

光晶格原子钟 Rabi 谱的 Fisher 信息及最佳测量*

韩弱水¹⁾ 唐圭新^{2)†} 汪涛^{1)‡}

1) (重庆大学物理学院, 重庆)

2) (哈尔滨工业大学仪器科学与工程学院, 哈尔滨)

(2025 年 9 月 2 日收到; 2026 年 3 月 12 日收到修改稿)

Fisher 信息在参数估计中扮演着至关重要的角色. 本文探究了不同退相干强度下光晶格原子钟 Rabi 谱的 Fisher 信息, 发现其极大值点并非总是位于谱线半高宽点, 而是随系统退相干强度的变化而移动. 在退相干较弱时, 最大 Fisher 信息点更接近共振中心, 且相较于传统半高宽测量点可获得更高的信息增益. 进一步地, 本文通过数值仿真模拟了钟跃迁探测激光闭环过程中的艾伦方差, 证明了通过选择最大 Fisher 信息点进行闭环锁定可以提高光钟稳定度.

关键词: 光晶格原子钟, Fisher 信息, 稳定度**DOI:** 10.7498/aps.75.20251198**CSTR:** 32037.14.aps.75.20251198

1 引言

光晶格原子钟是现代精密测量领域的卓越成果, 凭借远超传统原子钟的准确度与稳定度, 成为时间频率计量的革命性突破. 其分数不确定度已突破 10^{-18} 量级^[1-3], 并在近期向着 8×10^{-19} 甚至更优的精度迈进^[4,5], 长期稳定性能更是达到前所未有的水平, 不仅重新定义了时间测量的精度边界, 甚至能捕捉到时空的细微变化. 这种超凡性能使其应用场景极为广泛: 在工程领域, 除了继续为下一代全球导航卫星系统 (GNSS)^[6] 提供支撑外, 随着光钟设备的小型化以及空间站搭载实验的成功^[7,8], 光晶格原子钟正逐步成为高精度相对论测地学的核心实体工具^[3,9]; 在基础物理研究中, 它可作超高灵敏度的“探针”, 来检验基本物理定律——从探索暗物质奥秘^[10], 到以空前精度验证爱因斯坦广义相对论^[2], 甚至用于严格约束精细结构常数等基本

物理常数的漂移^[11]. 光钟既是尖端技术的核心基石, 也是窥探宇宙深层规律的重要窗口, 完美架起了应用创新与基础探索的桥梁.

稳定度是衡量光钟性能的核心指标之一^[12,13], 它量化了光钟的统计误差, 反映了在量子投影噪声^[14]、Dick 噪声等随机涨落影响下^[15], 本地振荡器锁定至原子跃迁频率时的频率抖动大小. 提升稳定度的最直接途径是优化实验条件, 然而这类硬件层面的改进往往受限于现有技术条件. 因此, 从测量方案本身入手进行优化, 已成为当前的研究热点^[16-19]. 测量方案优化的核心, 在于提升频率估计的精度. 光钟通过测量原子激发率来估计激光失谐量, 这本质上是一个参数估计问题. 而 Fisher 信息量正是刻画估计精度的核心量, 它决定了参数估计的理论下界 (即 Cramér-Rao 下界)^[20-22]. 因此, 提高测量过程中的 Fisher 信息量, 能够直接提升频率估计精度, 进而改善光钟稳定度. 目前, 基于 Rabi 谱锁定时, 实验上常选取谱线半高宽处作为锁定点. 然而, 一些重要问题尚未明确: 半高宽处

* 国家自然科学基金 (批准号: 12274045) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: tangguixin@hit.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: tauwaang@cqu.edu.cn

的 Fisher 信息是否恰好位于极大值点? 该极大值点的位置是否会随实验条件 (如退相干强度) 变化而移动? 这些问题仍有待深入研究.

本文首先理论上计算光晶格原子钟的 Rabi 测量时, 不同退相干强度下的 Fisher 信息并寻找其极大值点的位置与退相干强度的关系. 随后将极大值点的 Fisher 信息与半高宽处的 Fisher 信息进行比较, 量化其提升的比例. 接着考虑一个简单的光钟闭环锁定过程, 并理论上分析钟激光频率的艾伦方差 (Allan variance). 最终, 数值上模拟该闭环过程, 证明了在偏离半高宽的 Fisher 极大值点处进行测量能够减小艾伦方差, 从而提高光钟稳定度.

2 Rabi 谱与 Fisher 信息

本文考虑数千个被冷却到数 μK 的超冷 ^{87}Sr 原子囚禁于工作在魔术波长的光晶格中. 在魔术波长 $\lambda_L = 813.43 \text{ nm}$ ^[23] 下, 原子的两个长寿命钟态, 即 $^1\text{S}_0$ 与 $^3\text{P}_0$, 感受到相同的晶格势能, 因而极大抑制了晶格光功率波动带来的噪声. 随后, 一束失谐为 δ , 耦合强度为 g 的钟跃迁探测激光 (以下简称钟激光) 耦合起两个钟态. 至此, 系统的哈密顿量可以描述为

$$\hat{H}/\hbar = -\frac{\delta}{2}\hat{\sigma}_z + \frac{g}{2}\hat{\sigma}_x, \quad (1)$$

这里的 Pauli 算符以 $^1\text{S}_0 (|\downarrow\rangle)$ 与 $^3\text{P}_0 (|\uparrow\rangle)$ 为基底. 在光钟闭环时, 原子一开始被制备在 $^1\text{S}_0$ 态上, 在经过 π 脉冲, 即经过 $t_\pi = \pi/g$ 的光与原子相互作用时间后, 便测量原子系综的激发率来估计钟激光失谐, 从而通过补偿失谐来保证钟激光锁定在钟态间跃迁频率上.

