模型的传输系数曲线, 虚线表示存在缺陷时模型的传输系数曲线, 不同的颜色线表示从不同端口输出的传输系数曲线. 从图 6(c), (d) 所示的传输系数曲线图中可以看出, 在边缘态频率范围内的传输效率没有发生较大的改变, 尤其是在发生多模干涉的频段部分, 传输系数的趋势和数值基本不受影响. 这表明边缘态的传输受到路径中缺陷干扰的影响非常微小, 进一步验证了传输的鲁棒性.

而且, 异质结构中的无序扰动仅破坏镜像对称性而不关闭带隙, 空腔缺陷尺度远小于耦合波长, 因此多模干涉传输仍保持相位的一致性. 这些结果表明, 耦合拓扑传输对无序和空腔缺陷具有很强的鲁棒性, 在本文研究的声子晶体异质结构中存在缺陷免疫的谷边缘态多模干涉传输效应. 值得提及的是, 尽管本文只针对面外偏振模态的谷耦合边缘态以及多模干涉传输效应进行了系统的研究, 其研究方法和策略也可以为研究声子晶体板中其他模态的边缘态耦合提供范式, 如面内纵波、面内横波, 以及高阶面外偏振模态等.

为了实现弹性波多模干涉传输特性的应用, 基于拓扑谷边缘态的耦合效应, 我们设计了一种拓扑弹性波波长解复用器. 为实现波长解复用, 我们在

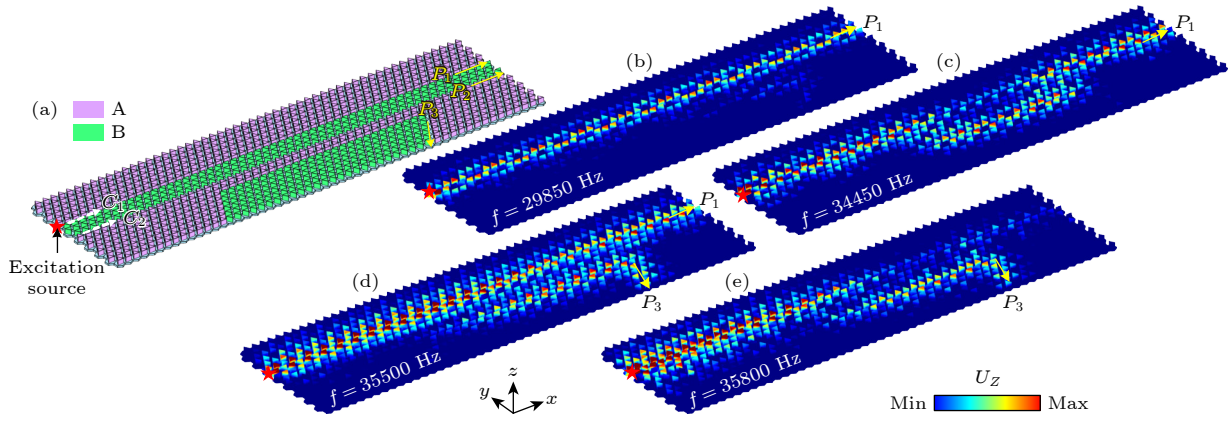


图 7 (a) 波长解复用器的结构模型; (b)—(e) $f = 29850, 34450, 35500, 35800$ Hz 不同频率下弹性波从不同端口输出的位移场分布图

Fig. 7. (a) Structural model of the wavelength demultiplexer; (b)—(e) displacement field distributions showing elastic wave output through different ports at excitation frequencies $f = 29850, 34450, 35500, 35800$ Hz, respectively.

