

非对称 Mach-Zehnder 干涉计中条纹可见度和量子纠缠满足的互补性关系*

刘彦军¹⁾ 王美亚¹⁾ 相忠诚²⁾ 刘迎娣¹⁾朱雪刚¹⁾ 纪登辉¹⁾ 吴海滨^{1)†}¹⁾ (石家庄学院理学院, 石家庄 050035)²⁾ (中国科学院物理研究所, 量子计算研究中心, 北京 100190)

(2026 年 1 月 28 日收到; 2026 年 3 月 30 日收到修改稿)

基于非对称 Mach-Zehnder 干涉计, 研究了量化波动性的条纹可见度和量化粒子性的量子纠缠满足的互补性关系, 以及 Mach-Zehnder 干涉计的非对称性分别对条纹可见度、量子纠缠和互补性关系的影响. 在干涉计输出端放置粒子探测器, 通过探测粒子的概率计算条纹可见度, 同时在干涉计的一条路径引入路径探测器, 当粒子通过该路径时, 可获得粒子与路径探测器之间的量子纠缠. 研究表明, 对于给定的粒子初态, 可以通过改变非对称分束器的反射系数或透射系数来调控条纹可见度、量子纠缠以及其满足的互补性关系, 同时也获得了条纹可见度和量子纠缠取最大值时对应的反射系数或透射系数. 本文可以为研究者动态操控量子态特性及深化对波粒二象性的理解提供理论依据.

关键词: 非对称 Mach-Zehnder 干涉计, 条纹可见度, 量子纠缠, 并发度**DOI:** 10.7498/aps.75.20260152**CSTR:** 32037.14.aps.75.20260152

1 引言

玻尔互补性原理是量子力学的基本原理之一, 其核心内涵在于: 量子体系会依据不同的观测方法而展现出彼此互斥的物理属性^[1]. 波粒二象性作为该原理直观的体现, 其量化研究一直是学术界关注的焦点. 最早, 人们利用具有等比分束器的对称 Mach-Zehnder 干涉计来量化波粒二象性^[2-15], 等比分束器的反射系数和透射系数具有确定且相等的特点. 波粒二象性的定量研究始于 Englert^[2] 在对称 Mach-Zehnder 干涉计的工作, 该工作利用条纹可见度与路径可区分度分别量化粒子的波动性

和粒子性, 并确立了二者间的互补性关系. 随着对量子测量过程理解的深入, 研究重心逐渐从单纯的状态研究转向对测量动力学的探索, Ban 等^[4,5] 在对称的 Mach-Zehnder 干涉计中, 探讨了最小错误区分与无错区分测量策略下的互补机制. 进入量子信息时代后, 研究者开始尝试从信息论的视角重新审视互补原理^[6-15]. Liu 等^[9] 从量子信息理论出发, 在对称的 Mach-Zehnder 干涉计中揭示了条纹可见度和关联遵循的互补性关系. 尽管上述研究已从多个维度深化了对波粒二象性的理解, 但波动性与粒子性的量化通常依赖于不同性质的物理量, 缺乏一个统一的度量标准, 针对这一理论缺口, Niu 和 Yu^[13] 发现在对称 Mach-Zehnder 干涉计中, 波的

* 国家自然科学基金 (批准号: 12574540)、河北省自然科学基金 (批准号: A2022106001)、河北省教育厅科学研究项目 (批准号: QN2025176) 和石家庄学院重点培育项目 (批准号: 24PY004) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: 1102037@sjzc.edu.cn

第二十八届中国科协年会学术论文

性质和粒子的性质都可以通过量子 Fisher 信息进行自然量化, 并以量子 Fisher 信息作为这两种性质的统一度量标准给出对应的互补性关系. 随后, Spiegel-Lexne 等^[15]的研究实现了从理论到实验验证的跨越, 他们通过实验证明了基于轨道角动量的量子系统严格满足熵不确定性关系与波粒二象性的数学等价性, 为互补原理提供了信息论视角的全新诠释. 在实际应用中, 相较于传统的等比分束器, 非等比分束器因反射与透射系数的非对称特性而展现出更为显著的研究价值, 为了给相关研究者灵活地探索量子系统的粒子性和波动性提供更全面的数据, 学术界的研究视角已从传统的对称 Mach-Zehnder 干涉计拓展至具有非等比分束器的非对称 Mach-Zehnder 干涉计, 并深入探讨其中的互补性关系^[16-26]. 鉴于第一个分束器的非等比特性等效于改变输入粒子的初态, 而下列研究中选取的初态具有任意性, 因此第一个分束器是否等比并不会对研究结果产生影响, 所以研究中构建的非对称 Mach-Zehnder 干涉计仅第二个分束器为非等比设置, 属于部分非对称干涉计. 基于 Englert 在对称 Mach-Zehnder 干涉计中提出的互补性关系, Li 等^[19]和本课题组^[24]探究了干涉计的非对称特性对该互补性关系的影响. 随着对量子态区分理论及非等比分束器机制理解的深入, 研究逐渐转向非对称 Mach-Zehnder 干涉计中的测量动力学问题. 基于无错区分策略, 本课题组将 Ban 等^[4,5]的研究成果推广至非对称 Mach-Zehnder 干涉计^[23], 通过优化测量基, 实现了失败概率的最小化. 这种方法虽然保证了测量结果的正确性, 但代价是存在一定的失败概率, 导致测不到任何结果. 针对测量失败问题, 本课题组继续采用非对称 Mach-Zehnder 干涉计, 利用最小错误区分策略^[25], 该策略确保每次测量均能得到确切结果, 但不可避免地存在错误概率, 为此, 通过构建最优测量基, 实现了错误概率的最小化. 上述两种方法均通过选取特定的最优测量策略对探测器的态实施区分, 并引入经典信息论中的互信息作为度量工具, 构建了路径信息的量化指标, 从而实现了粒子性的表征. 随着量子信息科学的发展, 本课题组从关联视角出发, 利用非对称 Mach-Zehnder 干涉计^[26], 基于冯诺依曼熵构建了涵盖经典与量子关联的度量体系, 以优化测量算符获得经典关联和量子关联的方式, 从崭新的视角实现了对粒子性的表征. 上述研究粒子性的工作均涉及粒子

