

基于不变量绝热捷径的 ^{171}Yb 中性原子基态-里德伯态 Bell 型纠缠态快速制备

王晓锋[†]

(太原师范学院物理系, 晋中 030619)

(2026 年 3 月 13 日收到; 2026 年 4 月 9 日收到修改稿)

针对 ^{171}Yb 中性原子里德伯阻塞体系中的快速纠缠态制备问题, 提出一种基于 Lewis-Riesenfeld 不变量逆向工程的绝热捷径方案, 用于实现基态-里德伯态对称单激发 Bell 型纠缠态的快速高保真制备. 在大失谐绝热消除与强里德伯阻塞近似下, 将原始双原子三能级系统约化为有效两能级模型, 并据此在共振驱动条件下构造解析控制脉冲. 数值结果表明, 在总演化时间 $T = 1\ \mu\text{s}$, 里德伯相互作用强度 $V = 2\pi \times 120\ \text{MHz}$ 条件下, 系统可实现从初态到基态-里德伯态对称单激发 Bell 型纠缠态的快速转移, 末态保真度超过 0.999, 所需峰值单原子有效两光子 Rabi 频率仅约为 $2\pi \times 0.66\ \text{MHz}$. 进一步在完整双原子三能级模型中验证发现, 无耗散时末态保真度可达 0.9999 以上, 考虑中间态自发辐射和里德伯态衰减后仍保持在 97% 以上. 与传统绝热方案相比, 该方案可在更短时间内完成目标态制备, 并对驱动误差、失谐偏差、多普勒效应、激光线宽及相互作用波动表现出较好的鲁棒性. 结果表明, 该方案在 ^{171}Yb 里德伯中性原子平台上具有一定实验可行性, 并可为后续纠缠资源态向长寿命逻辑编码子空间的映射提供参考.

关键词: ^{171}Yb 中性原子, 里德伯阻塞, 绝热捷径, Lewis-Riesenfeld 不变量, Bell 型纠缠态制备

DOI: 10.7498/aps.75.20260364

CSTR: 32037.14.aps.75.20260364

1 引言

量子计算与量子信息处理是当前物理学与信息科学交叉领域的重要研究方向之一^[1]. 在众多物理实现平台中, 基于中性原子的光镊阵列体系因具有良好的可扩展性、灵活可重构的几何结构以及较长的相干时间, 已成为实现量子模拟、量子逻辑门和多体量子态调控的重要候选平台^[2-8]. 近年来, 随着单原子囚禁、单站点操控、高保真读出以及里德伯相互作用调控等关键实验技术的持续发展, 中性原子体系在大规模量子信息处理中的应用前景日益受到关注^[9-12].

在中性原子量子计算方案中, 里德伯阻塞机制为实现长程、快速且可控的双体相互作用提供了重

要手段^[13-18]. 当一个原子被激发到里德伯态后, 原子间强烈的范德瓦耳斯相互作用会使双激发态能级发生显著平移, 从而有效抑制相邻原子的再次激发, 这一效应可用于实现确定性纠缠态制备和双比特量子逻辑操作. 基于该机制的中性原子体系不仅已广泛用于纠缠态制备, 也被应用于双比特及多比特量子逻辑门、受控相位操作和可扩展量子信息处理任务, 并在理论和实验上取得了重要进展^[9-25].

值得指出的是, 里德伯中性原子体系的研究意义不仅体现在强相互作用可控平台的构建方面, 更在于其已成为量子信息处理的重要候选体系. 依托里德伯阻塞诱导的可编程相互作用, 该平台已被广泛用于量子逻辑门、几何量子操作、多体纠缠操控以及其他量子信息任务^[23-26]. 例如, 基于里德伯相互作用的受控相位门和双比特几何门方案展示了

[†] E-mail: andywangxiaofeng@163.com

该体系在量子逻辑控制中的应用潜力^[23,25];而围绕多体里德伯纠缠的鲁棒操控与判别,以及基于几何量子操作的量子信息处理任务等研究,则进一步拓展了其应用范围^[24,26].从这一背景出发,发展面向具体原子平台的快速、高保真且实验简洁的纠缠资源态制备方案,对于后续逻辑态映射和相关量子逻辑操作具有重要意义.

与常用的碱金属原子相比,以镱为代表的类碱土金属原子在量子信息处理中展现出独特优势^[27–31].特别地,¹⁷¹Yb 具有核自旋 $I = 1/2$ 且电子基态壳层闭合,量子比特可编码于 1S_0 基态的核自旋自由度中,因此对磁场噪声具有较强抑制能力,同时能级结构相对简洁,便于精密操控^[32–34].此外,镱原子同时具备适用于激光冷却、窄线操控和里德伯激发的丰富光学跃迁资源,为其在中性原子量子计算中的应用奠定了基础^[29–38].

然而,在实际纠缠态制备过程中,系统演化速度与制备保真度之间通常存在明显折中.传统绝热方法,如受激拉曼绝热过程 (STIRAP) 或失谐扫描方案,虽然能够在一定程度上抑制非目标跃迁,但往往要求较长演化时间以满足绝热条件^[39,40].过长的操作时间会导致里德伯态自发辐射、中间态散射、多普勒频移、激光线宽及强度涨落等误差源的累积,从而限制最终制备保真度^[19–21,41].因此,如何在有限时间内实现快速、高保真且鲁棒的纠缠态制备,仍是中性原子量子调控研究中的关键问题.

为克服传统绝热控制的时间瓶颈,绝热捷径 (shortcuts to adiabaticity, STA) 方法近年来受到了广泛关注^[42–49].STA 的基本思想是在有限时间内构造与绝热演化等效的目标态转移路径,从而在显著缩短演化时间的同时抑制非绝热泄漏.其中,基于 Lewis-Riesenfeld 不变量的逆向工程方法具有解析结构清晰、边界条件可控以及实验参数设计灵活等优点,已在原子输运、布居反转和量子态操控等问题中得到广泛应用^[47–54].尽管如此,针对 ¹⁷¹Yb 里德伯中性原子平台中基态-里德伯态 Bell 型纠缠态快速制备问题,尤其是在兼顾强阻塞、低驱动幅度和实验实现简洁性的前提下,仍有进一步研究空间.

