

利用深度学习从质子成像反演激光等离子体中的 磁场分布研究*

安吉¹⁾²⁾ 郑君^{1)2)†} 陈民^{1)2)‡} 远晓辉¹⁾²⁾ 盛政明¹⁾²⁾³⁾

1) (上海交通大学物理与天文学院, 暗物质物理全国重点实验室, 上海 200240)

2) (上海交通大学激光等离子体教育部重点实验室, IFSA 协同创新中心, 上海 200240)

3) (上海交通大学李政道研究所, 上海 201210)

(2025 年 9 月 10 日收到; 2025 年 11 月 5 日收到修改稿)

质子照相是探测等离子体中场分布的一个有效方法. 然而由于电磁场结构的复杂性, 从质子束的成像反演电磁场分布是极其困难的, 往往需要对场结构做一些对称性假设. 借助机器学习的方法, 我们开展了不依赖对称性假设的复杂质子成像反演磁场分布的研究. 我们以数十个 Weibel 不稳定性产生的磁场作为基元构建出的复杂磁场为反演目标, 通过 GEANT4 计算了 50000 份质子照相图像, 搭建并训练了一个包含三层卷积层的轻量化卷积神经网络, 在质子成像的散焦区实现对具有数个不对称焦散和显著通量聚集的复杂质子成像的三维 (3D) 磁场反演. 在场反演过程中, 涉及到对包含场结构、位置、旋转等信息在内的 80 个参数的预测. 结果显示预测值平均绝对百分比误差仅为 8.5%, 反演获得的磁场所计算对应的质子成像图与原测试图像具有较好的一致性. 该研究表明建立更为精准的空间网格点等方法反演更一般电磁场是可能的, 为强激光等离子体作用中的电磁场反演提供了一个可行的方法.

关键词: 质子照相, 深度学习, 磁场反演, 激光等离子体相互作用

DOI: 10.7498/aps.75.20251243

CSTR: 32037.14.aps.75.20251243

1 引言

磁场在高能量密度物理演化过程中具有重要的作用^[1]. 例如, 在天体物理中, 磁重联是重要的能量快速释放过程, 驱动了太阳耀斑爆发和日冕物质抛射^[2], 同时它也是星系团射电辐射和宇宙射线加速的核心机制^[3]. 磁场主导的磁流体动力学 (MHD) 过程塑造了黑洞吸积盘的角动量传输^[4]和超新星遗迹中的无碰撞激波结构^[5]等宏观现象. 在激光等离子体实验室中, 磁场往往是理解 Rayleigh-Taylor (RT)^[6]、ablation RT^[7]、Richtmyer-Meshkov (RM)^[8]、

Kelvin-Helmholtz (KH)^[9] 等各类磁流体动力学不稳定性演变的关键所在. 在惯性约束核聚变实验中, 尤其是快点火激光聚变中, 磁场的存在与演化深刻地影响着点火成败与聚变效率^[10,11]. 因而, 准确诊断等离子体中的磁场是等离子体物理实验研究中的重要研究内容.

质子探针照相技术是探测等离子体内电磁场的有效方法之一^[12]. 实验上可以通过靶后法向鞘层加速 (target normal sheath acceleration, TNSA) 机制^[13-16]或内爆聚变^[17,18]等方式产生质子束. 前者具有从 MeV 到数十 MeV 范围的连续能谱, 后者产生的质子束能量可集中在 3.03 MeV 和 14.7 MeV

* 中国科学院战略性先导科技专项 (批准号: XDA25030800), 国家自然科学基金 (批准号: 12225505) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jzheng@sjtu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: minchen@sjtu.edu.cn

两个峰值附近. 在质子束穿越待测电磁场区域时, 由于其特征速度很大, 质子束与等离子体之间的碰撞散射作用一般可以忽略不计 (致密等离子体情况除外)^[12,19]. 质子束将在电磁场的作用下发生偏转, 穿出探测区域后, 最终在探测器 (如 RCF, CR-39 等) 上沉积或穿越. 通过分析 RCF 膜层上的颜色与光密度变化或 CR-39 刻蚀的质子路径, 可以得到不同能量质子的沉积位置与通量等信息, 从而间接获取待测等离子体区域的电磁场信息. 质子束成像具有的空间分辨率可以达到数微米, 时间分辨率可以达到数皮秒^[12], 因而是一种具有高时空分辨率的瞬时电磁场的有效诊断手段.

近二十年来, 逐渐形成了两类质子照相的解析方法. 第一类粒子追踪模拟方法, 通过构建候选电磁场、定性对比模拟所得质子成像图与实验图像, 来推断电磁场信息^[20-24]. 第二类分析建模方法, 在小角度偏折、点投影、小质子源尺寸、单能束、瞬时渡越、短脉冲和近轴等七个关键假设下^[12,19], 将电磁场的线积分值与检测到的质子通量的非均匀分布进行关联分析^[12,23]. 粒子追踪模拟的优势在于对质子束与被成像等离子体直接相互作用的性质所做假设较少^[25-27]. 但受限于候选电磁场的产生机制, 存在对复杂质子成像的电磁场设计困难^[23,28], 或是难以系统修正模拟所得电磁场模型等问题, 同时难以克服正向建模中解不唯一性困难. 分析建模方法可以解析质子轨迹无交叉情况下的质子成像^[12,19,23,29-33]. 但是该方法对初始质子通量敏感, 忽略了稠密等离子体中库伦碰撞等机制对质子成像的影响^[19], 并且只适用于反演二维非焦散质子成像, 小质子源尺寸的假设则进一步限制了其适用范围.

得益于人工智能的强大学习能力和快速发展, 越来越多的领域开始结合使用人工智能方法. 例如, 在激光聚变点火方案中, 针对激光脉冲整形, Song 等^[34]通过结合流体动力学模拟和遗传算法、贝叶斯推断等方法构建出直接驱动 ICF 的内爆速度和面密度的比例关系. 在纳米光栅设计中, Liu 等^[35]设计出结合正向建模与逆向设计的深度神经网络串联架构, 成功克服了逆散射设计面临的非唯一性问题. 在质子照相领域, 2017 年 Chen 等^[36]提出可以通过神经网络解析质子成像图中的磁场信息, 并验证了该方法对小参数范围内单个 Weibel 不稳定

性磁场构型、单个激光等离子体流中理想磁场构型参数反演的有效性. 然而, 机器学习解析电磁场的验证还有待进一步发展, 追踪模拟方法和分析建模方法也各自存在一定的局限性, 复杂磁场的全面解析仍然存在挑战.

针对典型的磁场反演问题, 本文构建了一个由数十个 Weibel 不稳定性磁场基元构成的复杂磁场数据集, 并基于蒙特卡洛程序包 GEANT4 实现上述磁场的质子成像正向过程模拟, 获得了大规模的磁场参数-质子图像配对数据集. 在此基础上, 我们搭建了一个轻量化的三层卷积神经网络 (CNN), 实现了对包含结构、位置、旋转等 80 个参数的磁场的精确反演, 首次完成了基于深度学习从复杂质子成像出发的 3D 磁场重建. 我们的研究表明, 深度学习在复杂质子照相电磁场的反演问题上具有优越性与应用潜能, 为复杂等离子体电磁场的诊断提供了一种新的有效途径.

2 方 法

我们首先基于 GEANT4, 通过配置磁场物理模块并构建质子源和探测面, 实现质子束从发射到在探测面上沉积图像的正向过程模拟, 获得一系列质子成像模拟图. 大量的质子成像图和与之对应的磁场信息分别作为深度神经网络的输入和输出来训练该网络, 借助误差反向传播算法来确定网络的最佳参数配置. 由于 CNN 能显著降低相同任务可能需要的模型参数量, 提高计算效率, 并且其特有的特征提取能力可有效识别质子成像图中的特征模式. 因此, 本文采用 CNN 架构来识别与重建复杂质子成像图中蕴含的磁场信息.

需要说明的是, 本文的模拟基于两个关键假设: 第一, 考虑非致密等离子体情况, 即忽略质子与等离子体背景之间的碰撞相互作用^[12,19]; 第二, 忽略电场的影响. 在上述假设下, 质子偏折完全由磁场主导, 因此如何参数化并重构磁场分布 $\mathbf{B}$ 成为核心问题. 为此, 本文采用一种基元分解方法, 即将复杂磁场视为一系列磁场基元 $\mathbf{B}_i(a_i, b_i, x_i, y_i, z_i, \dots)$ 的线性叠加:

$$\mathbf{B} = \sum_{i=1}^n \mathbf{B}_i(a_i, b_i, x_i, y_i, z_i, \dots), \quad (1)$$

其中, a_i, b_i, x_i, y_i, z_i , 等参数分别代表第 i 个

磁场基元的物理特征参数 (如强度、空间尺度等) 和其中心位置的空间坐标.

本文的研究思路可以概括性地用图 1 来阐释. 我们由 GEANT4 模拟获得大量以磁场基元参数为标签的质子成像图样本, 并将样本划分为训练集、验证集和测试集. 分批次地将训练集的质子成像图输入给 CNN, 对应的磁场参数标签则作为该网络的输出. 数轮重复后, 得到网络参数经过优化后的 CNN; 在不同超参数配置组合下重复上述过程, 即进行超参数的空间网络搜索, 挑选出表现最佳的超参数配置, 并进行上述网络参数优化过程, 得到训练完成的 CNN. 接下来, 向该网络输入陌生的质子成像图, 网络输出对该质子成像图的磁场参数预测, 实现磁场的反演. 本文获得的预测值平均绝对百分比误差仅为 8.5% (共 5 万份样本). 由反演出的参数重建磁场, 通过 GEANT4 正向模拟获得的质子成像图与原输入质子图像非常一致.

3 结果与讨论

3.1 数据处理

由粒子速度分布的各向异性所驱动的 Weibel 不稳定性^[37,38] 是激光等离子体实验中磁场产生的重要机制. 该不稳定性在其它等离子体演化和磁场产生中也广泛存在, 例如早期宇宙中的磁场产生和高马赫数冲击波中的磁场生成和放大. 另一个十分重要的种子磁场是由非平行的温度梯度和电子密度梯度驱动的 Biermann 电池效应磁场^[39,40], 也在等离子体中广泛存在. 这两类不稳定性产生的典型的自生磁场特征可以用公式来近似表示^[41]:

$$\mathbf{B}(x, y, z) = \frac{B_0}{a} e^{-\frac{x^2+y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2}} (-y, x, 0), \quad (2)$$

$a/b \gtrsim 1$ 时代表 Biermann 电池效应, $a/b < 1$ 时代表 Weibel 不稳定性. 本文用若干个 Weibel 种子磁场作为磁场基元来组合表示复杂等离子体行为下的磁场:

$$\mathbf{B}(x, y, z) = \sum_{i=1}^n R(\theta_i, \phi_i) \mathbf{B}_i(a_i, b_i, B_{0i}, x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}, x, y, z), \quad (3)$$

$$\mathbf{B}_i(a_i, b_i, B_{0i}, x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}, x, y, z) = \frac{B_{0i}}{a_i} e^{-\frac{(x-x_{0i})^2 + (y-y_{0i})^2}{a_i^2} - \frac{(z-z_{0i})^2}{b_i^2}} (-(y-y_{0i}), (x-x_{0i}), 0). \quad (4)$$

