

## 复杂光场中非正则涡旋点的传输动力学\*

程静<sup>1) #</sup> 阚雪芬<sup>2) 3) #</sup> 孙小雅<sup>1)</sup> 单鸣雷<sup>1)</sup> 殷澄<sup>1) †</sup>

1) (河海大学信息科学与工程学院, 常州 213200)

2) (江苏航运职业技术学院, 南通 226010)

3) (上海交通大学物理与天文学院, 上海 200240)

(2025年12月12日收到; 2026年1月13日收到修改稿)

涡旋光束凭借其特有的轨道角动量, 在现代通信、量子信息及微纳操控等前沿领域中具有重要应用价值; 而涡旋光束所包含的位相奇点在复杂光场中的传输特性, 是相关领域的基础问题和技术瓶颈. 基于近轴传输方程, 本文通过严格的理论推导, 建立了非正则位相奇点在任意复杂宿主光束中的传输轨迹模型. 研究发现, 受宿主光场强度与位相分布的影响, 位相奇点的传输过程通常伴随着形状因子的动态演化以及诸如进动、湮灭等复杂拓扑现象. 特别地, 本文建立的模型系统揭示了非对称光束中的离轴非正则涡旋在传输过程中的拓扑荷数反转效应, 明确反转发生的条件, 刻画位相奇点的传输轨迹, 并从横向能流的角度阐明该效应背后的物理机制. 本研究不仅在理论上有助于加深对复杂光场中位相奇点动力学行为的理解, 也为结构光场的精细调控、基于轨道角动量的新型光电子器件的精细设计提供了重要的参考依据.

**关键词:** 非正则涡旋, 复杂光场, 拓扑荷数反转**DOI:** 10.7498/aps.75.20251713**CSTR:** 32037.14.aps.75.20251713

## 1 引言

小至微观的量子, 大至宏观的黑洞, 涡旋现象广泛存在于自然界. 在光学领域, 涡旋光束因携带轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM), 其能流分布呈螺旋状并围绕光轴暗线旋转, 受到学界的广泛关注. 近年来, 涡旋光的独特性质在微纳光操控、光通信、量子信息、成像与显微、高精度计量等诸多前沿领域中得到了广泛应用<sup>[1-4]</sup>. 其中, OAM 模式在自由空间中的传输与演化特性一直是相关研究的关键与难点<sup>[5]</sup>. 例如, 在通信系统中, 自由空间中的涡旋光传输已被认定为涡旋通信网络的三大核心支柱之一. 为抑制大气湍流与波前畸变

对光束传输稳定性的干扰, 研究者普遍引入自适应光学技术进行波前整形与实时补偿<sup>[6]</sup>. 钟哲强等<sup>[7]</sup>则提出了一种旋转光束结构, 可有效减弱湍流与热晕效应对光场质量的影响. 旋转光束是由具有不同拓扑荷数的涡旋光束干涉形成的, 其光强、相位或偏振状态在时间域快速旋转, 可有效平均扰动. 在充分利用涡旋光束的无限正交模式来拓展通信信道容量的进程中, 高阶涡旋光束的应用不可或缺, 但它的应用前景却受到严重的衍射效应的限制. 最近, Yan 等<sup>[8]</sup>提出了其传输尺寸与 OAM 阶数无关的等传播涡旋概念, 显著增强了自由空间中的传输鲁棒性, 并实现了高达 300%—808% 的通信容量提升. 此外, 在成像、微操控与精密计量等应用中, 研究者亦关注涡旋光在自由传播过程中所呈现出

\* 江苏省高等学校基础科学 (自然科学) 基金 (批准号: 23KJD140002)、南通市自然科学基金 (面上项目) (批准号: JC2023081) 和国家自然科学基金 (批准号: 12474453) 资助的课题.

# 同等贡献作者.

† 通信作者. E-mail: yinch@hhu.edu.cn

的复杂空间分布特征. 例如, Tang 等<sup>[9]</sup>研究了错位叠加燕尾光束在自由空间中的传播行为, 展示了自动聚焦及主瓣绕轴旋转等效应; 徐化峰等<sup>[10]</sup>则系统分析了携带多个离轴涡旋相位的径向偏振余弦-高斯光束的聚焦特性, 发现其空间相干结构可发生自分裂, 生成 4 个相同的子波瓣; Yin 等<sup>[11]</sup>则揭示了涡旋光束在耦合至超高阶导模过程中所引发的古斯-汉欣位移效应, 并系统探讨了  $M$  线的扭曲结构对光斑演化的调控机制. 其中, 涡旋光束所携带的位相奇点的传输特性, 是上述各类研究所共同关注的核心问题<sup>[12]</sup>. 在此背景下, 本文以一个非正则涡旋的位相奇点在任意的宿主光束中的传输特性为研究对象, 详细探讨位相奇点的运动轨迹和非正则涡旋的自身演化规律. 本文提出的传输特性的精细模型对涡旋光束在各领域的应用具有一定借鉴价值.

除了在实际应用中会影响光场传输的稳定性和光场空间结构的演化之外, 涡旋位相奇点在自由空间中的演化规律亦是理论研究非常基础而又重要的课题, 具有极高的学术价值<sup>[13]</sup>. Torner 课题组<sup>[14]</sup>首次通过实验证实了非正则涡旋在自由空间传播过程中拓扑荷数反转 (inversion of the topological charge) 的现象, 这一令人惊奇的现象似乎违背了拓扑荷守恒的原则. 研究者指出这是非正则涡旋在传输过程中所呈现的一种基础动力学效应, 并将其归因为构成非正则涡旋的各阶拉盖尔-高斯模式在传输演化过程中的动态重组. 显然, 这一简单解释并不能给出拓扑荷反转的发生条件和演化细节. El Ketara 和 Brasselet<sup>[15]</sup>基于光的非线性自旋霍尔效应, 发现了涡旋光束的自诱导进动 (self-induced precession) 效应. Liu 等<sup>[16]</sup>则系统研究了同/异号涡旋对之间的运动规律及其轨迹, 并将其命名为涡旋对的耦合舞动 (vortex-pair dance). Fang 团队<sup>[17]</sup>从干涉场的质心轨迹出发, 揭示了外部微扰导致轨迹由完美的圆形向椭圆形转变的内在机理. Chen 课题组<sup>[18]</sup>则研究了拓扑荷、错位与系统转动对称性之间的普遍关系, 通过动量空间与实空间的非平凡缠绕机制, 实现了高阶涡旋光束的稳定传输. 近期, Capasso 课题组<sup>[19]</sup>提出了一种在传输过程中出现空间扭曲, 且其速率呈区域依赖的新型涡旋光束, 并将其传播行为命名为“光学旋转”(optical twisting). 无独有偶, Wang 等<sup>[20]</sup>首次在实验中成功观测到螺旋脉冲 (一种在时间和空间维度上同

时扭曲的、拥有三维螺旋结构的单周期电磁波), 为超高速通信、超快物理与拓扑电磁场调控打开了全新方向. 综上所述, 上文所列举的部分成果表明, 涡旋光束在自由空间中的传输特性至今仍存在大量尚未被揭示或尚不明确的物理问题, 其潜在应用价值远未被挖掘, 因此针对传输的基本理论模型的研究在结构光学领域具有重要的研究价值和潜力.

