

专题: 量子光学原理与应用

真空光悬浮非球形微粒散射场偏振特性*

冯嘉煜 高晨力 闫江伟 靳元彬 于旭东†

(山西大学光电研究所, 光量子技术与器件全国重点实验室, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2026年1月23日收到; 2026年2月6日收到修改稿)

真空光悬浮机械系统由于其优异的性能, 近年来成为基础物理与精密测量研究的重要平台. 相对于各向同性的球形粒子, 真空悬浮的非球形粒子具有更为丰富的运动自由度, 为宏观量子效应、量子传感等研究提供了独特机遇, 因而备受关注. 然而, 其运动状态的控制与探测主要决定于散射场的偏振特性. 本文针对内禀各向同性的非球形电介质粒子, 系统地研究了在线偏振光和圆偏振光激发下, 散射场的空间分布及其随旋转角的变化, 揭示了各向异性导致的偏振调制机制; 进一步通过等效偶极子模型, 探讨了扭摆与旋转运动在相干探测中的信号特性, 分析了收集透镜位置对探测信号幅度的影响, 为悬浮粒子的操控、运动探测、冷却以及宏观量子效应与量子传感研究提供了基本依据.

关键词: 真空光悬浮, 散射, 扭摆运动, 旋转运动**DOI:** 10.7498/aps.75.20260117**CSTR:** 32037.14.aps.75.20260117

1 引言

光悬浮技术利用紧聚焦光场实现对微小粒子的稳定捕获及非接触性、非破坏性的精确操控, 该技术自 Arthur Ashkin^[1,2] 发明以来, 已广泛应用于物理、生物与医学等领域的研究^[3-7]. 近年来, 真空光悬浮技术因粒子运动态具有极高的 Q 值和退相干的可操控性, 为宏观量子现象^[8-11]、退相干理论^[12-14]、真空摩擦^[15,16]、引力波^[17,18] 以及暗物质与暗能量探测^[19,20] 等基础物理与精密测量研究提供了理想实验平台, 成为物理学研究的热点, 并取得了显著进展. 2010年, Li等^[21,22] 实现了微米尺寸球形二氧化硅粒子在真空中的稳定悬浮与瞬时运动速度测量, 并采用反馈冷却技术将粒子质心运动温度冷却到 mK. 通过光学腔被动反馈冷却与电反馈冷却技术, 真空俘获的纳米粒子质心运动实现了基态冷却^[23-25]. 基于非线性计量方法, 飞克量级粒子的质量测量不确定度达到了 2%^[26]. 凭借悬浮纳米

粒子的尺寸优势, 力的测量灵敏度已达到 $\text{zN}/\text{Hz}^{1/2}$ 量级^[27,28]. 除质心运动外, 对于非球形或内禀各向异性的粒子, 还存在扭摆运动和旋转运动. 真空光悬浮的金刚石粒子首次观测到 MHz 的扭摆运动^[29]; 采用椭圆或圆偏振光, 已实现旋转频率达 GHz 的机械转子^[30,31]; 结合质心运动冷却技术, 研究人员观测到 6 GHz 的超高速旋转运动^[32], 这为极端环境材料性能测试^[33]、量子陀螺^[34] 等研究提供了可能. 利用该系统灵活的操控性, 单个粒子的多维度操控与冷却研究进展迅速^[35-37]. 此外, 该系统也为非平衡动力学^[38,39]、多体物理^[40-42] 以及声子激光^[43,44] 等研究提供了崭新平台.

相较于球形粒子, 非球形粒子包含更丰富的物理内容, 其中, 散射场偏振特性直接反映了其各向异性与光场的相互作用, 偏振调制可用于探测粒子的取向和运动, 这对理解光扭矩的微观机制至关重要, 而现有研究多聚焦于实验实现. 本文结合瑞利近似, 从电偶极子辐射出发, 深入地分析内禀各向同性非球形粒子的散射场, 为真空悬浮粒子的多维

* 国家自然科学基金 (批准号: 61975101, 92476001) 和国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2022YFA1404101) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jiance_yu@sxu.edu.cn

运动测量与操控提供理论支撑.

2 内禀各向同性非球形粒子的散射

2.1 基本理论模型

图 1(a) 为单光束捕获微粒的示意图, 波长为 λ 的激光沿 z 轴正向传播, 由透镜 L1 汇聚, 用来捕获单个微小电介质粒子, 光场角频率为 ω . 该光束同时照明粒子, L2 收集粒子的散射光和发散的捕获光, 半波片 HW 和偏振分光棱镜 PBS 选择偏振分量, 并由探测器 D1 和 D2 分别探测竖直和水平偏振分量, 从而获得粒子的运动信息. 这里只考虑扭摆和旋转运动, 忽略平移运动. 入射光为 TEM₀₀ 模高斯光场, 建立实验室坐标系 (O - xyz), 其电场为

$$\mathbf{E}(r, t) = E_0 \left[\frac{w_0}{w(z)} \right] \exp \left[-\frac{(x^2 + y^2)}{w(z)^2} \right] \times \exp \{ -i[\omega t + \psi_g(x, y, z)] \} \mathbf{e}_p,$$

式中, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 为场点位置矢量大小, E_0 为振幅, w_0 为腰斑半径, $w(z)$ 为光束半径, $\psi_g(x, y, z)$ 为高斯光束的相位, \mathbf{e}_p 为偏振方向单位矢量, 快变时谐项为 $\exp(-i\omega t)$, 去掉快变时谐项后, 光场的空间分布可表示为 $\mathbf{E}(r)$. 所捕获的粒子为内禀各向同性非球形粒子, 这里以椭球形粒子为例, 粒子三个

主轴半长分别为 a, b, c , 对应极化率为 χ_1, χ_2, χ_3 , 设 $\chi_1 > \chi_2 > \chi_3$. 主轴极化率差异会导致散射场的角度依赖性, 这是散射场偏振调制的物理原因. 以粒子几何中心为坐标原点, 沿三个主轴方向建立固定于粒子的坐标系 (O_p - $x_p y_p z_p$), 并设粒子中心与实验室坐标系原点重合, 初始时刻 x_p, y_p, z_p 轴分别与 x, y, z 轴平行.

这里, 假设入射光波长远大于微粒尺寸: $\lambda \gg a, b, c$, 粒子可视为点偶极子, 其响应由极化率张量描述. 这一近似基于物理上的尺度分离, 即粒子尺寸远小于波长时, 高阶多极子贡献可忽略, 因此散射场由偶极子辐射主导. 同时设光场腰斑半径和瑞利长度均远大于微粒尺寸: $w_0, z_R \gg a, b, c$, 所以基于慢变包络近似和光场在粒子尺度内的均匀性, 粒子被捕获区域内, 光场可视为平面光波: $\mathbf{E}_{in} = E_0 \mathbf{e}_p$. 粒子旋转运动采用泰特-布莱恩角, 即粒子绕 z_p, y_p, x_p 三个主轴方向旋转. 由实验室坐标系到粒子坐标系的变换矩阵为

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z \mathbf{R}_y \mathbf{R}_x,$$

$$\mathbf{R}_z = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

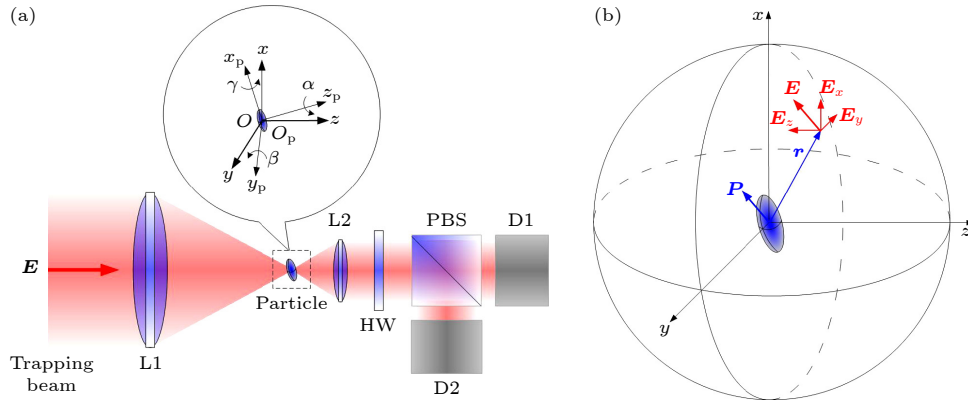


图 1 (a) 真空光悬浮单个微粒示意图, 捕获光由透镜 L1 汇聚, 用来捕获粒子, 透镜 L2 收集发散的捕获光和粒子的前向散射光, 半波片 (HW) 和偏振分光棱镜 (PBS) 选择偏振分量, 捕获光和粒子前向散射光中相同偏振分量发生干涉, 探测器 D1 和 D2 探测干涉信号获得粒子运动信息. 这里忽略粒子的质心运动, 因此捕获光和散射光的相对相位不变; 当粒子做扭摆或旋转运动时, 对散射光偏振产生调制, 导致干涉场发生变化, 从而可探测得到粒子的运动信号; (b) 线偏振光激发时粒子远场散射示意图