在经过 π 脉冲的激发后, 原子的激发率表示为

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2} \langle \downarrow | e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H} t_\pi} \hat{\sigma}_z e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t_\pi} | \downarrow \rangle \\ &= \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} \frac{\delta^2/g^2 + \cos\left(\pi\sqrt{1+\delta^2/g^2}\right)}{1+\delta^2/g^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

在光钟系统中, 导致退相干的因素众多, 例如晶格光引起的光子非弹性散射、钟激光的噪声、原子间的非弹性碰撞, 以及非均匀激发等^[24-26]. 为了表征这些效应引起的总体退相干强度, (2) 式中引入了无量纲参数 $\alpha \in (0, 1]$. α 反映了系统相干性的好坏. 当 $\alpha = 1$ 时, 系统处于无退相干的理想状态, 激发率可达 1; α 越接近 0, 表示系统受到的退相干作

用越强. 对于一般的光钟系统而言, α 的值一般在 0.8 左右, 即一个 π 脉冲后原子最高能达到约 0.9 的激发率.

在参数估计问题中, Fisher 信息起着至关重要的作用^[21,22]. 根据 Cramér-Rao 不等式:

$$\text{Var}(\hat{\theta}) \geq 1/[nI(\theta)], \quad (3)$$

其中 $\hat{\theta}$ 为待估参数 θ 的无偏估计子, n 为实验的独立重复测量次数. 即对于某个未知参数, 任何无偏估计量的方差 $\text{Var}(\hat{\theta})$ 都不可能小于 $1/[nI(\theta)]$, 其中 $I(\theta)$ 为 Fisher 信息, 衡量样本中包含于参数 θ 的信息量, 其定义为

$$I(\theta) = E_x \left[\left(\frac{\partial \log f(x; \theta)}{\partial \theta} \right)^2 \right], \quad (4)$$

其中, $f(x; \theta)$ 为概率密度函数, x 为随机变量, E_x 为关于 x 的均值.

对于本文研究的系统而言, 所测得的激发态原子数受到量子投影噪声影响, 服从二项分布, 概率质量函数如下:

$$f(N_e; \delta) = C_N^{N_e} P_e^{N_e} (1 - P_e)^{N - N_e}, \quad (5)$$

其中, N 为系统总原子数, 而 N_e 为测量时的激发态原子数, $C_N^{N_e}$ 为二项式系数. 对于该二项分布, 其关于跃迁概率 P_e 的 Fisher 信息已知为 $I(P_e) = N/[P_e(1 - P_e)]$. 在本系统中, 待估参数为钟激光失谐 δ , 且 P_e 是 δ 的函数. 因此, 我们运用了 Fisher 信息的链式法则, 即参数变换定理^[27], 通过关系式 $I(\delta) = I(P_e) \left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right)^2$, 将该分布关于失谐 δ 的 Fisher 信息表示为

$$I(\delta) = \frac{N}{P_e(1 - P_e)} \left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right)^2. \quad (6)$$

图 1 展示了参数 $\alpha = 1, 0.8, 0.6$ 时 Rabi 谱的 Fisher 信息. 由于 Fisher 信息 $I(\delta)$ 与 g^{-2} 成正比, 且谱线的整体形状仅由无量纲参数 δ/g 决定, 为呈现不依赖于耦合强度 g 的普适行为, 图中对 $I(\delta)$ 乘以 g^2 进行归一化处理, 并以 δ/g 作为横坐标. 可以看到最大 Fisher 信息的失谐点跟退相干强度是相关的. 为了理解图 1 中最大 Fisher 信息对应失谐点随退相干强度的变化规律, 需要分析 Rabi 谱线斜率与量子投影噪声之间的物理竞争机制. 根据 (6) 式, 测量激发率的 Fisher 信息由两部分共同决定: 分子项 $\left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right)^2$ 是拉比谱线斜率的平

