

专题: 量子光学原理与应用

## 基于连续变量纠缠态的多用户量子隐形传态网络分析\*

闫捷利<sup>1)</sup> 闫智辉<sup>1)2)</sup> 贾晓军<sup>1)2)†</sup>

1) (山西大学光电研究所, 光量子技术与器件全国重点实验室, 太原 030006)

2) (山西大学, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2025 年 10 月 11 日收到; 2025 年 12 月 12 日收到修改稿)

量子隐形传态可以实现未知量子态在用户之间的安全传递, 是量子信息科学中的关键技术. 连续变量纠缠态光场能够用于构建量子隐形传态网络, 扩展城域范围量子隐形传态的用户数. 本文分析了基于三种连续变量纠缠态 (EPR 纠缠态、GHZ 纠缠态和线性 cluster 纠缠态) 的量子隐形传态网络方案. 结果表明, 由于不同类型纠缠态具有不同的关联特性, 这些量子隐形传态网络在量子隐形传态的保真度、传输距离和压缩资源消耗量等方面各具优势. 该研究可以为多用户的城域量子隐形传态网络提供参考.

关键词: 量子隐形传态, 多组分纠缠, 量子网络

DOI: 10.7498/aps.75.20251373

CSTR: 32037.14.aps.75.20251373

## 1 引言

量子科学和信息科学的交叉融合为信息更高效安全地传输、更快地处理以及更精确地测量提供了新的手段<sup>[1-3]</sup>. 量子态的传输是量子信息科学中至关重要的问题, 高速率及高保真度的量子信息传输在量子通信、量子计算和量子计量中有着重要的作用<sup>[4-6]</sup>. 但是量子态容易受到环境影响产生退相干导致量子特性丢失, 使得长距离的量子通信以及分布式量子计算和传感面临挑战<sup>[7,8]</sup>. 量子隐形传态为规避量子态的退相干, 实现长距离量子态的传输提供了有效的方法<sup>[9,10]</sup>. 量子隐形传态方案在 1993 年被首次提出, 同时利用经典通道和量子通道可以实现未知量子态向未知用户的传递而不需要量子态在实际空间中的传输<sup>[11]</sup>. 1997 年和 1998 年, 基于光子偏振纠缠态的单光子偏振态和基于光场正交分量纠缠态的相干态的量子隐形传态分别

被实现<sup>[12,13]</sup>. 最近, 量子隐形传态逐渐由实验室演示走向户外真实环境的探索<sup>[14,15]</sup>, 从单一自由度向更多自由度的方向发展<sup>[9]</sup>. 随着研究的深入, 具有不同自由度的量子态、各种物理系统中以及多个用户的量子隐形传态分别被实现<sup>[16-19]</sup>.

量子网络为量子信息科学的发展赋予了新的能力, 扩展了量子信息协议的用户数量和覆盖范围, 为实现多用户之间的量子通信和分布式量子计算以及量子计量提供了基础<sup>[20-22]</sup>. 量子网络包括量子节点和量子信道, 分别用来处理和传输量子信息<sup>[23]</sup>. 构建量子网络的基础是建立网络中用户之间的纠缠, 直接分发纠缠态和纠缠交换是两种常用的构建量子网络的方法<sup>[24,25]</sup>, 不同的纠缠类型给出了用户之间不同的关联方式<sup>[26]</sup>. 在连续变量领域, 常见的纠缠态有 EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) 纠缠态、GHZ (Greenberger-Horne-Zeilinger) 纠缠态以及 cluster 纠缠态<sup>[26-28]</sup>. 实验上一般利用光学参量放大器和分束器网络来实现确定性纠缠态的制

\* “量子通信与量子计算机”国家科技重大专项 (批准号: 2024ZD0300900)、国家重点研发计划 (批准号: 2022YFA1404500)、国家自然科学基金 (批准号: 62122044, 61925503, 62135008) 和山西省基础研究计划 (批准号: 202403021223001) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [jiaxj@sxu.edu.cn](mailto:jiaxj@sxu.edu.cn)

备<sup>[29]</sup>. EPR 纠缠态描述了两个物体之间的纠缠, 是两组分纠缠态, 已经被应用到量子隐形传态<sup>[7,30,31]</sup>、量子密钥分发<sup>[32]</sup>、量子会议<sup>[33,34]</sup>、量子成像<sup>[35]</sup>等协议. GHZ 纠缠态和 cluster 纠缠态都可以描述多体纠缠, GHZ 纠缠态的关联存在于系统整体; 而 cluster 纠缠态的关联存在于相邻的几个模式之间. 这一关联特点导致 GHZ 纠缠态只需要一次测量就会被完全破坏, 而 cluster 纠缠态需要多次测量才会被完全破坏, 即 cluster 纠缠态的量子保持特性较好, 常用于基于测量的量子信息协议<sup>[27]</sup>. GHZ 纠缠态和 cluster 纠缠态已被应用于量子隐形传态<sup>[16]</sup>、量子逻辑门<sup>[36]</sup>、量子秘密共享<sup>[37]</sup>等方案. 多种类型的连续变量纠缠态光场是开展量子通信网络研究的重要资源. 目前实验实现的基于连续变量 EPR 纠缠态的量子隐形传态<sup>[7]</sup>通常用于两用户之间的态传输, 其保真度高、传输距离远, 但是用户数少, 应用于多用户量子网络时需要更多的量子资源. 基于连续变量 GHZ 纠缠态<sup>[16,18,38]</sup>以及四组分 cluster 纠缠态<sup>[39]</sup>的量子隐形传态保真度较低, 而且现有实验更关注单个量子态在量子网络中的传输. 基于 GHZ 纠缠态的量子隐形传态在量子态传输过程中需要所有用户的参与; 基于 cluster 纠缠态的量子隐形传态每次传输量子态时不需要所有用户的参与, 可以同时传输多个量子态并用于构建量子逻辑门<sup>[39]</sup>. 当前实验更关注单个量子态在给定纠缠网络中的量子隐形传态效果, 而不是在量子网络中实现多个量子态的多方传输. 构建合适的多用户量子隐形传态网络方案用于不同的量子信息协议可以实现节约量子资源, 提高协议性能等效果.