基于此,本文研究 ¹⁷¹Yb 中性原子里德伯阻塞体系中的快速纠缠态制备问题,提出一种基于 Lewis-Riesenfeld 不变量逆向工程的绝热捷径控制方案.需要说明的是,本文直接制备的目标态为由

参与里德伯耦合的基态 $|g\rangle \equiv |g_1\rangle$ 与里德伯态 $|r\rangle$ 构成的对称单激发 Bell 型纠缠态,而非已经完全存储在长寿命核自旋逻辑基底 $\{|g_0\rangle, |g_1\rangle\}$ 中的最终逻辑 Bell 态.本文首先在大失谐绝热消除与强里德伯阻塞近似下,将原始三能级双原子系统约化为有效两能级模型;随后在共振驱动条件下,基于 Lewis-Riesenfeld 不变量逆向工程构造解析控制脉冲.对于本文采用的对称双光子驱动,在本文参数范围内所需的有效共振工作点可通过预先谱线标定在裸双光子共振附近选取,从而避免复杂的实时失谐扫描,并完成从初态到目标基态-里德伯态对称单激发 Bell 型纠缠态的快速高保真转移.与传统绝热方案相比,该方案可在微秒时间尺度内完成纠缠态制备,并保持较低驱动幅度,从而有望简化实验控制要求.进一步地,本文系统分析了激光幅度误差、失谐偏差、多普勒效应、激光线宽以及相互作用波动对制备保真度的影响,表明该方案具有较好的鲁棒性,在本文讨论的参数范围内呈现出一定的实验可行性.

与已有相关工作相比,本文工作的特点主要体现在以下三个方面: 1) 面向 ¹⁷¹Yb 里德伯中性原子平台开展基态-里德伯态对称单激发 Bell 型纠缠态的快速制备研究,突出该体系在核自旋编码和抗磁噪声方面的优势; 2) 在共振驱动条件下基于 Lewis-Riesenfeld 不变量构造解析控制脉冲,避免了复杂频率扫描,提高了实验实现的简洁性; 3) 在微秒时间尺度和较弱驱动幅度下实现了高保真且具有较强鲁棒性的纠缠资源态制备,为后续逻辑态映射和量子门操作提供了可扩展的控制思路.

2 物理模型与方法

本文对物理模型中涉及的主要符号及参数进行了统一的定义,其所属模型层次及具体物理含义如表 1 所示.需要指出的是,原始双光子激发模型及完整双原子三能级模型中的裸双光子失谐统一记为 δ_{2ph} ;而在有效两能级模型中,所有由裸双光子失谐、AC Stark 位移等修正共同贡献的总失谐统一记为 $\Delta(t)$,以避免不同层次模型中的符号混淆.

2.1 系统模型与目标态定义

如图 1(a) 所示,本文考虑两个被独立光镊囚禁的全同 ¹⁷¹Yb 原子,原子间距记为 R .在实际实

表 1 主要符号说明. 为避免不同层次模型中的符号混淆, 本文对主要参数的定义进行统一说明
Table 1. Summary of the main symbols used in different levels of the model. To avoid confusion among different model hierarchies, the definitions of the main parameters are listed here.

符号	所属模型/层次	物理含义
$\Omega_1(t), \Omega_2(t)$	原始/完整双原子三能级模型	两束单光子驱动场的Rabi频率
Δ_m	原始/完整双原子三能级模型	中间态单光子失谐
δ_{2ph}	原始/完整双原子三能级模型	裸双光子失谐
$\Omega(t)$	中间态消除后的单原子有效模型	单原子有效两光子Rabi频率
$\Omega_{\text{eff}}(t)$	对称双原子有效两能级模型	$ G\rangle \leftrightarrow B\rangle$ 之间的集体有效Rabi频率
$\Delta(t)$	有效两能级模型	含裸双光子失谐、AC Stark位移及有限阻塞修正的总有效失谐
V	各层次模型共用	双里德伯激发态 $ rr\rangle$ 的相互作用能移
$\delta_V, \delta_\Omega, \delta_\Delta$	误差与鲁棒性分析模型	分别表示相互作用强度、驱动幅度和有效失谐的相对偏差或扰动参数

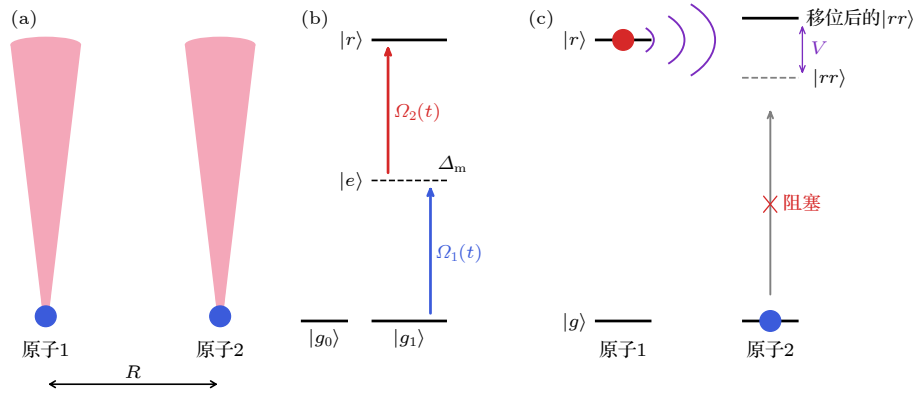


图 1 ^{171}Yb 双原子系统及里德伯阻塞示意图 (a) 两个原子被独立光镊囚禁, 间距为 R ; (b) 双光子里德伯激发路径, 其中 $|g_0\rangle$ 和 $|g_1\rangle$ 表示核自旋量子比特态, 参与里德伯激发的态 $|g_1\rangle$ 在后文简记为 $|g\rangle$, 经由中间态 $|e\rangle$ 耦合至里德伯态 $|r\rangle$, 中间态单光子失谐为 Δ_m ; (c) 里德伯阻塞示意图, 范德瓦耳斯相互作用导致双激发态 $|rr\rangle$ 发生能级平移 V , 从而有效抑制第二个原子的激发

Fig. 1. Schematic of the physical model and Rydberg blockade for two ^{171}Yb atoms: (a) Two atoms are independently trapped in optical tweezers with separation R ; (b) two-photon ladder excitation from the nuclear-spin qubit state to the Rydberg state via the intermediate state $|e\rangle$, with single-photon detuning Δ_m ; (c) illustration of the Rydberg blockade, where the van der Waals interaction shifts the doubly excited state $|rr\rangle$ by V , thereby suppressing the second excitation.