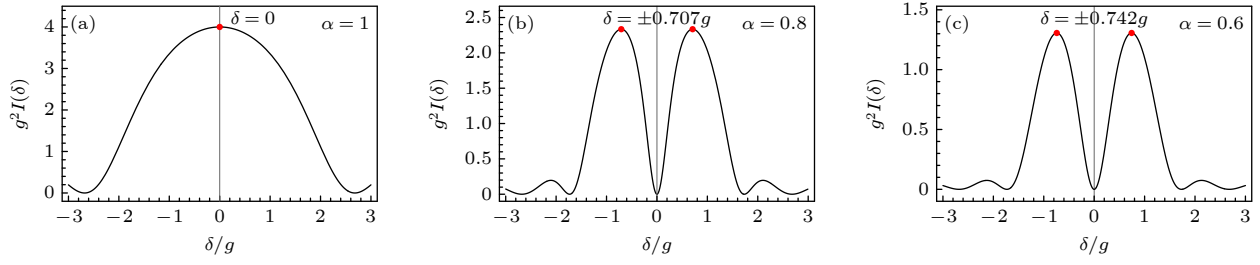

 图 1 (a)—(c) α 为 1, 0.8, 0.6 时的 Rabi 谱 Fisher 信息, 图中红点标记为 Fisher 信息的极大值点

Fig. 1. (a)—(c) Fisher information of the Rabi spectrum under the coefficient $\alpha = 1, 0.8$, and 0.6 , respectively. The red dots mark the maximum points of the Fisher information.

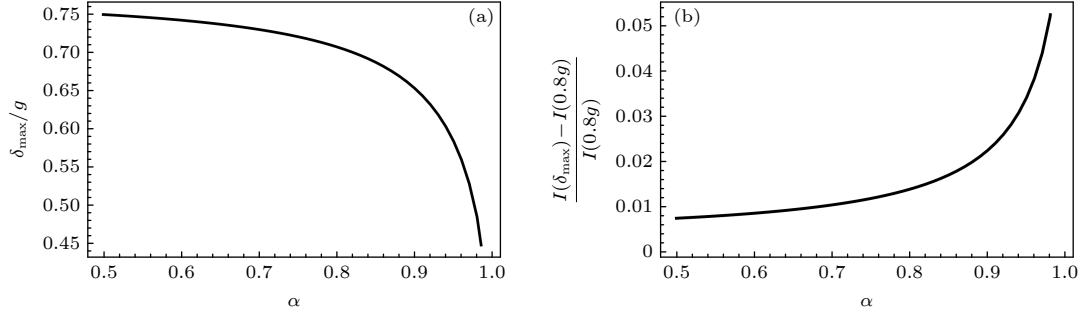


图 2 (a) 最大 Fisher 信息点的失谐与参数 α 之间的关系; (b) 在不同参数 α 下, 相较于常规半高宽测量, 通过选择最大 Fisher 信息失谐点进行测量所带来的 Fisher 信息相对增量

Fig. 2. (a) Relationship between the detuning at the maximum Fisher information point and the coefficient α ; (b) under different coefficients α , the relative increment of Fisher information obtained by measuring at detuning point with maximum Fisher information, in comparison with the conventional full-width at half-maximum measurement.

方, 代表了激发率对失谐变化的响应灵敏度; 分母项 $P_e(1 - P_e)$ 源于二项分布的方差, 代表量子投影噪声对测量精度的限制. 在理想的无退相干情况下 ($\alpha = 1$), 共振点 ($\delta = 0$) 处系统实现完全布居数反转, 即 $P_e \rightarrow 1$. 此时投影噪声方差趋于零的速率极快, 其对 Fisher 信息的贡献占据主导地位, 使得最大 Fisher 信息点位于共振中心. 而当系统存在退相干时 ($\alpha < 1$), 共振点处的最大激发率被限制为 $P_e = (1 + \alpha)/2 < 1$, 投影噪声不再为零. 由于共振中心的谱线斜率始终为零, 导致此时 $\delta = 0$ 处的 Fisher 信息直接衰减为零. 这就导致了最大 Fisher 信息点偏离共振中心, 向两侧移动. 随着系统退相干效应的增强 (即 α 减小), 参数估计更加依赖于较大的谱线斜率来维持灵敏度, 因此 Fisher 信息的极大值点逐渐向斜率最陡峭的半高宽附近 (约 $\delta \approx 0.8g$) 移动.

图 2(a) 给出了不同 α 下, 最大 Fisher 信息对应的失谐与耦合强度 g 之间的关系. 可见, 当系统退相干较小时, 最大 Fisher 信息点的失谐会逐渐变小. 在一般的钟闭环过程中, 在半高宽处, 即

$\delta \approx 0.8g$ 进行激发率测量, 此时测量对应的 Fisher 信息即为 $I(0.8g)$. 图 2(b) 给出了通过选择最大 Fisher 信息点进行测量带来的信息的相对增加量, 即 $\frac{I(\delta_{\max}) - I(0.8g)}{I(0.8g)}$. 可以看到, 系统退相干强度越小时, Fisher 信息的相对增量越大.