Fig. 1. (a) Schematic diagram of an optically levitated particle in vacuum. The trapping beam is focused by lens L1 and used to capture the particle. Lens L2 collects the trapping beam and the scattered light from the particle. Half wave plate (HW) and polarization beam splitter (PBS) can choose the polarization components, which are detected by detectors D1 and D2. The same polarization components of the trapping beam and forward-scattered beam are interfered with each other. The center-of-mass motion is neglected. Thus, the relative phase of the two beams are keep invariant. However, when the particle is rotated, the polarization of the scattered light is modulated and the amplitude of the interference field will be correspondingly changed. Thus, the motion information can be detected; (b) scattered field of a particle excited by a linearly polarized laser beam.

$$\mathbf{R}_y = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}, \quad (1)$$

其中 $\mathbf{R}_{z,y,x}$ 分别为粒子绕自身主轴 z_p , y_p , x_p 旋转的变换; 旋转角分别为 α , β , γ . 由上述变换关系, 在实验室坐标系中, 粒子的极化强度为

$$\mathbf{P} = \chi \mathbf{E}_{\text{in}}(r) = P \mathbf{n}_0, \quad (2)$$

其中 $P = |\mathbf{P}|$; \mathbf{n}_0 为 \mathbf{P} 的单位矢量; $\chi = R^{-1} \text{diag}(\chi_1, \chi_2, \chi_3) R$. 在远场条件下, 由偶极子辐射理论, 可得粒子散射场的空间分布为

$$E_{xlx}(r, \Omega) = \frac{\mu_0 \omega^2 E_0 \exp[i\psi_{xs}(x, y, z)]}{4\pi (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \{ (y^2 + z^2) \chi_2 \sin^2 \alpha \cos^2 \beta + (y^2 + z^2) \chi_3 \sin^2 \beta$$

$$+ \frac{1}{2} x (z \cos \gamma - y \sin \gamma) (\sin^2 \alpha \chi_2 - \chi_3) \sin 2\beta - x (y \cos \gamma + z \sin \gamma) (\chi_1 - \chi_2) \sin \alpha \cos \alpha \cos \beta$$

$$+ [x \sin \beta (z \cos \gamma - y \sin \gamma) + (y^2 + z^2) \cos \beta] \chi_1 \cos^2 \alpha \cos \beta \}, \quad (4)$$

$$E_{xly}(r, \Omega) = \frac{\mu_0 \omega^2 E_0 \exp[i\psi_{xs}(x, y, z)]}{4\pi (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \frac{1}{2} \{ -2xy \chi_2 \sin^2 \alpha \cos^2 \beta + [(x^2 + z^2) (\chi_1 - \chi_2) \sin 2\alpha$$

$$+ 2yz (\chi_2 \sin^2 \alpha - \chi_3) \sin \beta] \cos \beta \cos \gamma - yz (\chi_1 - \chi_2) \sin 2\alpha \cos \beta \sin \gamma$$

$$+ 2[z^2 \chi_2 \sin^2 \alpha - (x^2 + z^2) \chi_3] \sin \beta \cos \beta \sin \gamma - 2xy \chi_3 \sin^2 \beta + x^2 \chi_2 \sin^2 \alpha \sin 2\beta \sin \gamma$$

$$+ [-2xy \cos^2 \beta + (yz \cos \gamma + (x^2 + z^2) \sin \gamma) \sin 2\beta] \chi_1 \cos^2 \alpha \}, \quad (5)$$

$$E_{xlz}(r, \Omega) = \frac{\mu_0 \omega^2 E_0 \exp[i\psi_{xs}(x, y, z)]}{4\pi (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \left(-\frac{1}{2} \right) \{ 2xz \chi_2 \sin^2 \alpha \cos^2 \beta + 2xz \chi_3 \sin^2 \beta + x^2 \chi_2 \sin^2 \alpha \sin 2\beta \cos \gamma$$

$$+ yz (\chi_1 - \chi_2) \sin 2\alpha \cos \beta \cos \gamma + 2[y^2 \chi_2 \sin^2 \alpha - (x^2 + y^2) \chi_3] \sin \beta \cos \beta \cos \gamma$$

$$- (x^2 + y^2) (\chi_1 - \chi_2) \sin 2\alpha \cos \beta \sin \gamma + 2yz (\chi_2 \sin^2 \alpha - \chi_3) \sin \beta \cos \beta \sin \gamma$$

$$+ 2xz \chi_1 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + [yz \sin \gamma + (x^2 + y^2) \cos \gamma] \chi_1 \cos^2 \alpha \sin 2\beta \}, \quad (6)$$

其中 $\Omega = (\alpha, \beta, \gamma)$ 为角坐标; $\psi_{xs}(x, y, z)$ 为散射光相位. 由上式可得场点 \mathbf{r} 处总散射场为

$$\mathbf{E}_{\text{tot}}(r, \Omega) = \sqrt{|E_{xlx}(r, \Omega)|^2 + |E_{xly}(r, \Omega)|^2 + |E_{xlz}(r, \Omega)|^2} [(\mathbf{r}_0 \times \mathbf{n}_{xl}) \times \mathbf{r}_0]. \quad (7)$$

这里, \mathbf{n}_{xl} 为 x 轴线偏振光激发时极化强度方向上的单位矢量.

图 1(b) 为粒子在线偏振光激发时自由空间远场的散射电场示意图, 图 2 为粒子散射电场的空间分布. 单个偶极子相对于极化电场 \mathbf{E} 平行时, 总散射场以及在 x , y , z 轴上分量的分布, 如图 2(a) 所

$$\mathbf{E}_s(r) = \frac{\mu_0 \omega^2 \exp[i\psi_s(x, y, z)]}{4\pi r} [(\mathbf{r} \times \mathbf{P}) \times \mathbf{r}], \quad (3)$$

其中 μ_0 为真空磁导率; $\psi_s(x, y, z)$ 为散射场相位; \mathbf{r} 为场点的位置矢量, $\mathbf{r} = r \mathbf{r}_0$, \mathbf{r}_0 为 \mathbf{r} 的单位矢量. (3) 式中 $(\mathbf{r} \times \mathbf{P}) \times \mathbf{r}$ 体现了散射场的横波特性, 同时粒子的各向异性引入了额外的角度依赖. 因此, 当粒子发生扭摆或旋转运动时, 散射场分布也随之改变, 这是下面进行相关分析的主要依据.

2.2 线偏振光激发粒子散射

当入射光为平行于 x 轴方向的线偏振光时, $\mathbf{e}_p = (1, 0, 0)^T$, 由 (3) 式可得实验室坐标系中, 散射场在 x , y , z 三个轴上的分量分别为

示. 此时, 为典型偶极辐射, 总辐射场关于 x 轴呈旋转对称分布, 沿电偶极矩方向场强为零; 随着场点位置矢量相对于电偶极矩方向夹角变大, 场强逐渐增大; 当位置矢量垂直于电偶极矩方向时, 场强最大. 其 x 分量的空间分布与总场相似. 对于散射场的 y 分量, 在 xz 平面场强为零; yz 平面上电场平

行于 x 轴, y 分量也为零; 在 xy 平面内, 位置矢量相对于 x 轴夹角分别为 $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$ 时, y 分量达到最大, 因此呈现四瓣构型. 与 y 分量类似, z 分量也呈现四瓣形结构, 其构型相对于 x 轴旋转 $\pi/2$.

当偶极子取向绕 z_p 轴旋转一定角度时, 电偶极矩可分解到 x 和 y 轴方向, 两个分量可视为相互垂直的偶极子, 每个偶极子激发的电场可单独计算, 总场与各轴分量为两个偶极子所激发电场的叠加, 导致总场与各轴分量发生倾斜、变形、旋转. 图 2(b) 和图 2(c) 为偶极子取向绕 z_p 轴分别旋转 $\pi/10, \pi/3$ 时, 总场及其在 x, y, z 轴上分量的分布. 总场与各分量随角度增大逐渐变小, 分布构型发生改变和倾斜. 总场向 y 轴倾斜, x 分量变为四瓣型结构, y 分量渐变为图 2(a) 中 x 分量的分布形态, z 分量四瓣型结构趋向水平.

上面讨论了偶极子取向绕 z_p 轴旋转时散射场的变化, 当偶极子绕 y_p 轴旋转时, 总散射场和 x 分量向 z 轴倾斜, y 分量的四瓣型结构与上述 z 轴分量变化趋势相似, z 轴分量则与上述 y 轴分量变化趋势相同. 当偶极子绕 x 轴旋转时, 由于对称性, 总场和各分量均不发生变化.