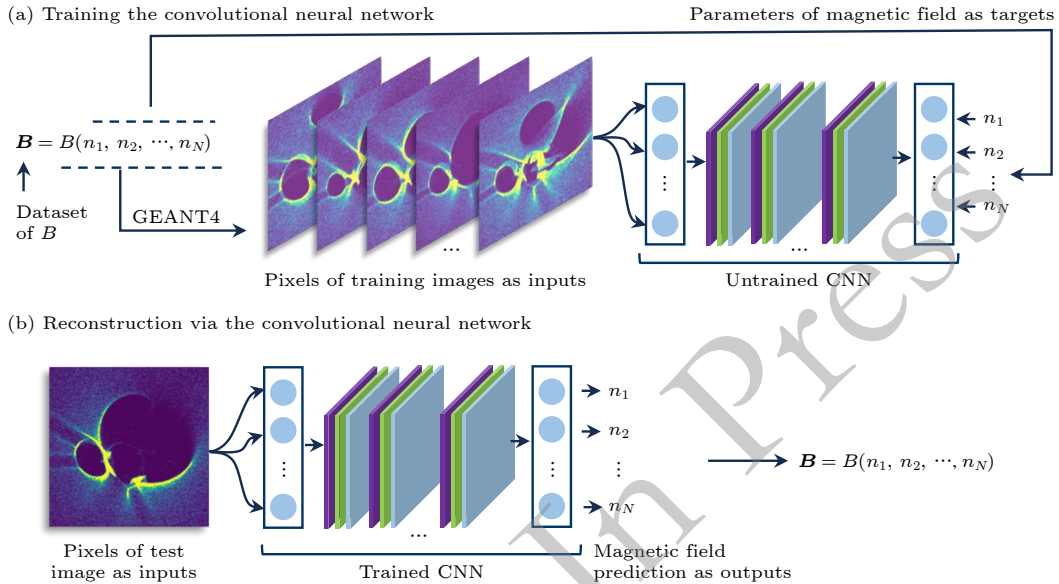


图 1 基于 CNN 的质子成像磁场反演流程示意图 (a) 训练 CNN 阶段: 构建参数化磁场数据库、GEANT4 质子成像模拟、CNN 网络架构设计与训练; (b) 由 CNN 重建磁场阶段: 输入待解析质子图像、CNN 预测磁场参数、重建三维磁场分布

Fig. 1. Schematic illustration of magnetic field reconstruction from proton radiography via CNN: (a) training the CNN: parameterized magnetic field database construction; proton radiography simulation via GEANT4; CNN architecture design and training; (b) reconstruction via the CNN: input of test proton radiographs; magnetic parameter prediction by CNN; 3D magnetic field reconstruction.

其中, 参数 a_i 、 b_i 分别表示磁场基元在横向和纵向的衰减长度, B_i 表示峰值磁感应强度; 在以待测等离子体区域中心为原点的全局坐标系 $O-xyz$ 中, (x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}) 是磁场基元中心位置; 未旋转时, 磁场基元纵轴平行于 z 轴, $R(\theta_i, \phi_i)$ 描述基元方向在局部坐标系 $O'-x'y'z'$ (原点固定于 (x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}) 且坐标轴方向平行于全局坐标系) 中的旋转, θ_i 、 ϕ_i 分别代表磁场基元绕 x' 轴和 y' 轴的旋转角度, 如图 2(a) 所示.

图 2(b) 展示了基于 GEANT4 的质子照相正向模拟示意图. 模拟中, 能量为 14.7 MeV 的质子束自半径 $r = 10 \mu\text{m}$ 的圆形源面发射, 出射立体角 $\Omega = 60^\circ$, 粒子数目为 10^6 . 质子源至等离子体区域中心点 O 的距离为 $l = 1 \text{ mm}$. 质子束穿过预设的三维磁场分布后, 在距离 O 点 $L = 150 \text{ mm}$ 处、边长为 $d = 50 \text{ mm}$ 的正方形探测面上形成质子密度分布图. 图中同时示意了代表性磁场构型及其对应的质子图像, 其中橙黄色曲面表征磁场强度为 6 T 的等值面.

基于上述模拟参数设置, 我们对表 1 所列的 10 个磁场基元进行了参数空间采样. 具体而言: 每个基元具有 8 个参数, 一个模拟磁场共计 80 个参数. 以各参数基准值 $n_i (i = 1, 2, \dots, 80)$ 为中心做 $\pm 25\%$ 浮动的均匀随机取数, 即在 $[0.75n_i, 1.25n_i]$ ($i = 1, 2, \dots, 80$) 这 80 个区间组合内, 均匀随机采样了 50000 组磁场参数. 基于这些参数, GEANT4 模拟获得了对应的质子成像图, 图像尺寸为 $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$, 分辨率为 180×180 像素. 图 3 展示了表 1 参数对应的质子成像图像. 为提高图像对比度, 图 3 对质子图像数据 $N_{\text{raw}}(x, y)$ 进行了对数变换处理, $N_{\text{processed}}(x, y) = \log_{10}(1 + N_{\text{raw}}(x, y))$. 图像显示出多处显著的通量聚集和焦散特征, 结构的边缘也十分明显. 这些不对称的通量聚集与焦散特征源于质子束在到达探测面前发生的轨迹交叉, 表明在当前磁场与模拟参数下, 质子成像工作于散焦区 [12,25]. 在打乱后的 5 万份样本中, 训练集、验证集、测试集按照样本数量 8:1:1 来划分. 同时, 对 CNN 的输入, 即质子图像, 和 CNN 的输出, 即磁场参数标

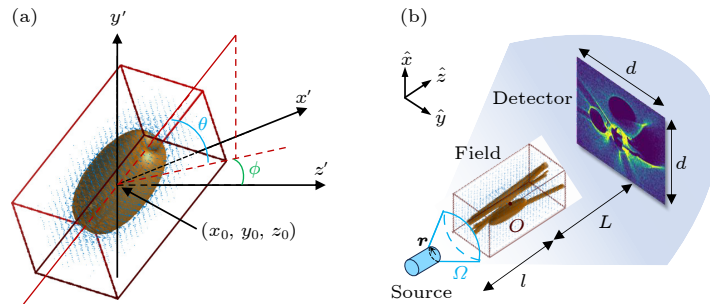


图 2 磁场基元与质子照相模拟示意图 (a) 磁场基元结构示意图; (b) 基于 GEANT4 的质子照相正向模拟示意图

Fig. 2. Schematic diagrams of magnetic field elementary structure and proton radiography simulation: (a) schematic of magnetic field elementary structure; (b) GEANT4-based proton radiography simulation schematic.

表 1 磁场基元基准值

Table 1. Parameters of magnetic fields in simulation.

基元序号	特征参数			位置参数			旋转参数	
	a/mm	b/mm	B_0/T	x_0/mm	y_0/mm	z_0/mm	$\theta/^\circ$	$\phi/^\circ$
1	0.046	97	45	0.020	0.028	0.0077	-1.0	8.1
2	0.022	0.84	61	-0.75	0.013	-0.034	5.3	-4.8
3	0.18	11	23	0.16	1.3	-0.16	-9.8	0.78
4	0.11	7.0	39	-0.0093	-0.23	0.0047	-1.1	0.91
5	0.017	74	7.9	-0.34	0.074	-0.065	-1.8	-2.5
6	0.12	93	25	0.0020	-0.38	0.094	-1.4	-1.3
7	0.16	37	75	1.1	0.012	0.0013	1.4	2.9
8	0.14	34	36	0.0020	-0.12	0.39	5.5	8.0
9	5.3	49	9.1	0.00097	1.1	-0.0033	-2.6	5.3
10	0.39	1.9	39	-1.5	-0.12	-0.017	1.8	-3.0

签, 都做了数据预处理. 前者指对每张图像分别进行最大像素归一化处理, 后者是在三个数据集中均将各参数分别除以其在训练集上的最大绝对值. 值得注意的是, 磁场基元参数之间本来存在着数量级的差距, 这使得在一开始的网络训练中, 很多神经元的权重几乎为 0, 各质子图像的参数预测值相当集中, 预测结果的分化并不好. 但在加入标签预处理操作后, CNN 的 80 个输出神经元的训练数值相对平衡, 网络中的神经元都能起到调节作用, 预测结果得到显著提升.

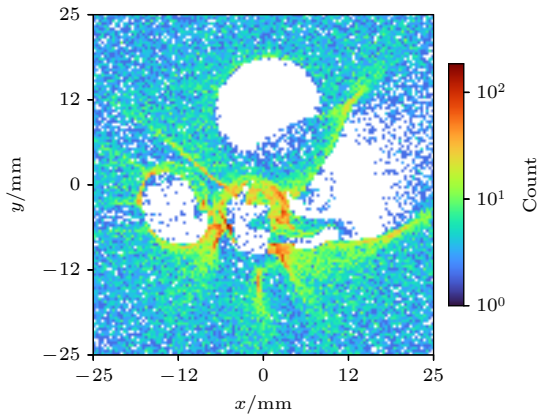


图 3 表 1 参数对应的质子成像图像

Fig. 3. Proton radiograph corresponding to the parameters in Table 1.

3.2 结果与分析

本文在训练 CNN 时损失函数采用平均绝对百分比误差 (Mean Absolute Percentage Error, MAPE):

$$Loss = \frac{1}{40000} \sum_{j=1}^{40000} \left[\frac{1}{80} \sum_{i=1}^{80} \left| \frac{n'_{ij} - n_{ij}}{n_{ij}} \right| \times 100\% \right], \quad (5)$$

其中, n_{ij} 是训练集中第 j 幅图像对应的第 i 个磁场参数真实值 (即预处理后的标签值); n'_{ij} 是将该图像输入给 CNN 后, CNN 预测得到的第 i 个磁场参数预测值. Loss 函数表征了每轮训练结束时, CNN 对于训练集中所有图像的磁场参数预测值与真实值之间的平均绝对百分比误差. 通过贝叶斯方法进行空间网络搜索来调整卷积层数、滤波器尺寸、核尺寸、密集层的层数及位置与宽度、正则化设置、初始化策略、学习率等超参数, 我们最终确定了 CNN 的最佳结构如图 4(a) 所示. 该网络以 $180 \times 180 \times 1$ 单通道质子图像为输入, 由输入层、三个卷积模块、展平层、Dropout 层和输出层依次连接而成. 前两个卷积模块均遵循“卷积层+批量规范化层+最大池化层”结构: 第一模块中, 卷积层采用 3×3 核、配置 48 个滤波器, 输入张量经卷积操作后尺寸变为 $178 \times 178 \times 48$, 经批量规范化提升泛化能力, 随后通过步幅为 2 的最大池化计算, 压缩

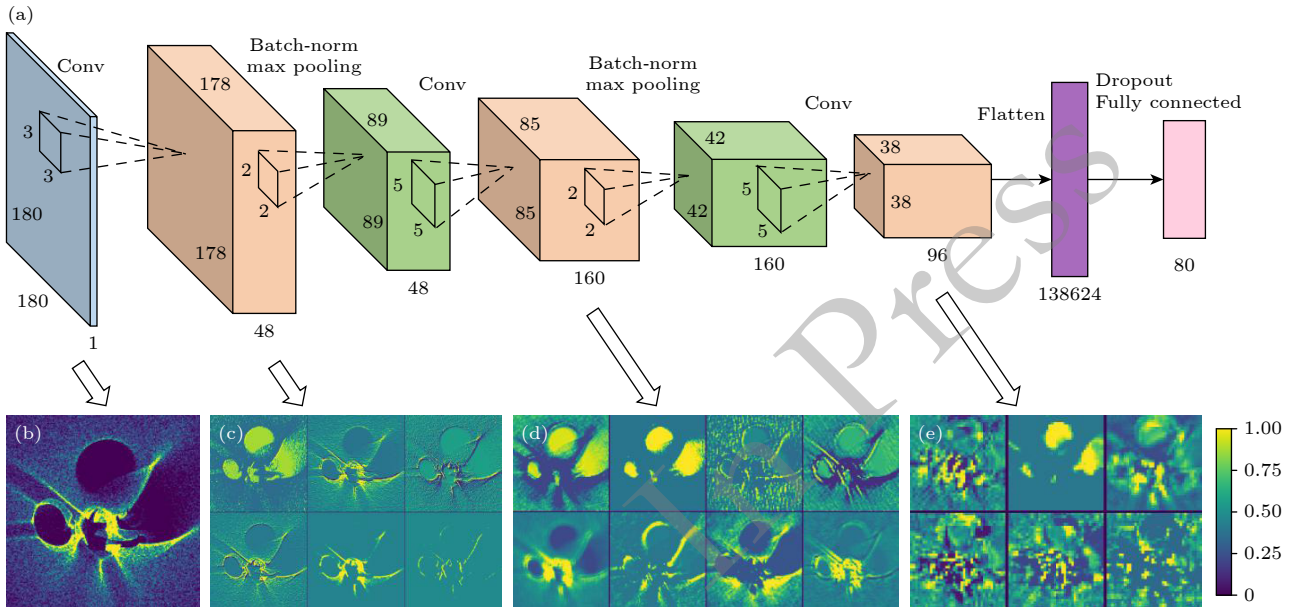


图 4 最佳 CNN 结构与部分激活值通道可视化 (a) 最佳 CNN 结构; (b) 表 1 参数对应的质子图像; (c)–(e) 第一、第二、第三层卷积层的部分激活值通道可视化

Fig. 4. Optimal CNN architecture and visualization of selected activation channels: (a) optimized CNN structure; (b) proton radiograph corresponding to the parameters in Table 1; (c)–(e) visualization of selected activation channels from convolutional layers.