验中, 从基态到里德伯态的直接单光子跃迁通常受选择定则限制, 因此多采用双光子梯形激发方案. 图 1(b) 给出了相关能级结构: 原子的两个核自旋态 $|g_0\rangle$ 和 $|g_1\rangle$ 可作为量子比特编码态, 其中参与里德伯激发的态记为 $|g_1\rangle$, 后文简记为 $|g\rangle$; 通过两束单光子 Rabi 频率分别为 $\Omega_1(t)$ 和 $\Omega_2(t)$ 的激光, 经由中间态 $|e\rangle$ 激发至里德伯态 $|r\rangle$. 在中间态大失谐条件下, 该双光子梯形激发过程可近似等效为基态 $|g\rangle$ 与里德伯态 $|r\rangle$ 之间的有效两光子耦合. 需要特别说明的是, $|g_0\rangle$ 和 $|g_1\rangle$ 描述的是 ^{171}Yb 基态流形中的长寿命核自旋逻辑编码态, 而本文动力学中实际参与里德伯耦合的是其中一个编码态 $|g_1\rangle$, 后文简记为 $|g\rangle$. 因此, 本文直接制备的目标纠缠态属于 $|g\rangle$ 与 $|r\rangle$ 张成的基态-里德伯态子空间中的对称单激发 Bell 型纠缠态, 其物理性质不同于完全存储在 $\{|g_0\rangle, |g_1\rangle\}$ 逻辑计算基底中的最终逻辑 Bell 态.

图 1(c) 给出了里德伯阻塞机制的物理图像. 当其中一个原子已被激发到里德伯态时, 由于强烈的范德瓦耳斯相互作用, 双激发态 $|rr\rangle$ 的能级将发生显著平移, 使得第二个原子的激发偏离共振条件, 从而有效抑制双里德伯激发. 该机制是中性原子体系中实现确定性纠缠态制备和双比特量子门的核心基础^[13-17].

在旋波近似下, 双原子系统哈密度量可写为

$$H = \sum_{j=1}^2 \left[\frac{\Omega_1(t)}{2} |e\rangle_j \langle g|_j + \frac{\Omega_2(t)}{2} |r\rangle_j \langle e|_j + \text{H.c.} - \Delta_m |e\rangle_j \langle e|_j - \delta_{2ph} |r\rangle_j \langle r|_j \right] + V |rr\rangle \langle rr|, \quad (1)$$

其中 Δ_m 为中间态单光子失谐, δ_{2ph} 为双光子失谐, $V = C_6/R^6$ 为双原子同时处于里德伯态时的相互作用能移, 本文主要关注其幅值满足强阻塞条件时

对动力学的影响^[26,27].

本文关注从集体基态

$$|G\rangle = |gg\rangle \quad (2)$$

向对称单激发 Bell 型纠缠态

$$|B\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|gr\rangle + |rg\rangle) \quad (3)$$

的高保真转移. 需要强调的是, (3) 式所定义的 $|B\rangle$ 是由基态 $|g\rangle$ 与里德伯态 $|r\rangle$ 构成的对称单激发 Bell 型纠缠态, 而非完全存储在长寿命逻辑编码基底中的最终逻辑 Bell 态. 为避免冗长表述, 后文在不引起歧义时仍将 $|B\rangle$ 简称为目标 Bell 型纠缠态.

2.2 里德伯阻塞与有效两能级模型

由于两个原子受到近似相同的激光驱动, 且体系初始态 $|G\rangle$ 属于交换对称子空间, 因此系统动力学主要限制在对称子空间内. 引入对称中间态

$$|E\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|eg\rangle + |ge\rangle), \quad (4)$$

则在强里德伯阻塞条件 $V \gg \Omega_{\text{eff}}(t), |\Delta(t)|$ 下, 双激发态 $|rr\rangle$ 仅以高阶微扰方式参与动力学, 可近似忽略其布居. 与此同时, 在如下大失谐条件下,

$$|\Delta_m| \gg \Omega_1, \Omega_2, \Gamma_e \quad (5)$$

中间态 $|e\rangle$ 的占据始终保持较小, 因此可以对其进行绝热消除^[37–39]. 由此, 系统可进一步约化为 $|G\rangle$ 与 $|B\rangle$ 构成的有效两能级模型. 其中 Γ_e 表示中间态 $|e\rangle$ 的衰减率. 关于从 (1) 式到下述有效两能级哈密顿量的详细推导, 包括交换对称子空间中的基底选取与矩阵表示、大失谐条件下对中间态的绝热消除、AC Stark 位移的显式近似表达、强里德伯阻塞条件下对双激发通道的进一步约化, 以及相应高阶修正项的量级分析, 见补充材料 A ([online](#)).

在忽略整体能量平移并将中间态绝热消除所产生的光移修正并入有效失谐后, 在基矢 $\{|G\rangle, |B\rangle\}$ 下, 有效哈密顿量可写为

$$\mathbf{H}_{\text{eff}}(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega_{\text{eff}}(t) \\ \Omega_{\text{eff}}(t) & -2\Delta(t) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

其中 $\Omega_{\text{eff}}(t)$ 为对称子空间中 $|G\rangle$ 与 $|B\rangle$ 之间的集体有效 Rabi 频率, $\Delta(t)$ 为有效失谐量. 需要说明的是, 原始双光子激发模型中的双光子失谐记为 $\delta_{2\text{ph}}$, 而在有效两能级模型中, 所有由双光子失谐及光移修正共同贡献的总失谐统一记为 $\Delta(t)$, 以避免符

号混淆.