与探测器的相互作用. 此外, Scully 和 Drühl^[27]指出, 原子与光子发生相互作用后, 路径可区分性会破坏光子的干涉条纹, Kim 等^[28]及 Togan 等^[29]的后续工作进一步阐明, 该相互作用在本质上是量子纠缠, 这也是致使系统呈现粒子性的根本原因.

鉴于量子纠缠在量化粒子性中的基础性地位, 从量子纠缠的视角重新审视互补性关系, 将有助于从更深层次揭示前述研究工作的物理内涵. 在此观点启发下, 基于量子纠缠研究波粒二象性也受到了人们高度的关注^[30-37], 常用的方法是在 Mach-Zehnder 干涉计中增加路径探测器, 粒子在传播时会与之发生量子纠缠, 之后便可量化分析它们之间的量子纠缠对条纹可见度的削弱作用. 最初, Jakob 和 Bergou^[30]基于对称双路径干涉计, 利用量子纠缠量化了粒子性, 并推导出可见度-量子纠缠的互补性关系. 为了使结果更具普适性, Qureshi^[34]将研究范畴推广至对称多路径干涉计, 并推导了路径探测器存在时条纹可见度-量子纠缠的互补性关系. 最近, Ding 等^[37]通过理论建模与硅基集成纳米光子芯片的实验验证相结合的方法, 在实验层面将经典量子光学中的波-粒互补性原理拓展至包含纠缠维度的复合体系. 为了突破理想对称模型的局限, 是否可以将 Jakob 等^[30]的理论框架拓展至非对称 Mach-Zehnder 干涉计, 从而在更宽泛的物理条件下全面揭示并灵活调控量子系统的波粒二象性? 为了解决此问题, 本文采用非对称 Mach-Zehnder 干涉计探究条纹可见度与量子纠缠度之间所遵循的互补性关系, 条纹可见度和量子纠缠分别用于量化粒子的波动性和粒子性, 粒子和路径探测器之间的量子纠缠用并发度 (concurrence) 来表示, 本文不仅明确了非对称 Mach-Zehnder 干涉计中条纹可见度与并发度所遵循的互补性关系, 还揭示了 Mach-Zehnder 干涉计的非等比分束特性对条纹可见度、并发度及其互补性关系的调控. 本研究的创新之处在于, 打破了传统等比分束器分束比固定的限制, 通过采用分束比连续可调的非等比分束器, 实现了对条纹可见度与量子纠缠的连续调控, 这一设计额外提供了新的调控自由度, 从而能更全面地探究二者的互补性关系.

本文的结构安排如下: 第 2 节介绍非对称 Mach-Zehnder 干涉计以及粒子和路径探测器的态演化; 第 3 节研究粒子离开非对称 Mach-Zehnder 干涉计后, 粒子与路径探测器之间的量子纠缠以及

条纹可见度和量子纠缠满足的互补性关系. 最后给出本文的结论.

2 态演化和条纹可见度

非对称 Mach-Zehnder 干涉计由等比分束器 BS1、非等比分束器 BS2 以及两个相移器 PS 组成, 如图 1 所示. 粒子经路径 a 或 b 入射, 经过分束器 BS1 后被分成两条路径 a 和 b , 路径 a 和 b 分别用正交归一化量子态 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$ 表示.

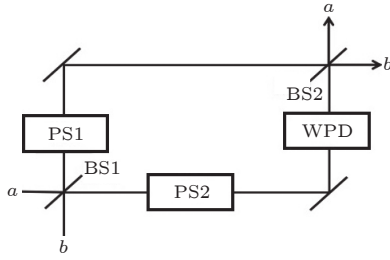


图 1 非对称 Mach-Zehnder 干涉计, BS2 是非对称的, a 路径放置路径探测器 WPD

Fig. 1. Schematic of the asymmetric Mach-Zehnder interferometer with an asymmetric BS2, a which-path detector WPD is placed in path a .