得到 $89 \times 89 \times 48$ 张量; 第二模块卷积层采用 5×5 核、160 个滤波器, 输出 $42 \times 42 \times 160$ 张量. 第三个卷积模块简化为单一卷积层, 以 5×5 核、96 个滤波器处理, 输出 $38 \times 38 \times 96$ 张量. 该张量经展平层转化为 138624 维一阶向量, 经 Dropout 层随机置零抑制过拟合后, 接入 80 维全连接输出层, 适配磁场参数反演任务. 整体 CNN 结构简洁紧凑, 通过多模块协同完成特征提取与映射, 支撑质子图像的磁场参数反演需求.

在图 4(a) 所示网络结构配置下, 我们对上述 50000 样本中的 40000 份训练集样本进行了训练, 训练过程中的损失函数值见图 5. 网络损失整体呈现明显的下降趋势, 在前 5 个训练轮次 (epoch) 内, 网络的损失函数下降明显, 表明网络在遍历了几次训练集数据后便能快速学习出质子图像与磁场参数对之间的对应规律, 此后网络损失整体持续缓慢下降, 最终可以达到 8.5%. 训练中在第 9、第 24、第 35 个 epoch 观察到的短暂损失波动, 可归因于所用 Adam 优化器的内部自适应预处理器触发结果 [42]; 结合损失整体收敛性与最终精度, 此为正常现象.

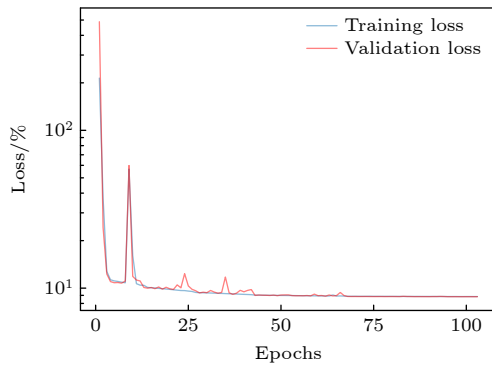


图 5 CNN 的训练损失函数演化图

Fig. 5. Evolution of the training loss of the CNN.

我们采用 CNN 训练迭代中的最佳权重, 将表 1 参数对应的质子图像作为标准图输入该网络, 系统分析各卷积层对质子成像特征的提取机制. 图 4(c)、(d)、(e) 分别对应 CNN 第一、第二、第三层卷积层激活值对应的部分通道. 其中, 第一层卷积层的激活值能清晰捕捉到质子图像中的焦散边缘和通量聚集区等局部特征, 显示典型的边缘检测特性, 为磁场引起的质子偏折提供初级空间线索. 随着网络深度增加, 第二层卷积层整合上述局部特征, 形成如磁场结构对应的空洞轮廓与聚焦区域等中级特征. 第三层卷积层进一步抽象出与 80 个磁场参数高度相关的全局模式, 虽难以直观解释, 但显著提

升了反演任务的信息密度. 这种由局部到全局、逐层抽象化的特征提取机制, 符合深度神经网络的普遍特征 [43], 为从质子成像识别多参数、非对称磁场提供了有效基础.

用该卷积神经网络对测试集的 5000 张质子图像做磁场参数反演. 对应的 5000 组, 每组 80 个磁场参数, 其预测值和真实值的平均绝对百分比误差低至 8.5%. 需要说明的是, 对于我们研究的每个磁场基元对象, 其单独作用质子束形成的质子图像本就存在非线性区域. 同时考虑这样 10 个空间尺寸和峰值磁感应强度都不同, 且位置相邻、彼此存在夹角的磁场基元, 在他们的共同作用下, 质子图像随任一磁场基元的任一参数变化而产生的变化是复杂的. 但是 CNN 最终对测试集的预测值给出了低于 12.9% 的 MAPE 结果, 见 (6) 式, 这足以说明该 CNN 网络具备解析复杂质子图像与多参数磁场间复杂映射关系的能力.

$$\int_{0.75n_i}^{1.25n_i} \left| \frac{n_i - x}{x} \right| \cdot \frac{dx}{0.5n_i} \approx 12.91\%, \quad (6)$$

上式定义了神经网络对质子图像磁场参数反演能力的判定阈值, 表征当所有参数预测值取真实值中值 n_i 时的理论 MAPE (推导详见附录 A). 由于测试集样本充足, 参数真实值在 $[0.75n_{i0}, 1.25n_{i0}]$ ($i = 1, 2, \dots, 80$) 视为均匀分布. 当实际 MAPE 低于此阈值时, 表明预测值相对中值 n_i 具有显著分化且更逼近真实值.

我们对测试集 5000 张质子图像的磁场参数预测值与真实值的差值进行统计分析. 图 6(a) — (c) 展示了其中一个磁场基元的 8 个磁场参数的预测值与真实值的差值的统计直方图及其高斯拟合结果, 并在表 2 中列出拟合对应的幅值 A 、均值 μ 、标准差 σ 以及决定系数 R^2 . 图中, 各参数对应的拟合均值都十分接近 0, R^2 均不小于 0.97 (z_0 例外). 这些参数统计服从高斯分布, 并且高斯中心靠近零点、直方分布紧凑. 前者可以表示各磁场参数的反演精度高, 后者同时表明小的反演偏差, CNN 对于这些参数的反演是十分有效的. z_0 的预测精度不及其他参数高, 这是因为 z_0 仅出现在磁场基元的指数项中 (如 (3) — (4) 式所示), 且数值微小, 对质子探针 (尤其是小发射角质子) 在该磁场中累积受力的主要特征影响较弱. 这也是我们在结论中说明的补充多角度质子照相十分重要的原因之一.

图 6(d) 展示了 80 个磁场参数预测值与真实

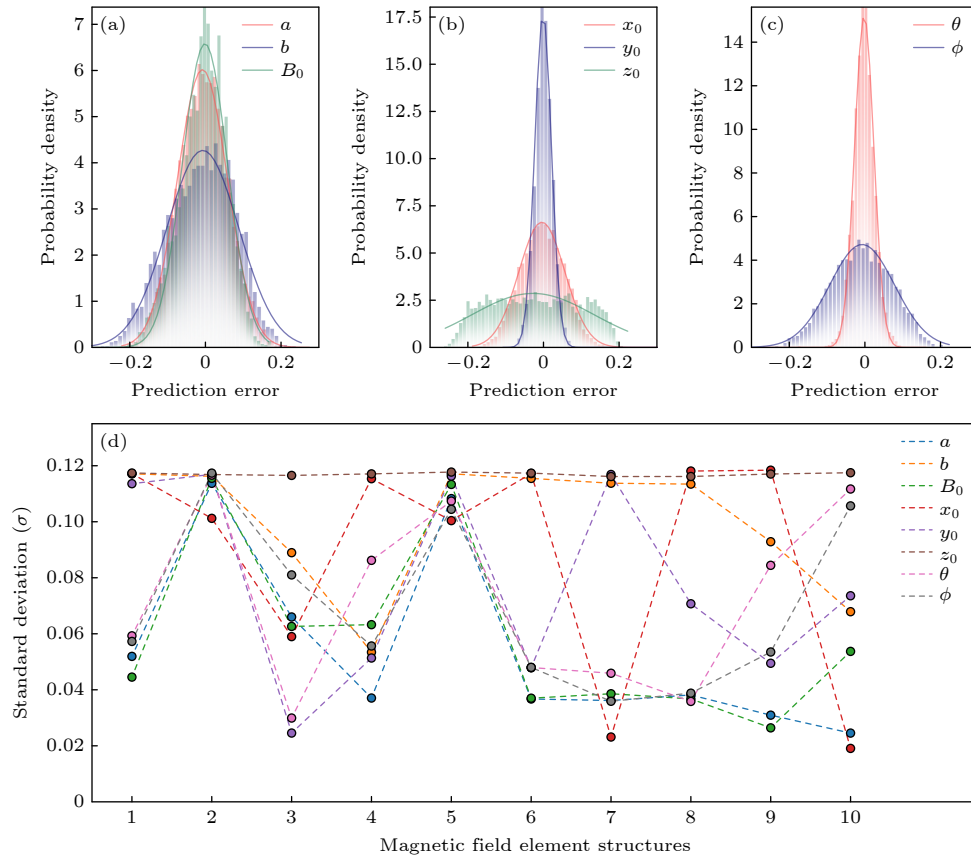


图6 磁场参数预测值与真实值的差值统计 (a)–(c) 磁场基元3的特征参数(a 、 b 、 B_0)、位置参数(x_0 、 y_0 、 z_0)和旋转参数(θ 、 ϕ)的差值直方统计及高斯拟合; (d) 80个磁场参数其预测值与真实值之差的标准差分布

Fig. 6. Statistical analysis of differences between predicted and true values of magnetic field parameters: (a)–(c) histograms and gaussian fits of differences for feature parameters (a , b , B_0), positional parameters (x_0 , y_0 , z_0), and rotational parameters (θ , ϕ) of magnetic field element structure 3; (d) standard deviation distribution of differences between predicted and true values for all 80 magnetic field parameters.

表2 图6(a)–(c)中的高斯拟合参数
Table 2. Gaussian fit parameters in figure 6(a)–(c).