我们提出一种在  $N$  用户之间构建量子隐形传态网络, 实现量子态在网络中任意两用户之间传输的方案. 并且将 3 种不同的连续变量纠缠态 (EPR 纠缠态、GHZ 纠缠态和线性 cluster 纠缠态) 作为量子资源, 分析了量子隐形传态中保真度随用户数、量子态传输距离和压缩参量的变化关系以及传输多个量子态的能力. 通过对基于 3 种量子资源的量子隐形传态网络的比较和分析, 得出满足不同场景需要的可行方案. 在追求高保真度的量子计算等方案以及需要同时传输多个量子态时, EPR 纠缠态是首选; 在追求最小量子资源消耗的多用户量子通信方案中, GHZ 纠缠态更合适; cluster 纠缠态为这些应用提供了一种权衡方案. 这一结果为各类

量子信息协议需求提供不同的量子隐形传态方案参考.

## 2 纠缠态 (网络) 的制备

实现多用户之间的量子隐形传态, 需要构建 EPR 纠缠态、GHZ 纠缠态和线性 cluster 纠缠态. 制备连续变量纠缠态需要多束正交分量压缩光, 并在光学分束器上进行耦合. 压缩态的制备通常利用光学参量过程实现<sup>[40]</sup>, 如图 1(a) 所示, 泵浦光和种子光同时注入光学谐振腔中, 在腔内放置的非线性晶体中进行参量变换. 这一过程中, 光场的正交振幅和正交位相的噪声分别被压缩 (放大) 和放大 (压缩). 种子光和泵浦光的相对位相决定了正交分量的压缩方向.

一组 EPR 纠缠态的制备需要两束压缩光和一个 1:1 的分束器, 如图 1(b) 所示. 这样产生的纠缠态正交振幅分量  $\hat{X} = \hat{a} + \hat{a}^\dagger$ , 和正交位相分量  $\hat{P} = (\hat{a} - \hat{a}^\dagger)/i$  之间的纠缠关联方差可以表示为<sup>[4]</sup>

$$\Delta^2(\hat{X}_{b_1} + \hat{X}_{b_2}) = 2e^{-2r}, \quad \Delta^2(\hat{P}_{b_1} - \hat{P}_{b_2}) = 2e^{-2r}, \quad (1)$$

其中,  $r$  为压缩参量, 下标表示不同的纠缠子模. 我们使用制备纠缠所用压缩态的压缩参量来表示纠缠态的关联强度, 压缩参量越大, 纠缠关联越强. 为了网络中任意两个用户可以直接完成量子隐形传态, 需要制备多组 EPR 纠缠态, 并把它们分发到不同的用户, 任意两个用户之间需要共享一组 EPR 纠缠态, 这需要  $2C_N^2$  个压缩态以及  $C_N^2$  个 1:1 的分束器来产生  $C_N^2$  组 EPR 纠缠态, 如图 2(a) 所示. 记纠缠态的分发距离均为  $L$ , 用户之间的量子信道距离为  $2L$ .

制备  $N$  组分 GHZ 纠缠态时, 可以利用一个正交振幅压缩光和  $N-1$  个正交位相压缩光在  $N-1$  个分束器上进行线性耦合, 分束器的反射率分别为  $1/N, 1/(N-1), \dots, 1/2$ , 如图 1(c) 所示. 纠缠关联的方差可以表示为<sup>[18]</sup>

$$\Delta^2(\hat{X}_{b_1} + \hat{X}_{b_2} + \dots + \hat{X}_{b_N}) = Ne^{-2r},$$

$$\Delta^2(\hat{P}_{b_i} - \hat{P}_{b_j}) = 2e^{-2r}, \quad (2)$$

其中,  $i$  和  $j$  为不大于  $N$  的正整数, 且  $i \neq j$ . 为了构建  $N$  用户纠缠网络, 这一纠缠态的子模被分发到  $N$  个用户, 记纠缠态分发距离均为  $L$ , 如图 2(b) 所示.