3 钟闭环模拟及艾伦方差

钟闭环是时间频率系统中实现精准调控的核心架构, 通过将钟的输出信号与参考信号进行比对、误差检测及反馈调节, 形成一个动态平衡的闭环控制回路, 从而稳定钟的工作状态, 是保证时间频率信号长期可靠输出的基础. 近年来, 针对光钟闭环系统的研究不断深入, 研究人员通过死时间 (dead time) 抑制、交替锁定以及优化本地振荡器反馈伺服算法等先进手段, 极大地压制了狄克效应等噪声, 使得光晶格钟的长期稳定度不断突破极限 [28,29]. 在钟闭环系统的性能评估中, 存在多种表征指标, 但艾伦方差 (Allan variance) 无疑是最重要的一项 [30]. 这是因为艾伦方差能够有效抑制白

噪声对测量结果的干扰, 精准刻画钟在不同采样时间下的频率稳定度特性, 为钟闭环系统的设计优化、性能评估以及实际应用提供了不可或缺的量化依据. 值得注意的是, 第 2 节中 Cramér-Rao 不等式所揭示的渐近极限与光钟的稳定度评估是内在统一的. 在光钟的闭环运行中, 每一次完整的探测周期 (包含冷却、态制备、激光作用与探测) 耗时为 T_c . 当在一段给定的积分时间 (采样周期) τ 内对钟频进行评估时, 系统实际上已经完成了 $n = \tau/T_c$ 次独立重复测量. 因此, 根据 (3) 式可知, 通过寻找极值点来最大化单次探测的 Fisher 信息 $I(\delta)$, 不仅减小了单次测量的投影噪声极限, 也加速了多次平均过程中测量方差随积分时间 τ 递减的速率, 这直接反映为在特定 τ 下系统艾伦方差的显著降低. 为了量化 Fisher 信息对系统艾伦方差的影响, 考虑如下的步骤 (图 3(a)) 来锁定钟激光频率, 以便进行数值及理论上的分析.

1) 对于未知的钟激光失谐 δ_p , 加上频率偏置量 $\Delta\delta$ 并在失谐点 $\delta_p + \Delta\delta$ 处完成一次激发率测量, 测得激发率 P_1 .

2) 减去频率偏置量 $\Delta\delta$, 并在失谐点 $\delta_p - \Delta\delta$ 处完成一次激发率测量, 测得激发率 P_2 .

3) 根据激发率测量数据, 估计失谐 δ_p , 得到估计量 δ_{est} . 这里采用最大似然估计器估计失谐.

4) 利用估计量对钟激光频率进行反馈调节, 调节后的失谐为 $\delta_p - \delta_{\text{est}}$.

5) 对钟激光加上一个高斯噪声 ξ 以描述其频漂过程, 最终的失谐为 $\delta_p - \delta_{\text{est}} + \xi$.

6) 将 $\delta_0 - \delta_{\text{est}} + \xi$ 视为新的未知的 δ_p 并回到第一步开始新一轮循环.

接下来理论上分析此过程. 考虑初始时刻, 激光的失谐为 $\delta_{p,0}$. 在经过激发率测量后, 得到的估计量设为 $\delta_{\text{est},1}$. 这里考虑我们的估计是无偏的, 那么 $\delta_{\text{est},1} = \delta_{p,0}^0 + \varepsilon_1$. 其中 ε_1 是一个均值为 0、方差为 $\frac{1}{I(\delta_{p,0} + \Delta\delta) + I(\delta_{p,0} - \Delta\delta)}$ 的由于量子投影噪声所产生的随机变量. 那么, 在下一循环开始时, 激光的失谐 $\delta_{p,1} = \delta_{p,0} - \delta_{\text{est},1} + \xi_1 = \xi_1 - \varepsilon_1$. 这里 ξ_1 为钟激光频漂带来的噪声. 对于下一循环, 同样可以得出: 第二次闭环时的估计量 $\delta_{\text{est},2} = \delta_{p,1} + \varepsilon_2$, ε_2 的方差应满足 $\text{Var}(\varepsilon_2) = \frac{1}{I(\delta_{p,1} + \Delta\delta) + I(\delta_{p,1} - \Delta\delta)}$. 第二次闭环结束时的失谐 $\delta_{p,2} = \delta_{p,1} - \delta_{\text{est},2} + \xi_2 = \xi_2 - \varepsilon_2$. 对应第 i 次闭环时, 则有 $\delta_{p,i} = \xi_i - \varepsilon_i$. 因

此, 钟激光频率的艾伦方差 $\sigma_{\delta_p}^2(m)$ 可以计算为

$$\sigma_{\delta_p}^2(m) = \frac{1}{2(k-1)} \times \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{1}{m} \sum_{j=i}^m \delta_{p,mi+j} - \delta_{p,m(i-1)+j} \right)^2, \quad (7)$$

其中, m 是计算艾伦方差时的每组的采样点数 (采样周期), M 为总的测量点数, $k = M/m$. 这里假设每次闭环时钟激光的频漂噪声是独立的, 且噪声的标准差为 σ_p , 而量子投影噪声也是独立的. 并且, 假设每一次量子投影噪声的方差都相同, 且等于 $1/2I(\Delta\delta)$. 这个假设的成立条件是 $\delta_p \ll g$, 即每次反馈后, 激光的失谐都远小于 Rabi 频率. 在该条件下, 系统的失谐估计值的艾伦方差的期望可以表示为

$$\langle \sigma_{\delta_p}^2(m) \rangle = \frac{k}{k-1} \frac{\sigma_p^2 + 1/[4I(\Delta\delta)]}{m}. \quad (8)$$