对于双光子梯形激发过程, 在大失谐条件下, 单原子基态 $|g\rangle$ 与里德伯态 $|r\rangle$ 之间的有效两光子耦合近似为

$$\Omega(t) \approx \frac{\Omega_1(t)\Omega_2(t)}{2\Delta_m}, \quad (7)$$

其中 $\Omega(t)$ 表示实验中实际施加到单原子上的有效两光子 Rabi 频率. 由于双原子对称激发存在集体增强效应, 从 $|G\rangle$ 到 $|B\rangle$ 的有效耦合满足

$$\Omega_{\text{eff}}(t) = \sqrt{2}\Omega(t), \quad (8)$$

其来源在于对称驱动算符作用于集体基态时满足

$$\sum_{j=1}^2 |r\rangle_j \langle g|_j |gg\rangle = |rg\rangle + |gr\rangle = \sqrt{2}|B\rangle. \quad (9)$$

因此, $|G\rangle \leftrightarrow |B\rangle$ 之间的矩阵元相较于单原子情形增强了 $\sqrt{2}$ 倍. 更详细推导见补充材料 A ([online](#)).

在上述近似下, 中间态绝热消除所产生的 AC Stark 位移及其他小的能级修正均并入有效失谐 $\Delta(t)$ 中统一处理. 在保留主导二阶光移修正并将有限阻塞引起的附加修正记为 $\delta_{\text{blk}}(t)$ 后, 总有效失谐可近似写为

$$\Delta(t) \approx \delta_{2\text{ph}} - \frac{\Omega_2^2(t) - \Omega_1^2(t)}{4\Delta_m} + \delta_{\text{blk}}(t), \quad (10)$$

详细推导见补充材料 A ([online](#)).

2.3 基于不变量的绝热捷径方法

为了实现体系从初态到目标态的快速高保真转移, 本文采用 Lewis-Riesenfeld (LR) 不变量逆向工程方法设计控制脉冲. 对于 (6) 式所对应的有效两能级哈密顿量, $\Omega_{\text{eff}}(t)$ 和 $\Delta(t)$ 分别表示集体有效 Rabi 频率和总有效失谐.

按照 LR 不变量理论, 引入满足不变量方程

$$i\frac{\partial \mathbf{I}(t)}{\partial t} + [\mathbf{I}(t), \mathbf{H}_{\text{eff}}(t)] = 0 \quad (11)$$

的 Hermitian 不变量算符. 对于两能级体系, 可将其参数写为

$$\mathbf{I}(t) = \frac{\mu}{2} \begin{pmatrix} \cos \theta(t) & \sin \theta(t)e^{-i\beta(t)} \\ \sin \theta(t)e^{i\beta(t)} & -\cos \theta(t) \end{pmatrix}, \quad (12)$$

其中 μ 为具有频率量纲的常数, $\theta(t)$ 和 $\beta(t)$ 为待设计的辅助参数.

将 (6) 式和 (12) 式代入不变量条件 (11) 式, 可得到控制参数应满足的逆向工程关系:

$$\Omega_{\text{eff}}(t) = -\frac{\dot{\theta}(t)}{\sin \beta(t)}, \quad (13)$$

$$\Delta(t) = \dot{\beta}(t) - \dot{\theta}(t) \cot \theta(t) \cot \beta(t), \quad (14)$$

式中, 字符上方的圆点表示对时间的导数.

(13) 式和 (14) 式给出了有效哈密顿量参数与辅助变量 $\theta(t)$ 和 $\beta(t)$ 之间的精确对应关系. 因此, 只要合理选取满足边界条件的 $\theta(t)$ 和 $\beta(t)$, 就可以逆向构造出实现目标态转移所需的捷径控制脉冲.

进一步地, 为保证体系从初始态 $|G\rangle$ 平滑演化到目标态 $|B\rangle$, 取辅助参数满足如下边界条件:

$$\theta(0) = 0, \quad \theta(t_f) = \pi, \quad (15)$$

其中 t_f 为总演化时间. 该边界条件使不变量在初末时刻的本征态方向分别与 $|G\rangle$ 和 $|B\rangle$ 对应, 从而为沿不变量本征态实现目标态转移提供了条件.

在本文所采用的共振捷径方案中, 为了使控制脉冲具有平滑、单峰且非负的形式, 选择常数辅助相位

$$\beta(t) = -\pi/2. \quad (16)$$

此时有

$$\sin \beta(t) = -1, \quad \cot \beta(t) = 0, \quad (17)$$

代入 (13) 式和 (14) 式可得

$$\Omega_{\text{eff}}(t) = \dot{\theta}(t), \quad \Delta(t) = 0. \quad (18)$$

由此可见, 在该辅助相位选择下, 原本的一般逆向工程关系显著简化为共振条件下的 STA 脉冲设计问题. 这样不仅避免了额外的时变失谐扫描, 而且对于本文采用的对称单光子脉冲映射, 主导的差分 AC Stark 位移在一阶近似下自动抵消, 因此实验上无需实施复杂的时变失谐扫描, 而只需通过预先标定将裸双光子失谐调至最优共振工作点附近.

2.4 STA 控制脉冲设计

本文采用五次多项式插值函数

$$\theta(t) = \pi [10s^3 - 15s^4 + 6s^5], \quad s = \frac{t}{t_f}. \quad (19)$$

显然, 该函数在 $t = 0$ 和 $t = t_f$ 处满足所要求的边界条件, 并且在整个演化区间内连续光滑.

对 (19) 式求导, 可得

$$\dot{\theta}(t) = \frac{\pi}{t_f} (30s^2 - 60s^3 + 30s^4). \quad (20)$$

因此, 根据 (18) 式, 有效两能级模型中的 STA 控

制脉冲写为

$$\Omega_{\text{eff}}(t) = \frac{\pi}{t_f} (30s^2 - 60s^3 + 30s^4), \quad \Delta(t) = 0. \quad (21)$$

在前述有效基底 $\{|G\rangle, |B\rangle\}$ 下, 集体有效耦合与单原子有效两光子耦合满足

$$\Omega_{\text{eff}}(t) = \sqrt{2} \Omega(t), \quad (22)$$

这里 $\Omega(t)$ 表示单原子有效两光子 Rabi 频率.

由 (21) 式和 (22) 式, 可进一步得到实际施加在单原子上的控制脉冲为

$$\Omega(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \dot{\theta}(t) = \frac{\pi}{\sqrt{2} t_f} (30s^2 - 60s^3 + 30s^4), \quad (23)$$

$$\Delta(t) = 0. \quad (24)$$

由 (23) 式可见, 所设计的 STA 脉冲在初末时刻均为零, 并在中间演化阶段呈单峰平滑变化, 这种脉冲形状有利于实验实现. 与此同时, 由于整个控制过程在有效两能级模型层面保持 $\Delta(t) = 0$ 的共振条件下, 在本文采用的对称双光子驱动条件下, 实验上无需额外引入时变失谐扫描, 只需通过预先标定将系统工作点调至有效共振附近, 从而进一步简化了参数控制复杂度.