本研究从近轴传输方程出发, 聚焦于任意复杂宿主光束中涡旋位相奇点的传输特性这一课题, 成功推导了位相奇点的空间轨迹的解析模型. 在当前主流研究中, 涡旋结构的内禀空间结构差异往往未被考虑<sup>[21]</sup>, 而本文通过引入形状因子参数, 研究具有更加复杂的自由空间演化行为的非正则涡旋 (noncanonical vortex), 因此本文推导的模型具有更加广泛的适用范围. 除了空间轨迹之外, 本文还有效揭示了形状因子随传输距离的演化规律. 该解析模型适用于具有任意光强与位相分布的宿主光束, 并覆盖了多个位相奇点并存的场景. 为验证模型的正确性, 成功解释了离轴奇点的进动效应、同号/异号涡旋对的运动轨迹, 以及包括非正则涡旋诱导的拓扑荷数反转在内的多个物理效应. 在已知宿主光束空间结构的条件下, 本文所提模型可对光涡旋的传输特性进行准确预测, 并为通过调控宿主光束实现对涡旋轨迹与形态的精细调控奠定了理论基础, 对拓展结构光在通信、光操控、新型光电子器件及高精度光学加工等领域的应用具有重要理论指导意义.

## 2 理论模型

### 2.1 引入问题

位于非正则涡旋光束中心的位相奇点的传播轨迹与其自身结构特征及所处的宿主光场密切相关. 本文的研究对象为具有非对称结构的涡旋光束, 其表达式为

$$V(x, y) = [x - x_1 \pm iA(y - y_1)]^l, \quad (1)$$

其中,  $(x_1, y_1)$  为该涡旋中心的位相奇点位置; 拓扑荷数  $l$  为整数,  $\pm$  号代表拓扑荷数的正负; 参数  $A$  被称为形状因子 (或非正则强度), 通常为复数. 仅当  $A = 1$  时, 该涡旋光束退化为正则涡旋, 这是当前被研究得最多的一类涡旋光束. 图 1 展示了在

$l = 1$  的条件下, 不同形状因子  $A$  对涡旋光场空间结构的调制作用. 可以看出, 当  $A = 1$  时, 光场呈现出正则涡旋的轴对称性特征; 而当  $A = 3$  或  $A = 1 + 3i$  时, 场分布明显偏离了对称结构. 其强度和位相分布均不再具备轴对称性, 但仍满足  $C_2$  对称性. 非正则涡旋的场强分布呈现椭圆形, 椭圆的偏心率由  $|A|$  决定, 而椭圆的旋转方向则与  $A$  的虚部相关. 随着方位角的变化, 非正则涡旋的位相不再匀速增长, 其增长速率与局部椭圆半径成反比, 半径越短, 位相变化越快. 光束的横向能流分布是影响其传输过程中发生衍化的重要因素. 在近轴近似条件下, 横向能流可近似表示为

$$\mathbf{S}_{\perp} \propto \nabla_{\perp} \phi, \quad (2)$$

其中,  $\nabla_{\perp} = \hat{x} \partial / \partial x + \hat{y} \partial / \partial y$ ,  $\phi$  表示非正则涡旋光场的位相分布. 由 (2) 式可知, 横向能流方向由位相梯度决定, 非正则结构中不同方向上的梯度幅值存在差异, 导致能流分布呈椭圆形绕奇点旋转. 这一现象, 与涡旋光场在强度、位相分布上共同体现的空间非对称性相对应.

为进一步研究非正则涡旋在自由空间中的传输轨迹, 本文以近轴近似下的传输方程作为理论推

导的出发点:

$$\nabla_{\perp}^2 E(x, y, z) + 2ik \frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

其中,  $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$  为横向拉普拉斯算符. 在近轴传输方程的框架下, 本文采用变量分离思想来研究包含多个涡旋点的复合光束, 将总场  $E(x, y, z)$  表示为非正则涡旋因子与宿主光场的乘积形式:

$$E(x, y, z) = V(x, y, z) H(x, y, z), \quad (4)$$

其中,  $H(x, y, z)$  为宿主光场, 具有复杂的振幅与位相结构, 且可能包含其他涡旋分量;  $V(x, y, z)$  表示被考察的非正则涡旋光束. 由于传播过程中, 非正则涡旋光束中的形状因子  $A$  会随传播距离  $z$  演化, 因此将 (1) 式进一步写为

$$V(x, y, z) = x - x_1(z) + iA(z)(y - y_1(z)), \quad (5)$$

其中,  $(x_1(z), y_1(z))$  是涡旋中心点的空间轨迹,  $A(z)$  是形状因子的演化函数. 由此可见, 本文关注的核心研究问题是: 在复杂光场的背景下, 具有任意形状因子的非正则涡旋奇点在传播过程中的演化过程, 以及演化过程中所形成的特定的空间轨迹.

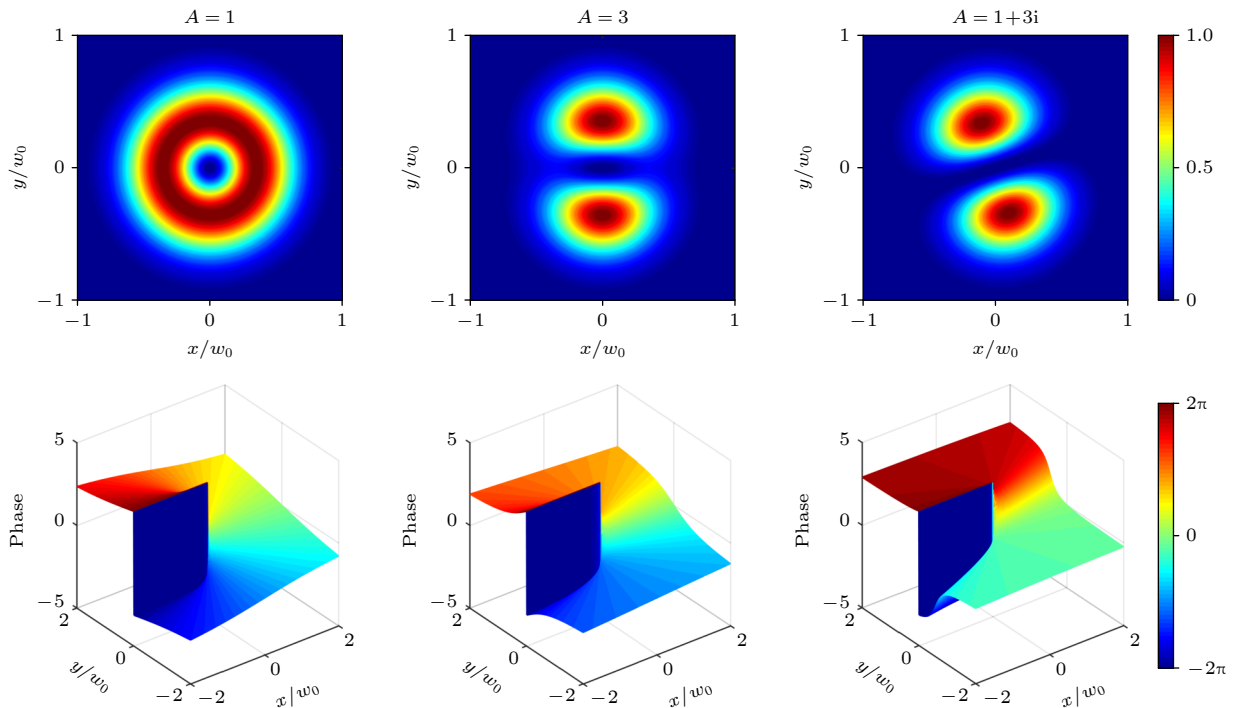


图 1 非正则参数  $A$  对涡旋光束的调制作用. 第一行为涡旋光场的强度空间分布, 第二行对应其位相空间分布. 其中,  $A = 1$  代表正则涡旋的情形, 而  $A = 3, 1 + 3i$  则为非正则涡旋的两个特例

Fig. 1. The modulation effect of the shape factor  $A$  on the noncanonical vortex beams. The first row shows the spatial intensity distribution of the vortex optical field, and the second row corresponds to its spatial phase distribution.  $A = 1$  represents the special case of canonical vortices, while  $A = 3, 1 + 3i$  denote two examples of the noncanonical vortices.