可见, 此时的艾伦方差受到激光噪声与量子投影噪声共同影响, 且可以通过选择 $\Delta\delta$ 来尽可能地增大 $I(\Delta\delta)$ 以减小艾伦方差. 若 $\sigma_p \ll 1/I(\Delta\delta)$, 那么艾伦方差的均值随 $\Delta\delta$ 从 $0.8g$ 变化到 Fisher 信息的最大值点 $\Delta\delta_{\text{max}}$ 时的相对降幅即可表示为

$$\frac{\langle \sigma_{\delta_p}^2(m) |_{\Delta\delta=0.8g} \rangle - \langle \sigma_{\delta_p}^2(m) |_{\Delta\delta=\Delta\delta_{\text{max}}} \rangle}{\langle \sigma_{\delta_p}^2(m) |_{\Delta\delta=0.8g} \rangle} = \frac{I(\delta_{\text{max}}) - I(0.8g)}{I(\delta_{\text{max}})}. \quad (9)$$

为了验证上述理论分析, 本文进一步对钟激光频率闭环锁定过程进行了数值模拟. 模拟中, 通过在钟激光失谐两侧施加频率偏置并测量对应激发率, 利用最大似然估计反演钟激光失谐, 随后根据估计结果进行反馈修正, 并引入高斯随机噪声描述钟激光频率漂移. 在重复上述闭环过程后, 得到钟激光失谐的时间序列, 进而计算其艾伦方差并比较不同测量失谐点下的稳定度表现. 令 $g = 2\pi \times 10$ rad/s, $\sigma_p = 0.1$ rad/s, 原子数 $N = 10000$. 在该参数条件下, 频漂噪声 σ_p 远小于 g , 且原子数够多, 量子投影噪声被充分抑制, $\delta_{p,i} = \xi_i - \varepsilon_i \ll g$, 故 (8) 式的假设条件成立. 不同退相干强度下的艾伦方差相对降幅如图 3(b) 所示. 图中误差棒来自对艾伦方差的三次独立模拟结果, 每次模拟的闭环次数 M 为 10^6 次.

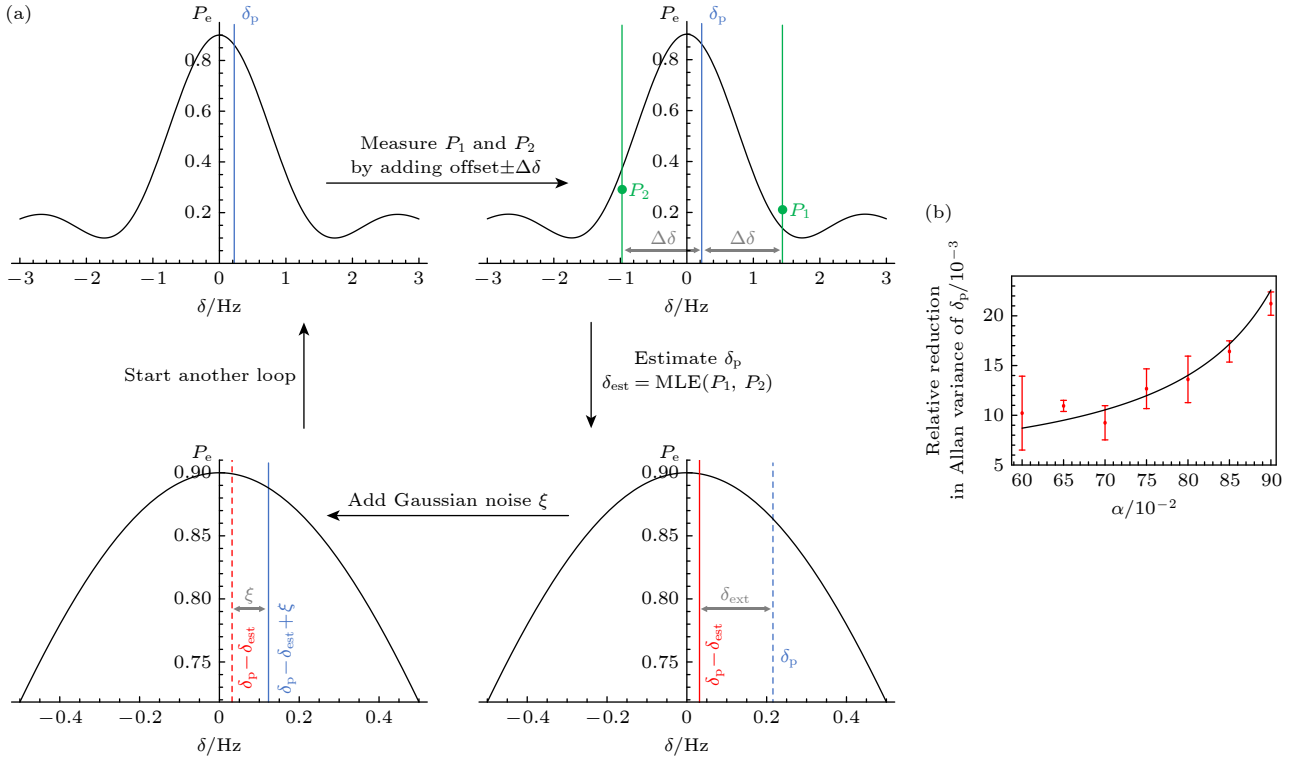


图 3 (a) 钟闭环过程模拟的示意图; (b) 不同参数 α 下, 钟激光失谐的艾伦方差从 $0.8g$ 变化到 Fisher 信息的最大值点 $\Delta\delta_{\max}$ 的相对降幅. 红色圆点为数值模拟结果, 误差棒由三次独立模拟得到, 黑色实线为 (9) 式给出的理论曲线