制备  $N$  组分线性 cluster 纠缠态时, 可以利用  $N$  个正交振幅压缩光在  $N-1$  个分束器上进行线性

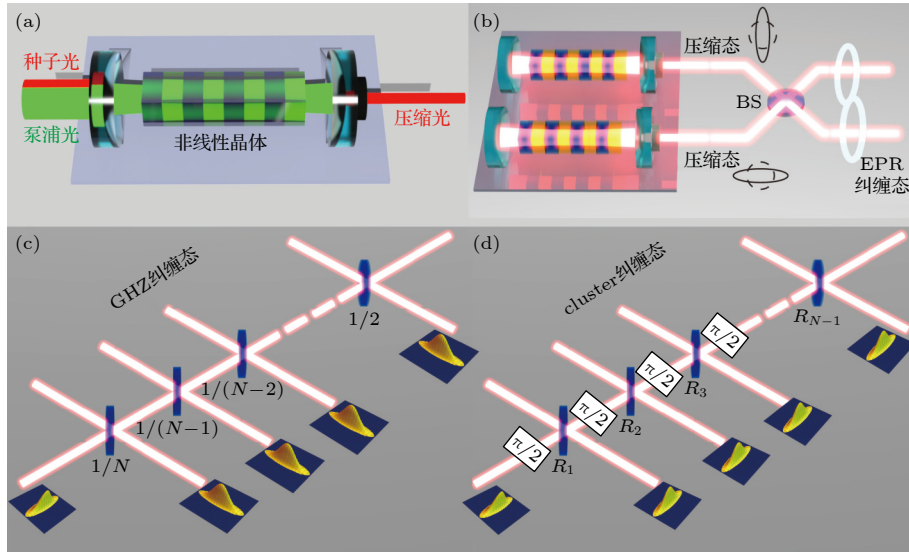


图 1 (a) 利用光学参量放大器制备压缩态光场; (b) 利用两个光学参量放大器产生压缩态进而制备 EPR 纠缠态; (c) 利用  $N$  个压缩态制备  $N$  组分 GHZ 纠缠态; (d) 利用  $N$  个压缩态制备  $N$  组分线性 cluster 纠缠态, 其中  $\pi/2$  表示相移, BS 表示光学分束器

Fig. 1. (a) Preparation of squeezed state using optical parametric amplifier; (b) using two optical parametric amplifiers to generate squeezed states and prepare EPR entangled states; (c) preparation of  $N$ -component GHZ entangled states using  $N$  squeezed states; (d) preparation of  $N$ -component linear cluster entangled states using  $N$  squeezed states, where  $\pi/2$  represents phase shift and BS represents optical beam splitter.

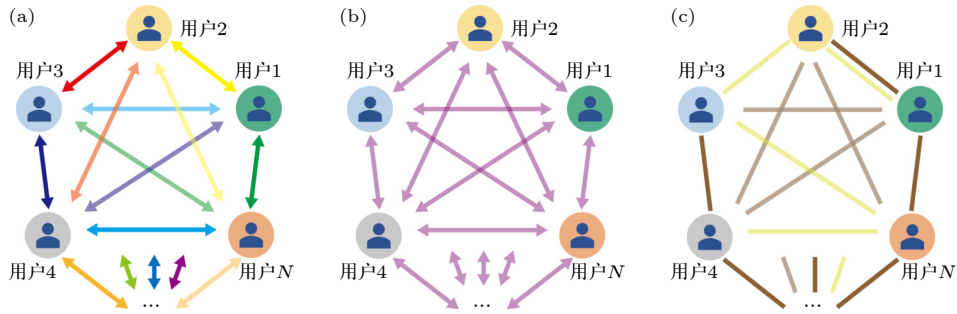


图 2 基于 (a) 多组 EPR 纠缠态、(b) 1 组 GHZ 纠缠态和 (c) 多组线性 cluster 纠缠态构建  $N$  用户纠缠网络, 同一颜色的线段所连接的用户之间共享同一组纠缠态, 每一组 EPR 纠缠态连接两个用户, 每一组 GHZ 纠缠态和 cluster 纠缠态连接  $N$  个用户

Fig. 2. Construction of entangled network with (a) multiple EPR entangled states, (b) a GHZ entangled state and (c) multiple linear cluster entangled states, the different color represents the user in different entangled state, each EPR state is shared by two users and each GHZ and cluster state are shared by  $N$  users, respectively.

耦合, 分束器的反射率为

$$R_k = F_{n-k+1}/F_{n-k+2}, \quad (1 \leq k \leq n-1),$$

其中  $F_n$  是斐波那契数列, 满足  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ ,  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  [26], 如图 1(d) 所示. 线性 cluster 纠缠态子模之间的关系可以用依次连接所有纠缠子模的一维链条表示. 在这一纠缠态中, 纠缠关联只存在于相邻纠缠子模之间. 纠缠态的关联可以表示为 [26]

$$\begin{aligned} \Delta^2(\hat{P}_{b_1} - \hat{X}_{b_2}) &= 2e^{-2r}, \\ \Delta^2(\hat{P}_{b_N} - \hat{X}_{b_{N-1}}) &= 2e^{-2r}, \\ \Delta^2(\hat{P}_{b_k} - \hat{X}_{b_{k-1}} - \hat{X}_{b_{k+1}}) &= 3e^{-2r}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $k$  为整数且  $2 \leq k \leq N-1$ . 一个  $N$  组分的线性 cluster 纠缠态在  $N$  用户之间构建纠缠网络, 可以实现相邻用户之间的量子隐形传态. 为了构建任意用户之间可以直接实现量子隐形传态的纠缠网络, 需要  $\lceil (N/2) \rceil$  个  $N$  组分 cluster 纠缠态 (其中  $\lceil \cdot \rceil$  表示向上取整), 使得每两个用户之间都有关联, 如图 2(c) 所示.