## 2.2 模型推导

在涡旋点的中心位置 (即  $x - x_1 = 0, y - y_1 = 0$ ) 处, 对近轴传输方程 (3) 进行展开, 并代入复合光场表达式 (4) 得到:

$$\begin{aligned} & \nabla_t^2 E(x, y, z) + 2ik \frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z} \\ &= \nabla_t^2 V H + 2ik \frac{\partial V H}{\partial z} \\ &= (H \nabla_t^2 V + V \nabla_t^2 H + 2 \nabla H \cdot \nabla V) \\ & \quad + 2ik \left( V \frac{\partial H}{\partial z} + H \frac{\partial V}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

由于涡旋点中心位置 (位相奇点) 的强度为零, 且涡旋光场函数  $V$  在局部可展开为一阶主导项, 满足  $\nabla_t^2 V = 0, V = 0$ , 因此可将 (6) 式简化为

$$\left( \frac{d}{dx} + iA(z) \frac{d}{dy} \right) H = ikH \left( \frac{dx_1(z)}{dz} + iA(z) \frac{dy_1(z)}{dz} \right), \quad (7)$$

引入算符  $L_1 = \frac{d}{dx} + iA(z) \frac{d}{dy}$ , 可得

$$\frac{dx_1(z)}{dz} + iA(z) \frac{dy_1(z)}{dz} = -\frac{i}{k} L_1 [\ln(H)], \quad (8)$$

(8) 式给出了涡旋点中心轨迹  $(x_1(z), y_1(z))$  随传播距离的演化规律. 该轨迹不仅依赖于形状参数  $A(z)$ , 还受到宿主光场  $H(x, y, z)$  的影响. 为了进一步求解形状因子  $A(z)$  的变化规律, 引入另一个算符  $L_2 = iA(z) \frac{d}{dx} - \frac{d}{dy}$ , 将  $L_2$  作用于近轴传输方程的两端, 则有

$$L_2 \nabla_t^2 V H + 2ik L_2 \left( H \frac{dV}{dz} + V \frac{dH}{dz} \right) = 0, \quad (9)$$

通过简单数学推导, 有  $L_2 \nabla_t^2 V H = 2L_2 L_1 H$ ; 以及

$$\begin{aligned} & 2ik L_2 \left( H \frac{dV}{dz} + V \frac{dH}{dz} \right) \\ &= -2(L_2 H)(L_1 \ln(H)) + 2kH \frac{dA}{dz}; \end{aligned}$$

进一步将 (9) 式整理为

$$\frac{1}{H} (L_2 L_1 H) - \frac{1}{H^2} (L_2 H)(L_1 H) + k \frac{dA}{dz} = 0, \quad (10)$$

代入恒等式

$$\begin{aligned} & L_2 L_1 \ln(H) = L_2 \left( \frac{1}{H} L_1 H \right) \\ &= -\frac{1}{H^2} (L_2 H)(L_1 H) + \frac{1}{H} (L_2 L_1 H), \end{aligned} \quad (11)$$

最终得到

$$\frac{dA(z)}{dz} = -\frac{1}{k} L_2 L_1 [\ln(H)]. \quad (12)$$

由算符  $L_1$  与  $L_2$  的显式结构可知, 当宿主光场具有轴对称性时, 非正则涡旋点的形状因子  $A(z)$  在传播过程中保持不变, 因而其横向结构亦不发生演化. 反之, 若宿主光束缺乏轴对称性, 则需充分考虑  $A(z)$  的演化行为, 此时涡旋点的传播将呈现出更为复杂且伴随结构变化的动态过程. 还需要指出, 本文所推导的模型原则上适用于由任意、连续、可导且有界函数描述的宿主光束, 因此具有一定的普适性. 但当宿主光束在考察点处的函数不满足连续、可导的条件时, 例如两个位相奇点发生重合, 本文模型将不再适用.

## 2.3 物理诠释

在 2.2 节的推导过程中, (8) 式和 (12) 式共同构成了本研究的理论核心. (12) 式表明在宿主光场结构的作用下, 非正则涡旋光束的形状因子  $A(z)$  会随传播距离动态变化, 进而引发其光强与位相分布的时空演化; (8) 式则揭示非正则位相奇点的空间位置并非保持固定, 而是在传播过程中于横截面上持续偏移, 最终形成具有非直线特征的轨迹. 该轨迹不仅依赖于涡旋自身的结构特征, 亦显著受到宿主光场的振幅与相位分布的耦合影响. 若宿主光场中含有多个非正则位相奇点, 它们之间的相互作用会导致该宿主场自身结构随传播发生演化, 并显著提升问题的复杂性. 而本文建立的解析模型也为刻画此类多奇点相互作用过程提供了完整的理论框架, 其基本思路如下.

1) 给定某一平面上多个位相奇点的空间分布, 将总光场表示为

$$E(x, y, z) = V_1(x - x_1, y - y_1, z) V_2(x - x_2, y - y_2, z) \cdots; \quad (13)$$

2) 对局域分离出的第  $i$  个位相奇点, 构造其对应的宿主光场为

$$H_i(x, y, z) = E(x, y, z) / V_i(x - x_i, y - y_i, z); \quad (14)$$

3) 对各非正则位相奇点进行局部演化: 应用本文提出的模型, 分别求解每一个非正则位相奇点在传输距离  $dz$  后的新位置坐标, 进而重构  $z + dz$  处的整体光场  $E(x, y, z + dz)$ ;

4) 迭代推进: 重复上述过程, 完成多个非正则位相奇点全程轨迹的逐步迭代计算.

为进一步揭示上述模型的物理内涵, 首先考虑一个简单模型——在高斯宿主光束中的离轴涡旋点的传输特性. 忽略 Gouy 相位项, 该高斯宿主光场的表达式为

$$H(x, y, z) \propto \exp\left(-\frac{\rho^2}{w(z)^2}\right) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2R(z)}\right), \quad (15)$$

其中,  $w(z)$  和  $R(z)$  分别为光束的半径和波前曲率半径. 考虑一个拓扑荷数为 1 的正则涡旋, 其表达式为

$$V(x, y, z) = x - x_1(z) + i(y - y_1(z)), \quad (16)$$

在该轴对称宿主场中, 形状因子  $A(z)$  保持恒定, 因此无需考虑其演化行为, (8) 式可进一步简化为

$$\frac{dx_1(z)}{dz} + i \frac{dy_1(z)}{dz} = -\frac{i}{k} \left( \frac{d}{dx} + i \frac{d}{dy} \right) \left( -\frac{\rho^2}{w(z)^2} + \frac{ik\rho^2}{2R} \right), \quad (17)$$

其涡旋点的传输轨迹为

$$\begin{cases} \frac{dx_1(z)}{dz} = -\frac{2y_1}{kw(z)^2} + \frac{x_1}{R(z)}, \\ \frac{dy_1(z)}{dz} = \frac{2x_1}{kw(z)^2} + \frac{y_1}{R(z)}. \end{cases} \quad (18)$$

在高斯光束的束腰附近, 波前曲率半径  $R(0) \rightarrow \infty$ , 光束半径  $w(z) \rightarrow w_0$ , 此时轨迹方程简化为  $dx_1/dz =$

$-2y_1/(kw_0^2)$ ,  $dy_1/dz = -2x_1/(kw_0^2)$ . 这一组方程直观描述了涡旋点在横截面上的圆周运动, 并伴随光束传输在三维空间中呈螺旋轨迹. 这种绕中心的进动效应, 正是离轴涡旋在轴对称高斯光束中传输的典型动力学特征. 图 2 进行了相关的实验研究, 将经过扩束的激光光束通过一个由 2 个透镜和小孔构成的 4f 系统, 其中位于相空间的小孔起到低通滤波的作用, 而高斯光束的束腰位置可以通过改变位于出射端的透镜位置来调节. 最后, 调节相位板的位置产生离轴涡旋光束, 追踪传输过程中的位相奇点在光束横截面上的运动轨迹, 就可以在高斯光束的束腰附近观察到明显的进动效应. 而远离高斯光束的束腰, 由于光束半径的增大, 进动效应相应变弱. 对比 (18) 式的预测与图 2 所展示的实验观测结果, 可以看到两者具有良好一致性, 初步验证了本文所构建模型的正确性与实用性.