前面讨论了单个偶极子取向倾斜时的情况, 对于椭球形粒子, 存在三个相互垂直的电偶极矩分量, 在旋转过程中各分量均可分解到各坐标轴上, 散射场为九个散射场的叠加. 图 2(d) 为 $\chi_1 = 10 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_2 = 8 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_3 = 7 \times 10^{-32}$ F/m, 椭球形粒子绕 x_p, y_p, z_p 轴分别旋转一定角度时, 总散射场以及 x, y, z 轴分量的分布. 由于角度旋转, 总散射场和各分量产生倾斜、变形. 总散射场在 $x = 0, y = 0$ 和 $z = 0$ 平面上的投影如图 2(a)—(d) 左列绿色、红色和橙色部分所示, 总场偏振及其投影如图中彩色箭头所示. 在只有线偏振光激发情况下, 偶极子和椭球粒子的总散射场始终为线偏振光, 但随着偶极子或椭球粒子的旋转, 线偏振方向会产生相应变化, 可由 (3) 式中 $(\mathbf{r} \times \mathbf{P}) \times \mathbf{r}$ 确定. 由上可知, 散射场对旋转角高度敏感, 这为粒子的运动探测提供了机制.

2.3 椭圆偏振光激发粒子散射

考虑捕获光或照明光为椭圆偏振光, 即 $\mathbf{e}_p = (\cos \phi, i \sin \phi, 0)^T$, 可将其分成两个沿 x 和 y 轴方向的正交偏振分量: $E_x = E_0(\cos \phi, 0, 0)^T$ 和 $E_y = iE_0(0, \sin \phi, 0)^T$, 两分量可单独计算. 其中, x 轴偏

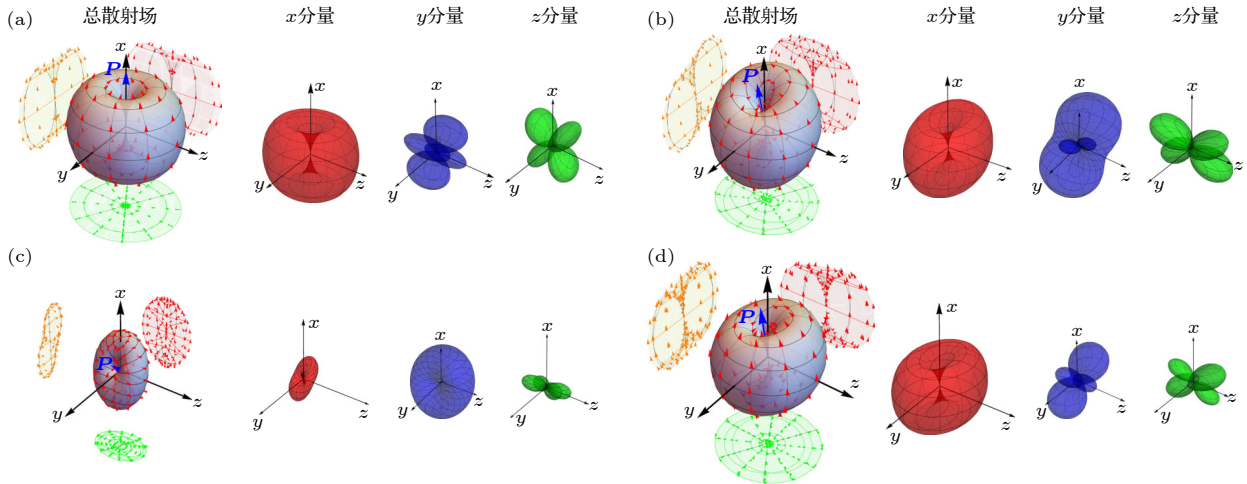


图 2 粒子散射场分布, 激发电场 \mathbf{E} 平行于 x 轴 (a) 单个偶极子 ($\chi_1 = 10 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_2 = \chi_3 = 0$ F/m) 取向与激发电场方向平行时, 总散射场及其在 x, y, z 轴上电场分量的分布; (b), (c) 偶极子绕 z_p 轴分别旋转 $\alpha = \pi/10, \alpha = \pi/3$ 时, 总场及其在 x, y, z 轴上分量的分布; (d) 椭球形粒子主轴相对于 x_p, y_p, z_p 轴分别旋转 $\gamma = 0.4, \beta = 0.9, \alpha = 0.3$ 时总场及其在 x, y, z 轴上分量的分布, 计算参量为 $\chi_1 = 10 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_2 = 8 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_3 = 7 \times 10^{-32}$ F/m

Fig. 2. Distribution of the scattered field for a particle in free space, which is stimulated by a laser with a linear polarization along x axis: (a) Distribution of the scattered field for a dipole ($\chi_1 = 10 \times 10^{-32}$ F/m and $\chi_2 = \chi_3 = 0$ F/m) parallel to the excitation field; (b), (c) distributions of scattered fields as the orientation of the dipole is rotated by certain angles of $\alpha = \pi/10$ and $\alpha = \pi/3$, respectively; (d) distribution of the scattered field for an ellipsoid particle when it is rotated by amounts of $\gamma = 0.4, \beta = 0.9$, and $\alpha = 0.3$ relative to the x_p, y_p , and z_p axes, respectively. In the calculations: $\chi_1 = 10 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_2 = 8 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_3 = 7 \times 10^{-32}$ F/m.

振光激发的散射场各分量为 (4) 式—(6) 式乘以系数 $\cos \phi$, 即

$$E_{es,xlx}(r, \Omega) = \cos \phi E_{xlx}(r, \Omega),$$

$$E_{es,xly}(r, \Omega) = \cos \phi E_{xly}(r, \Omega),$$

$$E_{es,xlz}(r, \Omega) = \cos \phi E_{xlz}(r, \Omega),$$

因此 x 偏振光激发的总散射场为

$$\mathbf{E}_{es,xlt}(r, \Omega) = \cos \phi \mathbf{E}_{xlt}(r, \Omega),$$

这里下角标 es 表示椭圆偏振光激发. 下面考虑 y 分量的散射场, 当只有 y 方向的偏振光激发时, $\mathbf{e}_p = (0, 1, 0)^T$, 可得 x, y, z 轴上的散射场分量分别为

$$\begin{aligned} E_{yly}(r, \Omega) = & \frac{\mu_0 \omega^2 E_0 \exp[i\psi_{ys}(x, y, z)]}{4\pi (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \{ 2xy\chi_1 \sin^2 \alpha \cos^2 \gamma - xz(\chi_1 - \chi_2) \sin 2\alpha \sin \beta \cos 2\gamma \\ & - 2(y^2 + z^2)\chi_2 \sin^2 \alpha \sin \beta \cos \beta \sin \gamma + (y^2 + z^2)\chi_3 \sin 2\beta \sin \gamma \\ & + 2xy\chi_3 \cos^2 \beta \sin^2 \gamma + 2xy\chi_2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \sin^2 \gamma - 2y(y\chi_1 \cos \beta + 2x\chi_2 \sin \beta \sin \gamma) \sin \alpha \cos \alpha \cos \gamma \\ & - [z^2\chi_1 - (y^2 + z^2)\chi_2] \sin 2\alpha \cos \beta \cos \gamma - 2xz\chi_3 \cos^2 \beta \sin \gamma \cos \gamma - 2xz\chi_2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \sin \gamma \cos \gamma \\ & + xz\chi_1 \sin^2 \alpha \sin 2\gamma + xy\chi_1 \sin 2\alpha \sin \beta \sin 2\gamma + [2xy\chi_2 \cos^2 \gamma - 2xz\chi_1 \sin^2 \beta \sin \gamma \cos \gamma \\ & - (y^2 + z^2)\chi_1 \sin 2\beta \sin \gamma + x(2y\chi_1 \sin^2 \beta \sin^2 \gamma + z\chi_2 \sin 2\gamma)] \cos^2 \alpha \}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} E_{yly}(r, \Omega) = & \frac{\mu_0 \omega^2 E_0 \exp[i\psi_{ys}(x, y, z)]}{4\pi (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \{ (x^2 + z^2)\chi_1 \sin^2 \alpha \cos^2 \gamma + yz[\chi_3 \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha (-\chi_1 + \chi_2 \sin^2 \beta)] \sin \gamma \cos \gamma \\ & + xy(\chi_3 - 2\chi_2 \sin^2 \alpha) \sin \beta \cos \beta \sin \gamma + (x^2 + z^2)\chi_2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \sin^2 \gamma + (x^2 + z^2)\chi_3 \cos^2 \beta \sin^2 \gamma \\ & + (x^2 + z^2)\chi_2 \cos^2 \alpha \cos^2 \gamma + yz(\chi_1 \sin^2 \beta - \chi_2) \cos^2 \alpha \sin \gamma \cos \gamma \\ & + [-xy \cos \beta + (x^2 + z^2) \sin \beta \sin \gamma] \chi_1 \cos^2 \alpha \sin \beta \sin \gamma + [-xy \cos \beta \cos \gamma + yz \sin \beta \cos 2\gamma \\ & + (x^2 + z^2) \sin \beta \sin 2\gamma] (\chi_1 - \chi_2) \sin \alpha \cos \alpha \}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} E_{yly}(r, \Omega) = & \frac{\mu_0 \omega^2 E_0 \exp[i\psi_{ys}(x, y, z)]}{4\pi (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \frac{1}{2} \{ -2yz\chi_1 \sin^2 \alpha \cos^2 \gamma - (x^2 + y^2)(\chi_1 - \chi_2) \sin 2\alpha \sin \beta \cos 2\gamma \\ & - 4yz\chi_1 \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma \cos \gamma - 2xz\chi_2 \sin^2 \alpha \sin \beta \cos \beta \sin \gamma + xz\chi_3 \sin 2\beta \sin \gamma \\ & - 2yz\chi_3 \cos^2 \beta \sin^2 \gamma - 2yz\chi_2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \sin^2 \gamma - [xz(\chi_1 - \chi_2) \sin 2\alpha \cos \beta \\ & + 2(x^2 + y^2)\chi_2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \sin \gamma + 2(x^2 + y^2)\chi_3 \cos^2 \beta \sin \gamma] \cos \gamma + (x^2 + y^2)\chi_1 \sin^2 \alpha \sin 2\gamma \\ & + yz\chi_2 \sin 2\alpha \sin \beta \sin 2\gamma + [-2yz\chi_1 \sin^2 \beta \sin^2 \gamma - 2xz\chi_1 \cos \beta \sin \beta \sin \gamma - (x^2 + y^2)\chi_1 \sin^2 \beta \sin 2\gamma \\ & + (x^2 + y^2)\chi_2 \sin 2\gamma - 2yz\chi_2 \cos^2 \gamma] \cos^2 \alpha \}. \end{aligned} \quad (10)$$