拟合对象	振幅 A	均值 μ	标准差 σ	决定系数 R^2
a	6.0201 ± 0.0521	-0.0079 ± 0.0521	0.0663 ± 0.0007	0.9957
b	4.2689 ± 0.0907	-0.0070 ± 0.0023	0.0952 ± 0.0023	0.9683
B_0	6.5811 ± 0.1522	-0.0012 ± 0.0016	0.0597 ± 0.0016	0.9700
x_0	6.6341 ± 0.0616	-0.0043 ± 0.0007	0.0607 ± 0.0007	0.9954
y_0	17.6799 ± 0.1477	-0.0011 ± 0.0002	0.0221 ± 0.0002	0.9974
z_0	2.8602 ± 0.1223	-0.0277 ± 0.0083	0.1614 ± 0.0107	0.6728
θ	15.2072 ± 0.1555	-0.0019 ± 0.0003	0.0255 ± 0.0003	0.9958
ϕ	4.7209 ± 0.0584	-0.0073 ± 0.0012	0.0859 ± 0.0012	0.9896

值之差的标准差分布, 其中横坐标为磁场基元序号(1~10), 纵坐标为各参数的标准差(更多数据见附录B). 所有参数的真实值分布在 $[-1, 1]$ 区间内, 而参数预测值与真实值差值的标准差分布在 $[0.019, 0.118]$ 之间. 定义相对标准差为标准差与真实值范围之比, 在80个参数中, 最小相对标准差为 $[0.019/(1 - (-1))] * 100\% = 0.95\%$, 最大相对标

准差为 $[0.118/(1 - (-1))] * 100\% = 5.9\%$, CNN网络表现良好, 部分参数预测十分准确. 标准差数值相对偏大的参数和高斯拟合欠优的参数(参见附录B)一致, 分别是基元1的 x_0 、 y_0 、 z_0 ; 基元2的 a 、 b 、 B_0 、 y_0 、 z_0 、 θ 、 ϕ ; 基元3的 z_0 ; 基元4的 x_0 、 z_0 ; 基元5的 b 、 B_0 、 y_0 、 z_0 ; 基元6的 b 、 x_0 、 z_0 ; 基元7的 b 、 z_0 ; 基元8的 b 、 x_0 、 z_0 ; 基元9的 x_0 、

z_0 ; 基元 10 的 z_0 、 ϕ . 这些参数具有以下规律: 1) 各基元 z_0 的标准差数值相近, 预测精度不及其他参数高. 原因上文已陈述. 2) 预测精度相对较低的位置参数 (z_0 除外) 绝对值都偏小. 对比表 1 可知, 上述列出的位置参数原始数值 (z_0 除外) 中最大绝对值只有 0.074 mm, 最小绝对值只有 0.00097 mm; 而其他位置参数的绝对值可以达到 mm 数量级, 最大绝对值与最小绝对值相差 1546 倍. 即使经过数据预处理的极大值归一化, 小绝对值位置参数在相同浮动比例下的绝对变化量较小, 导致其对质子图像的影响相对微弱, 这解释了为何这些参数的预测精度相对偏低. 3) 部分特征参数预测精度相对偏低. 这是由于 Weibel 不稳定性基元单独对质子进行作用时, 特征参数 a 、 b 、 B_0 能各自显著地影响质子图像的成像特点 (见附录 C), 特征参数的共同作用对质子成像的影响更为复杂. 所以在某些参数随机组合下, 质子图像在参数数值浮动时可能变化比较微弱, 或存在不唯一性映射等情况, 不利于特征参数的精准反演. 4) 旋转参数平均而言预测较好.

需要说明的是, 我们是随机选取了 10 组基元参数的基准值加以浮动, 以研究复杂质子图像的磁场参数反演, 并没有刻意规避难以反演的磁场参数. 上述参数分析说明: 1) 在某些反演困境中, 通过多角度质子照相补充质子分布信息对提高反演准确性相当重要; 2) 在面对大跨度的参数反演问

题上, 可以通过增强数据预处理能力进一步提升网络的反演性能. 整体而言, 80 个磁场参数预测值与真实值之差的相对标准差最大不超过 6%, 最小可以低于 1%, CNN 网络对复杂质子图像的反演是可行的. 图 7 对比展示了基于表 1 的基准磁场与由其质子图像反演所得磁场的空间分布, 其中橙黄色曲面表示磁场强度为 6 T 的等值面. 可以看出, 反演磁场在空间结构上与原始磁场高度一致, 等值面形态和空间分布特征均得到较好重建. 这一可视化结果进一步验证了 CNN 通过质子成像反演三维磁场分布的有效性.

为直观验证模型的鲁棒性, 我们在 5000 张测试集中选取与标准图余弦相似度 (Cosine Similarity, CS) 最低的质子图像进行对比分析. 如图 8 所示, 分别对标准图及该样本进行磁场反演, 并通过余弦相似度定量评估图像差异. CS 定义为: $CS(P, Q) = \frac{P \cdot Q}{|P| \cdot |Q|}$. 其中 P , Q 为经极大值归一化处理的 180×180 像素图像展平向量 (维度 $n = 32400$), 表征两质子图像在特征空间中的夹角余弦. CS 值越趋近于 1 意味着图像相似度越高. 将标准图与上述样本图 ($CS = 0.18$) 分别输入 CNN 反演磁场参数, 并基于 GEANT4 模拟重建质子图像, 如图 8(b)、(d). 结果显示: 重建图像与原始输入图像的 CS 值分别达 0.89 与 0.71, 且视觉特征高度一致, 证明该模型对诸多图像均具有稳定可靠的反演能力.

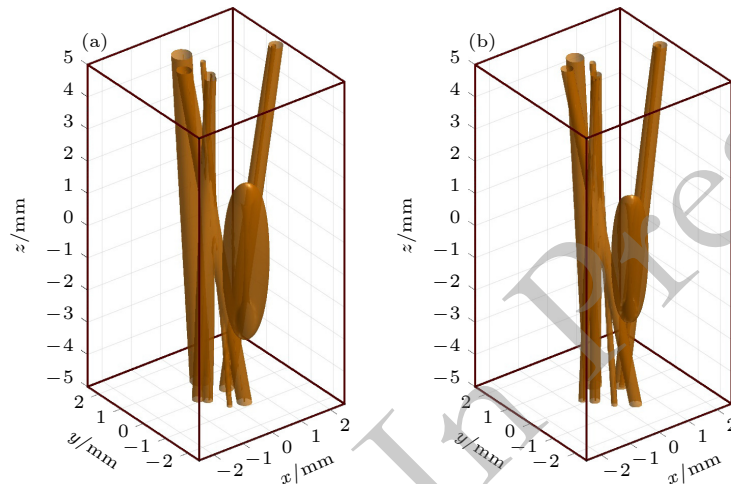


图 7 表 1 参数对应的磁场与反演磁场的空间分布 (a) 基准磁场 (基于表 1 参数), 橙黄色曲面表示磁场强度为 6 T 的等值面; (b) 反演磁场 (由标准图反演所得), 橙黄色曲面表示磁场强度为 6 T 的等值面

Fig. 7. Comparison of spatial distributions between the magnetic field corresponding to Table 1 parameters and the reconstructed magnetic field: (a) reference magnetic field (based on Table 1 parameters), with the orange-yellow surface representing the isosurface of magnetic field intensity at 6 T; (b) reconstructed magnetic field (obtained from the standard proton image), with the orange-yellow surface representing the isosurface of magnetic induction strength at 6 T.

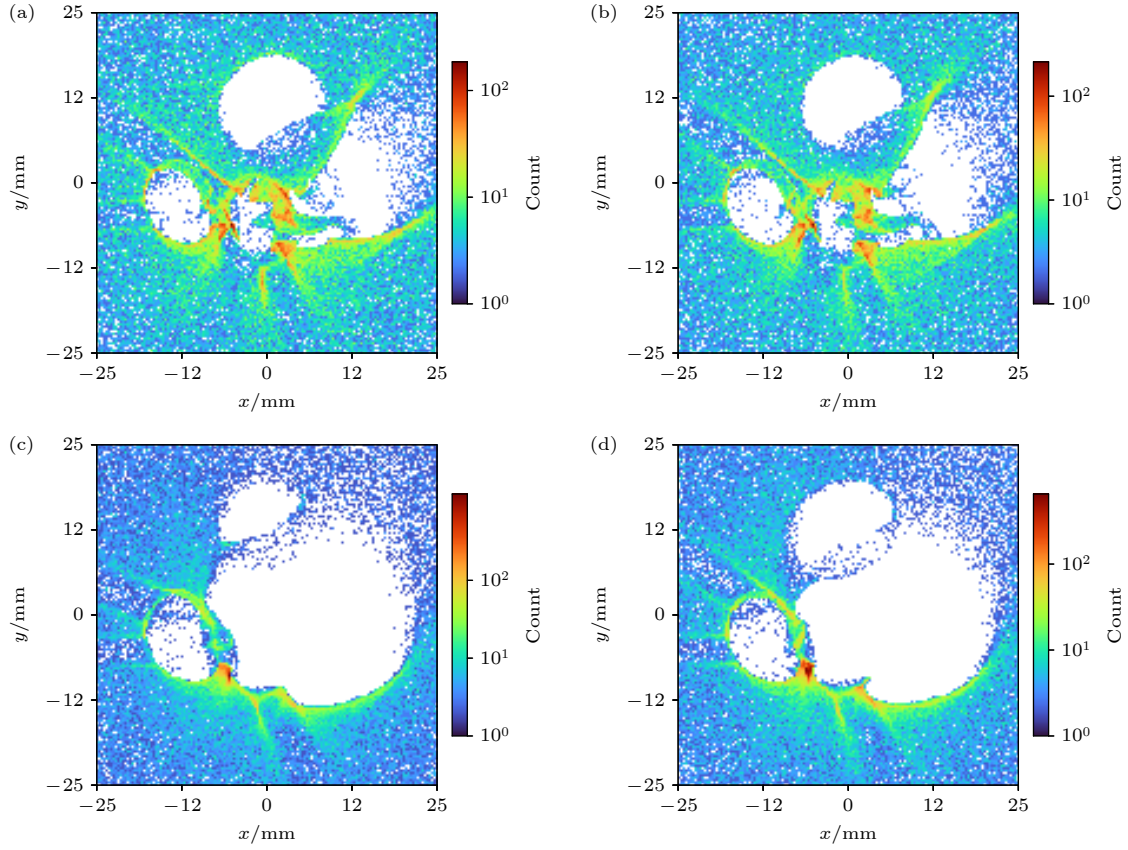


图 8 向 CNN 输入的质子图像与反演所得质子图像对比举例 (a) 表 1 参数对应的质子图像; (b) 将图 8(a) 输入 CNN 反演得到的质子图像, 与图 8(a) 之间 $CS \approx 0.89$; (c) 测试集样本中, 在 CS 标准下与图 (a) 最不相似的图像 ($CS \approx 0.18$); (d) 将图 8(c) 输入 CNN 反演得到的质子图像, 与图 8(c) 之间 $CS \approx 0.71$

Fig. 8. Comparison between proton images input to the CNN and those obtained through reconstruction: (a) proton image corresponding to the parameters in Table 1; (b) proton image obtained by inputting Fig. 8(a) into the CNN for reconstruction, with $CS \approx 0.89$ relative to Fig. 8(a); (c) the least similar image to Fig. 8(a) in the test set under the CS metric ($CS \approx 0.18$); (d) Proton image obtained by inputting Fig. 8(c) into the CNN for reconstruction, with a CS of 0.71 relative to Fig. 8(c).

4 总结与展望

针对从质子照相重建三维复杂磁场问题, 我们利用 GEANT4 程序模拟了 5 万份由数十个 Weibel 不稳定性磁场基元组合而成磁场的质子成像样本, 搭建了一个包含三层卷积层的轻量化卷积神经网络进行磁场参数反演训练. 结果表明, 在探究的参数变化范围内, CNN 有效实现了对具有数个不对称焦散和显著通量聚集的复杂质子图像的 3D 磁场反演. 对涉及到包含结构和位置、旋转等信息的 80 个参数的预测, 其平均绝对百分比误差仅为 8.5%, 首次实现了基于深度学习的 3D 复杂磁场反演. 神经网络训练属于一次性成本, 该反演方法可以大大减少具体解析质子成像时需要的时间, 同时规避了使用高能量密度物理 (HEDP) 代码从复杂质子图像复现电磁场模型时所需的人工调参成本及潜在性能局限. 本文的一个突破点在于, 目前的

网络在保持简洁的情况下实现了对许多个互相存在复杂关联的磁场参数的精准预测, 这展示出后续建立更为精准的空间网格点等方法反演更一般电磁场的可能性, 并给出初步的研究结果.

为了更真实全面地反演电磁场, 今后可以在以下方面做进一步优化: 在 GEANT4 等粒子追踪代码环境中, 加入库伦碰撞散射等物理过程, 提升质子成像模拟的真实性; 加入物理约束框架实现电磁场的共同反演; 在实验和模拟中加入多维度的质子成像方法, 通过掌握更充分的电磁场信息克服质子图像存在焦散特征时解的不唯一性. 在此基础上, 针对数据驱动模型在实际应用中面临的分布外泛化挑战, 可以在模型与应用层面采取以下策略: 其一, 通过引入更多元的磁场构型并拓展参数的采样空间, 构建一个覆盖更广、多样性更强的预训练数据库, 以增强模型的初始泛化能力; 其二, 以上述强化的预训练模型为起点, 利用少量实验标定的磁场与质子成像配对数据对其进行迁移学习微调, 使

其快速适配特定实验环境中的磁场分布特征. 总而言之, 我们的工作为从复杂质子照相结果反演找到一种准确的 3D 磁场分布提供了可行的方法, 并且具备潜力推广到更一般的等离子体电磁场景中去.