粒子进入分束器 BS1 前的量子态可以表示为

$$\rho_{\text{in}}^{\text{Q}} = \frac{1}{2} (1 + S_x \sigma_x + S_y \sigma_y + S_z \sigma_z), \quad (1)$$

其中, $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 是泡利矩阵; $\sigma_z = |b\rangle\langle b| - |a\rangle\langle a|$; $\rho_{\text{in}}^{\text{Q}}$ 对应的布洛赫矢量 $\mathbf{S} = (S_x, S_y, S_z)$ 的模长 $|\mathbf{S}| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}$ 决定粒子是纯态还是混态, 若模长 $|\mathbf{S}| = 1$, 则该量子态为纯态; 反之, 若模长 $|\mathbf{S}| < 1$, 则该量子态为混态. 当粒子经过分束器时, 分束器 BS 的作用表示为

$$U_{\text{B}}(\beta) = \exp\left(-i\frac{\beta}{2}\sigma_y\right) = \begin{pmatrix} \sqrt{t} & -\sqrt{r} \\ \sqrt{r} & \sqrt{t} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

分束器的作用相当于将粒子绕 y 轴旋转了 β 角, 当 $\beta = \frac{\pi}{2}$ 时, BS 是对称的, 其中, $r = \sin^2 \frac{\beta}{2}$ 和 $t = \cos^2 \frac{\beta}{2}$ 分别表示分束器的反射系数和透射系数. 随后, 粒子在路径 a, b 传播, 在传播过程中会分别和对应路径上的相移器相互作用, 相移器的作用可以表示为

$$U_{\text{P}}(\phi) = \exp\left(-i\frac{\phi}{2}\sigma_z\right), \quad (3)$$

它的作用相当于将粒子绕 z 轴旋转了 ϕ 角. 为了研

究粒子性, 在其中一条路径上放置路径探测器 WPD, 如图 1 的 a 路径. 当粒子通过路径探测器时, 会与其发生纠缠, 路径探测器的作用表示为

$$M = \frac{1 + \sigma_z}{2} I + \frac{1 - \sigma_z}{2} U, \quad (4)$$

其中, 算符 I 和 U 分别表示单位算符和么正算符. 最后, 粒子会穿过第二个分束器, 此时, 粒子与路径探测器的末态可由如下量子态描述:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{QD}}^{\text{f}} &= U_{\text{B}}(\beta) M U_{\text{P}}(\phi) U_{\text{B}}\left(\frac{\pi}{2}\right) \rho_{\text{in}}^{\text{Q}} \rho_{\text{in}}^{\text{D}} U_{\text{B}}^{\dagger}\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ &\quad \times U_{\text{P}}^{\dagger}(\phi) M^{\dagger} U_{\text{B}}^{\dagger}(\beta) \\ &= \frac{1}{4} (1 - S_x) (1 + \sigma_z \cos \beta + \sigma_x \sin \beta) \otimes \rho_{\text{in}}^{\text{D}} \\ &\quad - \frac{1}{4} e^{-i\phi} (S_z - iS_y) (\sigma_z \sin \beta - \sigma_x \cos \beta - i\sigma_y) \otimes \rho_{\text{in}}^{\text{D}} U^{\dagger} \\ &\quad - \frac{1}{4} e^{i\phi} (S_z + iS_y) (\sigma_z \sin \beta - \sigma_x \cos \beta + i\sigma_y) \otimes U \rho_{\text{in}}^{\text{D}} \\ &\quad + \frac{1}{4} (1 + S_x) (1 - \sigma_z \cos \beta - \sigma_x \sin \beta) \otimes U \rho_{\text{in}}^{\text{D}} U^{\dagger}, \quad (5) \end{aligned}$$

其中 $\rho_{\text{in}}^{\text{D}} = |r\rangle\langle r|$ 表示路径探测器的初态, 对于么正算符 U , 由它作用得到的量子态 $U|r\rangle$ 与量子态 $|r\rangle$ 是线性独立的.

在非对称 Mach-Zehnder 干涉计输出端 a 探测粒子, 可以获得探测到粒子的概率为

$$\begin{aligned} P(\phi) &= \text{tr}_{\text{QD}} \left[\frac{1}{2} (1 - \sigma_z) \rho_{\text{QD}}^{\text{f}} \right] \\ &= \frac{1}{2} (1 + S_x \cos \beta) + \frac{1}{2} \sin \beta \sqrt{S_z^2 + S_y^2} \\ &\quad \times |\text{tr}_{\text{D}} [U \rho_{\text{in}}^{\text{D}}]| \cos(\alpha + \gamma + \phi), \quad (6) \end{aligned}$$

式中 α 和 γ 的表达式分别为

$$\alpha = \arctan \frac{S_y}{S_z}, \quad \gamma = -i \ln \frac{\text{tr}_{\text{D}} [U \rho_{\text{in}}^{\text{D}}]}{|\text{tr}_{\text{D}} [U \rho_{\text{in}}^{\text{D}}]|}. \quad (7)$$