这里, $\psi_{ys}(x, y, z)$ 为 y 轴线偏振光激发时散射光的相位. 由上式得到场点 r 处总电场为

$$\mathbf{E}_{yly}(r, \Omega) = \sqrt{|E_{yly}(r, \Omega)|^2 + |E_{yly}(r, \Omega)|^2 + |E_{yly}(r, \Omega)|^2} [(\mathbf{r}_0 \times \mathbf{n}_{yl}) \times \mathbf{r}_0], \quad (11)$$

其中 \mathbf{n}_{yl} 为极化强度单位矢量. 因此, 对于椭圆偏振光, y 偏振光激发的散射场各分量为

$$E_{es,yly}(r, \Omega) = i \sin \phi E_{yly}(r, \Omega), \quad E_{es,yly}(r, \Omega) = i \sin \phi E_{yly}(r, \Omega), \quad E_{es,yly}(r, \Omega) = i \sin \phi E_{yly}(r, \Omega),$$

总散射场为

$$\mathbf{E}_{es,yly}(r, \Omega) = i \sin \phi \mathbf{E}_{yly}(r, \Omega).$$

由此可得, 椭圆偏振光产生的总散射场为

$$\mathbf{E}_{\text{est}}(r, \Omega) = \mathbf{E}_{\text{es,xt}}(r, \Omega) + \mathbf{E}_{\text{es,ylt}}(r, \Omega). \quad (12)$$

图 3(a)–(c) 分别为圆偏振光激发椭球粒子三个主轴 x_p , y_p , z_p 平行于 x , y , z 轴时以及粒子绕 z_p 轴旋转一定角度时总散射场及其在 x , y , z 轴上分量的分布. 图 3(a) 中, x 轴电场分量为 x_p 轴电偶极子散射场 x 分量的旋转对称形分布与 y_p 轴电偶极子散射场的 x 分量四瓣型结构的叠加, 导致散射场在 xy 平面内比 xz 平面内稍大; y 轴电场分量与 x 轴分量类似, 不同之处在于轴向指向平行于 y 轴; z 轴电场分量为竖直对放的双瓣型, 其原因是由粒子在 x_p 和 y_p 轴上的极化率存在差异导致; 总场则为各分量的叠加, 空间分布呈近椭球形. 图 3(b) 和图 3(c) 分别为 z_p 轴旋转 $\pi/3$, $\pi/2$ 时的散射场分布, 此时 x_p 和 y_p 轴上的电偶极矩可分解到 x , y 轴上, 总散射场与各轴分量为相应散射场的叠加. 图 3(d) 为 $\alpha = 0.3$, $\beta = 0.9$, $\gamma = 0.4$ 时的总散射场及其在 x , y , z 轴上分量的分布, x_p , y_p , z_p 各轴电偶极矩可继续分解到 x , y , z 轴上, 其散射场相互叠加使总场和各分量发生倾斜、变形和旋转. 图 3 中总散射场在 $x = 0$, $y = 0$ 和 $z = 0$ 平面上的投影如图 3(a)–(d) 左列绿色、红色和橙色部分所示, 总场偏振及其投影如彩色小椭圆所示. 总场的

偏振由于粒子的各向异性而成椭圆, 椭圆度随场点位置变化, 偏振面为场点位置处总散射场分布曲面的切平面. 当粒子旋转时, 由于极化强度矢量的变化, 使场点偏振产生相应改变.

3 扭摆与旋转运动探测

3.1 扭摆运动探测

考虑线偏振光捕获一个椭球粒子, 偏振方向平行于 x 轴, 由于光场的梯度势, 使粒子极化率最大主轴 (x_p 轴) 趋向与偏振方向一致, 此时 y_p 轴和 z_p 轴处于自由状态. 而真空系统中残余的空气分子会与粒子发生碰撞, 导致 x_p 轴指向偏离原方向, 同时这种碰撞驱动粒子绕 x_p 轴 (γ) 自由旋转. 因此在光场的回复扭矩作用下, 粒子绕 z_p 轴和 y_p 轴 (α , β) 做扭摆运动. 由于粒子绕 x_p 轴的自由旋转, 使两个扭摆运动耦合, 产生两个本征旋转运动模式^[36,45]. 但在探测过程中, 仍可将两个旋转运动模式分解为 z_p 轴和 y_p 轴上的扭摆运动, 因此 (4) 式–(6) 式仍然适用, 只是扭摆频率变为旋转运动模式的频率. 在实际实验中, 粒子扭摆运动的幅度很小, 所以可对 (4) 式中 α , β 项取一阶近似, 并忽略掉 α 与 β

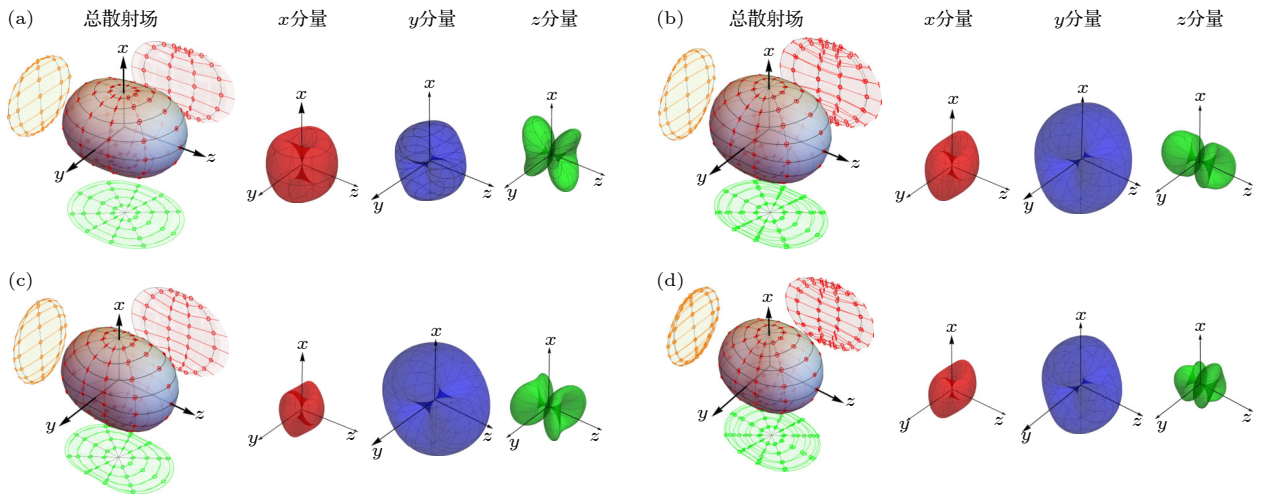


图 3 粒子散射场分布, 激发光为圆偏振光 (a) 椭球三个主轴 x_p , y_p , z_p 分别平行于 x , y , z 轴时, 即 $\alpha = \beta = \gamma = 0$, 粒子总散射场以及在 x , y , z 轴上分量的分布; (b), (c) 椭球 z_p 轴旋转一定角度 $\alpha = \pi/3$, $\alpha = \pi/2$ 时, 总散射场以及在各轴上分量的分布; (d) 椭球主轴相对于 x_p , y_p , z_p 轴分别旋转 $\gamma = 0.4$, $\beta = 0.9$, $\alpha = 0.3$ 时, 总散射场以及在各轴上分量的分布. 计算参数为 $\chi_1 = 10 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_2 = 8 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_3 = 7 \times 10^{-32}$ F/m

Fig. 3. Distribution of the scattered field for a particle stimulated by a laser with a circular polarization: (a) Distribution of the scattered field for an ellipsoid when the three principal axes are parallel to the axes of the lab frame; (b), (c) distributions of scattered fields when the z_p axis is rotated by amounts of $\alpha = \pi/3$ and $\alpha = \pi/2$, respectively; (d) distribution of the scattered field when the ellipsoid is rotated with $\gamma = 0.4$, $\beta = 0.9$, and $\alpha = 0.3$. The other parameters in the calculation: $\chi_1 = 10 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_2 = 8 \times 10^{-32}$ F/m, and $\chi_3 = 7 \times 10^{-32}$ F/m.