本论文的计算结果得到了上海交通大学高性能计算中心的支持和帮助.

附录A 网络是否具备有效反演能力的判据分析

根据本文的损失函数定义, 对于由 5000 份样本组成、每样本对应 80 个磁场参数的测试集, 其损失函数为:

$$L_{\text{test}} = \frac{1}{80} \times \frac{1}{5000} \sum_{i=1}^{80} \sum_{j=1}^{5000} \left| \frac{n'_{ij} - n_{ij}}{n_{ij}} \right| \times 100\% \\ = \frac{1}{80} \sum_{i=1}^{80} \left[\frac{1}{5000} \sum_{j=1}^{5000} \left| \frac{n'_{ij} - n_{ij}}{n_{ij}} \right| \times 100\% \right], \quad (\text{A1})$$

其中, n_{ij} 为第 j 样本第 i 参数的真实值, n'_{ij} 为预测值.

对于测试集样本第 i 参数的 MAPE, 由于参数真实值 n_{ij} 在 $[0.75n_i, 1.25n_i]$ ($i = 1, 2, \dots, 80$) 上均匀随机取值且样本

数量庞大, 故第 i 项 MAPE 可转化为连续积分:

$$\frac{1}{5000} \sum_{j=1}^{5000} \left| \frac{n'_{ij} - n_{ij}}{n_{ij}} \right| \times 100\% = \int_{0.75n_i}^{1.25n_i} \left| \frac{n'_{ij} - x}{x} \right| \\ \times \frac{dx}{1.25n_i - 0.75n_i} \times 100\%, \quad (\text{A2})$$

若测试集的磁场参数预测值无分化, 且都等于参数真

实值区域中值, 即 $n'_{ij} = n_i$, 上式可简化为:

$$\int_{0.75n_i}^{1.25n_i} \left| \frac{n'_{ij} - x}{x} \right| \times \frac{dx}{1.25n_i - 0.75n_i} \times 100\% = \int_{0.75n_i}^{1.25n_i} \left| \frac{n_i - x}{x} \right| \\ \times \frac{dx}{0.5n_i} \times 100\% \approx 12.91\%, \quad (\text{A3})$$

此时测试集的损失函数值:

$$L_{\text{test}} \approx \frac{1}{80} \sum_{i=1}^{80} 12.91\% = 12.91\%. \quad (\text{A4})$$

故实际 $L_{\text{test}} < 12.91\%$ 表明预测值相对真实值中值具有统计显著的优化偏移, 此阈值可作为网络是否具备有效反演能力的判据.

附录B 磁场基元的参数预测值与真实值的差值直方统计及高斯拟合

所有磁场基元的磁场参数预测值与真实值的差值统计直方图及其高斯拟合结果:

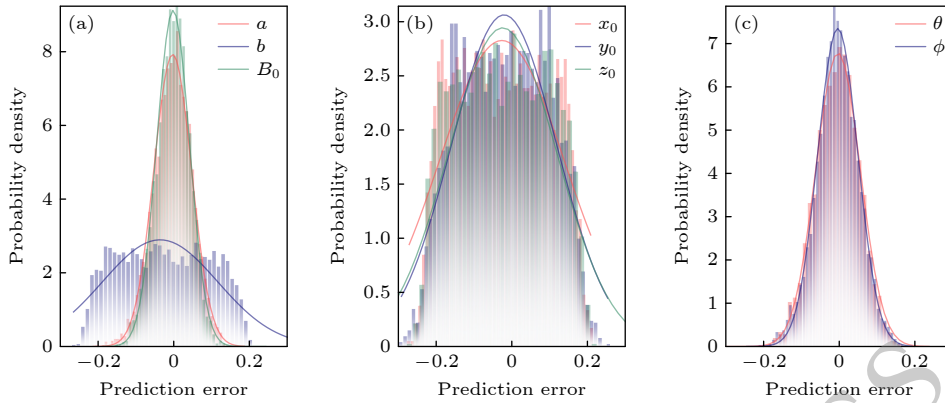


图 B1 磁场基元 1 的参数预测值与真实值的差值直方统计及高斯拟合 (a) 特征参数 a 、 b 、 B_0 ; (b) 位置参数 x_0 、 y_0 、 z_0 ; (c) 旋转参数 θ 、 ϕ

Fig. B1. Histogram statistics and gaussian fitting of the difference between the predicted and true values of magnetic field parameters of magnetic field element structure 1: (a) Feature parameters a , b and B_0 ; (b) Position parameters x_0 , y_0 and z_0 ; (c) Rotation parameters θ and ϕ .

表 B1 磁场基元 1 的高斯拟合参数

Table B1. Gaussian fit parameters of magnetic field element structure 1.

拟合对象	振幅 A	均值 μ	标准差 σ	决定系数 R^2
a	7.9273 ± 0.0875	-0.0027 ± 0.0006	0.0499 ± 0.0006	0.9932
b	2.8949 ± 0.1349	-0.0361 ± 0.0085	0.1524 ± 0.0095	0.7929
B_0	9.1219 ± 0.1044	-0.0016 ± 0.0006	0.0434 ± 0.0006	0.9937
x_0	2.8266 ± 0.1275	-0.0263 ± 0.0090	0.1653 ± 0.0119	0.6297
y_0	3.0632 ± 0.1175	-0.0205 ± 0.0062	0.1396 ± 0.0067	0.8346
z_0	2.9441 ± 0.1363	-0.0243 ± 0.0077	0.1438 ± 0.0078	0.8689
θ	6.7838 ± 0.0710	-0.0033 ± 0.0007	0.0588 ± 0.0007	0.9950
ϕ	7.3482 ± 0.0800	-0.0040 ± 0.0007	0.0531 ± 0.0007	0.9934

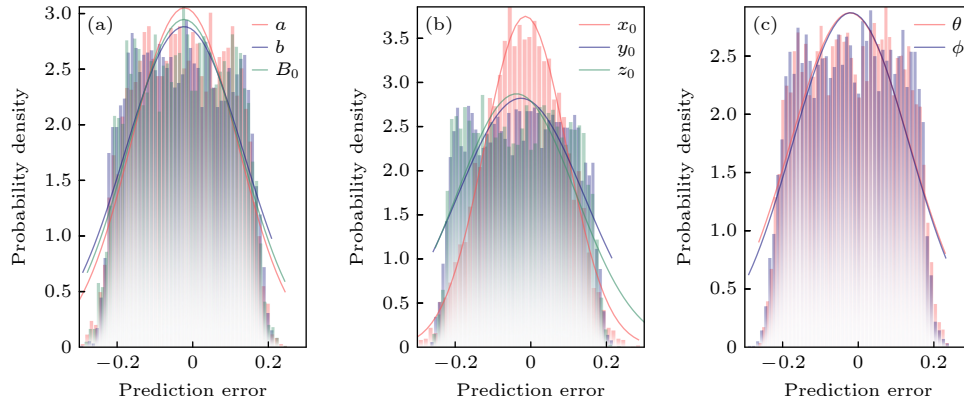


图 B2 磁场基元 2 的参数预测值与真实值的差值直方统计及高斯拟合 (a) 特征参数 a 、 b 、 B_0 ; (b) 位置参数 x_0 、 y_0 、 z_0 ; (c) 旋转参数 θ 、 ϕ

Fig. B2. Histogram statistics and gaussian fitting of the difference between the predicted and true values of magnetic field parameters of magnetic field element structure 2: (a) Feature parameters a , b and B_0 ; (b) Position parameters x_0 , y_0 and z_0 ; (c) Rotation parameters θ and ϕ .

表 B2 磁场基元 2 的高斯拟合参数

Table B2. Gaussian fit parameters of magnetic field element structure 2.

拟合对象	振幅 A	均值 μ	标准差 σ	决定系数 R^2
a	3.0514 ± 0.1199	-0.0221 ± 0.0064	0.1399 ± 0.0068	0.8417
b	2.8822 ± 0.1276	-0.0226 ± 0.0083	0.1573 ± 0.0102	0.7025
B_0	2.9471 ± 0.1311	-0.0230 ± 0.0077	0.1488 ± 0.0089	0.7476
x_0	3.7499 ± 0.0522	-0.0141 ± 0.0017	0.1084 ± 0.0017	0.9861
y_0	2.8210 ± 0.1186	-0.0262 ± 0.0086	0.1678 ± 0.0117	0.6375
z_0	2.8714 ± 0.1426	-0.0378 ± 0.0096	0.1570 ± 0.0110	0.7592
θ	2.8718 ± 0.1202	-0.0223 ± 0.0079	0.1583 ± 0.0098	0.7069
ϕ	2.8725 ± 0.1360	-0.0197 ± 0.0086	0.1545 ± 0.0101	0.7061

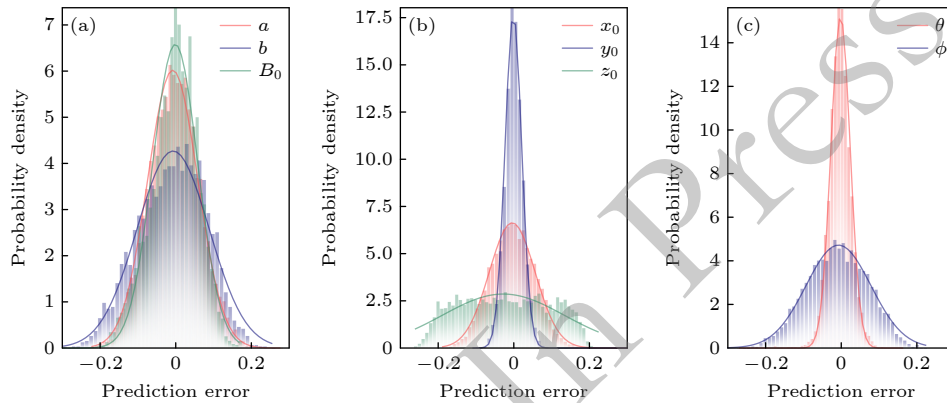


图 B3 磁场基元 3 的参数预测值与真实值的差值直方统计及高斯拟合 (a) 特征参数 a 、 b 、 B_0 ; (b) 位置参数 x_0 、 y_0 、 z_0 ; (c) 旋转参数 θ 、 ϕ

Fig. B3. Histogram statistics and gaussian fitting of the difference between the predicted and true values of magnetic field parameters of magnetic field element structure 3: (a) Feature parameters a , b and B_0 ; (b) Position parameters x_0 , y_0 and z_0 ; (c) Rotation parameters θ and ϕ .

表 B3 磁场基元 3 的高斯拟合参数

Table B3. Gaussian fit parameters of magnetic field element structure 3.