综上, 本文通过选取合适的辅助参数 $\theta(t)$ 和常数相位 $\beta(t) = -\pi/2$, 构造了从初态 $|gg\rangle$ 到目标基态-里德伯态对称单激发 Bell 型纠缠态

$$|B\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|gr\rangle + |rg\rangle) \quad (25)$$

的解析 STA 控制脉冲. 后续数值模拟将基于 (23) 式和 (24) 式对该方案的快速性、高保真度以及鲁棒性进行验证.

3 数值模拟与结果分析

需要说明的是, 本文控制脉冲的解析设计基于 (6) 式所示的有效两能级模型完成. 为了更直观地展示目标 Bell 型纠缠态的布居转移以及双里德伯激发态 $|rr\rangle$ 的残余泄漏, 本文在主要动力学结果中进一步采用中间态绝热消除后得到的四维有效模型进行数值求解, 基底取为 $\{|gg\rangle, |gr\rangle, |rg\rangle, |rr\rangle\}$. 该模型并未重新引入中间态动力学, 而是在保留有效两光子耦合和双激发阻塞通道的前提下, 对物理布居演化给出更直观的描述.

进一步地, 有效两能级模型的适用性来源于两个层次的近似条件: 其一, 在大失谐条件 $|\Delta_m| \gg$

$\Omega_1, \Omega_2, \Gamma_e$ 下, 中间态 $|e\rangle$ 的瞬时占据始终较小, 因此可进行绝热消除; 其二, 在强里德伯阻塞条件 $V \gg \Omega_{\text{eff}}, |\Delta|$ 下, 双激发态 $|rr\rangle$ 远离共振, 仅以高阶微扰方式参与演化. 基于此, 本文首先在低维有效模型中构造解析脉冲, 再在更接近实验观测的有效物理基底中展示主要动力学结果, 最后回到包含中间态与耗散过程的完整双原子三能级模型中进行严格数值检验.

需要强调的是, 四维物理基底模型并非重新引入独立的中间态动力学, 而是对应于在大失谐条件下已经完成中间态消除后的有效物理描述. 该模型保留了 Bell 态制备中最关键的两个特征: 一是初态 $|gg\rangle$ 向对称单激发态 $|B\rangle$ 的相干转移, 二是有限阻塞强度下双激发态 $|rr\rangle$ 引起的残余泄漏. 因此, 它适合用于评估所设计控制脉冲在强阻塞实验条件下的实际性能. 为进一步验证绝热消除与有效两能级近似的可靠性, 本文首先在该四维有效物理基底中展示主要动力学与鲁棒性结果, 随后再引入包含中间态与耗散过程的完整双原子三能级模型, 对所设计脉冲进行更严格的数值检验.

3.1 STA 脉冲波形与布居演化

基于 (19) 式和 (23) 式, 本文对总演化时间 $T = 1 \mu\text{s}$ 的情形进行了数值模拟. 由五次多项式轨迹可知, $\dot{\theta}(t)$ 在 $t = T/2$ 附近达到峰值, 其最大值约为 $15\pi/(8T)$. 代入 $T = 1 \mu\text{s}$ 后可得有效驱动峰值约为 $2\pi \times 0.94 \text{ MHz}$, 从而相应的峰值有效两光子 Rabi 频率为

$$\Omega_{\text{max}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\pi \times 0.94 \text{ MHz} \approx 2\pi \times 0.66 \text{ MHz}. \quad (26)$$

这一结果说明, 本文方案仅需峰值单原子有效两光子 Rabi 频率处于亚 MHz 至 MHz 量级的较弱驱动, 即可在微秒时间尺度内完成高保真 Bell 型纠缠态制备, 这对于减小中间态散射、AC Stark 频移以及紫外激光功率负担均具有积极意义 [13,15].

图 2 给出了控制脉冲和主要态布居的时间演化. 图 2(a) 中, 有效两光子 Rabi 频率 $\Omega(t)$ 呈平滑单峰波形, 并在起止时刻严格回到零; 在有效两能级模型层面, 所设计的总有效失谐 $\Delta(t)$ 在整个演化过程中取零, 对应共振驱动. 图 2(b) 表明, 在强里德伯阻塞条件 $V = 2\pi \times 120 \text{ MHz} \gg \Omega_{\text{max}}$ 下, 系统布居从初始态 $|G\rangle = |gg\rangle$ 平滑转移至目标态 $|B\rangle$, 而双激发态 $|rr\rangle$ 的布居始终维持在极低水平, 表明有效

两能级近似和阻塞条件均得到良好满足. 在无耗散纯态演化近似下, 为定量刻画目标态制备效果, 定义末态保真度为

$$F(T) = |\langle B | \psi(T) \rangle|^2, \quad (27)$$

最终在 $t = T$ 时刻, 目标态保真度高于 0.999. 需要指出的是, 在理想无耗散的有效两能级模型中, 本文所构造的 STA 脉冲满足边界条件 $\theta(0) = 0$ 和 $\theta(T) = \pi$, 因此末态接近单位保真度在一定程度上是逆向工程构造所保证的. 基于此, 本节中的高保真结果主要用于验证所设计解析脉冲与目标态转移路径的一致性, 而方案在实际条件下的优势还需结合完整模型及开放系统中的动力学表现进一步评估.