Fig. 3. (a) Schematic diagram of the clock closed-loop simulation; (b) relative reduction of the Allan variance of the clock laser detuning from $0.8g$ to the maximum Fisher information point $\Delta\delta_{\max}$ under different coefficients α . The red dots represent the simulation results, and the error bars are obtained from three independent simulations of the Allan variance. The black solid line is the theoretical results obtained by Eq. (9).

4 结 论

本文系统探究了光晶格原子钟 Rabi 谱中 Fisher 信息的特性及其对钟激光闭环稳定度的影响. 研究发现, Rabi 谱的 Fisher 信息极大值点位置并非固定于半高宽处, 而是随系统退相干强度变化: 退相干较弱时, 最大 Fisher 信息点更接近谱线中心 (失谐更小), 且与半高宽处的信息差异更显著. 通过量化不同退相干强度下最大 Fisher 信息点的相对增益可知, 系统退相干效应越弱 (α 越接近 1), 选择最大 Fisher 信息点测量相比传统半高宽点的优势越明显, 可显著提升参数估计的信息量. 基于钟激光闭环过程的艾伦方差分析, 证实了 Fisher 信息的提升能直接转化为稳定度改善. 数值模拟进一步验证, 在最佳 Fisher 信息点进行激发率测量时, 钟激光频率的艾伦方差降低. 本研究为光晶格原子钟的高精度锁定提供了新的优化思路: 通过追踪 Fisher 信息极大值点动态调整测量参数, 可在不改变硬件条件的情况下提升系统稳定度. 未

来工作将进一步探索多参数耦合场景下的 Fisher 信息优化策略, 并结合实验验证不同晶格深度下该方法的普适性. 此外, 环境参数的变化会引起退相干强度的变化, 能否在钟闭环过程中动态地追踪 Fisher 信息最大点进行闭环也是十分值得研究的问题.

感谢国家授时中心卢晓彤副研究员和常宏研究员参与讨论.

参考文献

- [1] Nicholson T L, Campbell S L, Hutson R B, Marti G E, Bloom B J, McNally R L, Zhang W, Barrett M D, Safronova M S, Strouse G F, Tew W L, Ye J 2015 *Nat. Commun.* **6** 6896
- [2] Bothwell T, Kennedy C J, Aeppli A, Kedar D, Robinson J M, Oelker E, Staron A, Ye J 2022 *Nature* **602** 420
- [3] McGrew W F, Zhang X, Fasano R J, Schäffer S A, Beloy K, Nicolodi D, Brown R C, Hinkley N, Milani G, Schioppo M, Yoon T H, Ludlow A D 2018 *Nature* **564** 87
- [4] Aeppli A, Kim K, Warfield W, Safronova M S, Ye J 2024 *Phys. Rev. Lett.* **133** 023401