拟合对象	振幅 A	均值 μ	标准差 σ	决定系数 R^2
a	6.0201 ± 0.0521	-0.0079 ± 0.0007	0.0663 ± 0.0007	0.9957
b	4.2689 ± 0.0907	-0.0070 ± 0.0023	0.0952 ± 0.0023	0.9683
B_0	6.5811 ± 0.1522	-0.0012 ± 0.0016	0.0597 ± 0.0016	0.9700
x_0	6.6341 ± 0.0616	-0.0043 ± 0.0007	0.0607 ± 0.0007	0.9954
y_0	17.6800 ± 0.1477	-0.0011 ± 0.0002	0.0221 ± 0.0002	0.9974
z_0	2.8602 ± 0.1223	-0.0277 ± 0.0083	0.1614 ± 0.0107	0.6728
θ	15.2072 ± 0.1555	-0.0019 ± 0.0003	0.0255 ± 0.0003	0.9958
ϕ	4.7209 ± 0.0584	-0.0073 ± 0.0012	0.0859 ± 0.0012	0.9896

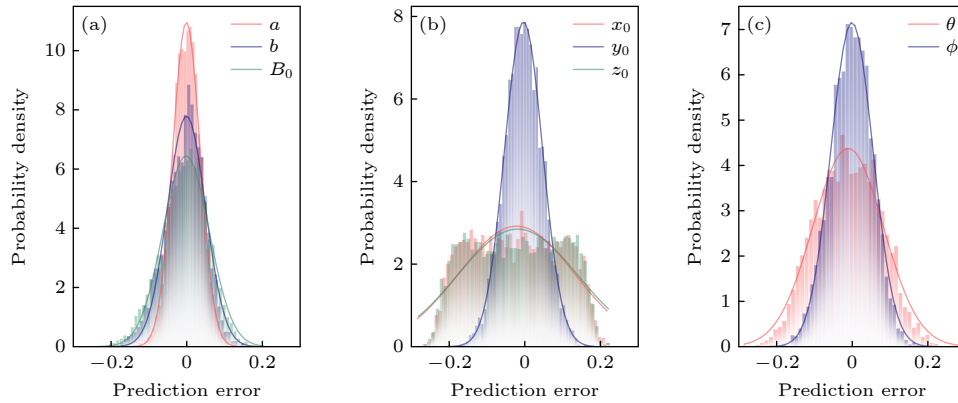
图 B4 磁场基元 4 的参数预测值与真实值的差值直方统计及高斯拟合 (a) 特征参数 a 、 b 、 B_0 ; (b) 位置参数 x_0 、 y_0 、 z_0 ; (c) 旋转参数 θ 、 ϕ

Fig. B4. Histogram statistics and gaussian fitting of the difference between the predicted and true values of magnetic field parameters of magnetic field element structure 4: (a) Feature parameters a , b and B_0 ; (b) Position parameters x_0 , y_0 and z_0 ; (c) Rotation parameters θ and ϕ .

表 B4 磁场基元 4 的高斯拟合参数

Table B4. Gaussian fit parameters of magnetic field element structure 4.

拟合对象	振幅 A	均值 μ	标准差 σ	决定系数 R^2
a	10.9667 ± 0.1092	-0.0009 ± 0.0004	0.0362 ± 0.0004	0.9952
b	7.7939 ± 0.1653	-0.0007 ± 0.0012	0.0503 ± 0.0012	0.9763
B_0	6.4511 ± 0.0985	-0.0018 ± 0.0011	0.0613 ± 0.0011	0.9867
x_0	2.9187 ± 0.1322	-0.0218 ± 0.0082	0.1535 ± 0.0099	0.7047
y_0	7.8694 ± 0.0876	-0.0032 ± 0.0006	0.0504 ± 0.0006	0.9929
z_0	2.8486 ± 0.1386	-0.0189 ± 0.0092	0.1594 ± 0.0114	0.6554
θ	4.3797 ± 0.0830	-0.0110 ± 0.0020	0.0931 ± 0.0020	0.9763
ϕ	7.1597 ± 0.0867	-0.0009 ± 0.0008	0.0557 ± 0.0008	0.9926

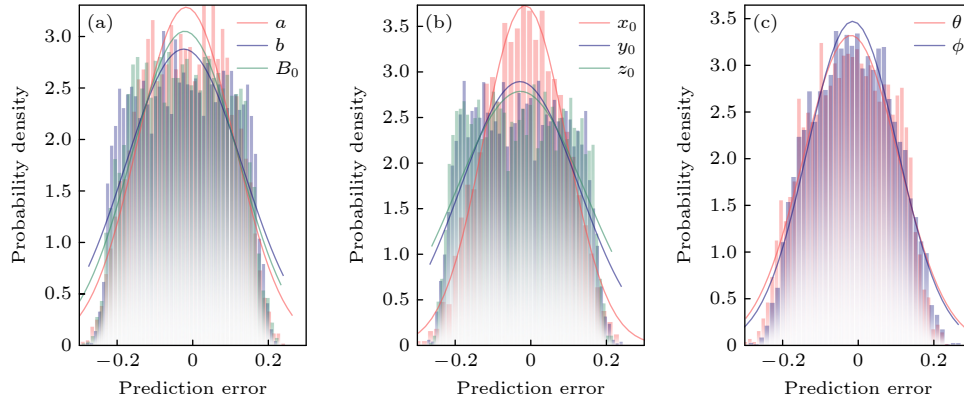


图 B5 磁场基元 5 的参数预测值与真实值的差值直方统计及高斯拟合 (a) 特征参数 a 、 b 、 B_0 ; (b) 位置参数 x_0 、 y_0 、 z_0 ; (c) 旋转参数 θ 、 ϕ

Fig. B5. Histogram statistics and gaussian fitting of the difference between the predicted and true values of magnetic field parameters of magnetic field element structure 5: (a) Feature parameters a , b and B_0 ; (b) Position parameters x_0 , y_0 and z_0 ; (c) Rotation parameters θ and ϕ .

表 B5 磁场基元 5 的高斯拟合参数

Table B5. Gaussian fit parameters of magnetic field element structure 5.

拟合对象	振幅 A	均值 μ	标准差 σ	决定系数 R^2
a	3.2846 ± 0.1060	-0.0175 ± 0.0047	0.1276 ± 0.0049	0.9108
b	2.8781 ± 0.1331	-0.0237 ± 0.0084	0.1548 ± 0.0100	0.7050
B_0	3.0514 ± 0.1193	-0.0212 ± 0.0064	0.1403 ± 0.0068	0.8509
x_0	3.7324 ± 0.0582	-0.0155 ± 0.0020	0.1095 ± 0.0020	0.9863
y_0	2.8943 ± 0.1290	-0.0288 ± 0.0082	0.1550 ± 0.0099	0.7127
z_0	2.7866 ± 0.1305	-0.0274 ± 0.0098	0.1711 ± 0.0134	0.5808
θ	3.3208 ± 0.1009	-0.0193 ± 0.0044	0.1260 ± 0.0045	0.9159
ϕ	3.4715 ± 0.0784	-0.0149 ± 0.0031	0.1194 ± 0.0031	0.9652

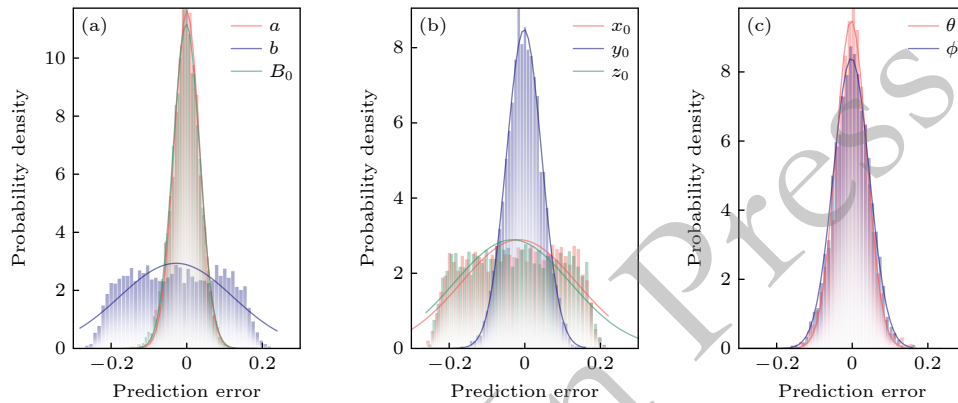


图 B6 磁场基元 6 的参数预测值与真实值的差值直方统计及高斯拟合 (a) 特征参数 a 、 b 、 B_0 ; (b) 位置参数 x_0 、 y_0 、 z_0 ; (c) 旋转参数 θ 、 ϕ

Fig. B6. Histogram statistics and gaussian fitting of the difference between the predicted and true values of magnetic field parameters of magnetic field element structure 6: (a) Feature parameters a , b and B_0 ; (b) Position parameters x_0 , y_0 and z_0 ; (c) Rotation parameters θ and ϕ .

表 B6 磁场基元 6 的高斯拟合参数

Table B6. Gaussian fit parameters of magnetic field element structure 6.

拟合对象	振幅 A	均值 μ	标准差 σ	决定系数 R^2
a	11.6253 ± 0.1110	0.0003 ± 0.0004	0.0336 ± 0.0004	0.9961
b	2.9332 ± 0.1338	-0.0281 ± 0.0080	0.1501 ± 0.0093	0.7345
B_0	11.1703 ± 0.1081	-0.0011 ± 0.0004	0.0353 ± 0.0004	0.9954
x_0	2.8942 ± 0.1364	-0.0155 ± 0.0085	0.1521 ± 0.0096	0.7580
y_0	8.4846 ± 0.0885	-0.0018 ± 0.0006	0.0467 ± 0.0006	0.9943
z_0	2.8914 ± 0.1320	-0.0331 ± 0.0084	0.1531 ± 0.0095	0.7802
θ	9.5057 ± 0.1001	-0.0027 ± 0.0005	0.0405 ± 0.0005	0.9951
ϕ	8.3988 ± 0.0718	-0.0025 ± 0.0005	0.0474 ± 0.0005	0.9965

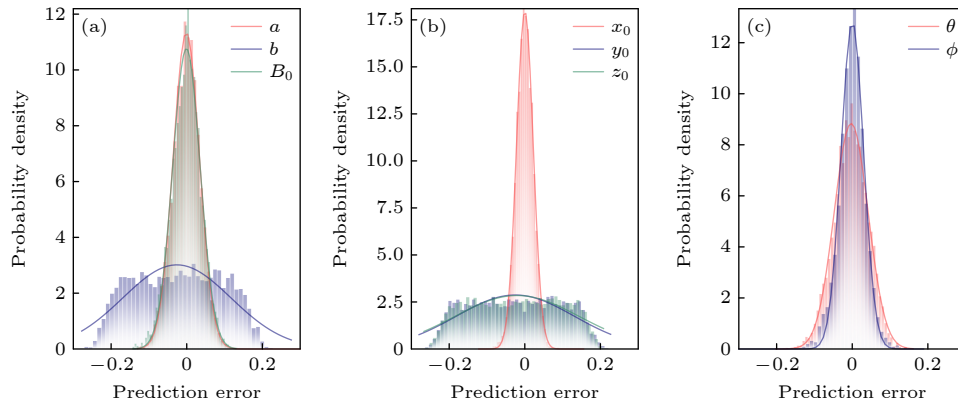
图 B7 磁场基元 7 的参数预测值与真实值的差值直方统计及高斯拟合 (a) 特征参数 a 、 b 、 B_0 ; (b) 位置参数 x_0 、 y_0 、 z_0 ; (c) 旋转参数 θ 、 ϕ Fig. B7. Histogram statistics and gaussian fitting of the difference between the predicted and true values of magnetic field parameters of magnetic field element structure 7: (a) Feature parameters a , b and B_0 ; (b) Position parameters x_0 , y_0 and z_0 ; (c) Rotation parameters θ and ϕ .

表 B7 磁场基元 7 的高斯拟合参数

Table B7. Gaussian fit parameters of magnetic field element structure 7.