### 3 应用与讨论

#### 3.1 宿主光束对涡旋点轨迹的影响

本节首先探讨宿主光场对正则涡旋奇点空间轨迹的影响. 为便于分析, 将宿主光场分解为振幅与位相两个部分:

$$H(x, y) = \exp[f(x, y)] \exp[i\varphi(x, y)], \quad (19)$$

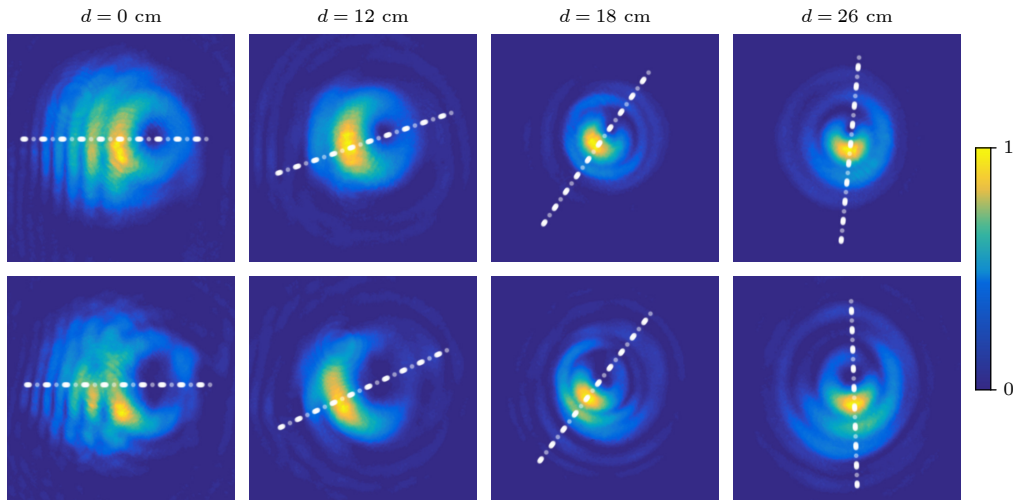


图 2 拓扑荷数分别为 1 与 2 的离心正则涡旋在高斯宿主光束中传播所表现出的进动行为. 第一行为拓扑荷数  $l = 1$  的离轴涡旋光束, 第二行对应  $l = 2$  的离轴涡旋光束, 图像从左至右依次对应传输距离为 0, 12, 18 与 26 cm. 图中白色虚线连接宿主光束中心与涡旋点位置, 用以直观展示涡旋点随传播路径的空间位移与进动轨迹

Fig. 2. The precession behavior of off-axis vortices with topological charges of  $l = 1, 2$  propagating in a Gaussian host beam. The first and second rows correspond to the off-axis vortex beam with a topological charge of  $l = 1$  and  $l = 2$ , respectively. The images from left to right represent different propagation distances of 0, 12, 18 and 26 cm, respectively. The white dashed lines indicate the rotation of the vortex points, intuitively demonstrating the spatial displacement and precession trajectory along the propagation direction.

其中,  $f(x, y)$  与  $\varphi(x, y)$  为实函数, 分别描述光场的振幅分布与位相分布. 特别说明, 为了后续公式的简明, (19) 式中将振幅部分也改写为自然指数形式, 这并不影响宿主光束的普遍性. 将上述表达式代入涡旋轨迹的演化公式 (8), 整理可得

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1(z)}{dz} \\ \frac{dy_1(z)}{dz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A}{k} \frac{d}{dy} & \frac{1}{k} \frac{d}{dx} \\ -\frac{1}{kA} \frac{d}{dx} & \frac{1}{k} \frac{d}{dy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(x, y) \\ \varphi(x, y) \end{bmatrix}. \quad (20)$$

由上式可见, 光场振幅项  $\exp[f(x, y)]$  对涡旋点轨迹的影响显著依赖于涡旋形状因子  $A$ , 而位相分布项  $\varphi(x, y)$  的作用则与  $A$  的取值无关. 在轴对称的宿主光场中,  $A$  为恒定值, 可先考虑这一轴对称特例. 进一步简化问题, 可假设  $A = 1$  的情况, 从 (20) 式可导出以下两条结论.

1) 在忽略宿主光场的位相分布函数  $\varphi(x, y)$  影响的条件下, 拓扑荷数为  $l = 1$  的正则涡旋点在轴对称宿主光束中的传播轨迹, 主要受振幅函数  $f(x, y)$  的影响. 其运动方向  $\mathbf{v}$ 、振幅分布的梯度方向  $\mathbf{n} = \nabla f$ , 以及传播方向  $\mathbf{z}$  之间满足如下关系:

$$\mathbf{v} \propto \mathbf{n} \times \mathbf{z}. \quad (21)$$

2) 在忽略振幅分布函数  $f(x, y)$  影响的情形下, 拓扑荷数为  $l = 1$  的正则涡旋点的传播轨迹, 则由宿主光场的位相函数  $\varphi(x, y)$  所主导. 此时, 其运动方向  $\mathbf{v}$  与相位梯度方向  $\mathbf{n} = \nabla \varphi$  平行, 满足

$$\mathbf{v} \propto \mathbf{n}. \quad (22)$$

值得指出的是, 当涡旋的拓扑荷数符号改变时, 其运动方向也会随之反向.

作为具体案例, 以下选取多个具有典型特征的宿主光场强度或位相分布函数, 考察涡旋点的传播行为. 具体而言, 先设定宿主光场的位相分布为常数, 再分别选取高斯型、圆环型、圆锥型与鞍形场强分布, 讨论拓扑荷数为 1 的正则涡旋点在宿主光场中的运动轨迹. 仿真结果如图 3 所示. 由图可得出以下结论.

1) 在高斯型宿主光束中, 离轴正则涡旋的运动轨迹呈逆时针方向;

2) 在圆锥型宿主光场中, 其运动方向为顺时针;

3) 在圆环型光场中, 处于光场内部与外部的奇点, 运动方向相反;

4) 在鞍形场中, 涡旋点围绕场强极大值点作

逆时针旋转.

进一步考虑宿主光束强度分布恒定、仅包含位相调制的情形, 选取四种典型的位相分布结构: 圆锥型、圆环型、鞍形与螺旋型. 在此背景下, 正则涡旋奇点的传播轨迹呈现出如下特征:

1) 在圆锥型位相分布中, 涡旋奇点沿径向方向向外传播;

2) 在圆环型位相结构中, 处于圆环内部与外部的奇点, 运动方向相反;

3) 在鞍形位相场中, 涡旋奇点沿位相梯度方向迁移;

4) 在螺旋型位相场中, 涡旋奇点在空间中呈现出螺旋型运动轨迹.