由光学知识可知, 量化波动性的条纹可见度可以表示为

$$V = \frac{\max P(\phi) - \min P(\phi)}{\max P(\phi) + \min P(\phi)}. \quad (8)$$

通过改变方程 (8) 中的相位角 ϕ , 可以确定 $P(\phi)$ 的极大值 $\max P(\phi)$ 与极小值 $\min P(\phi)$, 进而依据这两个极值计算出条纹可见度:

$$V = \frac{\sin \beta}{1 + S_x \cos \beta} \sqrt{S_z^2 + S_y^2} |\text{tr}_{\text{D}} [U \rho_{\text{in}}^{\text{D}}]|. \quad (9)$$

当粒子的初态为纯态以及 $\cos \beta = -S_x$ 同时成立时, 条纹可见度获得最大值 $A = |\text{tr}_{\text{D}} [U \rho_{\text{in}}^{\text{D}}]|$ [23].

3 纠缠获取和互补性关系

由于非等比分束器的非对称性会额外增加路径信息^[19], 在此启发下, 我们在参考文献^[23]中获得了粒子经过非对称 Mach-Zehnder 干涉计后, 粒子和探测器的末态变为

$$\begin{aligned} \rho^{\text{QD}} = & \omega_b |b\rangle \langle b| \rho_{\text{in}}^{\text{D}} + \omega_a |a\rangle \langle a| U \rho_{\text{in}}^{\text{D}} U^\dagger \\ & + \frac{\sin \beta}{2 + 2S_x \cos \beta} e^{i\phi} (S_z + iS_y) |a\rangle \langle b| U \rho_{\text{in}}^{\text{D}} \\ & + \frac{\sin \beta}{2 + 2S_x \cos \beta} e^{-i\phi} (S_z - iS_y) |b\rangle \langle a| \rho_{\text{in}}^{\text{D}} U^\dagger, \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \omega_b = & \frac{\sin^2(\beta/2)(1 - S_x)}{1 + S_x \cos \beta}, \\ \omega_a = & \frac{\cos^2(\beta/2)(1 + S_x)}{1 + S_x \cos \beta}. \end{aligned} \quad (11)$$

从 (11) 式可以看出 ω_b 和 ω_a 仅与参数 S_x 和 β 有关.

接下来分别求解粒子经过第二个分束器 BS2 后, 粒子和路径探测器的末态分别为纯态和混态时, 对应粒子和路径探测器之间的量子纠缠. 首先考虑当粒子和路径探测器的末态为纯态

$$\rho^{\text{QD}} = |\Psi\rangle \langle \Psi| \quad (12)$$

时, 其中

$$|\Psi\rangle = \sqrt{\omega_a} |a\rangle \otimes U|r\rangle + \sqrt{\omega_b} |b\rangle \otimes |r\rangle. \quad (13)$$

(13) 式是由 (10) 式满足如下条件获得的: 1) 输入粒子的量子态为纯态, 对应布洛赫矢量的模长 $|S| = 1$; 2) $\phi + \alpha = 0/\pi$.

本文利用并发度来量化量子纠缠, 粒子和路径探测器之间的并发度可以表示为

$$C = |\langle \Psi | \tilde{\Psi} \rangle|, \quad (14)$$

其中

$$|\tilde{\Psi}\rangle = (\sigma_y \otimes \sigma_y) |\Psi^*\rangle. \quad (15)$$

与量子关联相比, 量子纠缠通过量子态内积与自旋翻转变换直接表征, 无需依赖测量算符优化及熵相关的复杂运算, 为粒子性的量化提供了简洁的物理实现途径. 经过计算可以获得粒子和路径探测器的末态为纯态时, 粒子和路径探测器之间的并发度为

$$C = \frac{\sin \beta \sqrt{1 - S_x^2}}{1 + S_x \cos \beta} \sqrt{1 - A^2}. \quad (16)$$

由 (16) 式可以看出, 并发度 C 与输入粒子在 σ_x 的分量 S_x 、条纹可见度的最大值 A 以及决定第二个分束器反射或透射的参数 β 有关. 接下来, 分析并发度 C 与对应参数的关系. 图 2(图 3) 分析了并发度与 A 和 β (S_x) 的关系. 图 2(a)(图 3(a)) 给出了当 $S_x = 1/2$ ($\beta = \pi/6$) 时, 并发度 C 与 A 和 β (S_x) 的关系, 图 2(b)、图 2(c) 和图 3(b)、图 3(c) 分别是图 2(a) 和图 3(a) 的截面图. 从图 2(b) 和图 3(b) 可看出, 并发度 C 随着 A 的增大而减小. 从图 2(c) 和图 3(c) 可以发现, 并发度 C 随着 β 和 S_x 的增大先增大后减小, 并在 $\beta = 2\pi/3$ 和 $S_x = -\sqrt{3}/2$ 处分别获得最大值. 为了进一步分析并发度与 S_x 和 β 的关系, 图 4(a) 给出了当 $A = \sqrt{5}/3$ 时, 并发度 C 与 S_x 和 β 的关系图, 图 4(b) 和图 4(c) 是图 4(a) 的截面图. 从图 4 可以观察到, 在给定 β (S_x) 的条件下, 并发度 C 随着 S_x (β) 的增大呈现先升后降的趋势. 从图 4(b) 可以看出当 β 分别取 $\pi/3, \pi/2, 2\pi/3$ 时, 对应的最大值出现在 S_x 取 $-1/2, 0, 1/2$ 处; 从图 4(c) 可以看出当 S_x 分别取 $-\sqrt{3}/2, 0, \sqrt{3}/2$ 时, 对应的最大值出现在 β 取 $\pi/6, \pi/2, 5\pi/6$ 处.