夹层异质结构中引入弯曲的 A-B 界面. 该结构前后部分为 AB_3A 结构, 中间则为 AB_3A_3B 夹层结构, 输出端口为 P_3 , 模型如图 7(a) 所示. 激励点源设置左边的 A-B 界面处 (用红色星星标记), 在模型四周施加低反射边界条件, 计算所得的位移场图如图 7(b)—(e) 所示, 分别展示了入射频率 $f = 29850, 34450, 35500, 35800$ Hz 时相应的位移场分布图. 在频率 $f = 29850$ Hz 时, 入射波从 C_1 口进入, 波能量局域于 A-B 界面从 P_1 输出, 且只能沿着 A-B 界面保持高强度的能量传输, 入射波被牢牢地锁定在 A-B 界面没有发射散射, 而其他通道的传输可以忽略不计, 证实了拓扑边缘态解耦传输机制. 这是因为 A-B-A 排列结构中, A-B 界面和 B-A 界面处的位移场是不耦合的, 入射波在 C_1 口被激发时是一个单模波导. 当频率 $f = 34450$ Hz 时, 随着入射波进入到中间 A-B-A-B 结构位置, 边缘态之间发生成对干涉, 能量转移到下界面并重新回到原通道从 P_1 处离开, 形成干涉效应. 在频率 $f = 35500$ Hz 的位移场图中能够看出, 弹性波在 A-B 界面依旧保持高强度的能量传输, 同时传输中能量能被耦合到弯曲通道中从 P_1 和 P_3 处离开. 而当频率 $f = 35800$ Hz 时, 当入射波传输到 A-B-A-B 排列的结构时, 在此处产生干涉效应, 能量完全耦合到了弯曲通道中只能从 P_3 处离开. 基于上述不同的拓扑传输机制, 我们实现了波长解复用功能, 可将输入弹性波信号分离至不同通道. 值得提及的是, 在考虑实际应用和实验测量中, 不宜采用存在能量损耗的环氧树脂材料, 而用铝或者铁材料代替环氧树脂较为妥当, 甚至采用芯片弹性材料以实现

兆赫兹级别弹性波传输^[9].

5 结 论

本文专注于弹性波谷边缘态的耦合机制与多模干涉传输效应研究. 基于量子谷霍尔效应在弹性波体系的类比, 利用谷拓扑相声子晶体构建多相异质结构拓扑界面, 揭示了弹性波谷边缘态在不同异质拓扑夹层中的耦合特点和多模干涉传输机制. 首先通过将谷拓扑相晶体引入谷拓扑绝缘体中形成三层异质结构拓扑界面, 并控制中间耦合层的有限层数, 探究了弹性波谷边缘态的耦合效应及其变化规律. 进一步通过构建多层异质结构拓扑界面, 分析了耦合谷边缘态在多层异质拓扑结构中的分布特点. 最后, 通过设计多层异质结构拓扑谷波导, 研究了弹性波耦合谷边缘态的拓扑传输特性及其鲁棒性, 实现了弹性波的耦合谷边缘态多模干涉效应, 并将其应用于弹性波的耦合解复用. 相比前人研究的传统两相拓扑体系^[36-39], 本文针对弹性波体系中谷边缘态的耦合与多模干涉传输研究, 为弹性波拓扑传输的操控提供了一种新颖方法, 可以进一步促进可控弹性波输运和拓扑超声器件的实际应用, 如拓扑集成波导、能量采集器和信号传感器等.

参考文献

- [1] Ma G C, Xiao M, Chan C T 2019 *Nat. Rev. Phys.* **1** 281
- [2] Zhang X J, Xiao M, Cheng Y, Lu M H, Christensen J 2018 *Commun. Phys.* **1** 97
- [3] Zhang Z W, Wei Q, Cheng Y, Zhang T, Wu D J, Liu X J 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 084303