在上述两个相对理想示例中, 分别独立考察了宿主光场的场强分布与位相分布对离轴涡旋点传播轨迹的影响. 这里需要说明的是, 图 3 和图 4 作为理想化模型, 所模拟的解析公式是实际情况中一个复杂宿主光束在某一横截面上可能局部满足的情形. 在实际应用中, 还需要考虑位相奇点的位置改变和复杂宿主光束的自身演化. 图 4(d) 的仿真结果表明, 若两个拓扑荷数为正的涡旋同时存在, 二者运动轨迹将会围绕彼此呈逆时针方向旋转. 为进一步揭示涡旋间的相互作用机制, 选取初始位置分别位于  $(\pm \Delta x, 0)$  的两个同号非正则涡旋点展开分析:

$$V_{1,2} = x \pm \Delta x + i\tilde{A}y, \quad (23)$$

其中  $\tilde{A} = A_r + iA_i$ . 两涡旋点彼此互为对方的宿主场, 在传播距离  $dz$  内, 若忽略形状因子的演化, 可得两个涡旋奇点的传输轨迹为

$$\begin{cases} \frac{dx_{1,2}}{dz} = \pm \frac{A_i(1 + A_r^2 + A_i^2)}{2A_r k \Delta x}, \\ \frac{dy_{1,2}}{dz} = \pm \frac{1 - A_r^2 + A_i^2}{2A_r k \Delta x}. \end{cases} \quad (24)$$

由上式可知, 在形状因子相同的前提下, 两个同号涡旋的运动轨迹关于几何中心呈空间对称分布. 接着考虑涡旋对携带异号拓扑荷数的情形,

$$V_{1,2} = x \pm \Delta x \pm i\tilde{A}y, \quad (25)$$

此时, 其中心奇点的运动轨迹为

$$\begin{cases} \frac{dx_{1,2}}{dz} = \pm \frac{A_i(1 - A_r^2 - A_i^2)}{2A_r k \Delta x}, \\ \frac{dy_{1,2}}{dz} = \frac{1 + A_r^2 - A_i^2}{2A_r k \Delta x}. \end{cases} \quad (26)$$

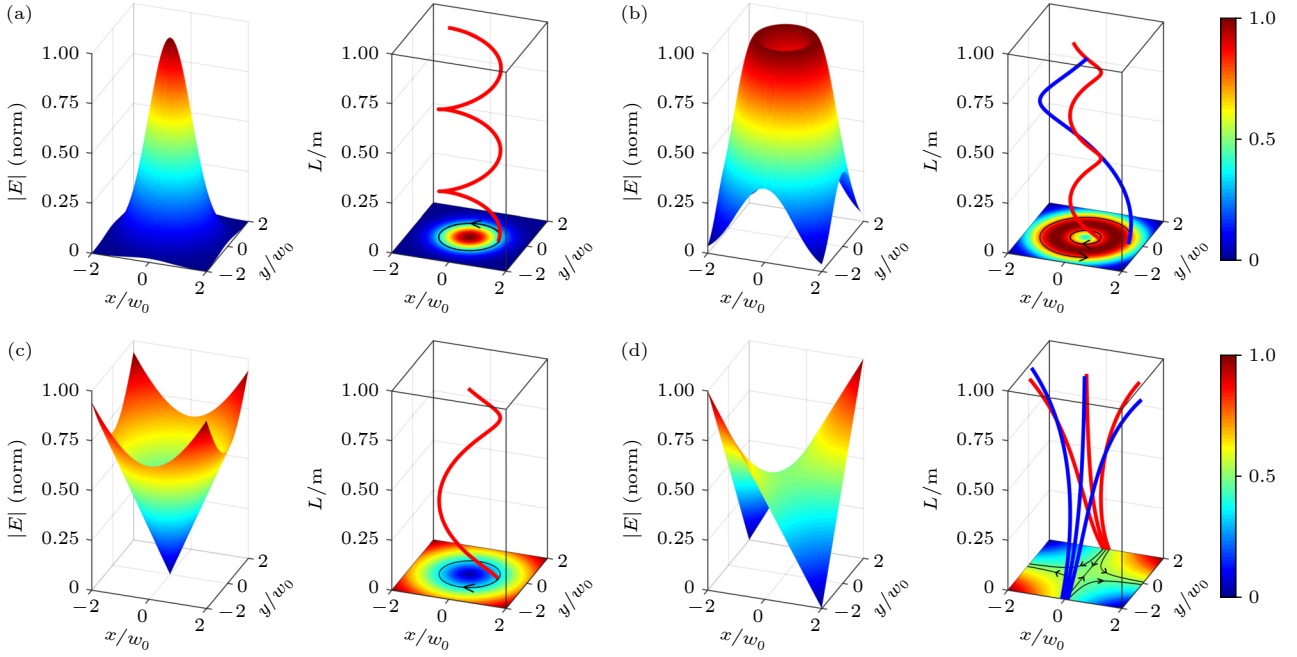


图 3 离轴正则涡旋奇点在不同光强分布的宿主光场中传播所形成的运动轨迹. 每组图中, 左图展示对应宿主光场的场强分布, 右图为拓扑荷数为 1 的正则涡旋点在空间中的传播轨迹 (a) 高斯型分布  $H = \exp(-\rho^2/w_0^2)$ ; (b) 圆环型分布  $H = \rho \exp(-\rho^2/w_0^2)$ ; (c) 圆锥型分布  $H = \rho$ ; (d) 鞍形分布  $H = xy$

Fig. 3. The transmission trajectories of off-axis vortex singularities in host optical fields with different intensity distributions. In each group of figures, the left panel shows the intensity distribution of the host beam, and the right panel presents the spatial trajectory of the phase singularity with unit topological charge: (a) Gaussian distribution  $H = \exp(-\rho^2/w_0^2)$ ; (b) annular distribution  $H = \rho \exp(-\rho^2/w_0^2)$ ; (c) conical distribution  $H = \rho$ ; (d) saddle-shaped distribution  $H = xy$ .