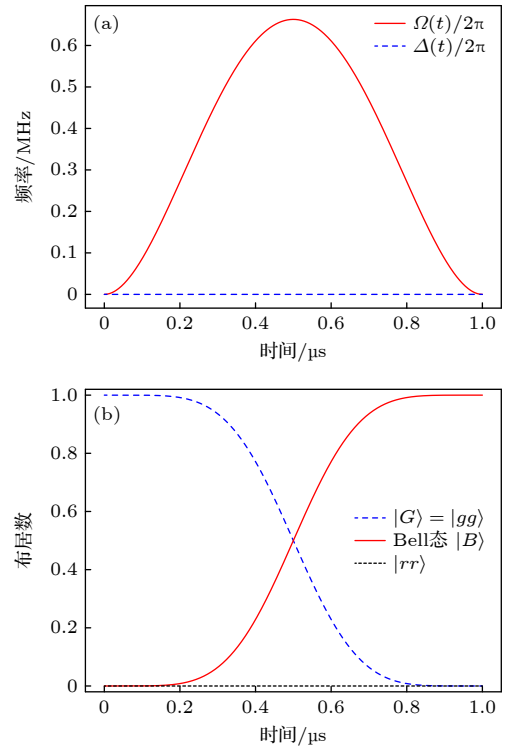


图 2 STA 方案下的控制脉冲与系统布居演化 (a) 根据有效两能级 STA 设计得到的控制脉冲有效两光子 Rabi 频率 $\Omega(t)/2\pi$ 和失谐量 $\Delta(t)/2\pi$ 随时间的变化, 其中失谐量在整个演化过程中保持为零; (b) 在中间态绝热消除后的四维有效物理基底模型中得到的主要态布居演化, 蓝色虚线表示初始态 $|G\rangle = |gg\rangle$, 红色实线表示目标 Bell 型纠缠态 $|B\rangle$, 黑色点线表示双激发态 $|rr\rangle$

Fig. 2. Control pulses and population dynamics for the STA scheme: (a) Time dependence of the effective two-photon Rabi frequency $\Omega(t)/2\pi$ and the detuning $\Delta(t)/2\pi$, where the detuning remains zero throughout the process; (b) population evolution of the main states, where the blue dashed, red solid, and black dotted lines denote $|G\rangle = |gg\rangle$, the target Bell-type entangled state $|B\rangle$, and the doubly excited state $|rr\rangle$, respectively.

3.2 完整模型与耗散效应下的数值验证

上述结果是在强里德伯阻塞和大失谐绝热消除条件下得到的有效两能级模型基础上获得的. 为了进一步检验所设计解析 STA 脉冲在更真实物理情形下的可行性, 下面在完整双原子三能级模型中对该方案进行数值验证, 并进一步考虑中间态自发辐射和里德伯态有限寿命所带来的耗散效应.

需要进一步说明的是, 本文在有效两能级模型中采用的共振条件 $\Delta(t) = 0$, 并不意味着实验上必须对任意时刻的修正后双光子共振进行复杂的实时频率跟踪. 对于大失谐双光子梯形激发, 中间态绝热消除后, 总有效失谐可写为

$$\Delta(t) = \delta_{2ph} + \delta_{AC}(t) + \delta_{h.o.}(t), \quad (28)$$

其中 δ_{2ph} 为裸双光子失谐, $\delta_{AC}(t)$ 表示差分 AC Stark 位移, $\delta_{h.o.}(t)$ 表示更高阶修正项. 在大失谐近似下, 主导的差分 AC Stark 位移满足

$$\delta_{AC}(t) \approx \frac{\Omega_2^2(t) - \Omega_1^2(t)}{4\Delta_m}. \quad (29)$$

对于本文完整模型验证中所采用的对称单光子脉冲映射:

$$\Omega_1(t) = \Omega_2(t) \equiv \Omega_s(t), \quad (30)$$

主导的时变差分光移在一阶上自动抵消, 即 $\delta_{AC}(t) \approx 0$. 因此, 本文所取的共振条件更准确地说应该是: 在对称驱动和预先频率标定基础上实现的有效共振工作点, 而非要求实验过程中对任意时变修正失谐进行独立实时补偿. 结合图 3 可以看到, 本文参数范围内, 完整模型中的最优工作点位于 $\delta_{2ph}/2\pi = 0$ MHz 附近, 这说明修正后的有效共振工作点位于裸双光子共振附近, 因而在本文参数范围内, 该共振 STA 方案具有较明确的实验实现路径.

在完整模型中, 每个原子均包含基态 $|g\rangle$ 、中间态 $|e\rangle$ 和里德伯态 $|r\rangle$, 系统总哈密顿量可写为

$$\begin{aligned} H_{\text{full}}(t) = & \sum_{j=1}^2 \left[\frac{\Omega_1(t)}{2} |e\rangle_j \langle g|_j + \frac{\Omega_2(t)}{2} |r\rangle_j \langle e|_j \right. \\ & + \text{H.c.} - \Delta_m |e\rangle_j \langle e|_j - \delta_{2ph} |r\rangle_j \langle r|_j \left. \right] \\ & + V |rr\rangle \langle rr|, \end{aligned} \quad (31)$$

其中 $\Omega_1(t)$ 和 $\Omega_2(t)$ 分别为两束驱动场的单光子 Rabi 频率, Δ_m 为中间态单光子失谐, δ_{2ph} 为双光子失谐, V 表示双里德伯态之间的相互作用强度.

与前文有效模型中的解析 STA 脉冲相对应, 本文采用与有效耦合一致的脉冲映射关系, 使完整模型中单原子两光子有效耦合满足:

$$\frac{\Omega_1(t)\Omega_2(t)}{2\Delta_m} = \Omega(t) = \frac{\dot{\theta}(t)}{\sqrt{2}}, \quad (32)$$

其中 $\theta(t)$ 仍取前文给出的边界条件多项式形式. 为使完整模型数值计算具有明确可复现性, 本文在数值验证中采用如下对称单光子脉冲映射:

$$\Omega_1(t) = \Omega_2(t) \equiv \Omega_s(t) = \sqrt{2\Delta_m \Omega(t)}. \quad (33)$$