从 (1) 式—(3) 式可以看出, 对于 GHZ 纠缠态和多组 EPR 纠缠态, 纠缠子模之间的关联是相同的, 交换关联中任意子模的位置并不会影响关联; 而在线性 cluster 纠缠态中, 纠缠子模之间的关联有不同的类型. 因此在分析量子隐形传态效果时,

cluster 纠缠态需要考虑不同用户之间的组合. 从图 2 纠缠网络的构建过程中可以看出, 利用不同纠缠态构建可以直接连接任意两个用户的纠缠网络时, 需要用到的量子资源 (压缩态) 的数量是不同的. GHZ 纠缠态需要的压缩态最少 ( $N$  个), 线性 cluster 纠缠态次之 ( $N \lceil (N/2) \rceil$  个), EPR 纠缠态需要的最多 ( $N(N-1)$  个).

### 3 量子隐形传态

对于连续变量量子隐形传态, 待传量子态由其正交分量的噪声方差表征. 输出态正交分量的噪声方差与输入态噪声方差的相似程度越高, 量子隐形传态效果越好. 量子隐形传态中, 纠缠被分发到网络中的不同用户, 存在关联的用户之间可以实现量子态的隐形传态. 以基于连续变量 GHZ 纠缠态的量子隐形传态为例, 记用户拥有的纠缠子模为  $\hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_N$ , 它们之间的关联方式如 (2) 式所示. 每次传输过程中都需要所有的纠缠子模全部参与, 只能同时传输一个量子态; 量子隐形传态的实现离不开所有用户的参与, 体现了量子隐形传态的可控性. 假定待传量子态  $\hat{a}_{in}$  的发送方拥有的纠缠子模为  $\hat{b}_1$ , 接收方拥有的纠缠子模为  $\hat{b}_2$ . 发送方对纠缠子模和待传量子态做联合测量, 得到的结果可以写为

$$\begin{aligned}\hat{X}_{jm} &= (\hat{X}_{a_{in}} + \hat{X}_{b_1})/\sqrt{2}, \\ \hat{P}_{jm} &= (\hat{P}_{a_{in}} - \hat{P}_{b_1})/\sqrt{2}.\end{aligned}$$

同时, 其他参与用户对它们的纠缠子模进行测量, 测量结果记为  $\hat{X}_{b_3}, \dots, \hat{X}_{b_N}$ . 接收方利用这些测量结果对它拥有的纠缠子模进行平移操作, 得到的输出态正交振幅和正交位相的方差分别可以写为

$$\begin{aligned}V_{X_{out}}^G &= \Delta^2(\hat{X}_{b_1} + \hat{X}_{b_2} + \dots + \hat{X}_{b_N}) + V_{X_{in}}, \\ V_{P_{out}}^G &= \Delta^2(\hat{P}_{b_i} - \hat{P}_{b_j}) + V_{P_{in}},\end{aligned}\quad (4)$$

其中,  $V_{X_{in}}$  和  $V_{P_{in}}$  分别表示输入态的正交振幅和正交位相分量的方差. 输出态方差和输入态方差之间的关系可以写为  $V_{X_{out}} = V_{X_{in}} + V_{X_{ent}}$  以及  $V_{P_{out}} = V_{P_{in}} + V_{P_{ent}}$ ,  $V_{X_{ent}}$  和  $V_{P_{ent}}$  表示纠缠关联的噪声方差. 对于基于 EPR 纠缠态和 cluster 纠缠态的量子隐形传态, 输入态和输出态的方差具有相同的关系. 这一关系式表明量子隐形传态的关键是利用量子纠缠降低输出态的额外噪声, 纠缠关联越强, 量子

隐形传态效果越好.

对于使用多组 EPR 纠缠态的量子隐形传态方案, 每次传输过程中只需要一组 EPR 纠缠态, 量子隐形传态的成功在于发送用户和接收用户操作的执行, 网络中可以同时传输  $N(N-1)/2$  个量子态. 接收端重构的输入态的方差可以表示为

$$\begin{aligned}V_{P_{out}}^E &= \Delta^2(\hat{X}_{b_1} + \hat{X}_{b_2}) + V_{X_{in}}, \\ V_{P_{out}}^E &= \Delta^2(\hat{P}_{b_1} - \hat{P}_{b_2}) + V_{P_{in}}.\end{aligned}\quad (5)$$

对于使用 GHZ 纠缠态的量子隐形传态方案, 输入态重构过程需要所有的纠缠子模全部参与, 只能同时传输一个量子态; 量子隐形传态的实现离不开所有用户的参与, 体现了量子隐形传态的可控性. 接收端重构的输入态的方差可以用 (4) 式表示.