角的倍频项与交叉项 (和频与差频部分), 同时, 室温条件下 γ 的自由旋转频率远小于 α 与 β 的扭摆频率, 因此包含 γ 的部分予以保留. 此外, 考虑到散射光收集过程电场的连续性条件, 散射场 z 分量可予以忽略. 对于如图 1 所示散射场与捕获光的相干探测, 这里只需考虑 x 分量. 由此, (4) 式可近似为

$$E_{xl\alpha}(r, t) \approx \frac{\mu_0\omega^2 E_0 \exp[-i\psi_s(x, y, z)]}{4\pi [x^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \times (-x)[y \cos \gamma(t) + z \sin \gamma(t)](\chi_1 - \chi_2)\alpha(t), \quad (13)$$

$$E_{xl\beta}(r, t) \approx \frac{\mu_0\omega^2 E_0 \exp[-i\psi_s(x, y, z)]}{4\pi [x^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \times x[z \cos \gamma(t) - y \sin \gamma(t)](\chi_1 - \chi_3)\beta(t), \quad (14)$$

其中 $E_{xl\alpha, xl\beta}$ 表示当 x 轴线偏振光激发时散射场 x 分量中包含 α 与 β 两个扭摆角的部分. 由相干探测, 进一步可得包含 α 与 β 扭摆运动信息的光场干涉部分分别为

$$\delta I_{xl\alpha}(r, t) \approx \eta \frac{\mu_0\omega^2 E_0^2 w_0 \exp[-(x^2 + y^2)/w(z)^2]}{4\pi w(z) (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \times (-x)[y \cos \gamma(t) + z \sin \gamma(t)](\chi_1 - \chi_2)\alpha(t) \times \cos[\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \cos[\omega t + \psi_g(x, y, z)], \quad (15)$$

$$\delta I_{xl\beta}(r, t) \approx \eta \frac{\mu_0\omega^2 E_0^2 w_0 \exp[-(x^2 + y^2)/w(z)^2]}{4\pi w(z) (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \times x[z \cos \gamma(t) - y \sin \gamma(t)](\chi_1 - \chi_3)\beta(t) \times \cos[\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \cos[\omega t + \psi_g(x, y, z)]. \quad (16)$$

这里, 已加入光场的快变时谐项. 光场经透镜收集后, 由探测器 D1 探测, 透镜 L2 的中心与粒子的水平距离为 z . 探测器将光电流信号转换为电压信号, 该电压信号对应 (15) 式与 (16) 式中的时间慢变部分, 设探测器的电流-电压转换增益系数为 η (其中包含探测器量子效率). D1 探测到的 α 与 β 扭摆运动信号为上式中经高通滤波器滤除 γ 低频旋转运动信号后的时间慢变部分; 同时, γ 的旋转运动信号可通过低通滤波器滤除掉上式时间慢变部分中 α 与 β 的高频扭摆运动信号获得. 图 4 为 α 与 β 扭摆运动信号幅度随收集透镜中心在垂直平面内相对于 z 轴偏移一定距离的数值计算结果. 对于 α 的扭摆运动, 由 (13) 式, 粒子可等效视为极化率为 $\chi_1 - \chi_2$ 的偶极子, 受到 y 轴和 z 轴方向两个线偏振光的激发, 该偶极子相对于 y 轴的旋转角为 γ . 由 (15) 式, 相干探测中 α 扭摆运动信号来源于该偶极子两个散射场的 x 轴偏振分量 (可结合 (8) 式当 $\chi_1 = \chi_3 = 0$, $\alpha = \beta = \gamma = 0$ 时和 (3) 式在 $e_p =$

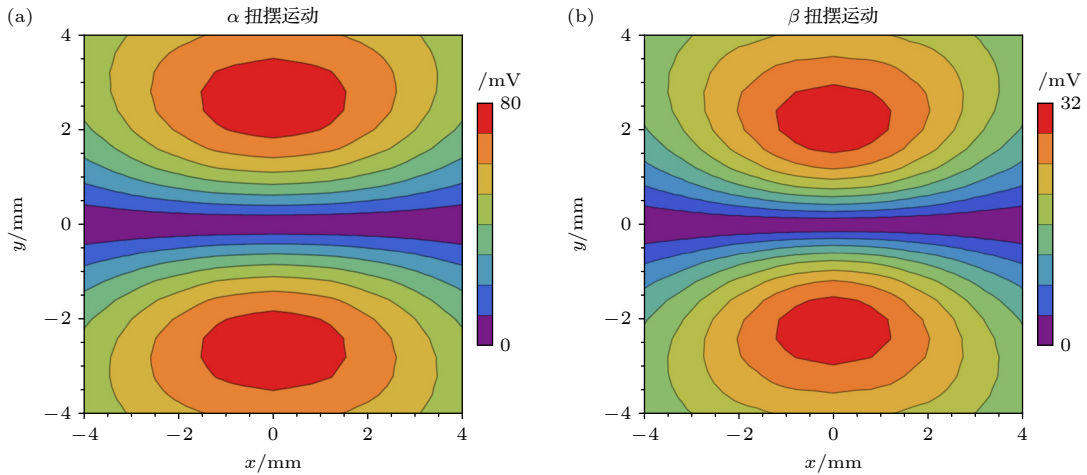


图 4 相干探测得到的扭摆运动信号幅度随收集透镜中心在垂直平面内偏离 z 轴一定距离变化的等高线图 (a) α 运动信号幅度随透镜中心偏离距离的变化; (b) β 运动信号幅度随透镜中心偏离距离的变化. 计算参数为 $\chi_1 = 10 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_2 = 8 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_3 = 7 \times 10^{-32}$ F/m, 腰斑中心处捕获光振幅 $E_0 = 4.5 \times 10^6$ V/m, 透镜中心到粒子的水平距离 $z = 0.003$ m, 透镜竖直方向收集范围的半径 $\sqrt{x^2 + y^2} = 0.001$ m, 探测器转换增益系数 $\eta = 2 \times 10^4$

Fig. 4. Contour map of the libration signal amplitude versus the offset distance of the collection lens center from the z axis: (a) Amplitude of α signal versus the offset distance; (b) amplitude of β signal versus the offset distance. The parameters in the calculations: $\chi_1 = 10 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_2 = 8 \times 10^{-32}$ F/m, $\chi_3 = 7 \times 10^{-32}$ F/m, the amplitude of the electric field at the waist center of the trapping laser $E_0 = 4.5 \times 10^6$ V/m, the horizontal distance from the lens center to the particle $z = 0.003$ m, the collection radius range of the collection lens in the vertical direction is $\sqrt{x^2 + y^2} = 0.001$ m, and the gain coefficient of the detector $\eta = 2 \times 10^4$.

$(0, 0, 1)^T$, $\chi_1 = \chi_2 = 0$ 和 $\alpha = \beta = \gamma = 0$ 时的结果), 该偶极子 y 轴电偶极矩分量的 x 轴偏振散射场, 在 xy 平面四个象限内为四瓣型, 其 z 轴电偶极矩分量的 x 轴偏振散射场在 xy 平面投影为关于 x 轴对称的双斑型分布, 两者叠加使收集透镜中心在 x 轴时信号幅度最小, 在 x 轴上下两侧出现最大值, 如图 4(a) 所示. 与 α 扭摆运动类似, 对于 β 扭摆运动, (14) 式可视为极化率为 $-(\chi_1 - \chi_3)$ 的偶极子受到 y 轴和 z 轴方向两个线偏振光同时激发, 该偶极子相对于 y 轴的旋转角为 $\gamma - \pi/2$ 角. (16) 式中, β 扭摆运动信号来源于该偶极子散射场的 x 轴偏振分量, 因此收集透镜中心在 x 轴上时信号幅度最小, 在 x 轴上下部分出现最大值, 如图 4(b) 所示. 上述等效偶极子模型, 为扭摆运动在微扰近似下, 粒子各向异性响应展开为泰勒级数的一阶项, 这样可简

化干涉信号的分析, 突出运动信息与偏振调制的线性关系. 物理上, 扭摆运动调制导致极化率张量的非对角元退耦, 而形成独立分量 ($\chi_1 - \chi_2$ 和 $-(\chi_1 - \chi_3)$), 该独立分量直接反映粒子的各向异性.