拟合对象	振幅 A	均值 μ	标准差 σ	决定系数 R^2
a	11.3473 ± 0.1118	-0.0011 ± 0.0004	0.0348 ± 0.0004	0.9958
b	3.0154 ± 0.1303	-0.0260 ± 0.0072	0.1432 ± 0.0079	0.8039
B_0	10.7670 ± 0.1559	-0.0009 ± 0.0006	0.0364 ± 0.0006	0.9875
x_0	17.9574 ± 0.1363	0.0002 ± 0.0002	0.0220 ± 0.0002	0.9975
y_0	2.8716 ± 0.1346	-0.0252 ± 0.0086	0.1563 ± 0.0105	0.6859
z_0	2.8440 ± 0.1211	-0.0205 ± 0.0085	0.1650 ± 0.0113	0.6511
θ	8.8357 ± 0.1082	-0.0029 ± 0.0006	0.0449 ± 0.0006	0.9918
ϕ	12.8253 ± 0.1565	0.0003 ± 0.0004	0.0297 ± 0.0004	0.9940

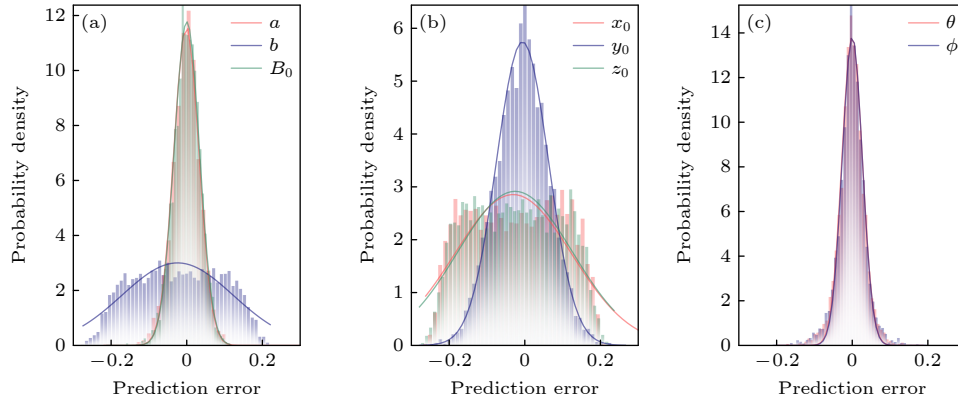


图 B8 磁场基元 8 的参数预测值与真实值的差值直方统计及高斯拟合 (a) 特征参数 a 、 b 、 B_0 ; (b) 位置参数 x_0 、 y_0 、 z_0 ; (c) 旋转参数 θ 、 ϕ

Fig. B8. Histogram statistics and gaussian fitting of the difference between the predicted and true values of magnetic field parameters of magnetic field element structure 8: (a) Feature parameters a , b and B_0 ; (b) Position parameters x_0 , y_0 and z_0 ; (c) Rotation parameters θ and ϕ .

表 B8 磁场基元 8 的高斯拟合参数

Table B8. Gaussian fit parameters of magnetic field element structure 8.

拟合对象	振幅 A	均值 μ	标准差 σ	决定系数 R^2
a	11.6269 ± 0.1430	-0.0012 ± 0.0005	0.0332 ± 0.0005	0.9942
b	3.0019 ± 0.1108	-0.0242 ± 0.0064	0.1475 ± 0.0076	0.7886
B_0	11.7740 ± 0.1486	0.0002 ± 0.0005	0.0335 ± 0.0005	0.9922
x_0	2.8551 ± 0.1483	-0.0308 ± 0.0097	0.1548 ± 0.0106	0.7979
y_0	5.7456 ± 0.0764	-0.0061 ± 0.0011	0.0689 ± 0.0011	0.9901
z_0	2.9153 ± 0.1299	-0.0257 ± 0.0079	0.1519 ± 0.0093	0.7302
θ	13.8194 ± 0.2261	-0.0004 ± 0.0005	0.0271 ± 0.0005	0.9886
ϕ	13.8314 ± 0.2397	0.0002 ± 0.0005	0.0266 ± 0.0005	0.9873

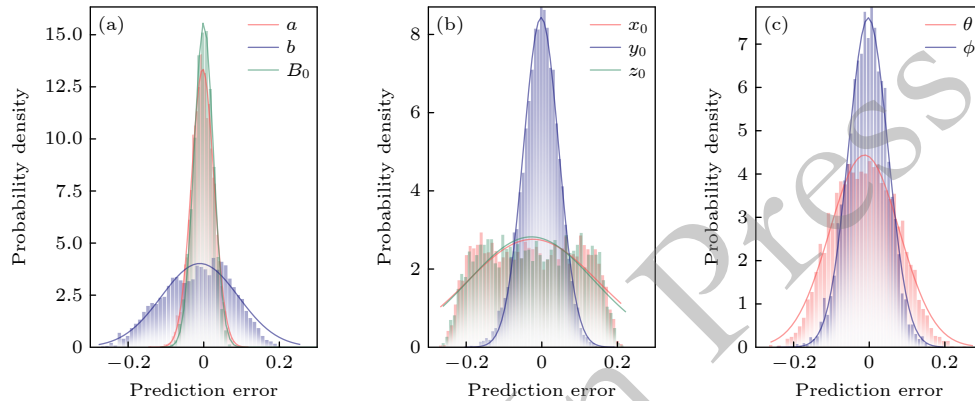


图 B9 磁场基元 9 的参数预测值与真实值的差值直方统计及高斯拟合 (a) 特征参数 a 、 b 、 B_0 ; (b) 位置参数 x_0 、 y_0 、 z_0 ; (c) 旋转参数 θ 、 ϕ

Fig. B9. Histogram statistics and gaussian fitting of the difference between the predicted and true values of magnetic field parameters of magnetic field element structure 9: (a) Feature parameters a , b and B_0 ; (b) Position parameters x_0 , y_0 and z_0 ; (c) Rotation parameters θ and ϕ .

表 B9 磁场基元 9 的高斯拟合参数

Table B9. Gaussian fit parameters of magnetic field element structure 9.

拟合对象	振幅 A	均值 μ	标准差 σ	决定系数 R^2
a	13.3435 ± 0.1427	-0.0027 ± 0.0004	0.0296 ± 0.0004	0.9941
b	4.0212 ± 0.1006	-0.0103 ± 0.0029	0.1017 ± 0.0030	0.9493
B_0	15.6048 ± 0.1388	0.0001 ± 0.0003	0.0254 ± 0.0003	0.9970
x_0	2.7619 ± 0.1285	-0.0240 ± 0.0099	0.1739 ± 0.0138	0.5746
y_0	8.4345 ± 0.0865	-0.0018 ± 0.0006	0.0466 ± 0.0006	0.9943
z_0	2.8237 ± 0.1297	-0.0279 ± 0.0092	0.1656 ± 0.0121	0.6251
θ	4.4391 ± 0.0742	-0.0123 ± 0.0018	0.0921 ± 0.0018	0.9800
ϕ	7.6098 ± 0.0927	-0.0027 ± 0.0007	0.0522 ± 0.0007	0.9921

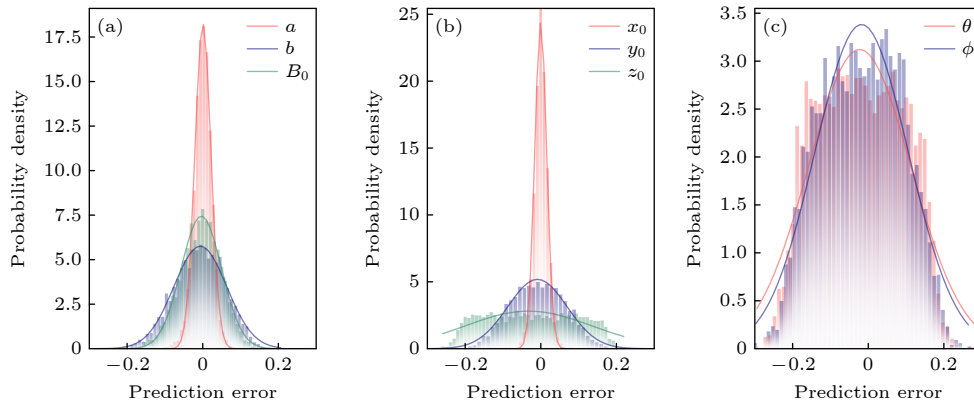
图 B10 磁场基元 10 的参数预测值与真实值的差值直方统计及高斯拟合 (a) 特征参数 a 、 b 、 B_0 ; (b) 位置参数 x_0 、 y_0 、 z_0 ; (c) 旋转参数 θ 、 ϕ Fig. B10. Histogram statistics and gaussian fitting of the difference between the predicted and true values of magnetic field parameters of magnetic field element structure 10: (a) Feature parameters a , b and B_0 ; (b) Position parameters x_0 , y_0 and z_0 ; (c) Rotation parameters θ and ϕ .

表 B10 磁场基元 10 的高斯拟合参数

Table B10. Gaussian fit parameters of magnetic field element structure 10.

拟合对象	振幅 A	均值 μ	标准差 σ	决定系数 R^2
a	18.2436 ± 0.1315	0.0005 ± 0.0002	0.0213 ± 0.0002	0.9980
b	5.7558 ± 0.0792	-0.0065 ± 0.0011	0.0699 ± 0.0011	0.9886
B_0	7.4457 ± 0.0973	-0.0037 ± 0.0008	0.0535 ± 0.0008	0.9915
x_0	24.3802 ± 0.1991	-0.0003 ± 0.0001	0.0158 ± 0.0001	0.9976
y_0	5.1854 ± 0.0732	-0.0089 ± 0.0013	0.0784 ± 0.0013	0.9888
z_0	2.8079 ± 0.1250	-0.0323 ± 0.0091	0.1681 ± 0.0123	0.6231
θ	3.1224 ± 0.1213	-0.0227 ± 0.0061	0.1358 ± 0.0064	0.8610
ϕ	3.3828 ± 0.0983	-0.0177 ± 0.0041	0.1236 ± 0.0043	0.9210

附录C 基元磁场特征参数对质子成像的影响

对于 Weibel 不稳定性 and Biermann 电池效应所产生的种子磁场 ((C1) 式), 磁感应强度受各磁场特征参数 a 、 b 和 B_0 的影响如下:

$$\mathbf{B}(x, y, z) = \frac{B_0}{a} e^{-\frac{x^2+y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2}} (-y, x, 0), \quad (\text{C1})$$

b 和 B_0 对质子成像的影响如下: 在固定空间位置处, 磁感应强度的大小随 b 和 B_0 单调递增. 当仅有单个种子磁场作用于质子束时, 质子图像的成像特征表现为: 当 b 和 B_0 取值较小时, 磁感应强度较弱, 质子图像仅呈现中心聚焦特征; 随着 b 和 B_0 的增大, 质子图像逐渐出现中心空洞, 且空洞尺寸随 b 和 B_0 的增大而扩大; 当 b 和 B_0 进一步增大时, 质子被强烈散射, 导致质子图像上不再有质子分布.

磁感应强度对 a 的偏导数为:

$$\frac{\partial |B|}{\partial a} = B_0 \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \cdot e^{-\frac{x_0^2 + y_0^2}{a^2} - \frac{z_0^2}{b^2}} \cdot \frac{2(x_0^2 + y_0^2) - a^2}{a^4}. \quad (C2)$$

a 对质子成像的影响如下: 在固定空间位置 (x_0, y_0, z_0) 处, 当 $2(x_0^2 + y_0^2) - a^2 > 0$ 时, $|B|$ 随 a 增大而增加; 当 $2(x_0^2 + y_0^2) - a^2 < 0$ 时, $|B|$ 随 a 增大而减小; 在 $r_0^2 = x_0^2 + y_0^2 = a^2/2$ 处, $|B|$ 取得最大值 $B_0/(\sqrt{2}e)$. 在单个种子磁场作用于质子束且忽略 b 和 B_0 对磁感应强度的极端影响时, 质子图像的成像特征表现为: 当 a 取值较小时, 磁感应强度较弱, 质子图像仅呈现中心聚焦; 随着 a 增大, 图像逐渐出现中心空洞并扩大, 进而形成空洞环 (此时中心区域重新开始聚焦); 随着 a 继续增大, 空洞环逐渐外扩直至超出探测范围, 质子图像再次仅呈现中心聚焦特征.