对于使用 cluster 纠缠态的量子隐形传态方案, 输入态重构过程中需要 3 个或者 4 个纠缠子模的参与, 每一组 cluster 纠缠态可以同时传输不少于  $\lfloor (N/4) \rfloor$  个量子态 ( $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整), 方案可以同时传输  $\lceil (N/2) \rceil \lfloor (N/4) \rfloor$  个量子态; 每次量子隐形传态的实现都需要 3 个或者 4 个用户的参与, 量子隐形传态也存在可控性, 但控制用户数量较少. 线性 cluster 纠缠态边缘用户作为接收端时需要 3 个用户参与, 重构的输入态的方差可以表示为

$$\begin{aligned}V_{X_{out}}^{c1} &= \Delta^2(\hat{P}_{b_2} - \hat{X}_{b_1} - \hat{X}_{b_3}) + V_{X_{in}}, \\ V_{P_{out}}^{c1} &= \Delta^2(\hat{P}_{b_1} - \hat{X}_{b_2}) + V_{P_{in}}.\end{aligned}\quad (6)$$

对于线性 cluster 纠缠态内部的用户, 量子隐形传态的实现需要 4 个用户的参与, 接收端重构的输入态的方差可以表示为

$$\begin{aligned}V_{X_{out}}^{c2} &= \Delta^2(\hat{P}_{b_{k-1}} - \hat{X}_{b_{k-2}} - \hat{X}_{b_k}) + V_{X_{in}}, \\ V_{P_{out}}^{c2} &= \Delta^2(\hat{P}_{b_k} - \hat{X}_{b_{k-1}} - \hat{X}_{b_{k+1}}) + V_{P_{in}}.\end{aligned}\quad (7)$$

### 4 结果与分析

量子隐形传态的效果可以用保真度来衡量, 保真度是描述量子态相似程度的物理量<sup>[13]</sup>. 利用相干态作为待传量子态可以分析量子隐形传态的效果, 下面采用相干态作为待传量子态分析保真度, 即  $V_{X_{in}} = V_{P_{in}} = 1$ . 对于相干态的量子隐形传态, 保真度由下式给出:

$$F = \frac{2}{\sqrt{(1 + V_{X_{out}})(1 + V_{P_{out}})}}.$$

其中,  $V_{X_{out}}(V_{P_{out}})$  表示输出态正交振幅 (位相) 的方

差, 由 (4) 式—(7) 式给出. 当纠缠不存在时 ( $r = 0$ ), 保真度的取值为经典极限.

制约量子隐形传态效果的因素有很多. 纠缠子模的传输损耗会降低用于量子隐形传态的纠缠态的关联, 导致量子隐形传态中的保真度降低, 损耗过大时, 纠缠完全消失, 量子隐形传态保真度退化到经典水平. 在压缩参量为有限值的情况下, 关联中涉及到的纠缠子模越多, 其总的关联方差 (正比于  $N e^{-2r}$ ) 越大, 对应量子隐形传态方案中保真度越小. 用户数的增加在非理想压缩的情况下会引起基于 GHZ 纠缠态的量子隐形传态保真度的变化. 接下来分析这些因素对基于不同纠缠态的量子隐形传态方案的影响.

图 3(a) 为量子隐形传态保真度随用户数的变化关系, 取压缩参量  $r = 1$ , 分发距离  $L = 5$  km, 传输损耗为  $0.2$  dB/km. GHZ 纠缠态、多组 EPR 纠缠态, 以及不同用户组合的线性 cluster 纠缠态的效果用不同颜色的实线来表示, 图中黑色的虚线表示经典保真度极限. 随着用户数的增多, 基于 GHZ 纠缠态的量子隐形传态保真度持续降低, 其他方案的保真度不变, 这和纠缠态的关联方式有关. GHZ 纠缠态描述了一种整体的纠缠关联, 正交分量的关联涉及到所有的子模. 基于前述线性 cluster 纠缠态关联表达式, 可以看出对于边缘用户 (第一个用户和最后一个用户), 关联方式与中间用户的关联方式不同: 边缘用户正交位相分量只与其相邻的一个用户有关联, 而其他用户的正交位相分量与其相邻的两个用户有关联, 所有用户的正交振幅分量均与最近的两用户相关联. 这一关联方式的差别导致边缘用户和中间用户量子隐形传态效

果不同. 而 EPR 纠缠中正交分量的关联只存在于两个子模之间. 要实现量子隐形传态, 只有 GHZ 纠缠态需要  $N$  用户全部参与, EPR 和 cluster 纠缠态只需要特定数量的用户参与, 与用户数无关.

图 3(b) 为量子隐形传态保真度随量子纠缠态分发距离的变化关系, 取压缩参量  $r = 1$ 、用户数  $N = 13$ 、损耗为  $0.2$  dB/km. 随着分发距离的增大, 量子隐形传态保真度降低. 由于有限的压缩参量, 量子隐形传态在分发距离为  $0$  km 时保真度不为  $1$ . 基于不同纠缠类型的方案有着不同的表现, 其中基于 EPR 纠缠态的保真度最高, 即量子隐形传态效果最好; 线性 cluster 纠缠态边缘用户的隐形传态效果次之; 线性 cluster 纠缠态中间用户与多组分 GHZ 纠缠态的隐形传态效果在不同用户数下有差异, 用户数越多, GHZ 纠缠态效果越差. 这一结果是不同类型纠缠态的纠缠关联不同导致的.