- [5] Dai P C, Li S Y, Zhao Y, Lin Y G, Wang Q, Fang Z J, Li T C 2022 *Chin. Phys. Lett.* **39** 080601
- [6] Dow J M, Neilan R E, Rizos C 2009 *J. Geod.* **83** 689
- [7] Zhao G, Xia J, Liu Y, Zhou Y, Zhou C, Guo F, Wang W, He D, Feng M, Liang T, Ren J, Xu Q, Meng J, Gao F, Shen Y, Lu X, Lu B, Wang Y, Hu X, Tan W, Zou H, Chang H 2025 *Chin. Phys. Lett.* **42** 063701
- [8] Okaba S, Katori H 2024 *Phys. Rev. Appl.* **21** 034006
- [9] Grotti J, Koller S, Vogt S, Häfner S, Sterr U, Lisdat C, Denker H, Voigt C, Timmen L, Rolland A, Baynes F N, Margolis H S, Zampaolo M, Thoumany P, Pizzocaro M, Rauf B, Bregolin F, Tampellini A, Barbieri P, Zucco M, Costanzo G A, Clivati C, Levi F, Calonico D 2018 *Nat. Phys.* **14** 437
- [10] Derevianko A, Pospelov M 2014 *Nat. Phys.* **10** 933
- [11] Filzinger M, Dörscher S, Lange R, Klose J, Steinel M, Benkler E, Peik E, Lisdat C, Huntemann N 2023 *Phys. Rev. Lett.* **130** 253001
- [12] Ludlow A D, Boyd M M, Ye J, Peik E, Schmidt P 2015 *Rev. Mod. Phys.* **87** 637
- [13] Zhou Y H, Chang H, Wang T 2024 *Laser Optoelectron. Prog.* **61** 1300002 (in Chinese) [周彦桦, 常宏, 汪涛 2024 激光与光电子学进展 **61** 1300002]
- [14] Itano W M, Bergquist J C, Bollinger J J, Gilligan J M, Heinzen D J, Moore F L, Raizen M G, Wineland D J 1993 *Phys. Rev. A* **47** 3554
- [15] Al-Masoudi A, Dörscher S, Häfner S, Sterr U, Lisdat C 2015 *Phys. Rev. A* **92** 063814
- [16] Orenes D B, Sewell R J, Lodewyck J, Mitchell M W 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 153201
- [17] Xu T, Chu A, Kim K, Thompson J K, Ye J, Esslinger T, Rey A M 2025 *PRX Quantum* **6** 030322
- [18] Zheng X, Dolde J, Lochab V, Merriman B N, Li H, Kolkowitz S 2022 *Nature* **602** 425
- [19] Eckner W J, Darkwah Oppong N, Cao A, Young A W, Milner W R, Robinson J M, Ye J, Kaufman A M 2023 *Nature* **621** 734
- [20] Fisher R A 1925 *Math. Proc. Camb. Philos. Soc.* **22** 700
- [21] Fisher R A 1922 *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* **222** 309
- [22] Cramér H 2016 *Mathematical Methods of Statistics* (Princeton: Princeton University Press) pp473–478
- [23] Katori H, Takamoto M, Pal'chikov V G, Ovsiannikov V D 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 173005
- [24] Rey A, Gorshkov A, Kraus C, Martin M, Bishof M, Swallows M, Zhang X, Benko C, Ye J, Lemke N, Ludlow A 2014 *Ann. Phys.* **340** 311
- [25] Dörscher S, Schwarz R, Al-Masoudi A, Falke S, Sterr U, Lisdat C 2018 *Phys. Rev. A* **97** 063419
- [26] Blatt S, Thomsen J W, Campbell G K, Ludlow A D, Swallows M D, Martin M J, Boyd M M, Ye J 2009 *Phys. Rev. A* **80** 052703
- [27] Kay S M 1993 *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory* (Englewood Cliffs: NJ: Prentice-Hall) pp37–39
- [28] Schioppo M, Brown R, McGrew W, et al. 2017 *Nat. Photonics* **11** 48
- [29] Guo Y, Yin M J, Xu Q F, Wang Y B, Lu B Q, Ren J, Zhao F J, Chang H 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 070601 (in Chinese) [郭阳, 尹默娟, 徐琴芳, 王叶兵, 卢本全, 任洁, 赵芳婧, 常宏 2018 物理学报 **67** 070601]
- [30] Allan D W 1966 *Proc. IEEE* **54** 221

Fisher information and optimal measurement of Rabi spectrum in optical lattice atomic clocks*

HAN Ruoshui¹⁾ TANG Guixin^{2)†} WANG Tao^{1)‡}

¹⁾ (School of Physics, Chongqing University, Chongqing, China)

²⁾ (Center of Ultra-precision Optoelectronic Instrument Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, China)

(Received 2 September 2025; revised manuscript received 12 March 2026)

Abstract

Optical lattice atomic clocks have achieved remarkable fractional frequency uncertainties, playing a vital role in precision metrology and fundamental physics. In the closed-loop operation of an optical clock, stabilizing the clock laser to the ultra-narrow atomic transition is essentially a parameter estimation problem. Although measurements are conventionally performed at the full-width at half-maximum (FWHM) of the Rabi spectrum to maximize the discriminator slope, it remains unclear whether this point provides the maximum Fisher information under the influence of system decoherence. In this paper, we theoretically and numerically investigate the Fisher information of the Rabi spectrum under varying decoherence strengths. To accurately