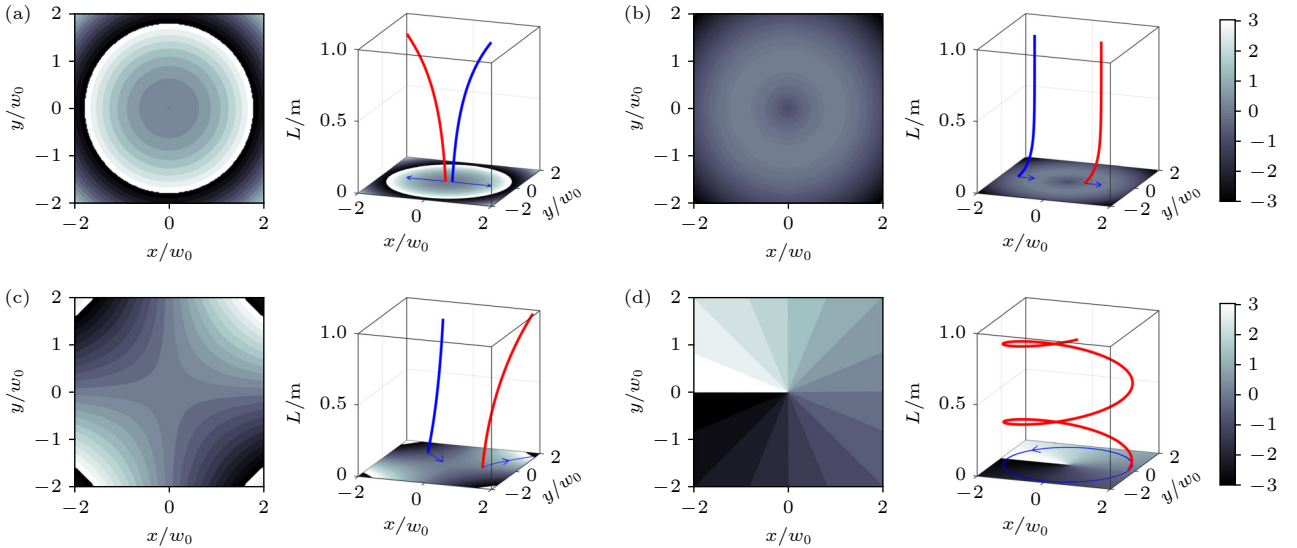


图 4 离轴正则涡旋奇点在不同位相分布的宿主光场中所呈现的运动轨迹. 每组图像左图展示宿主光场的位相分布, 右图对应为拓扑荷数为 1 的正则涡旋点在传播过程中的空间运动轨迹 (a) 圆锥型分布  $\varphi = \rho$ ; (b) 圆环型分布  $\varphi = \rho \exp(-\rho^2/w_0^2)$ ; (c) 鞍形分布  $\varphi = xy$ ; (d) 螺旋型分布  $\varphi = \phi$

Fig. 4. The transmission trajectories of off-axis vortex singularities in host optical fields with different phase distributions. In each group of figures, the left panel shows the spatial phase distribution of the host beam, and the right panel presents the spatial trajectory of the phase singularity with unit topological charge: (a) Conical distribution  $\varphi = \rho$ ; (b) annular distribution  $\varphi = \rho \exp(-\rho^2/w_0^2)$ ; (c) saddle-shaped distribution  $\varphi = xy$ ; (d) spiral distribution  $\varphi = \phi$ .

上式表明,关于  $y$  轴对称的异号非正则涡旋,其运动轨迹也关于  $y$  轴呈镜像对称分布。(24)式可以作为同号涡旋对进动效应的物理基础,而(26)式可作为异号涡旋对湮灭效应的物理基础.这里还需强调,无论是宿主光场的位相结构、振幅分布,还是涡旋点本身的形状因子,均对奇点轨迹演化过程产生直接影响.本文所建立的理论模型在形式上具有良好的适应性,原则上可推广应用于各类复杂宿主光场中多个位相奇点的运动轨迹分析.本节主要围绕宿主光束的振幅和位相的空间分布对非正则涡旋的运动轨迹的单独影响,一般情形下,两者是共同作用的,应该同时考虑.

### 3.2 拓扑荷数反转

拓扑荷数反转现象是非正则涡旋光束传播过程中令人惊奇的物理特性.因为从表面上看,这一现象似乎违背了拓扑荷数守恒原则<sup>[14]</sup>.考虑一束非正则涡旋嵌套于椭圆高斯型宿主光束中,其在束腰面( $z=0$ )的表达式为

$$H(x, y, 0) = E_0 \exp\left(-\frac{x^2}{w_x^2} - \frac{y^2}{w_y^2}\right), \quad (27)$$

由于非正则光束形状因子的变化取决于宿主光束,因此根据(12)式可得:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dz} = 2i \ln E_0 \left( \frac{1}{w_y^2} - \frac{1}{w_x^2} \right), \quad (28)$$

进而有

$$A(z) = A(0) \exp(ik_A z), \quad (29)$$

其中,参数  $k_A$  定义为

$$k_A = 2 \ln E_0 \left( \frac{1}{w_y^2} - \frac{1}{w_x^2} \right). \quad (30)$$

由此可见,在椭圆型宿主场中,形状因子  $A$  在传播过程中以指数形式  $\exp(ik_A z)$  振荡,其模值  $|A|$  保持不变,而相位随  $z$  单调变化.当传播距离达到  $z_0$  时

$$z_0 = \frac{\pi}{|k_A|}, \quad (31)$$

形状因子  $A$  恰好变为纯虚数,非正则涡旋点的拓扑荷数会发生变号,该非正则涡旋点退化为刃型位错(edge dislocation),其场分布近似表示为

$$V(x, y) = x - x_1 \pm |A| (y - y_1). \quad (32)$$

此时,原本点状的相位奇点转化为一条暗线,伴随

$\pi$  相位跃迁,拓扑荷数随之发生反转.需要强调的是,拓扑荷数反转并不违背角动量守恒定律,这一反转过程实质上体现了非轴对称光场中,轨道角动量在涡旋与宿主场之间的转移.整个系统的总轨道角动量仍保持守恒,仅在局部发生了重新分配.作为对照,若宿主光场为轴对称结构(即对应的高斯光束满足  $w_x = w_y$ ),则由(28)式可得  $dA/dz = 0$ ,形状因子恒定,拓扑荷数反转效应不会发生.

进一步讨论,考虑该非正则涡旋在椭圆宿主光场中的位相奇点传播轨迹,根据(8)式,其传播轨迹的演化规律满足:

$$\frac{dx_1}{dz} + iA(z) \frac{dy_1}{dz} = i \ln E_0 \left( \frac{2x}{w_x^2} + iA(z) \frac{2y}{w_y^2} \right). \quad (33)$$

该方程与形状因子演化方程(29)共同决定了离轴非正则涡旋点在椭圆高斯光场中的完整传播轨迹.

图5给出一个具体例子,设初始时刻非正则涡旋点的位置为  $(0.1w_x, 0)$ , 宿主场选取椭圆型高斯光束,其束腰半径之比为  $w_x/w_y = 2/3$ .图5(a)分别模拟了形状因子  $A(0)$  取4种不同数值的传播情形.由于该模型已考虑宿主光场的发散效应,所有非正则涡旋最终都会脱离宿主光束向无穷远处移动,这一结论与文献[22]的理论结果一致.图5(a)进一步表明,即便宿主光场与涡旋点的初始位置完全相同,不同的形状因子仍会显著影响涡旋点的演化轨迹.

由3.1节的讨论已知,在接近高斯分布的背景场中,携带正拓扑荷数的位相奇点沿逆时针方向运动,而携带负拓扑荷数的奇点则沿顺时针方向运动.因此,在拓扑荷数反转发生的瞬间,奇点的运动方向也会随之改变.图5(b)选取  $A = 1 + i$  的情形,绘制了对应涡旋点在光束横截面上的传播轨迹投影,轨迹中共识别出三次拓扑荷数反转事件,依次标记为 I, II 和 III.为进一步分析反转过程的微观结构,本文以第二次反转点(II)为例,选取了4个典型位置: P1 和 P2 分别位于反转之前, P3 对应反转瞬时位置, P4 为反转之后.图5(c)展示了这四个位置处的归一化光强与相位分布,其中相位图采用平面光干涉的形式进行可视化,以揭示拓扑结构特征.结果显示, P1 与 P2 处的相位干涉图均呈现典型的 Y 型干涉条纹结构,说明此时奇点携带正的拓扑荷;而 P4 中的 Y 型分叉方向发生反转,验证了拓扑荷数已发生符号变化; P3 对应的干

涉图中未观察到 Y 型结构, 也无明显的点奇性特征, 而是呈现出与刃型位错相关的条纹位错现象. 这进一步证实, 拓扑荷反转瞬间, 奇点由点状位错瞬时退化为线状位错. 从物理上深层次分析该拓扑荷反转现象, 需要认识到椭圆宿主光束的能流分布是非对称的. 以图 5(b) 所示的椭圆型宿主光束为例, 其水平能流要大于垂直能流. 因此, 在一、三象限中, 任意闭合曲线上的横向能流环量为正, 而在二、四象限中, 其横向能流环量为负. 综上所述, 考虑到位相奇点与宿主光束的轨道角动量耦合效