图 3(c) 为量子隐形传态保真度随压缩参量的变化关系, 取用户数  $N = 13$ 、分发距离  $L = 5$  km、损耗为  $0.2$  dB/km. 随着压缩参量的增大, 量子隐形传态的保真度随之增大. 当压缩参量为  $0$  时, 表示没有纠缠, 量子隐形传态的保真度均为  $0.5$ , 这是经典保真度极限. 在有传输损耗的情况下, 当压缩参量  $r$  趋于无穷时, 量子隐形传态保真度不能接近完美保真度. 当传输距离  $L$  为  $0$ , 压缩参量趋于无穷时, 3 种方案的保真度都趋于  $1$ .

为了更直接地比较基于 3 种纠缠态的量子隐形传态, 我们列出了实现相同用户数 ( $N$ ) 量子网络中量子态的任意方向传输所需要的量子资源数目 (制备纠缠态所需的压缩态数目)、保真度、量子态传输距离和同时传输态的数量, 如表 1 所示. 在相

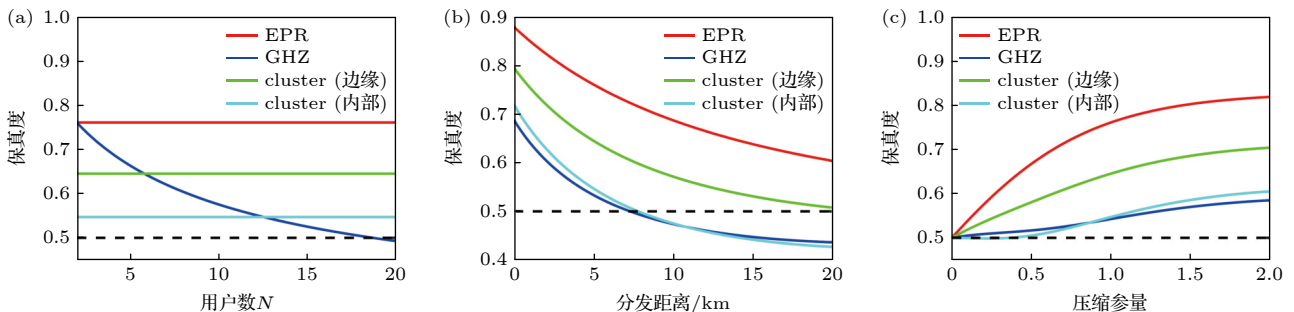


图 3 量子隐形传态保真度随着 (a) 用户数, (b) 纠缠态分发距离以及 (c) 压缩参量的变化关系, 参数不作为变量时, 取损耗为  $0.2$  dB/km, 压缩参量  $r = 1$ 、用户数  $N = 13$ 、分发距离  $L = 5$  km

Fig. 3. Dependencies of fidelity for quantum teleportation with (a) user number, (b) distribution distance and (c) squeezing parameter with loss efficient of  $0.2$  dB/km, squeezing parameter  $r = 1$ , user number  $N = 13$  and distribution distance  $L = 5$  km when the parameters fixed.

同实验参数下, 基于 EPR 纠缠态的量子隐形传态需要  $N(N-1)$  个压缩态构建  $N(N-1)/2$  组 EPR 纠缠态, 保真度最高, 可同时传输的量子态最多, 但是消耗的量子资源最多; 基于 GHZ 纠缠态的量子隐形传态需要  $N$  个压缩态制备的  $N$  组分 GHZ 纠缠态即可实现所要求的量子隐形传态, 在用户数较多时保真度最低, 只能同时传输一个量子态, 但是消耗的量子资源最少; 基于线性 cluster 纠缠态的量子隐形传态需要  $\lceil(N/2)\rceil$  个  $N$  组分 cluster 纠缠态, 在资源消耗, 保真度以及同时传输量子态的能力上都处于中等水平.

表 1 基于不同纠缠态实现量子隐形传态性能的比较

Table 1. Performances of quantum teleportation based on different entangled state.

纠缠类型	资源数	保真度	传输距离	传输态的数量
EPR 纠缠态	$N(N-1)$	高	远	$N(N-1)/2$
GHZ 纠缠态	$N$	低	近	1
cluster 纠缠态	$N\lceil(N/2)\rceil$	中	中	$\lceil(N/2)\rceil\lceil(N/4)\rceil$

## 5 结 论

量子隐形传态是量子信息科学中重要的技术, 在量子通信、量子计算和量子计量中都有重要的应用<sup>[9,41]</sup>. 基于不同类型纠缠态的量子隐形传态展现出了不同的特点, 在要求极低误差概率的方案, 例如量子计算中, 可以利用 EPR 纠缠态提供高保真的隐形传态; 需要同时传输多个量子态时可以使用 EPR 纠缠态和 cluster 纠缠态; 在量子资源稀缺的情景下, 基于 GHZ 纠缠态的量子隐形传态可以节约量子资源; 需要实现可控量子隐形传态时, 基于 GHZ 和 cluster 纠缠态的量子隐形传态可以实现这一目标; cluster 纠缠态给出了一种平衡量子资源和保真度的量子隐形传态方案. 当前基于 EPR 纠缠态的连续变量量子隐形传态已经被实现并具有高的保真度<sup>[7]</sup>, 将这一实验拓展到多个用户就可以实现我们提出的方案; 基于 GHZ 纠缠态和 cluster 纠缠态的少用户连续变量量子隐形传态也已经被实现<sup>[18,39]</sup>, 拓展纠缠态的组分可以实现我们提出的方案. 不同的纠缠态可以适应量子信息协议中不同的需求, 我们的研究可以为城域量子信息协议提供参考.