3.2 旋转运动探测

当椭球粒子被一束圆偏振光 ($\phi = \pm\pi/4$, “ \pm ”号分别表示右旋和左旋偏振光, x 轴和 y 轴偏振分量快变时谐项则分别为 $\exp(-i\omega t)$ 和 $\exp[-i(\omega t \pm \pi/2)]$), 其相位差引入了角动量. 散射过程中, 光场与粒子各向异性 (不考虑粒子对光的吸收) 的耦合将驱动粒子旋转. 粒子旋转时, 散射场将随旋转角变化. (4) 式, (5) 式, (8) 式与 (9) 式中, 忽略掉旋转角的交叉项, 可得干涉场 x , y 偏振分量中包含 α , β , γ 的旋转运动部分为

$$\begin{aligned}
 \delta I_{es,x\alpha}(r, t) \approx & \cos\phi \frac{\mu_0\omega^2}{4\pi} \frac{E_0^2 w_0}{w(z)} \frac{\exp[-(x^2 + y^2)/w(z)^2]}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \left\{ \frac{1}{4}(y^2 + z^2)(\chi_1 - \chi_2) \cos[2\alpha(t)] \cos[\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \right. \\
 & \left. \times \cos[\omega t + \psi_g(x, y, z)] + \frac{1}{8}xy(\chi_1 - \chi_2) \cos[2\alpha(t)] \sin[\pm\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \cos[\omega t + \psi_g(x, y, z)] \right\}, \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta I_{es,x\beta}(r, t) \approx & \cos\phi \frac{\mu_0\omega^2}{4\pi} \frac{E_0^2 w_0}{w(z)} \frac{\exp[-(x^2 + y^2)/w(z)^2]}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \\
 & \times \left\{ \frac{1}{4}(y^2 + z^2)(\chi_1 + \chi_2 - 2\chi_3) \cos[2\beta(t)] \cos[\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \cos[\omega t + \psi_g(x, y, z)] \right. \\
 & \left. + \frac{1}{8}xy(\chi_1 + \chi_2 - 2\chi_3) \cos[2\beta(t)] \sin[\pm\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \cos[\omega t + \psi_g(x, y, z)] \right\}, \quad (18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta I_{es,x\gamma}(r, t) \approx & \cos\phi \frac{\mu_0\omega^2}{4\pi} \frac{E_0^2 w_0}{w(z)} \frac{\exp[-(x^2 + y^2)/w(z)^2]}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \left(-\frac{1}{8}x \right) (\chi_1 + \chi_2 - 2\chi_3) \{y \cos[2\gamma(t)] + z \sin[2\gamma(t)]\} \\
 & \times \sin[\pm\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \cos[\omega t + \psi_g(x, y, z)], \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta I_{es,y\alpha}(r, t) \approx & \sin\phi \frac{\mu_0\omega^2}{4\pi} \frac{E_0^2 w_0}{w(z)} \frac{\exp[-(x^2 + y^2)/w(z)^2]}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \left\{ -\frac{1}{4}xy(\chi_1 - \chi_2) \cos[2\alpha(t)] \right. \\
 & \times \cos[\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \sin[\pm\omega t + \psi_g(x, y, z)] - \frac{1}{8}(x^2 + z^2)(\chi_1 - \chi_2) \cos[2\alpha(t)] \\
 & \left. \times \sin[\pm\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \sin[\pm\omega t + \psi_g(x, y, z)] \right\}, \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta I_{es,y\beta}(r, t) \approx & \sin\phi \frac{\mu_0\omega^2}{4\pi} \frac{E_0^2 w_0}{w(z)} \frac{\exp[-(x^2 + y^2)/w(z)^2]}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \left\{ -\frac{1}{4}xy(\chi_1 + \chi_2 - 2\chi_3) \cos[2\beta(t)] \right. \\
 & \times \cos[\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \sin[\pm\omega t + \psi_g(x, y, z)] - \frac{1}{8}(x^2 + z^2)(\chi_1 + \chi_2 - 2\chi_3) \cos[2\beta(t)] \\
 & \left. \times \sin[\pm\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \sin[\pm\omega t + \psi_g(x, y, z)] \right\}, \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$\delta I_{\text{es},y\gamma}(r,t) \approx \sin\phi \frac{\mu_0\omega^2 E_0^2 w_0}{4\pi w(z)} \frac{\exp[-(x^2+y^2)/w(z)^2]}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} \frac{1}{8} \{ (x^2+z^2)(\chi_1+\chi_2-2\chi_3)\cos[2\gamma(t)] - yz(\chi_1+\chi_2-2\chi_3)\sin[2\gamma(t)] \} \sin[\pm\omega t + \psi_{\text{xs}}(x,y,z)] \sin[\pm\omega t + \psi_{\text{g}}(x,y,z)]. \quad (22)$$

这里, 已加入光场的快变时谐部分, 下角标中 es 表示椭圆偏振光激发, x, y 表示两个偏振分量, α, β, γ 为干涉场中只包含三个旋转角的部分. 旋转运动使极化强度周期性变化, 散射场出现 $2\alpha, 2\beta, 2\gamma$ 等倍频项. 等效偶极子产生于运动诱导的非线性响应, 物理上, 旋转调制极化率张量的非对角元, 导致独立项和散射场二次谐波的产生. 其中, x 分量由 D1 探测, y 分量由 D2 探测, 两探测器电流-电压转换增益系数相同. 光场经探测后, 交流信号对应 (17) 式—(22) 式中的时间慢变部分.

图 5 为探测得到的 α, β, γ 旋转运动信号幅度随收集透镜中心在竖直平面内偏离 z 轴一定距离的数值计算结果. 对于 x 偏振分量的相干探测, 如图 5(a) 所示. 由 (17) 式, 即 α 旋转运动, 粒子可等效为极化率为 $(\chi_1 - \chi_2)/4$ 和 $-(\chi_1 - \chi_2)/8$ 的偶极子, 其极化轴分别平行于 x 轴和 y 轴, 两个偶极

子受到 xy 平面内的圆偏振光激发, 运动信号来自于两个偶极子散射场在 x 轴上的偏振分量, 两者叠加使收集透镜中心在 z 轴上时信号幅度最大, 向 x 轴和 y 轴偏移时信号幅度逐渐变小, 第二个偶极子 x 轴偏振散射场在 xy 平面内的双斑分布, 使等高线图在 x 轴方向被拉长, 而 y 轴方向变化相对较快. 对于 β 的旋转运动探测, 由 (18) 式, 粒子可视为极化率为 $(\chi_1 + \chi_2 - 2\chi_3)/4$ 和 $-(\chi_1 + \chi_2 - 2\chi_3)/8$ 的偶极子, 与 α 旋转运动相同, 其极化轴分别平行于 x 轴和 y 轴, 两个偶极子受到 xy 平面内的圆偏振光激发, 旋转运动信号来自于两偶极子散射场在 x 轴上的偏振分量, 两部分叠加的结果与 α 旋转运动信号呈相同的变化规律. 对于 γ 的旋转运动探测, 由 (19) 式, 粒子可视为极化率为 $(\chi_1 + \chi_2 - 2\chi_3)/8$ 的偶极子, 受到 y 轴和 z 轴方向的两个线偏振光激发 (与圆偏振激发光 x 分量相位相差 $\pi/2$), 旋转运动

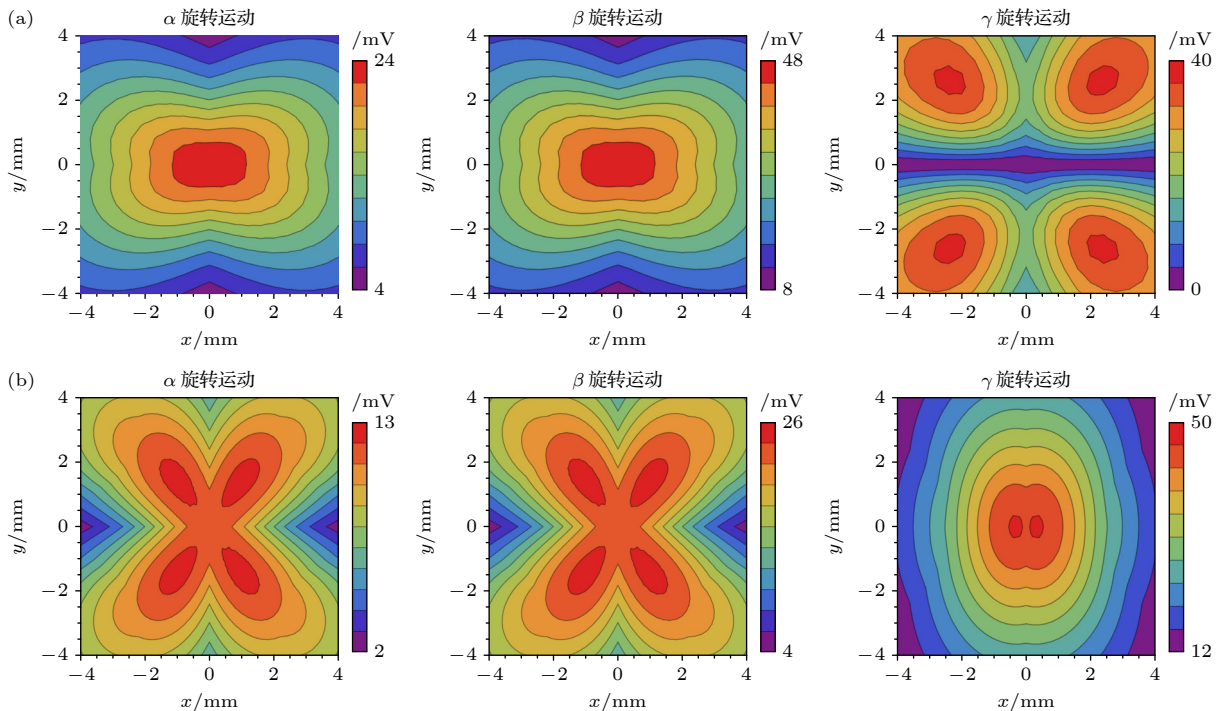


图 5 旋转运动信号幅度随收集透镜中心在竖直平面内偏离 z 轴一定距离变化的等高线图 (a) x 偏振探测中 α, β, γ 旋转信号幅度随偏移距离的变化; (b) y 偏振探测中 α, β, γ 信号幅度随偏移距离的变化. 计算参数与图 4 相同

Fig. 5. Contour map of the rotation signal amplitude versus the offset distance of the collection lens center from the z axis: (a) Amplitudes of α, β, γ signals versus the offset distance for the x polarization component detection; (b) amplitudes of α, β, γ signals versus the offset distance for the y polarization component detection. The parameters in the calculations are same with Fig. 4.