应, 发生在一、三象限的拓扑荷数反转事件一定是由负变正, 而发生在二、四象限的拓扑荷数反转事件则是由正变负. 图 5 中所展示的所有拓扑荷数反转事件均符合上述规律. 上述分析从实验模拟角度清晰揭示了在椭圆型宿主光场中, 非正则涡旋可发生周期性的拓扑荷数反转效应. 反转前后, 位相奇点携带的轨道角动量方向相反, 这是位相奇点与宿主光束之间的轨道角动量相互转化的结果, 这一现象并不违背角动量守恒定律. 本节主要针对宿主光束对非正则涡旋光束形状因子的影响, 在一般情形下,

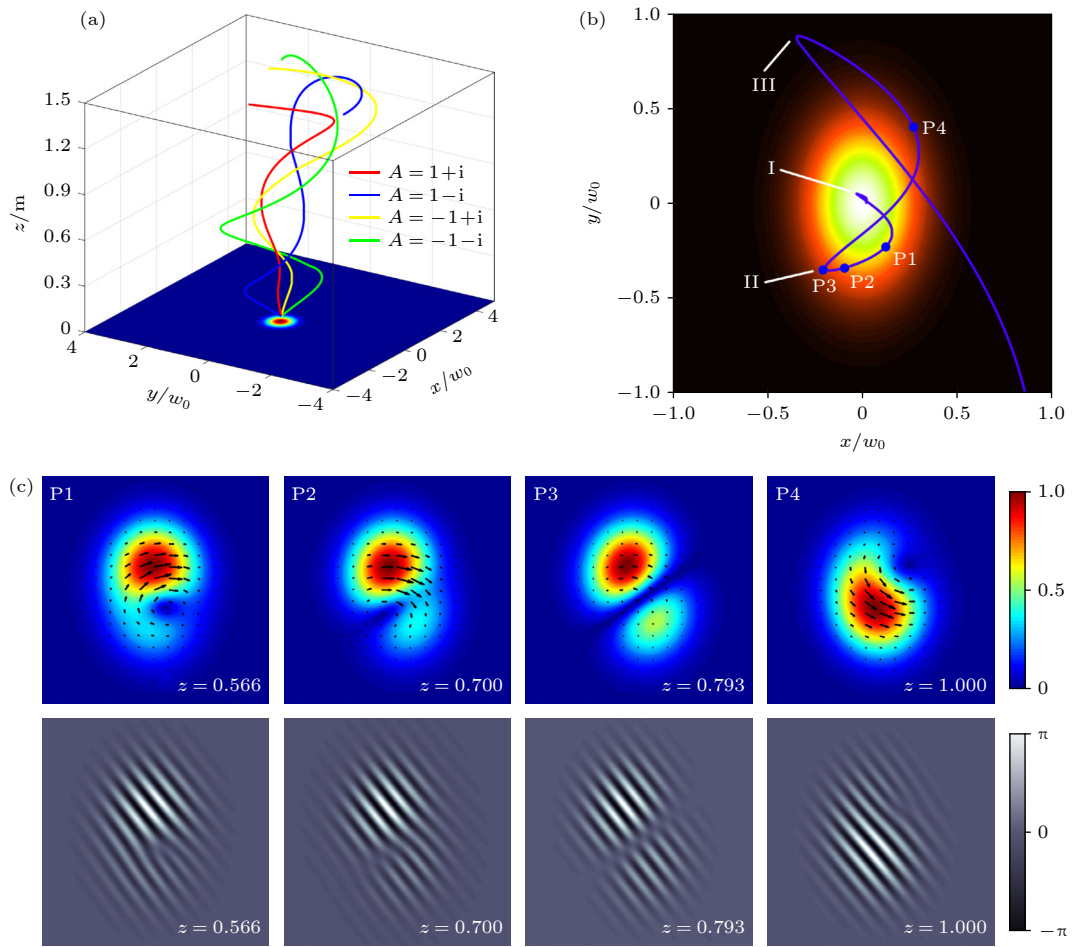


图 5 非正则涡旋在椭圆宿主光中传播过程中表现出的拓扑荷数反转效应 (a) 在椭圆高斯型宿主光场中, 不同形状因子条件下, 非正则涡旋点所呈现的传播轨迹差异; (b) 以  $A = 1 + i$  为例, 给出对应涡旋点在传输过程中的空间轨迹 (蓝色线), 背景为宿主光束的横截面光强分布, 图中标记的 I, II 与 III 表示拓扑荷数反转发生的位置; P1, P2, P3 (与 II 重合) 及 P4 为后续仿真中选取的四个典型平面位置; (c) P1, P2, P3 和 P4 处的归一化光强分布 (第一行) 及对应的相位分布 (第二行), 其中相位图采用平面波干涉条纹形式, 以增强对涡旋奇点结构特征的可视化表达 (拓扑荷的模为 1 的相位奇点在和平面光干涉时表现为 Y 型分叉的干涉条纹)

Fig. 5. The inversion of topological charge during propagation of noncanonical vortex in an elliptical Gaussian host beam: (a) Different trajectories of vortex points with different shape factor  $A$ ; (b) the spatial trajectory (blue line) of the specific vortex point  $A = 1 + i$ , with the background showing the cross-sectional intensity distribution of the host beam; marks I, II, and III indicate the positions where topological charge reversal occurs; P1, P2, P3 (coinciding with II), and P4 are four selected positions for subsequent simulations; (c) the normalized intensity distributions (first row) and phase distributions (second row) at P1, P2, P3, and P4, respectively. To enhance the visualization of the structural characteristics of phase singularities, the interference fringes with plane wave are adopted, where the vortex core is represented by a Y-shaped fringe.

3.1 节与本节所讨论的两种效应是同时发生并且相互作用的, 即运动轨迹会改成非正则涡旋点所在位置的宿主光束, 而形状因子本身也是运动轨迹的决定因素之一. 因此, 针对一个非正则涡旋光束的传输特性的研究, 需要同时考虑这两节所讨论的影响.

## 4 结 论

本文在近轴近似条件下建立非正则涡旋的位相奇点的传输轨迹模型, 及其形状因子的演化规律. 研究表明, 除极少数情形外, 位相奇点的空间轨迹具有复杂性, 其演化同时受到宿主光束的光强分布、位相分布, 以及位相奇点自身形状因子演化的共同影响. 概括而言, 空间轨迹倾向于与宿主光束的光强梯度垂直, 同时与位相梯度平行. 在复杂宿主光束背景下, 这两种影响往往同时作用于位相奇点, 难以准确区分. 对于非轴对称光束, 形状因子在传输过程中发生演变, 进而引发拓扑荷数反转效应. 此外, 本文还系统揭示了离轴涡旋点的进动效应、涡旋对的运动规律以及拓扑荷数反转现象背后的物理机制. 本研究加深了对位相奇点在自由空间中的传输动力学的理解, 也为结构光场在光通信、光操控和光学精密加工等领域的相关研究提供了理论依据.