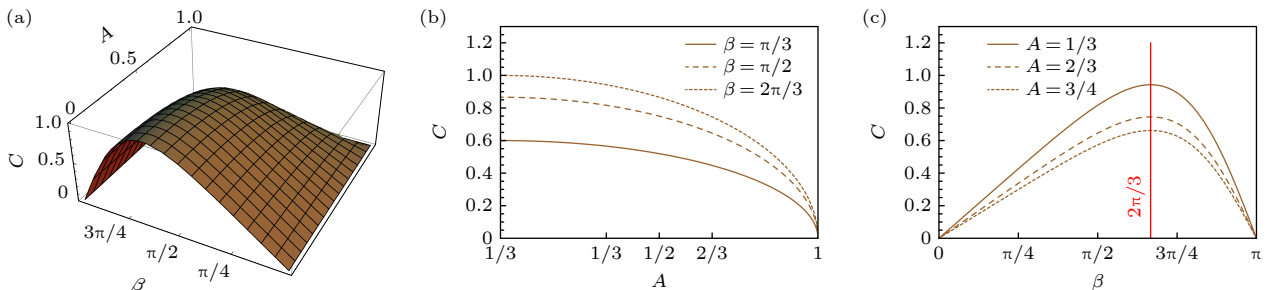


图 2 (a) 当 $S_x = 1/2$ 时, 并发度 C 随 A 与 β 的变化; (b) 图 (a) 的截面图, 参数 $\beta = \pi/3$ (实线), $\beta = \pi/2$ (虚线), $\beta = 2\pi/3$ (点线); (c) 图 (a) 的截面图, 参数 $A = 1/3$ (实线), $A = 2/3$ (虚线), $A = 3/4$ (点线)

Fig. 2. (a) The C as a function of A and β with $S_x = 1/2$; (b) the cross section of panel (a) for $\beta = \pi/3$ (solid line), $\beta = \pi/2$ (dash line), $\beta = 2\pi/3$ (dotted line); (c) the cross section of panel (a) for $A = 1/3$ (solid line), $A = 2/3$ (dash line), $A = 3/4$ (solid line).

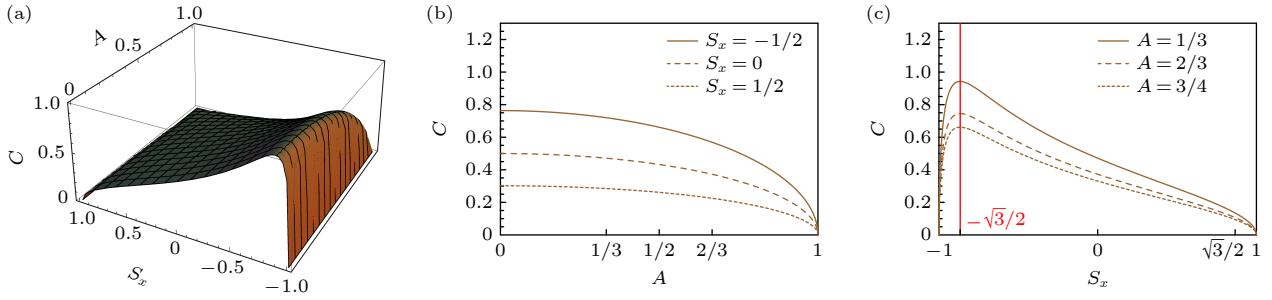


图 3 (a) 当 $\beta = \pi/6$ 时, 并发度 C 随 S_x 与 A 的变化; (b) 图 (a) 的截面图, 参数 $S_x = -1/2$ (实线), $S_x = 0$ (虚线), $S_x = 1/2$ (点线); (c) 图 (a) 的截面图, 参数 $A = 1/3$ (实线), $A = 2/3$ (虚线), $A = 3/4$ (点线)

Fig. 3. (a) The C as a function of S_x and A with $\beta = \pi/6$; (b) the cross section of panel (a) for $S_x = -1/2$ (solid line), $S_x = 0$ (dash line), $S_x = 1/2$ (solid line); (c) the cross section of panel (a) for $A = 1/3$ (solid line), $A = 2/3$ (dash line), $A = 3/4$ (dotted line).