信号来自于该偶极子两个散射场在 x 轴上的偏振分量 (探测场为 x 轴偏振光). 因此, 当收集透镜中心沿 x 轴移动时, 信号幅度为零, 在 xy 平面四个象限内出现最大值. 对于 y 偏振分量的相干探测, 可进行类似分析, 探测信号幅度如图 5(b) 所示. 对于 α 和 β 的旋转运动, 其等高线图呈放射性四瓣结构; γ 的旋转运动在 x 轴上零点左右位置出现最大值, 而在 y 轴方向, 零点位置处最大, 向两侧逐渐变小.

4 讨论

在扭摆运动探测中, 固定收集透镜中心在 z 轴上, 上述相干探测将无法获得运动信号, 但如果适当调节半波片 HW, 可测量到 y 轴散射场分量, 从而获得 α 和 β 的扭摆运动信号. 设旋转半波片时线偏振光相对于 x 轴方向的偏转角为 θ , 可得 x 偏振探测中 α 和 β 的扭摆运动信号为

$$\delta I_{x\alpha}(r, t) \approx \frac{\mu_0 \omega^2 E_0^2 w_0}{4\pi w(z)} \frac{\exp[-(x^2 + y^2)/w(z)^2]}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \{ \cos^2 \theta (-x)[y \cos \gamma(t) + z \sin \gamma(t)] - \cos \theta \sin \theta [(x^2 + z^2) \cos \gamma - yz \sin \gamma] \} (\chi_1 - \chi_2) \alpha(t) \cos[\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \cos[\omega t + \psi_g(x, y, z)], \quad (23)$$

$$\delta I_{x\beta}(r, t) \approx \frac{\mu_0 \omega^2 E_0^2 w_0}{4\pi w(z)} \frac{\exp[-(x^2 + y^2)/w(z)^2]}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \{ \cos^2 \theta x [z \cos \gamma(t) - y \sin \gamma(t)] - \cos \theta \sin \theta [yz \cos \gamma + (x^2 + z^2) \sin \gamma] \} (\chi_1 - \chi_3) \beta(t) \cos[\omega t + \psi_{xs}(x, y, z)] \cos[\omega t + \psi_g(x, y, z)]. \quad (24)$$

图 6 为固定收集透镜中心在 z 轴上, 当旋转半波片改变偏转角 θ 时, 探测 x 偏振分量获得的 α 和 β 扭摆运动信号幅度变化. θ 由 0 变为 $\pi/4$ 时, 由于散射场 y 轴分量逐渐变大, 信号幅度由小变大; 当 $\theta = \pi/4$ 时, 信号幅度最大; θ 在 $\pi/4 - \pi/2$ 之间变化时, 信号幅度由大变小, 这主要是由捕获光或照明光在相干探测中强度变小引起. 当 θ 由 $\pi/2$ 变为 π , 信号幅度与上述变化趋势相同. 选择 y 偏振分量探测, 信号变化规律与 x 偏振相同, y 分量和捕获光或照明光变化过程与上述相反. 由此可见, 当

适当旋转半波片可提高探测信号的大小. 对于旋转运动, 当固定收集透镜中心位置在 z 轴上时, 情况与扭摆运动有所不同. 如图 5 所示, 采用 x 偏振探测, 对于 α 和 β 的旋转运动, 可获得两者的最大运动信号, 而 γ 的旋转运动信号为 0. 采用 y 偏振探测, 三个旋转运动均可获得足够大的运动信号, 但 α 与 β 的运动信号幅度相对于 x 偏振探测较小. 因此, 当采用 x 偏振探测时, 需要旋转半波片以获得 γ 的旋转运动信号; 采用 y 偏振探测时, 旋转半波片可获得 α 和 β 的最大运动信号.

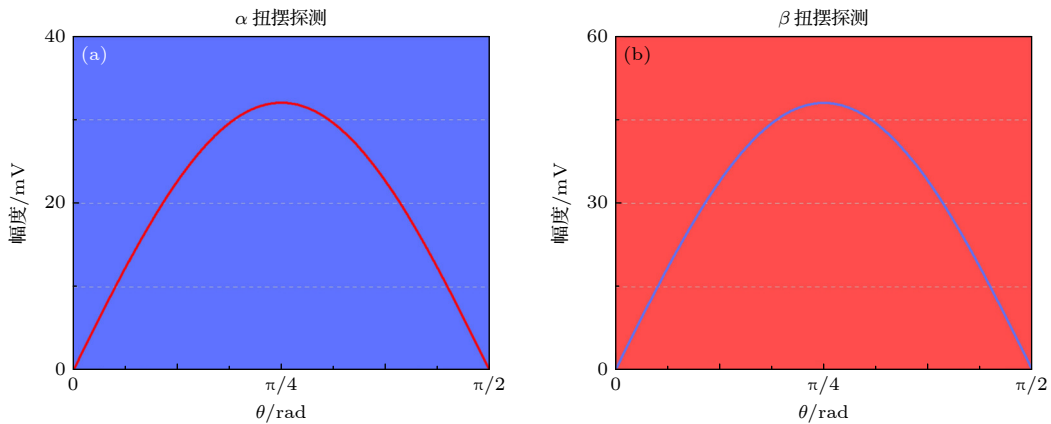


图 6 采用 x 偏振探测时 α 和 β 扭摆运动信号幅度随投影角 θ 的变化, 收集透镜中心固定于 z 轴上 (a) α 扭摆运动信号幅度随 θ 的变化; (b) β 扭摆运动信号幅度随 θ 的变化. 计算参量与图 4 相同

Fig. 6. Signal amplitude of the libration versus the projection angle θ from the x polarization component to the x axis in the detection when the half wave plate is rotated and the collection lens center is fixed: (a) Signal amplitude of α versus the angle θ ; (b) signal amplitude of β versus the angle θ . The parameters in the calculations are same with Fig. 4.

作为与相关实验的比较, 在此将计算结果与 Rashid 等^[46] 研究中的实验数据进行对比. 采用文献参数, 根据上述理论计算, 可得 α 旋转运动信号的功率谱密度约为 -73 dBm/Hz, 散粒噪声功率谱密度约为 -123 dBm/Hz, 由此可得信噪比约为 50 dB, 该结果与文献实测数据吻合.

5 总 结

本文对真空光悬浮内禀各向同性椭球形电介质粒子的散射偏振特性及其扭摆与旋转运动的相干探测进行了理论研究. 在瑞利近似下, 系统地分析了线偏振光与圆偏振光激发时散射场随旋转角的变化规律; 在此基础上, 通过简化后的等效偶极子模型, 进一步分析了相干探测中, x 轴和 y 轴偏振分量中扭摆与旋转运动信号幅度随收集透镜中心在竖直平面内偏离光轴距离的变化关系. 粒子的实际运动状态较为复杂, 导致旋转角中会包含多个频率成分, 这取决于其形状、内部结构、外部势场及驱动场等因素, 可呈现进动、章动等多种运动形式, 本研究为探索真空光悬浮粒子的这些丰富物理行为提供了基本理论依据.