## 参考文献

- [1] Weedbrook C, Pirandola S, García-Patrón R, Cerf N J, Ralph T C, Shapiro J H, Lloyd S 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 621
- [2] Cheng J L, Liang S C, Qin J L, Li J T, Yan Z H, Jia X J, Xie C T, Peng K C 2024 *npj Quantum Inf.* **10** 20
- [3] Yan Z H, Jia X J 2025 *Light: Sci. Appl.* **14** 126
- [4] Liang S C, Cheng J L, Qin J L, Li J T, Shi Y, Yan Z H, Jia X J, Xie C D, Peng K C 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 140802
- [5] Lei X, Li J T, Zhou X Y, Yan J L, Ji M W, Yan Z H, Jia X J, Xie C D, Peng K C 2025 *Phys. Rev. Lett.* **135** 130806
- [6] Malia B K, Wu Y, Martínez-Rincón J, Kasevich M A 2022 *Nature* **612** 661
- [7] Huo M R, Qin J L, Cheng J L, Yan Z H, Qin Z Z, Su X J, Jia X, Xie C D, Peng K C 2018 *Sci. Adv.* **4** eaas9401
- [8] An Y Y, He Q, Xue W, Jiang M H, Yang C, Lu Y Q, Zhu S, Ma X S 2025 *Phys. Rev. Lett.* **135** 010804
- [9] Hu X M, Guo Y, Liu B H, Li C F, Guo G C 2023 *Nat. Rev. Phys.* **5** 339
- [10] Zhang Z H, Guo Z H, Qiu Z P 2025 *Chin. Phys. B* **34** 040301
- [11] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [12] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, Eibl M, Weinfurter H, Zeilinger A 1997 *Nature* **390** 575
- [13] Furusawa A, Sørensen J L, Braunstein S L, Fuchs C A, Kimble H J, Polzik E S 1998 *Science* **282** 706
- [14] Ren J G, Xu P, Yong H L, et al. 2017 *Nature* **549** 70
- [15] Shen S, Yuan C Z, Zhang Z C, Yu H, Zhang R M, Yang C R, Li H, Wang Z, Wang Y, Deng G W, Song H Z, You L X, Fan Y R, Guo G C, Zhou Q 2023 *Light: Sci. Appl.* **12** 115
- [16] Yonezawa H, Aoki T, Furusawa A 2004 *Nature* **431** 430
- [17] Hermans S L N, Pompili M, Beukers H K C, Baier S, Borregaard J, Hanson R 2022 *Nature* **605** 663
- [18] Yan J L, Zhou X Y, Qin Y, Yan Z H, Jia X J, Xie C D, Peng K C 2024 *Phys. Rev. Res.* **6** L032062
- [19] Liu D N, Jin Z P, Liu J Y, Zou X T, Ren X S, Li H, You L X, Feng X, Liu F, Cui K Y, Huang Y D, Zhang W 2025 *Light: Sci. Appl.* **14** 243
- [20] Briegel H J, Dür W, Cirac J I, Zoller P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5932
- [21] Azuma K, Economou S E, Elkouss D, Hilaire P, Jiang L, Lo H K, Tzitrin I 2023 *Rev. Mod. Phys.* **95** 045006
- [22] Wang S B, Dou M H, Wu Y C, Guo G P, Guo G C 2024 *Chin. J. Quantum Electron.* **41** 1 (in Chinese) [王升斌, 窦猛汉, 吴玉椿, 郭国平, 郭光灿 2024 *量子电子学报* **41** 1]
- [23] Kimble H J 2008 *Nature* **453** 1023
- [24] Collins O A, Jenkins S D, Kuzmich A, Kennedy T A B 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 060502
- [25] Su X L, Tian C X, Deng X W, Li Q, Xie C D, Peng K C 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 240503
- [26] Takeda S, Takase K, Furusawa A 2019 *Sci. Adv.* **5** eaaw4530
- [27] Wang Z, Li K K, Wang Y, Zhou X, Cheng Y K, Jing B X, Sun F X, Li J C, Li Z L, Wu B Y, Gong Q H, He Q Y, Li B B, Yang Q F 2025 *Light: Sci. Appl.* **14** 164
- [28] Wang M H, Hao S H, Qin Z Z, Su X L 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 160305 (in Chinese) [王美红, 郝树宏, 秦忠忠, 苏晓龙 2022 *物理学报* **71** 160305]
- [29] Yan Z H, Wu L, Jia X J, Liu Y H, Deng R J, Li S J, Wang H, Xie C D, Peng K C 2017 *Nat. Commun.* **8** 718
- [30] Bartlett S D, Munro W J 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 117901
- [31] Li Y Q, Lu L H, Zhu Q H 2023 *Chin. Phys. Lett.* **40** 110304
- [32] Silberhorn C, Korolkova N, Leuchs G 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 167902