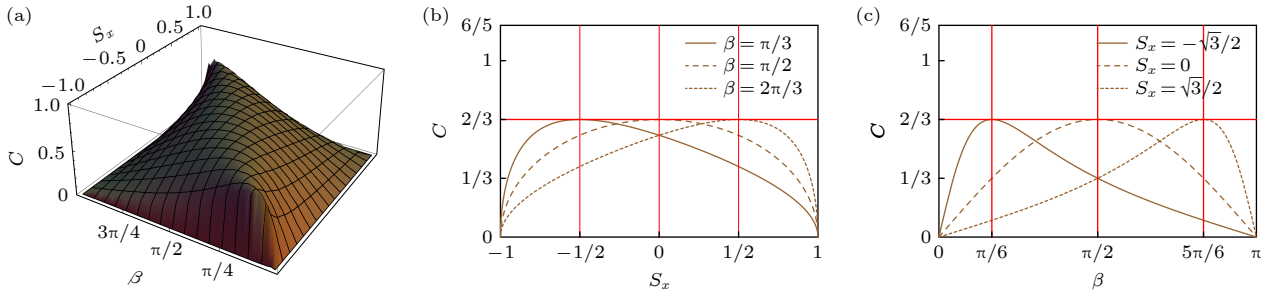


图 4 (a) 当 $A = \sqrt{5}/3$ 时, 并发度 C 随 β 与 S_x 的变化; (b) 图 (a) 的截面图, 参数 $\beta = \pi/3$ (实线), $\beta = \pi/2$ (虚线), $\beta = 2\pi/3$ (点线); (c) 图 (a) 的截面图, 参数 $S_x = -\sqrt{3}/2$ (实线), $S_x = 0$ (虚线), $S_x = \sqrt{3}/2$ (点线)

Fig. 4. (a) The C as a function of β and S_x with $A = \sqrt{5}/3$; (b) the cross section of panel (a) for $\beta = \pi/3$ (solid line), $\beta = \pi/2$ (dash line), $\beta = 2\pi/3$ (solid line); (c) the cross section of panel (a) for $S_x = -\sqrt{3}/2$ (solid line), $S_x = 0$ (dash line), $S_x = \sqrt{3}/2$ (dotted line).

通过上述分析发现, 对于给定的初态, 通过调节表征第二个分束器透射或反射系数的参数 β , 即可调控并发度的大小, 并得出了如下结论: 1) 并发度和条纹可见度满足此消彼长的关系; 2) 并发度随着 β 的增大呈现先增后减的规律; 3) 当 $\cos\beta = -S_x$ 时, 并发度取最大值, 这表明通过调控非对称分束器的参数 β , 使其与粒子的初态参数 S_x 达到特定的匹配关系时, 粒子与路径探测器之间的量子纠缠最强, 从而实现了对于粒子性和波动性的有效调控。

当粒子和路径探测器的末态为混态

$$\rho_2^{\text{OD}} = \omega_a |a\rangle\langle a| \otimes U|r\rangle\langle r|U^\dagger + \omega_b |b\rangle\langle b| \otimes |r\rangle\langle r| \quad (17)$$

时, 经过计算, 可以发现粒子与路径探测器之间的并发度为 0。

由以上推导可知, 粒子经过第二个分束器 BS2 后, 只有当粒子与路径探测器的末态为纯态时, 并发度 C 为非零值, 此时条纹可见度与并发度之间的互补性关系为

$$\begin{aligned} V^2 + C^2 &= \frac{\sin^2 \beta (S_z^2 + S_y^2)}{(1 + S_x \cos \beta)^2} A^2 + \frac{\sin^2 \beta (1 - S_x^2)}{(1 + S_x \cos \beta)^2} (1 - A^2) \\ &\leq 1, \end{aligned} \quad (18)$$

当输入粒子为纯态, 即 $|S| = 1$, 且 $S_x = -\cos\beta$ 时, (18) 式取等号。

4 结 论

本文在非对称 Mach-Zehnder 干涉计的框架下, 探讨了量化波动性的条纹可见度与量化粒子性的量子纠缠之间的互补性关系, 其中, 量子纠缠用并发度来表示。当输入粒子的态为纯态并且 $S_x = -\cos\beta$ 时, 条纹可见度获得最大值 A 。粒子经过第二个分束器后, 粒子和路径探测器的末态为纯态时, 通过求解发现并发度与输入粒子初态在 σ_x 的分量 S_x 、条纹可见度的最大值 A 以及决定第二个分束器反射或透射的参数 β 有关, 通过图 2—图 4 的分析发

现, 当 $S_x = -\cos\beta$ 时, 并发度获得最大值 $\sqrt{1-A^2}$. 本文也推导了条纹可见度 V 和并发度 C 满足互补关系 $V^2 + C^2 \leq 1$, 该不等式取等号的条件为: 输入粒子的初态为纯态且 $S_x = -\cos\beta$. 本文的研究不仅可以深化对量子互补性原理的理解, 也可以为研究者基于量子纠缠探索量子系统的粒子性提供更全面的数据.