- [4] Tan M T, Sun X W, Liu Y H, Gao X L, Hu L W, Song T 2024 *J. Appl. Phys.* **135** 243107
- [5] Chen X D, Shi F L, Liu H, Lu J C, Deng W M, Dai J Y, Cheng Q, Dong J W 2018 *Phys. Rev. Appl.* **10** 044002
- [6] Chen X D, Zhao F L, Chen M, Dong J W 2017 *Phys. Rev. B* **96** 020202
- [7] Lu J Y, Qiu C Y, Ye L P, Fan X Y, Ke M Z, Zhang F, Liu Z Y 2017 *Nat. Phys.* **13** 369
- [8] Geng Z G, Peng Y G, Shen Y X, Zhao D G, Zhu X F 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 227802 (in Chinese) [耿治国, 彭玉桂, 沈亚西, 赵德刚, 祝雪丰 2019 物理学报 **68** 227802]
- [9] Yan M, Lu J Y, Li F, Deng W Y, Huang X Q, Ma J H, Liu Z Y 2018 *Nat. Mater.* **17** 993
- [10] Huo S Y, Xie G H, Qiu S J, Gong X C, Fan S Z, Fu C M, Li Z Y 2022 *Mech. Adv. Mater. Struct.* **29** 7772
- [11] Chen K K, Dong X J, Gao P L, Zhang J Y, Sun Y T, Tu G W, Peng Z K 2023 *Int. J. Mech. Sci.* **259** 108589
- [12] Wang B B, Jia D, Ge Y, Yuan S Q, Sun H X 2022 *New J. Phys.* **24** 113033
- [13] Zhang Z W, Tian Y, Wang Y H, Gao S X, Cheng Y, Liu X J, Christensen J 2018 *Adv. Mater.* **30** 1803229
- [14] Xiao J W, Ding X X, Huang W B, He Q B, Shao Y M 2024 *Mech. Syst. Sig. Process.* **220** 111657
- [15] Bao Y H, Jia Z Y, Tian Q M, Luo Y J, Zhang X P, Kang Z 2024 *Compos. Struct.* **351** 118622
- [16] Zhang Z W, Tian Y, Cheng Y, Wei Q, Liu X J, Christensen J 2018 *Phys. Rev. Appl.* **9** 034032
- [17] Dixon K Y, Loring T A, Cerjan A 2023 *Phys. Rev. Lett.* **131** 213801
- [18] Li Y, Luo Y J, Zhang X P 2022 *J. Sound Vib.* **529** 116962
- [19] Shao H X, Wang Y K, Yang G F, Sang T 2023 *Opt. Express* **31** 32393
- [20] Sharifi M, Rezaei B, Pashaei Adl H, Zakerhamidi M S 2023 *J. Appl. Phys.* **133** 083102
- [21] Li M X, Wang Y K, Sang T, Chu H C, Lai Y, Yang G F 2021 *Photonics Res.* **10** 197
- [22] Yang Q S, Chen R H, Huo S Y 2024 *Mater. Today Commun.* **40** 110060
- [23] Yang Y T, Qian X Y, Shi L W, Shen X P, Wang Y F, Hang Z H 2022 *Opt. Express* **30** 5731
- [24] Li J F, Yao J F, Wang Y, Zhou Z X, Kudryavtsev A A, Lan Z H, Yuan C X 2023 *APL Photonics* **8** 066102
- [25] Wang L G, Liu T, Yin J W 2024 *Phys. Lett. A* **512** 129571
- [26] Wang M D, Zhou W Y, Bi L Y, Qiu C Y, Ke M Z, Liu Z Y 2020 *Nat. Commun.* **11** 3000
- [27] Wei T T, Wang Y K 2022 *Opt. Express* **30** 36900
- [28] Wu P, Gao F, Xiang X, Yang J, Liu Y K, Peng Y G, Zhu X F 2025 *Phys. Rev. Appl.* **23** 054015
- [29] Geng Z G, Yu T J, Chen Z J, Shen Y X, Zhu X F 2024 *Phys. Rev. Appl.* **22** 064091
- [30] Huang H B, Chen J J, Mao L 2024 *Phys. Scr.* **99** 095011
- [31] Zhou Y Z, Sang T, Hu B L, Wang Y K 2025 *Appl. Phys. Lett.* **126** 242203
- [32] Liu L, Wang Y K, Zheng F X, Sang T 2022 *Opt. Lett.* **47** 2634
- [33] Fang H, Xie G H, Huang H B, Chen J J 2024 *Sci. Rep.* **14** 17011
- [34] Yin S D, Ye L P, He H L, Ke M Z, Liu Z Y 2022 *Phys. Rev. Appl.* **18** 054073
- [35] Zhang L, Yang Y H, He M J, Wang H X, Yang Z J, Li E P, Gao F, Zhang B L, Singh R J, Jiang J H, Chen H S 2019 *Laser Photonics Rev.* **13** 1900159
- [36] Huang Z, Wu J H, Huang Y, Liu C R, Chen C, Ma F Y 2021 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **55** 045301
- [37] Xu Y, Zhou W, Chen K H, Huang X G 2022 *Opt. Laser Technol.* **155** 108422
- [38] Wu Z, Chen J Y, Wang W H, Xu J, Shao S X, Xia R Y, Li Z 2024 *Thin Wall Struct.* **201** 111997
- [39] Li Y M, Kong P, Bi R G, He Z J, Deng K 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 244302 (in Chinese) [李荫铭, 孔鹏, 毕仁贵, 何兆剑, 邓科 2022 物理学报 **71** 244302]