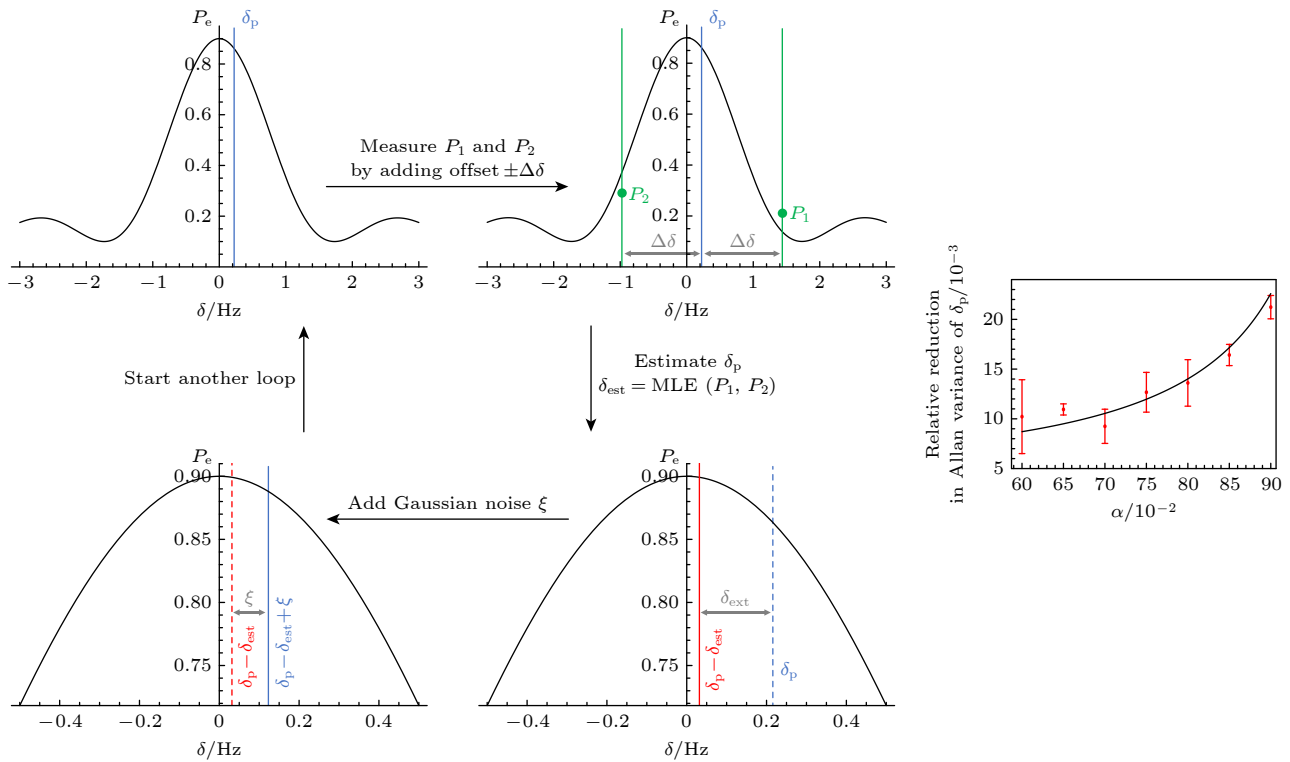
* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12274045).

† Corresponding author. E-mail: tangguixin@hit.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: tauwaang@cqu.edu.cn

quantify the decoherence effect, we introduce a coherence contrast parameter α ($\alpha \in (0, 1]$). By analyzing the physical competition between the spectral line slope (representing signal sensitivity) and the quantum projection noise (QPN), we reveal the underlying mechanism governing the optimal measurement point. We find that under ideal fully coherent conditions ($\alpha = 1$), the maximum Fisher information is located exactly at the resonance center. However, when decoherence is present ($\alpha < 1$), the non-zero QPN at resonance forces the maximum Fisher information point to shift towards the FWHM to seek a larger spectral slope.

To evaluate the practical enhancement of this mechanism, we further construct a numerical simulation of the clock laser locking process. The simulated Allan variance confirms that tracking the dynamically optimized detuning point (e.g., $\Delta\delta = 0.653g$ at $\alpha = 0.9$) effectively reduces the Allan variance compared with the traditional FWHM measurement ($\Delta\delta \approx 0.8g$). Our study proposes a dynamic optimization strategy that significantly improves the stability of optical lattice clocks purely through measurement scheme optimization, without requiring any additional hardware modifications.



Keywords: optical lattice clocks, Fisher information, stability

DOI: [10.7498/aps.75.20251198](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251198)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251198](https://cstr.net.cn/32037.14.aps.75.20251198)

光晶格原子钟Rabi谱的Fisher信息及最佳测量

韩弱水 唐圭新 汪涛

Fisher information and optimal measurement of Rabi spectrum in optical lattice atomic clocks

HAN Ruoshui TANG Guixin WANG Tao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 120405 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20251198

CSTR: 32037.14.aps.75.20251198

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251198>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于光钟的精密测量研究进展

Research progress on precision measurement based on optical clocks

物理学报. 2026, 75(4): 120405 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251594>

基于 ^{87}Sr 光晶格钟的时域Landau-Zener-Stückelberg-Majorana干涉边带谱的测量

Measurement of the time-domain Landau-Zener-Stückelberg-Majorana interference sidebands in an ^{87}Sr optical lattice clock

物理学报. 2025, 74(7): 073102 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241797>

基于原位成像技术的同步频率比对与密度频移测量

Density shift measurement and synchronous frequency comparison based on *in situ* imaging technique

物理学报. 2022, 71(17): 173401 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220600>

氢原子钟双选态束光学系统仿真分析

Simulation analysis of hydrogen atomic clock double state-selection beam optical system

物理学报. 2023, 72(1): 013702 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221363>

基于量子Fisher信息测量的实验多体纠缠刻画

Experimentally characterizing multiparticle entanglement based on measuring quantum Fisher information

物理学报. 2023, 72(11): 110305 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230356>

基于铯基准钟与光抽运守时型小铯钟的时间尺度算法

Time scale algorithm based on cesium atomic fountain clock and optically pumped small cesium clocks

物理学报. 2025, 74(19): 110305 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250642>