参考文献

- [1] Bohr N 1928 *Nature* **121** 580
- [2] Englert B G 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 2154
- [3] Dürr S, Rempe G 2000 *Am. J. Phys.* **68** 1021
- [4] Ban M 2008 *Mod. Opt.* **55** 3625
- [5] Ban M, Shibata F, Kitajima S 2009 *J. Mod. Optic.* **56** 89
- [6] Liu N L, Li L, Yu S X, Chen Z B 2009 *Phys. Rev. A* **79** 052108
- [7] Bosyk G M, Portesi M, Holik F, Plastino A 2013 *Phys. Scr.* **87** 065002
- [8] Angelo R M, Ribeiro A D 2015 *Found Phys.* **45** 1407
- [9] Liu Y, Lu J, Zhou L 2017 *Opt. Express* **25** 202
- [10] Fu S S, Luo S L, Sun Y 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 030301 (in Chinese) [傅双双, 骆顺龙, 孙源 2019 物理学报 **68** 030301]
- [11] Verma H, Zych M, Costa F 2021 *Quantum* **5** 525
- [12] Wang D Y, Wu J J, Ding J F, Liu Y W, Huang A Q, Yang X J 2021 *Entropy* **23** 122
- [13] Niu C, Yu S X 2023 *Chin. Phys. Lett.* **40** 110301
- [14] Li J K, Sun K, Wang Y, Hao Z Y, Liu Z H, Zhou J, Fan X Y, Chen J L, Xu J S, Li C F, Guo G C 2023 *Light: Sci. Appl.* **12** 18
- [15] Spegel-Lexne D, Gómez S, Argillander J, et al. 2024 *Sci. Adv.* **10** eadr2007
- [16] Jacques V, Wu E, Grosshans F, Treussart F, Grangier P, Aspect A, Roch J F 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 220402
- [17] Han Y, Wang W C, Wei W, Chen P X, Li C Z 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 040303
- [18] Ionicioiu R, Terno D R 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 230406
- [19] Li L, Liu N L, Yu S X 2012 *Phys. Rev. A* **85** 054101
- [20] Tang J S, Li Y L, Li C F, Guo G C 2013 *Phys. Rev. A* **88** 014103
- [21] Guo Q, Cheng L Y, Wang H F, Zhang S 2015 *Int. J. Theor. Phys.* **54** 2517
- [22] Long G L, Qin W, Yang Z, Li J L 2018 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **61** 030311
- [23] Liu Y J, Lu J, Zhou L 2017 *Laser Phys. Lett.* **14** 055204
- [24] Liu Y J, Lu J, Peng Z H, Zhou L, Zheng D N 2019 *Chin. Phys. B* **28** 030303
- [25] Liu J Z, Liu Y J, Lu J 2019 *Chin. Phys. Lett.* **36** 050302
- [26] Liu Y J, Wang M Y, Xiang Z C, Wu H B 2022 *Chin. Phys. B* **31** 110305
- [27] Scully M O, Drühl K 1982 *Phys. Rev. A* **25** 2208
- [28] Kim Y H, Yu R, Kulik S P, Shih Y, Scully M O 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 1
- [29] Togan E, Chu Y, Trifonov A S, et al. 2010 *Nature* **466** 730
- [30] Jakob M, Bergou J A 2010 *Opt. Commun.* **283** 827
- [31] De Zela F 2014 *Phys. Rev. A* **89** 013845
- [32] Qian X F, Vamivakas A N, Eberly J H 2018 *Optica* **5** 942
- [33] Wu W, Wang J 2020 *Entropy* **22** 813
- [34] Qureshi T 2021 *Opt. Lett.* **46** 492
- [35] Basso M L W, Maziero J 2022 *Phys. Lett. A* **425** 127875
- [36] Sun K, Xu J S, Li C F 2025 *Light: Sci. Appl.* **14** 140
- [37] Ding Z H, Deng Y H, Fei S M, Zhou S Q, Chen X J, Rui Z W, Ma Z H, Xiao Y L, Wang J W 2025 *Light: Sci. Appl.* **14** 82

Complementary relationship between fringe visibility and quantum entanglement in an asymmetric Mach-Zehnder interferometer*

LIU Yanjun¹⁾ WANG Meiya¹⁾ XIANG Zhongcheng²⁾ LIU Yingdi¹⁾

ZHU Xuegang¹⁾ JI Denghui¹⁾ WU Haibin^{1)†}

1) (College of Science, Shijiazhuang University, Shijiazhuang 050035, China)

2) (Quantum Computation Research Center, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(Received 28 January 2026; revised manuscript received 30 March 2026)

Abstract

Bohr's complementarity principle is one of the fundamental principles in quantum mechanics. The wave-particle duality is often used to reflect Bohr's complementarity principle, so the wave-particle duality has also attracted considerable attention. As research progresses, it has been revealed that the fundamental reason for a

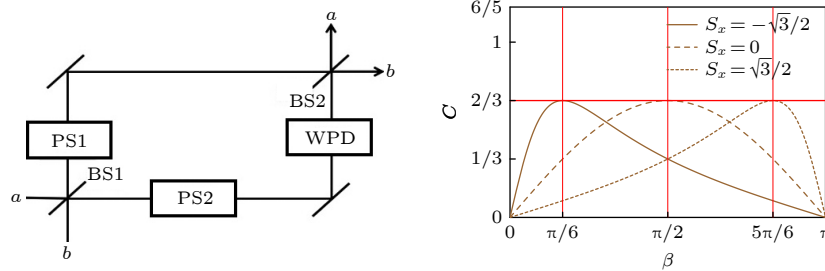
* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12574540), the Natural Science Foundation of Hebei Province, China (Grant No. A2022106001), the Science Research Project of Hebei Education Department, China (Grant No. QN2025176), and the Key Cultivation Project of Shijiazhuang University, China (Grant No. 24PY004).