## 参考文献

- [1] Shen Y J, Wang X J, Xie Z W, Min C J, Fu X, Liu Q, Gong M L, Yuan X C 2019 *Light: Sci. Appl.* **8** 90
- [2] Ni J C, Huang C, Zhou L M, Gu M, Song Q H, Kivshar Y, Qiu C W 2021 *Science* **374** eabj0039
- [3] Willner A E, Pang K, Song H, Zou K H, Zhou H B 2021 *Appl. Phys. Rev.* **8** 041312
- [4] Lian Y D, Yu Y, Han S W, Luan N N, Wang Y L, Lu Z W 2022 *IEEE Sens. J.* **22** 3828
- [5] Cheng M J, Jiang W J, Guo L X, Li J T, Forbes A 2025 *Light: Sci. Appl.* **14** 4
- [6] Chen S Q, Chen J F, Xia T, Xie Z W, Huang Z B, Zhou H L, Liu J, Chen Y J, Li Y, Yu S Y, Fan D Y, Yuan X C 2025 *Adv. Photon.* **7** 044001
- [7] Zhong Z Q, Zhang X, Zhang B, Yuan X 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 064204 (in Chinese) [钟哲强, 张翔, 张彬, 袁孝 2023 物理学报 **72** 064204]
- [8] Yan W X, Chen Z Z, Long X, Gao Y, Yuan Z, Ren Z C, Wang X L, Ding J P, Wang H T 2024 *Adv. Photon.* **6** 036002
- [9] Tang X Y, Liu N, Liu S Y, Wang N, Jiang S Z, Ren Y X, Hong P L, Liang Y 2025 *Chin. Opt. Lett.* **23** 102602
- [10] Xu H F, Zhang X Y, Wang R J 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 034201 (in Chinese) [徐华峰, 张兴宇, 王仁杰 2024 物理学报 **73** 034201]
- [11] Yin C, Kan X F, Guo K, Wang T, Xu J M, Han Q B, Wu J, Cao Z Q 2021 *Chin. Opt. Lett.* **19** 071403
- [12] Forbes A, de Oliveira M, Dennis M R 2021 *Nat. Photonics* **15** 253
- [13] Yan W X, Gao Y, Yuan Z, Long X, Chen Z Z, Ren Z C, Wang X L, Ding J P, Wang H T 2024 *Optica* **11** 531
- [14] Molina-Terriza G, Rekolons J, Torres J P, Torner L 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 023902
- [15] El Ketara M, Brasselet E 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 233603
- [16] Liu D D, Chen L, Wang L G 2025 *Sci. Adv.* **11** eadn9279
- [17] Fang L, Chen J M, Chen Q J, Zhao C J 2025 *Laser & Photon. Rev.* **19** 2402311
- [18] Hu Z C, Bongiovanni D, Wang Z T, Wang X D, Song D H, Xu J J, Morandotti R, Buljan H, Chen Z G 2025 *Nat. Photonics* **19** 162
- [19] Dorrah A H, Palmieri A, Li L, Capasso F 2025 *Sci. Adv.* **11** eadr9092
- [20] Wang R, Shi S, Zhang Z Y, Wang B Z, Mata-Cervera N, Porras M A, Shen Y J 2025 *Nat. Commun.* **16** 10927
- [21] Freund I 1999 *Opt. Commun.* **159** 99
- [22] Rozas D, Law C T, Swartzlander G A 1997 *J. Opt. Soc. Am. B* **14** 3054

# Propagation dynamics of noncanonical vortex points in complex optical fields\*

CHENG Jing<sup>1)#</sup> KAN Xuefen<sup>2)3)#</sup> SUN Xiaoya<sup>1)</sup>

SHAN Minglei<sup>1)</sup> YIN Cheng<sup>1)†</sup>

1) (*College of Information Science and Engineering, Hohai University, Changzhou 213200, China*)

2) (*Jiangsu Shipping College, Nantong 226010, China*)

3) (*Department of Physics and Astronomy, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China*)

( Received 12 December 2025; revised manuscript received 13 January 2026 )

## Abstract

Vortex beams have garnered significant attention in cutting-edge fields such as modern optical communications, quantum information, and micro-nano manipulation due to their unique orbital angular momentum (OAM). However, the propagation characteristics of phase singularities in various complex optical fields remain a core research focus and technical challenge. Based on the paraxial wave equation, this paper establishes a general analytical propagation model for the phase singularities of noncanonical vortices embedded in arbitrary complex host beams. This model addresses the evolution characteristics of the spatial trajectory curves and shape factors of propagating non-canonical optical vortices in the free space. It is pointed out that due to the intensity and phase inhomogeneity of the complex host beam, the propagation of phase singularities is generally accompanied by the dynamic evolution of ellipticity and rich topological events, such as self-induced precession, oscillation, and annihilation between vortex pairs. Regarding the influence of the spatial distribution of the host beam on the trajectory of off-axis vortex points, studies show that the intensity gradient drives the phase singularity to move in the perpendicular direction. On the other hand, the phase gradient guides the vortex point to move in a direction parallel to the gradient. Particularly, the proposed analytical model has been applied to explain the inversion of topological charge successfully, which seems to violate the principle of topological charge conservation during free space propagation without external perturbations. The proposed model systematically interprets this striking phenomenon during the propagation of off-axis noncanonical vortex in asymmetric light beams, reveals the conditions for the inversion, predicts the propagation trajectories of phase singularities, and explains the physical mechanism underlying this effect from the perspective of transversal energy flow. Research indicates that the exchange between the OAM of non-canonical vortex beams and the local OAM of the asymmetric background beams constitutes the underlying physical mechanism for topological charge inversion. The non-canonical vortex core gains or loses OAM from its host beam, resulting in phase variations of its shape factor  $A$  and even polarity reversals. Nevertheless, the total OAM of the entire beam remains conserved, and this process does not alter the absolute value of the topological charge  $l$  of the vortex beam. The free space propagation characteristics of vortex points stand as one of the most central and fundamental research topics in the field of structured light fields, these research findings hold important theoretical significance and practical potential for the precise manipulation of structured optical fields and the development of novel optoelectronic devices based on orbital angular momentum.

**Keywords:** noncanonical vortex, complex optical field, inversion of topological charge

**DOI:** [10.7498/aps.75.20251713](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251713)

**CSTR:** [32037.14.aps.75.20251713](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20251713)

\* Project supported by the Basic Science (Natural Science) Research Project for the Universities of Jiangsu Province, China (Grant No. 23KJD140002), the Natural Science Foundation of Nantong, China (Grant No. JC2023081), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12474453).

# These authors contributed equally.

† Corresponding author. E-mail: [yinch@hhu.edu.cn](mailto:yinch@hhu.edu.cn)



## 复杂光场中非正则涡旋点的传输动力学

程静 阚雪芬 孙小雅 单鸣雷 殷澄

### Propagation dynamics of noncanonical vortex points in complex optical fields

CHENG Jing KAN Xuefen SUN Xiaoya SHAN Minglei YIN Cheng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 080404 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20251713

CSTR: 32037.14.aps.75.20251713

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251713>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

玻色-爱因斯坦凝聚中的非正则涡旋态及其动力学

Noncanonical vortex states and dynamics in Bose-Einstein condensates

物理学报. 2023, 72(10): 100306 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222289>

部分相干幂指数相位涡旋光束的传输特性研究

Propagation properties of partially coherent power-exponent-phase vortex beam

物理学报. 2022, 71(1): 014203 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211411>

涡旋光束在双拉盖尔-高斯旋转腔中的非互易传输

Nonreciprocal transmission of vortex beam in double Laguerre-Gaussian rotational cavity system

物理学报. 2022, 71(15): 150701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220191>

强非局域非线性介质中的扭曲部分相干涡旋光孤子特性

Characteristics of twisted partially coherent vortex solitons in strongly nonlocal nonlinear media

物理学报. 2026, 75(4): 150701 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251181>

空间与时空涡旋光独立调控的太赫兹超表面

Terahertz metasurface independently controlled by spatial vortex and spatiotemporal optical vortex

物理学报. 2026, 75(1): 150701 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251078>

阿秒光电离中的电子涡旋: 机制、动力学与应用

Electron vortices in attosecond photoionization: Mechanisms, dynamics, and applications

物理学报. 2026, 75(5): 150701 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251587>