关于完整模型中单光子脉冲映射的具体形式及其参数估算, 详见补充材料 B ([online](#)). 由于前文已取

$$\theta(t) = \pi (10s^3 - 15s^4 + 6s^5), \quad s = t/T, \quad (34)$$

故有

$$\dot{\theta}(t) = \frac{30\pi}{T} s^2 (1-s)^2, \quad (35)$$

从而单原子有效两光子 Rabi 频率和完整模型中的对称单光子脉冲可分别写为

$$\Omega(t) = \frac{30\pi}{\sqrt{2}T} s^2 (1-s)^2, \quad (36)$$

以及

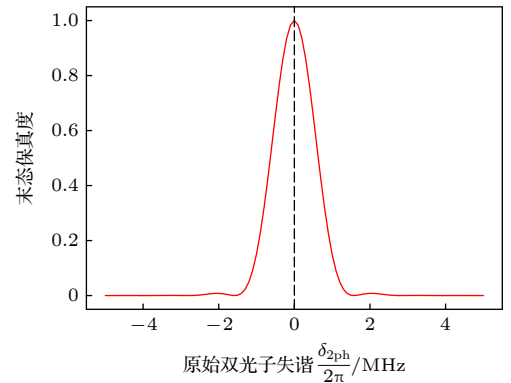


图 3 末态保真度随原始双光子失谐 δ_{2ph} 的变化关系. 横坐标为 $\delta_{2ph}/2\pi$ (MHz), 纵坐标为目标 Bell 型纠缠态的末态保真度. 结果表明, 在本文参数范围内, 系统的最优工作点位于 $\delta_{2ph}/2\pi = 0$ MHz 附近, 因此后续数值模拟均取该共振工作点

Fig. 3. Final-state fidelity as a function of the initial two-photon detuning δ_{2ph} . The horizontal axis denotes $\delta_{2ph}/2\pi$ (MHz), and the vertical axis denotes the final-state fidelity of the target Bell-type entangled state. The results show that, within the parameter range considered in this work, the optimal operating point is located near $\delta_{2ph}/2\pi = 0$ MHz. Therefore, this resonant working point is adopted in all subsequent numerical simulations.

$$\Omega_s(t) = \sqrt{\frac{60\pi\Delta_m}{\sqrt{2}T}} s^2(1-s)^2. \quad (37)$$

由此可见, 所采用的单光子驱动脉冲在 $t=0$ 和 $t=T$ 处均自然回零, 且在整个演化区间内保持光滑. 这样, 在对称单激发子空间中, 由 $|gg\rangle$ 到目标态 $|B\rangle$

$$|B\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|gr\rangle + |rg\rangle) \quad (38)$$

的集体有效耦合即恢复为前文有效两能级模型中的 $\Omega_{\text{eff}}(t) = \dot{\theta}(t)$.

对于本文采用的参数 $T = 1 \mu\text{s}$, $\Delta_m = 2\pi \times 300 \text{ MHz}$ 以及峰值有效两光子 Rabi 频率 $\Omega_{\text{max}} = 2\pi \times 0.66 \text{ MHz}$, 在满足 (32) 式的诸多可能实现中, 本文数值验证采用一组对称且便于实验实现的单光子脉冲映射: 由 (33) 式可得峰值单光子 Rabi 频率为

$$\begin{aligned} \Omega_{1,\text{max}}/2\pi &= \Omega_{2,\text{max}}/2\pi \\ &= \sqrt{2(\Delta_m/2\pi)(\Omega_{\text{max}}/2\pi)} \approx 19.9 \text{ MHz}. \end{aligned} \quad (39)$$

这一结果表明, 完整模型中所需的单光子驱动强度处于当前中性原子实验可达的几十 MHz 量级.

进一步地, 在大失谐条件下, 单原子中间态的瞬时占据量级可近似估算为

$$P_e^{(\text{est})}(t) \approx \frac{\Omega_1^2(t) + \Omega_2^2(t)}{4\Delta_m^2}. \quad (40)$$

对于 (33) 式所示的对称脉冲映射, (40) 式可进一步写为

$$P_e^{(\text{est})}(t) \approx \frac{\Omega(t)}{\Delta_m}. \quad (41)$$

因此, 其峰值量级约为

$$P_{e,\text{max}}^{(\text{est})} \approx \frac{\Omega_{\text{max}}}{\Delta_m} \approx \frac{0.66}{300} \approx 2.2 \times 10^{-3}, \quad (42)$$

这一数量级与图 4(b) 中完整模型数值所得中间态总布居峰值处于 10^{-3} 量级的结果相符. 进一步地, 中间态散射概率可估算为

$$\begin{aligned} p_{\text{sc}}^{(e)} &\approx \Gamma_e \int_0^T P_e^{(\text{est})}(t) dt \approx \frac{\Gamma_e}{\Delta_m} \int_0^T \Omega(t) dt \\ &= \frac{\Gamma_e}{\Delta_m} \frac{\pi}{\sqrt{2}} \approx 1.3 \times 10^{-3}, \end{aligned} \quad (43)$$

最后一步代入了本文所取参数 $\Gamma_e = 2\pi \times 0.18 \text{ MHz}$ 和 $\Delta_m = 2\pi \times 300 \text{ MHz}$. 该估计结果说明, 在本文参数区间内, 中间态散射是受控的. 这里的 $|B\rangle$ 仍表示由 $|g\rangle$ 与 $|r\rangle$ 构成的基态-里德伯态对称单激发

纠缠态.

进一步地, 为考察耗散对方案性能的影响, 系统动力学由 Lindblad 主方程描述,

$$\begin{aligned} \dot{\rho}(t) &= -i[H_{\text{full}}(t), \rho(t)] \\ &+ \sum_k \left(L_k \rho L_k^\dagger - \frac{1}{2} \{L_k^\dagger L_k, \rho\} \right), \end{aligned} \quad (44)$$

其中, 塌缩算符 L_k 用于描述系统中的耗散通道, 分别对应中间态 $|e\rangle$ 向基态 $|g\rangle$ 的自发辐射以及里德伯态 $|r\rangle$ 的有限寿命衰减. 例如, 可取 $L_{e,j} = \sqrt{\Gamma_e} \times |g\rangle_j \langle e|_j$ 和 $L_{r,j} = \sqrt{\Gamma_r} |g\rangle_j \langle r|_j$, 其中 $j = 1, 2$. 这里为简化起见, 将里德伯态的有限寿命等效描述为回到基态 $|g\rangle$ 的有效衰减通道.

数值计算中采用参数 $V = 2\pi \times 120 \text{ MHz}$, $\Delta_m = 2\pi \times 300 \text{ MHz}$, 并取中间态衰减率和里德伯态衰减率分别为 $\Gamma_e = 2\pi \times 0.18 \text{ MHz}$, $\Gamma_r = 2\pi \times 0.01 \text{ MHz}$.

在开放系统情形下, 目标态制备保真度定义为

$$F(T) = \langle B | \rho(T) | B \rangle, \quad (45)$$

其中, $\rho(T)$ 为演化终止时刻 T 的系统密度矩阵.