† Corresponding author. E-mail: 1102037@sjzc.edu.cn

particle's particle-like property lies in its quantum entanglement with the which-path detector. However, current research on complementarity based on the entanglement perspective is limited to the symmetric Mach-Zehnder interferometer model with a balanced beam splitter splitting ratio. To overcome the limitation of fixed splitting ratios in conventional balanced beam splitters, this work achieves continuous modulation of both fringe visibility and quantum entanglement by employing an asymmetric Mach-Zehnder interferometer with a continuously tunable beam-splitting ratio. This design provides an additional degree of freedom for manipulation, thus enabling a more comprehensive exploration of the complementary relationship between fringe visibility and quantum entanglement.

In this work, the wave-particle duality of a particle is investigated with an asymmetric Mach-Zehnder interferometer. Fringe visibility and quantum entanglement are employed to quantify the wave-like and particle-like properties of the particle, respectively. In order to detect the particle passing through the apparatus, a particle detector is placed at one of the output ports of the interferometer. Subsequently, the probability of detecting the particle can be obtained, and the fringe visibility V of the quantized wave-like property can be calculated. A which-path detector is placed on one of the paths of the asymmetric Mach-Zehnder interferometer. When the particle passes through the path with the which-path detector, it will be entangled with the which-path detector. The quantum entanglement, represented by the concurrence C , is used to quantify the particle-like property.

In conclusion, we find that the concurrence depends on both the input state of the particle governed by the Bloch vector $\mathbf{S} = \{S_x, S_y, S_z\}$ and the second asymmetric beam splitter characterized by parameter β . Here, S_x represents the component of the particle's initial state on the σ_x , and β determines the reflection or transmission coefficient of the second beam splitter. When $\beta = \pi/2$, the reflection and transmission coefficients of the second beam splitter are equal. It is found that the concurrence reaches the upper bound when $S_x = -\cos\beta$. This demonstrates that the quantum entanglement between the particle and the which-path detector is maximized when the parameter β of the asymmetric beam splitter is adjusted to achieve a specific matching relationship with the particle's initial state parameter S_x , thereby achieving effective modulation of the particle-like and wave-like properties. This paper also presents the complementary relation between fringe visibility and concurrence, which is expressed as $V^2 + C^2 \leq 1$. The equals sign holds when the particle is initially in the pure state and $S_x = -\cos\beta$. This work provides a theoretical basis for researchers to further explore the wave-like and particle-like properties of quantum systems flexibly.



Keywords: asymmetrical Mach-Zehnder Interferometer, fringe visibility, quantum entanglement, concurrence

DOI: [10.7498/aps.75.20260152](https://doi.org/10.7498/aps.75.20260152)

CSTR: [32037.14.aps.75.20260152](https://cstr.org.cn/32037.14.aps.75.20260152)



非对称Mach-Zehnder干涉计中条纹可见度和量子纠缠满足的互补性关系

刘彦军 王美亚 相忠诚 刘迎娣 朱雪刚 纪登辉 吴海滨

Complementary relationship between fringe visibility and quantum entanglement in an asymmetric Mach-Zehnder interferometer

LIU Yanjun WANG Meiya XIANG Zhongcheng LIU Yingdi ZHU Xuegang JI Denghui WU Haibin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 120601 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20260152

CSTR: 32037.14.aps.75.20260152

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20260152>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

双三角形相位光栅X射线干涉仪的条纹可见度

Fringe visibility in X-ray interferometer using dual triangular phase gratings

物理学报. 2023, 72(14): 148701 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230461>

离子阱中以声子为媒介的多体量子纠缠与逻辑门

Phonon-mediated many-body quantum entanglement and logic gates in ion traps

物理学报. 2022, 71(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220360>

基于纠缠态表象的双模耦合谐振子量子特性分析

Analysis of quantum properties of two-mode coupled harmonic oscillator based on entangled state representation

物理学报. 2024, 73(23): 230302 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241303>

超级里德伯原子间的稳态关联集体激发与量子纠缠

Correlated collective excitation and quantum entanglement between two Rydberg superatoms in steady state

物理学报. 2023, 72(12): 124202 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222030>

微波-声子与光-磁纠缠态的产生

Generation of microwave-phonon and magnon-optics entangled states

物理学报. 2025, 74(5): 054202 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241664>

基于四波混频过程的纠缠光放大

Amplification of entangled beam based on four-wave mixing process

物理学报. 2022, 71(5): 050301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211324>