Coupling valley topological edge states and multimode interference transmission in elastic phononic crystal plates*

YANG Qiushuang¹⁾ HUO Shaoyong^{1)†} ZHANG Shuxin¹⁾ CHEN Jiujiu²⁾

1) (College of Mechanical Engineering, University of South China, Hengyang 421001, China)

2) (College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

(Received 2 September 2025; revised manuscript received 6 October 2025)

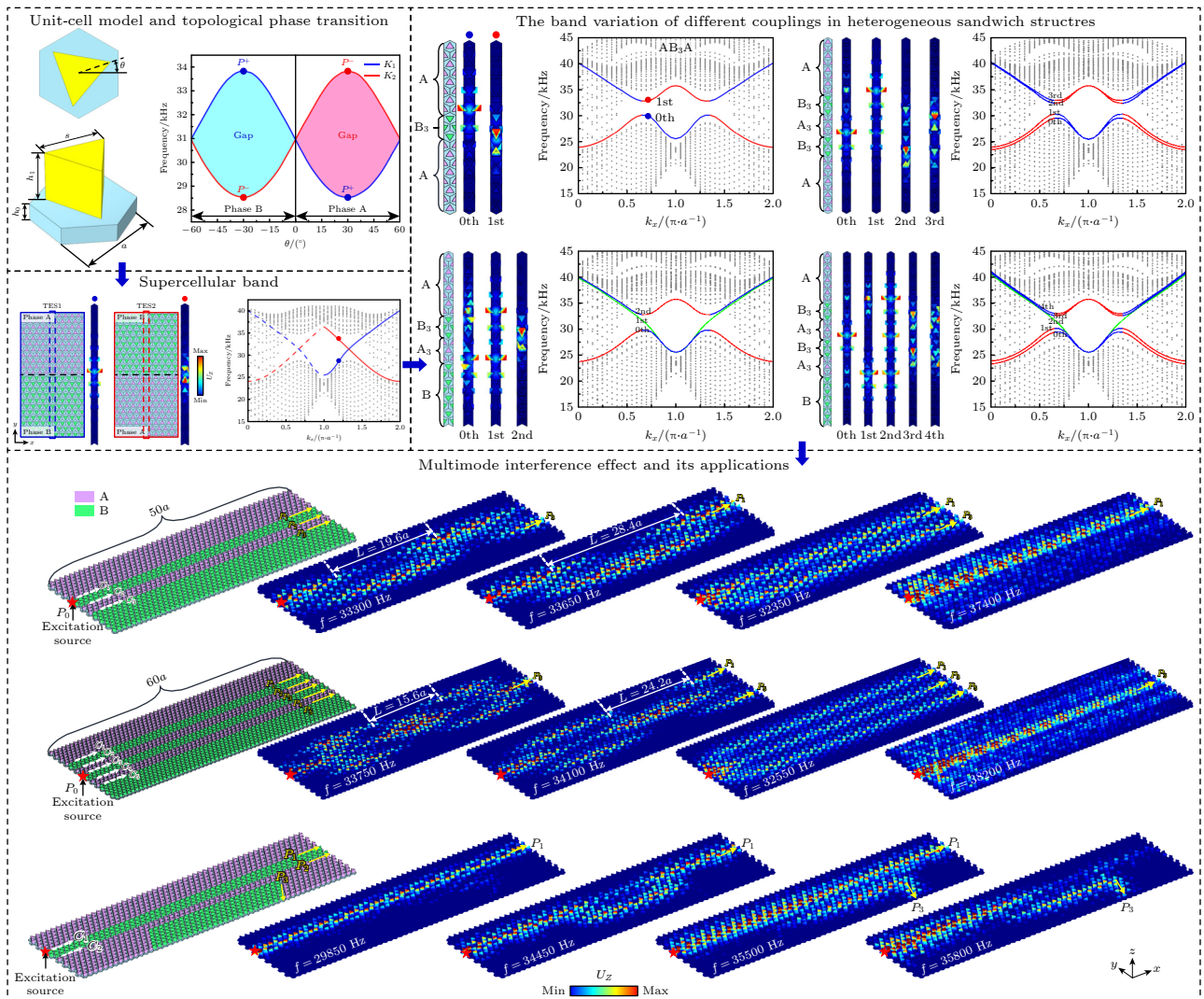
Abstract

In recent years, topological valley physics with the degrees of freedom of valley pseudospin has attracted great attention. The topological valley boundary states in phononic crystals have important application prospects in efficient guidance and sensing for acoustic and elastic wave due to their unique transmission characteristics with backscattering immunity. However, the coupling effect of the valley edge states in multi-layer topological heterostructure is still a challenge in the elastic system due to the complicated multi-mode

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12074114), the Excellent Youth Project of Hunan Education Department, China (Grant No. 24B0401), and the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 2023JJ40521).

† Corresponding author. E-mail: shaoyhuo@hnu.edu.cn

polarization of elastic waves. In this work, a valley topological phononic crystal plate with a multi-layer heterostructure is constructed to explore the multi-mode interference characteristics of the valley edge states based on the analogy of elastic wave quantum valley Hall effect. The coupling behavior of valley edge states for the out-of-plane polarized elastic wave in multi-layer topological heterostructure is systematically studied. By adjusting the layer numbers of the topological heterostructures, the formation mechanism and regulation law of coupled valley edge states for elastic wave in finite size multi-layer heterogeneous structures are revealed. Furthermore, through topological transmission calculations, the multi-mode interference effect of coupled valley edge states for elastic wave is achieved and its transmission robustness is well verified. Finally, as an application example, an elastic topological wavelength demultiplexing device is designed based on the multi-mode interference effect of valley edge state. By utilizing the difference in coupling wavelengths of elastic valley edge states at different coupling frequencies, directional separation of incident elastic waves in defect resistant channels is achieved, which can be used as a prototype model for the novel application of elastic wavelength demultiplex device. This work provides a new paradigm for the manipulation of elastic wave topological transport, which is also expected to promote the practical design of new multifunctional elastic wave coupling and sensing devices.



Keywords: coupled valley edge states, elastic wave, topological phononic crystals, multi-mode interference

DOI: [10.7498/aps.75.20251194](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251194)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251194](https://cstr.net/urn:cnki:CUJL:2026021002)