- [33] Wang Y, Tian C X, Su Q, Wang M H, Su X L 2019 *Sci. China Inf. Sci.* **62** 072501
- [34] Zhao R B, Zhou J, Shi R H, Shi J J, He G Q 2025 *Phys. Rev. A* **111** 012613
- [35] Gregory T, Moreau P A, Toninelli E, Padgett M J 2020 *Sci. Adv.* **6** eaay2652
- [36] Su X L, Hao S H, Deng X W, Ma L Y, Wang M H, Jia X J, Xie C D, Peng K C 2013 *Nat. Commun.* **4** 2828
- [37] Lee S M, Lee S W, Jeong H, Park H S 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 060501
- [38] Zhou Y Y, Mei P X, Liu Y H, W L, Li Y X, Yan Z H, Jia X J 2024 *Chin. Phys. B* **33** 034209
- [39] Wang Y, Su X L, Shen H, Tan A H, Xie C D, Peng K C 2010 *Phys. Rev. A* **81** 022311
- [40] Vahlbruch H, Mehmet M, Danzmann K, Schnabel R 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 110801
- [41] Pirandola S, Eisert J, Weedbrook C, Furusawa A, Braunstein S L 2015 *Nat. Photon.* **9** 641

SPECIAL TOPIC—Principles and applications of quantum optics

## Analysis of multi-user quantum teleportation network based on continuous-variable entangled states\*

YAN Jieli<sup>1)</sup> YAN Zhihui<sup>1)2)</sup> JIA Xiaojun<sup>1)2)†</sup>

1) (*State Key Laboratory of Quantum Optics Technologies and Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

2) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

( Received 11 October 2025; revised manuscript received 12 December 2025 )

### Abstract

Quantum teleportation enables the secure transmission of unknown quantum states between remote users and is a key technology in quantum information science. Networks based on continuous-variable entangled states can extend both the user capacity and the transmission distance of quantum teleportation. This paper analyzes quantum teleportation network schemes based on three types of continuous-variable entangled states (Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) entangled state, Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) entangled state, and linear cluster entangled state). The results show that due to the correlation properties of different types of entangled states, various quantum teleportation networks exhibit advantages in terms of fidelity, transmission distance, and quantum resource consumption of quantum teleportation. For low-error-rate applications such as quantum computing, EPR entangled states provide the highest fidelity. When parallel teleportation of multiple states is required, networks based on EPR or cluster entangled states provide the necessary throughput performance. In the scenario where quantum resources are severely limited, the GHZ-based teleportation protocols minimize the number of entangled modes while preserving acceptable fidelity. For applications in demanding controlled teleportation, both GHZ entangled states and cluster entangled states provide the essential multi-party correlations. Notably, cluster states offer a practical trade-off between fidelity and resource overhead, making them attractive for certain implementations. This study provides a reference for designing multi-user metropolitan quantum teleportation networks.

**Keywords:** quantum teleportation, multipartite entanglement, quantum network

DOI: [10.7498/aps.75.20251373](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251373)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251373](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20251373)

\* Project supported by the Quantum Science and Technology-National Science and Technology Major Project, China (Grant No. 2024ZD0300900), the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2022YFA1404500), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 62122044, 61925503, 62135008), and the Fundamental Research Program of Shanxi Province, China (Grant No. 202403021223001).

† Corresponding author. E-mail: [jiaxj@sxu.edu.cn](mailto:jiaxj@sxu.edu.cn)

## 基于连续变量纠缠态的多用户量子隐形传态网络分析

闫捷利 闫智辉 贾晓军

### Analysis of multi-user quantum teleportation network based on continuous-variable entangled states

YAN Jieli YAN Zhihui JIA Xiaojun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 040601 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20251373

CSTR: 32037.14.aps.75.20251373

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251373>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

无噪线性放大的连续变量量子隐形传态

Continuous variable quantum teleportation with noiseless linear amplifier

物理学报. 2022, 71(13): 130307 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212341>

基于超纠缠的三用户全连接量子网络

A three-user fully connected quantum network based on hyperentanglement

物理学报. 2025, 74(14): 140303 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250458>

多功能量子远程传态网络

A multifunctional quantum teleportation network

物理学报. 2021, 70(10): 104203 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201749>

退相位环境下Werner态在石墨烯基量子通道中的隐形传输

Teleportation of Werner state via graphene-based quantum channels under dephasing environment

物理学报. 2022, 71(7): 070304 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211881>

基于极化-空间模超纠缠的量子网络多跳纠缠交换方法研究

Multi-hop entanglement swapping in quantum networks based on polarization-space hyperentanglement

物理学报. 2022, 71(10): 100301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212173>

量子多模下的非局域量子纠缠制备研究进展

Research progress of nonlocal quantum entanglement preparation based on quantum multiplexing

物理学报. 2025, 74(16): 160302 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250589>