参考文献

- [1] Ashkin A 1970 *Phys. Rev. Lett.* **24** 156
- [2] Ashkin A, Dziedzic J M 1976 *Appl. Phys. Lett.* **28** 333
- [3] Svoboda, K, Mitra P P, Block S M 1994 *Proc. Natl Acad. Sci. U. S. A.* **91** 11782
- [4] Ashkin A 2000 *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **6** 841
- [5] Bustamante C, Smith S B, Liphardt J, Smith D 2000 *Curr. Opin. Struct. Biol.* **10** 279
- [6] Grier D G 2003 *Nature* **424** 810
- [7] Dholakia K, Zemánek P 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1767
- [8] Chang D E, Regal C A, Papp S B, Wilson D J, Ye J, Painter O, Kimble H J, Zoller P 2010 *Proc. Natl Acad. Sci. U. S. A.* **107** 1005
- [9] Romreio-Isart O, Juan M L, Quidant R, Cirac I J 2010 *New J. Phys.* **12** 033015
- [10] Romreio-Isart O, Pflanzner A C, Blaser F, Kaltenbaek R, Kiesel N, Aspelmeyer M, Cirac J I 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 020405
- [11] Ma Y, Hoang T M, Gong M, Li T C, Yin Z Q 2017 *Phys. Rev. A* **96** 023827
- [12] Li J, Zippilli S, Zhang J, Vitali D 2016 *Phys. Rev. A* **93** 050102
- [13] Vinante A, Pontin A, Rashid M, Toroš M, Barker P F, Ulbricht H 2019 *Phys. Rev. A* **100** 012119
- [14] Zheng D, Leng Y C, Kong X, Li R, Wang Z Z, Luo X H, Zhao J, Duan C K, Huang P, Du J F, Carlesso M, Bassi A 2020 *Phys. Rev. Res.* **2** 013057
- [15] Zhao R K, Manjavacas A, García A F J, Pendry J B 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 123604
- [16] Manjavacas A, Rodriguez F F J, Javier G A F, Zayats A V, 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 133605
- [17] Arvanitaki A, Geraci A A 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 071105
- [18] Aggarwal N, Winstone G P, Teo M, Baryakhtar M, Larson S L, Kalogera V, Geraci A A 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 111101
- [19] Rider A D, Moore D C, Blakemore C P, Louis M, Lu M, Gratta G 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 101101
- [20] Afek G, Carney D, Moore D C 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 101301
- [21] Li T C, Kheifets S, Medellin D, Raizen M G 2010 *Science* **328** 1673
- [22] Li T C, Kheifets S, Raizen M G 2011 *Nat. Phys.* **7** 527
- [23] Delic U, Reisenbauer M, Dare K, Grass D, Vuletic V, Kiesel N, Aspelmeyer M 2020 *Science* **367** 892
- [24] Magrini L, Rosenzweig P, Bach C, Deutschmann O A, Hofer S G, Hong S, Kiesel N, Kugi A, Aspelmeyer M 2021 *Nature* **595** 373
- [25] Tebbenjohanns F, Mattana M L, Rossi M, Frimmer M, Novotny L 2021 *Nature* **595** 378
- [26] Zheng Y, Zhou L M, Dong Y, Qiu C W, Chen X D, Guo G C, Sun F W 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 223603
- [27] Ranjit G, Cunningham M, Casey K, Geraci A A 2016 *Phys. Rev. A* **93** 053801
- [28] Zhu S, Fu Z H, Gao X, Li C, Chen Z Y, Wang Y Y, Chen X S, Hu H 2023 *Photonics Res.* **11** 279
- [29] Hoang T M, Ma Y, Ahn J, Bang J, Robicheaux F, Yin Z Q, Li T C 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 123604
- [30] Ahn J, Xu Z J, Bang J, Deng Y H, Hoang T M, Han Q K, Ma R M, Li T C 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 033603
- [31] Reimann R, Doderer M, Hebestreit E, Diehl R, Frimmer M, Windey D, Tebbenjohanns F, Novotny L, 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 033602
- [32] Jin Y B, Yan J W, Rahman S J, Li J, Yu X D, Zhang J 2021 *Photonics Res.* **9** 1344
- [33] Schuck M, Steinert D, Nussbaumer T, Kolar J W, 2018 *Sci. Adv.* **4** e1701519
- [34] Stickler B A, Schriński B, Hornberger K 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 040401
- [35] Zielińska J A, Laan F, Norrman A, Rimlinger M, Reimann R, Novotny L, Frimmer M 2023 *Phys. Rev. Lett.* **130** 203603
- [36] Bang J, Seberston T, Ju P, Ahn J, Xu Z J, Gao X Y, Robicheaux F, Li T C 2020 *Phys. Rev. Res.* **2** 043054
- [37] Pontin A, Fu H, Toroš M, Monteiro T S, Barker P F 2023 *Nat. Phys.* **19** 1003
- [38] Lechner W, Habraken S J M, Kiesel N, Aspelmeyer M, Zoller P 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 143604
- [39] Hoang T M, Pan R, Ahn J, Bang J, Quan H T, Li T C 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 080602
- [40] Rieser J, Ciampini M A, Rudolph H, Kiesel N, Hornberger K, Stickler B A, Aspelmeyer M, Delic U 2022 *Science* **377** 987
- [41] Yan J W, Yu X D, Han Z V, Li T C, Zhang J 2023 *Photonics Res.* **11** 600
- [42] Gao M, Li Nan, Chen X F, Cai H, Hu H Z 2023 *Appl. Opt.* **63** 7849
- [43] Pettit R M, Ge W, Kumar P, Martin D R L, Schultz J T, Neukirch L P, Bhattacharya M, Vamivakas A N 2019 *Nat. Photonics* **13** 402
- [44] Kuang T K, Huang R, Xiong W, Zuo Y L, Han X, Nori F, Qiu C W, Luo H, Jing H, Xiao G Z 2023 *Nat. Phys.* **19** 414
- [45] Seberston T, Robicheaux F 2019 *Phys. Rev. A* **99** 013821
- [46] Rashid M, Toroš M, Setter A, Ulbricht H 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 253601

SPECIAL TOPIC—Principles and applications of quantum optics

Polarization characteristics of the scattered field for a nonspherical particles optically levitated in vacuum^{*}

FENG Jiayu GAO Chenli YAN Jiangwei JIN Yuanbin YU Xudong[†]*(Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, State Key Laboratory of Quantum Optics Technologies and Devices,**Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)*

(Received 23 January 2026; revised manuscript received 6 February 2026)

Abstract

Optically levitated systems pioneered by Arthur Ashkin have emerged as a powerful platform for physics and bioscience research owing to their non-contact and non-invasive nature. In vacuum, such systems offer exceptional isolation from environmental noise and enable controlled suppression of decoherence from background gas, making them a focus in fundamental physics and precision measurement. Notable achievements include ground-state cooling of the center-of-mass motion. Furthermore, compared to cantilever-based optomechanical systems, these systems exhibit richer physical phenomena, such as observed libration and GHz rotation of anisotropic levitated particles.

However, the polarization characteristics of the scattered field from an optically levitated anisotropic particle remain poorly understood—critical for motion manipulation, detection, and cooling. Here, we present a theoretical study of these characteristics for an intrinsically isotropic ellipsoidal particle driven by linearly or circularly polarized laser light. We first calculate the far-field distributions of the scattered field and then numerically evaluate the signal amplitudes for libration and rotation from the interference field, as detected by a collection lens positioned perpendicularly to the trapping laser axis.

Our analysis reveals several counterintuitive results. The libration signal amplitude is minimal when the collection lens is centered on the beam axis and increases as the lens is displaced off-axis. Moreover, the signal can be increased when the half-wave plate rotating by an appropriate angle. Meanwhile, the β rotation signal is detectable. By measuring a specific polarization component of the interference field, we find that the signal amplitudes for the α and β rotation are not maximal on-axis but instead reach their maxima in the four quadrants of the transverse plane.

This work establishes an important foundation for the manipulation, detection, and cooling of optically levitated anisotropic particles in a vacuum.

Keywords: vacuum optical levitation, scattering, libration, rotationDOI: [10.7498/aps.75.20260117](https://doi.org/10.7498/aps.75.20260117)CSTR: [32037.14.aps.75.20260117](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20260117)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61975101, 92476001) and the National Basic Research Program of China (Grant No. 2022YFA1404101).

[†] Corresponding author. E-mail: jiance_yu@sxu.edu.cn

真空光悬浮非球形微粒散射场偏振特性

冯嘉煜 高晨力 闫江伟 靳元彬 于旭东

Polarization characteristics of the scattered field for a nonspherical particles optically levitated in vacuum

FENG Jiayu GAO Chenli YAN Jiangwei JIN Yuanbin YU Xudong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 100404 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20260117

CSTR: 32037.14.aps.75.20260117

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20260117>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

计算偏振彩色傅里叶叠层成像: 散射光场偏振特性的复用技术

Computational polarized colorful Fourier ptychography imaging: a novel information reuse technique of polarization of scattering light field

物理学报. 2024, 73(12): 124202 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240268>

基于Stokes矢量差分法的背景光偏振特性研究

Research on polarization characteristics of background light by modified polarization difference imaging method

物理学报. 2023, 72(24): 244201 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230639>

二零阶贝塞尔波束的传播及对单轴各向异性球的散射特性

Propagation of double zero-order Bessel beam and its scattering properties to uniaxial anisotropic spheres

物理学报. 2022, 71(18): 180301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220491>

贝塞尔高斯光束经气泡尾流的散射特性

Scattering characteristics of Bessel Gauss beam through bubble wakes of ship

物理学报. 2026, 75(6): 180301 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20250923>

高能带电粒子束对陡峭密度梯度区照相的散射效应解析模型

Analytical model for scattering effect of energetic charged-particle beam in radiography of steep density gradient region

物理学报. 2022, 71(11): 115201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20212269>

基于激光悬浮的单颗微米粒子/纳米团簇的散射强度分布测量

Measurement of scattering intensity distribution of single microparticles/nanoclusters based on laser levitation

物理学报. 2023, 72(17): 174201 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230499>