综上所述, 对于经过像素最大值归一化处理的质子图像样本, 特征参数 a 、 b 和 B_0 共同影响质子成像, 其关系较为复杂. 在某些参数组合下, 质子图像对参数变化响应较弱, 导致神经网络难以有效学习参数与图像特征之间的映射规律; 同时, 特征参数与质子图像之间可能存在非唯一映射, 进一步增加了参数反演的难度. 然而, 在 a 、 b 和 B_0 取值适当时, 质子图像对参数变化表现出较高敏感性, 有利于网络准确学习其内在规律. 特征参数 a 、 b 、 B_0 及其与位置参数 z_0 的反演特性共同表明, 通过多维质子成像以获取更丰富的质子信息, 对于提高质子图像解析与参数反演的精度具有重要意义.

参考文献

- [1] Drake R P 2018 *High-Energy-Density Physics: Foundation of Inertial Fusion and Experimental Astrophysics*. Second edition. edn. (Cham: Springer Nature), pp 12–16
- [2] Priest E, Forbes T 2000 *Magnetic Reconnection: MHD Theory and Applications* (Oxford: Cambridge University Press), pp 1–6
- [3] Caprioli D, Spitkovsky A 2014 *Astrophys. J.* **783** 91
- [4] Balbus S A, Hawley J F 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 1
- [5] Blandford R, Eichler D 1987 *Phys. Rep.* **154** 1
- [6] Song Y, Srinivasan B 2020 *Radiat. Eff. Defects Solids* **175** 1009
- [7] García-Rubio F, Betti R, Sanz J, Aluie H 2021 *Physics of Plasmas* **28** 012103
- [8] Samtaney R 2003 *Phys. Fluids* **1994** 15
- [9] Ryu D, Jones T W, Frank A 2000 *Astrophys. J.* **545** 475
- [10] Cui Y, Yang X H, Ma Y Y, Zhang G B, Xu B H, Chen Z H, Li Z, Shao F Q, Zhang J 2024 *High Power Laser Science and Engineering* **12** e24
- [11] Slutz S A, Herrmann M C, Vesey R A, Sefkow A B, Sinars D B, Rovang D C, Peterson K J, Cuneo M E 2010 *Phys. Plasmas* **17** 056303
- [12] Kugland N L, Ryutov D D, Plechaty C, Ross J S, Park H S 2012 *Rev. Sci. Instrum.* **83** 101301
- [13] Clark E L, Krushelnick K, Davies J R, Zepf M, Tatarakis M, Beg F N, Machacek A, Norreys P A, Santala M I K, Watts I, Dangor A E 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 670
- [14] Maksimchuk A, Gu S, Flippo K, Umstadter D, Bychenkov V Y 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4108
- [15] Snavely R A, Key M H, Hatchett S P, Cowan T E, Roth M, Phillips T W, Stoyer M A, Henry E A, Sangster T C, Singh M S, Wilks S C, MacKinnon A, Offenberger A, Pennington D M, Yasuike K, Langdon A B, Lasinski B F, Johnson J, Perry M D, Campbell E M 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2945
- [16] Teng J, Zhu B, Wang J, Hong W, Yan Y H, Zhao Z Q, Cao L F, Gu Y Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 114103 (in Chinese) [滕建, 朱斌, 王剑, 闫永宏, 赵宗清, 曹磊峰, 谷渝秋 2013 *物理学报* **62** 114103]
- [17] Li C K, Séguin F H, Frenje J A, Rygg J R, Petrasso R D, Town R P J, Amendt P A, Hatchett S P, Landen O L, Mackinnon A J, Patel P K, Smalyuk V A, Sangster T C, Knauer J P 2006 *Physical Review Letters* **97** 135003
- [18] Manuel M J E, Zylstra A B, Rinderknecht H G, Casey D T, Rosenberg M J, Sinenian N, Li C K, Frenje J A, Séguin F H, Petrasso R D 2012 *Review of Scientific Instruments* **83** 063506
- [19] Bott A F A, Graziani C, Tzeferacos P, White T G, Lamb D Q, Gregori G, Schekochihin A A 2017 *J. Plasma Phys.* **83** 905830614
- [20] Fryxell B, Olson K, Ricker P, Timmes F X, Zingale M, Lamb D Q, MacNeice P, Rosner R, Truran J W, Tufo H 2000 *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **131** 273
- [21] Tzeferacos P, Fatenejad M, Flocke N, Graziani C, Gregori G, Lamb D Q, Lee D, Meinecke J, Scopatz A, Weide K 2015 *High Energy Density Phys.* **17** 24
- [22] Chittenden J P, Lebedev S V, Jennings C A, Bland S N, Ciardi A 2004 *Plasma Phys. Control. Fusion* **46** B457
- [23] Romagnani L, Fuchs J, Borghesi M, Antici P, Audebert P, Ceccherini F, Cowan T, Gris Mayer T, Kar S, Macchi A, Mora P, Pretzler G, Schiavi A, Toncian T, Willi O 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 195001
- [24] Vay J L 2008 *Phys. Plasmas* **15** 056701
- [25] Schaeffer D B, Bott A F A, Borghesi M, Flippo K A, Fox W, Fuchs J, Li C K, Séguin F H, Park H S, Tzeferacos P, Willingale L 2023 *Rev. Mod. Phys.* **95** 1
- [26] Lu Y C, Li S T, Li H, Flippo K A, Barnak D, Birkel A, Lahmann B, Li C K, Rasmus A M, Kelso K, Zylstra A, Liang E, Tzeferacos P, Lamb D 2020 *Physics of Plasmas* **27** 012303
- [27] Huntington C M, Fiuza F, Ross J S, Zylstra A B, Drake R P, Froula D H, Gregori G, Kugland N L, Kuran C C, Levy M C, Li C K, Meinecke J, Morita T, Petrasso R, Plechaty C, Remington B A, Ryutov D D, Sakawa Y, Spitkovsky A, Takabe H, Park H S 2015 *Nat. Phys.* **11** 173
- [28] Cecchetti C A, Borghesi M, Fuchs J, Schurtz G, Kar S, Macchi A, Romagnani L, Wilson P A, Antici P, Jung R, Osterholtz J, Pipahl C A, Willi O, Schiavi A, Notley M, Neely D 2009 *Physics of Plasmas* **16** 043102
- [29] Graziani C, Tzeferacos P, Lamb D Q, Li C K 2017 *Rev. Sci. Instrum.* **88** 123507
- [30] Kasim M F, Ceurvorst L, Ratan N, Sadler J, Chen N, Sävert A, Trines R, Bingham R, Burrows P N, Kaluza M C, Norreys P 2017 *Phys. Rev. E* **95** 023306
- [31] Sulman M M, Williams J F, Russell R D 2011 *Appl. Numer. Math.* **61** 298
- [32] Schaeffer D B, Fox W, Follett R K, Fiksel G, Li C K, Matteucci J, Bhattacharjee A, Germaschewski K 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 245001
- [33] Campbell P T, Walsh C A, Russell B K, Chittenden J P, Crilly A, Fiksel G, Nilson P M, Thomas A G R, Krushelnick K, Willingale L 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 1

- [34] Song H Y, Wu F Y, Sheng Z M, Zhang J 2023 *Physics of Plasmas* **30** 092707
- [35] Liu D J, Tan Y X, Khoram E, Yu Z F 2018 *ACS photonics* **5** 1365
- [36] Chen N F Y, Kasim M F, Ceurvorst L, Ratan N, Sadler J, Levy M C, Trines R, Bingham R, Norreys P 2017 *Phys. Rev. E* **95** 043305
- [37] Fried B D 1959 *The Physics of Fluids* **2** 337
- [38] Weibel E S 1959 *Physical Review Letters* **2** 83
- [39] Biermann L, Schlüter A 1951 *Phys. Rev.* **82** 863
- [40] Stamper J A, Papadopoulos K, Sudan R N, Dean S O, McLean E A, Dawson J M 1971 *Physical Review Letters* **26** 1012
- [41] Levy M C, Ryutov D D, Wilks S C, Ross J S, Huntington C M, Fiuza F, Martinez D A, Kugland N L, Baring M G, Park H S 2015 *Rev. Sci. Instrum.* **86** 033302
- [42] Bai Z W, Zhou Z C, Zhao J J, Li X L, Li Z Y, Xiong F Y, Yang H K, Zhang Y Y, Xu Z Q J 2025 ArXiv: 2506.04805 v1[cs.LG]
- [43] Chollet F (translated by Zhang L) 2021 *Deep Learning with Python*. Second edition. edn. (New York: Manning), pp 233–235 (in Chinese) [弗朗索瓦 C 著 (张亮译) 2022 Python 深度学习 (第 2 版) (北京: 人民邮电出版社) 第 233—235 页]

Reconstruction of magnetic field distributions from proton radiography by deep learning*

AN Ji ¹⁾²⁾ ZHENG Jun ^{1)2)†} CHEN Min ^{1)2)‡} YUAN Xiaohui ¹⁾²⁾
SHENG Zhengming ¹⁾²⁾³⁾

1) (State Key Laboratory of Dark Matter Physics, School of Physics and Astronomy, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

2) (Key Laboratory for Laser Plasmas (MoE), Collaborative Innovation Center of IFSA, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

3) (State Key Laboratory of Dark Matter Physics, Tsung-Dao Lee Institute, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 201210, China)

(Received 10 September 2025; revised manuscript received 5 November 2025)

Abstract

Proton radiography is an effective technique for diagnosing field distributions in plasmas. However, due to the complexity of electromagnetic field structure, reconstructing electromagnetic field from proton radiographs is extremely challenging and often requires some simplified symmetry assumptions for the field. Here, we present a machine learning method to reconstruct three-dimensional (3D) magnetic field distributions from complex proton radiographs without relying on such assumptions. In order to do this, we construct the target 3D magnetic fields by linearly superposing multiple elementary magnetic structures generated from the Weibel instability. Each element is characterized by eight parameters—structural parameters (a , b , B_0), spatial coordinates (x_0 , y_0 , z_0), and rotation angles (θ , ϕ),—resulting in 80 degrees of freedom in total. The parameters are uniformly sampled within $\pm 25\%$ of their baseline values, and a dataset consisting of 50000 magnetic field-proton radiograph pairs is generated through forward simulation using GEANT4. All proton radiographs exist in the caustic regime, exhibiting multiple asymmetric caustics and significant flux concentrations.

A lightweight three-layer convolutional neural network (CNN) is designed for the reconstruction task. The network consists of an input layer, three convolutional modules (in which the first two follow a "convolution–batch normalization–max pooling" cascaded structure, and the third is simplified into a single convolutional layer), a flattening layer, a dropout layer, and an output layer. Bayesian optimization is used to determine the optimal hyperparameters. The model is trained on 40000 samples, with 5000 samples used for validation and 5000 for testing.

* This work was supported by the Strategic Priority Research Program of Chinese Academy of Sciences (Grant No. XDA25030800) and National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12225505)

† Corresponding author. E-mail: jzheng@sjtu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: minchen@sjtu.edu.cn

On the test set, the CNN achieves a mean absolute percentage error (MAPE) of 8.5% in predicting the 80 magnetic parameters, which is below the random-guessing threshold of 12.9%. Prediction errors for most parameters follow a near-zero-mean Gaussian distribution, with a relative standard deviation of less than 6%. The reconstructed fields show a high degree of spatial consistency with the reference fields, and the corresponding proton images match the original images with a cosine similarity of 0.89.

This study demonstrates that our CNN-based proton radiography reconstruction method can effectively reconstruct complex 3D magnetic fields without the need for symmetry assumptions or manual parameter adjustments, providing a novel tool for diagnosing electromagnetic fields in high-intensity laser-plasma interactions. Future work may combine multi-angle proton radiography with transfer learning from experimental data to improve the practicality and robustness of this method.

Keywords: proton radiography, deep learning, magnetic field reconstruction, laser-plasma interactions

DOI: [10.7498/aps.75.20251243](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251243)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251243](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20251243)