为确定完整模型中的最佳工作点, 本文对原始双光子失谐 $\delta_{2\text{ph}}$ 进行了数值扫描, 结果如图 3 所示. 可以看到, 在本文所考虑的参数范围内, 末态保真度在 $\delta_{2\text{ph}}/2\pi = 0 \text{ MHz}$ 附近达到最大值, 因此后续完整模型与开放系统模拟中均取 $\delta_{2\text{ph}} = 0$ 作为工作点. 该结果说明, 在本文所采用的参数条件下, 系统的最优工作区间位于双光子共振附近, 因此实验上可通过预先频率标定将系统调至该工作点, 而无需引入复杂的时变失谐补偿.

图 4 给出了有效两能级模型、完整双原子三能级模型以及考虑耗散后的开放系统模型的数值比较结果. 由图 4(a) 可以看出, 在无耗散条件下, 完整模型与有效两能级模型所得目标 Bell 型纠缠态保真度演化几乎重合, 末态保真度可达 0.9999 以上; 在进一步考虑中间态衰减和里德伯态有限寿命后, 末态保真度仍保持在 97% 以上, 仅出现有限下降. 这表明前文基于有效模型构造的解析 STA 脉冲在更真实的完整物理模型中仍然有效, 并对耗散具有较好的鲁棒性.

图 4(b) 进一步给出了完整模型中主要布居的演化. 可以看到, 目标 Bell 型纠缠态布居 P_B 在演化结束时接近于 1, 而双里德伯激发态布居 P_{rr} 在整个过程中始终维持在 10^{-5} 量级, 中间态总布居

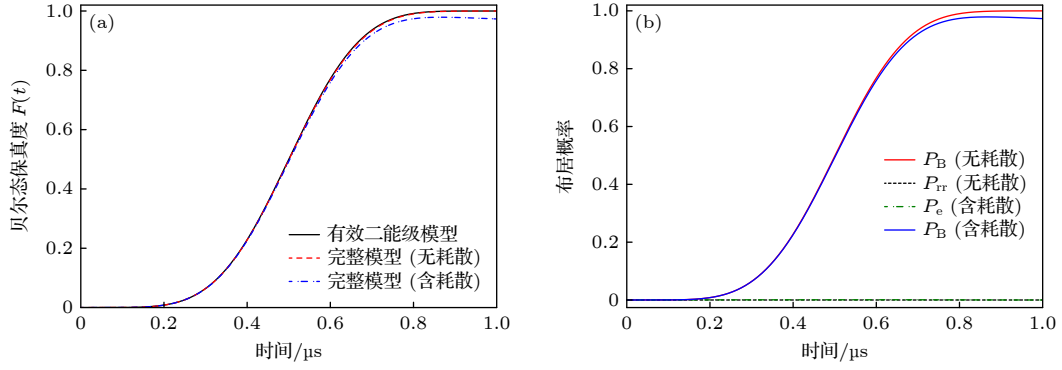


图4 完整模型与耗散效应下目标 Bell 型纠缠态制备的数值验证 (a) 目标 Bell 型纠缠态保真度随时间的演化, 其中黑色实线表示有效两能级模型, 红色虚线表示无耗散时的完整双原子三能级模型, 蓝色点划线表示考虑中间态衰减与里德伯态有限寿命后的完整开放系统模型; (b) 完整模型下主要态布居的时间演化, 其中 P_B 表示目标 Bell 型纠缠态布居, P_{rr} 表示双里德伯激发态布居, P_e 表示中间态总布居. 结果表明, 在完整模型中无耗散时末态保真度可达 0.9999 以上, 而考虑耗散后仍保持在 97% 以上, 同时 P_{rr} 与 P_e 始终维持在很低水平

Fig. 4. Numerical validation of the target Bell-type entangled state preparation in the full model with dissipation: (a) Time evolution of the target Bell-type entangled state fidelity, where the black solid line denotes the effective two-level model, the red dashed line denotes the full two-atom three-level model without dissipation, and the blue dash-dotted line denotes the full open-system model including the intermediate-state decay and finite Rydberg lifetime; (b) time evolution of the main populations in the full model, where P_B , P_{rr} , and P_e denote the target Bell-type entangled state population, the doubly excited Rydberg-state population, and the total intermediate-state population, respectively. The results show that the final-state fidelity exceeds 0.9999 in the full model without dissipation and remains above 97% in the presence of dissipation, while both P_{rr} and P_e stay at very low levels throughout the process.

P_e 的最大值仅约为 10^{-3} 量级. 这说明双激发泄漏和中间态真实占据均受到有效抑制, 从而验证了强阻塞近似和大失谐绝热消除在本文参数区间内的合理性. 综合来看, 本文提出的解析 STA 方案不仅在有效两能级模型中能够实现 Bell 型纠缠态的快速高保真制备, 而且在完整开放系统模型中仍保持较高的制备质量, 体现出良好的实验可行性. 需要进一步指出的是, 在理想无耗散条件下, STA 方案的末态高保真在一定程度上由逆向工程边界条件所保证, 因此要更全面地评估其实际优势, 还需将其与传统绝热方案在开放系统中进行公平比较.

3.3 开放系统下与传统绝热方案的公平比较

为更有物理意义地评估本文方案的实际性能, 下面进一步将所提出的 STA 方案与传统绝热方案进行比较. 需要强调的是, 理想无耗散条件下 STA 方案的高保真转移主要用于验证逆向工程脉冲设计的正确性, 而方案相对于传统控制的实际优势, 更应通过考虑达到给定目标保真度所需的时间代价以及开放系统中的耗散表现来衡量.

为避免仅在固定短时间条件下比较可能带来的偏向性, 本文首先对传统绝热方案在无耗散条件

下实现目标 Bell 态制备所需的总演化时间 T_{ad} 进行了扫描, 结果如图 5(a) 所示. 比较中, 传统绝热方案仍采用与前文相同形式的失谐扫描脉冲, 即

$$\Omega_{ad}(t) = \Omega_0 \sin\left(\frac{\pi t}{T_{ad}}\right), \quad \Delta_{ad}(t) = \delta_0 \left(1 - \frac{2t}{T_{ad}}\right), \quad (46)$$

其中峰值有效两光子 Rabi 频率取为

$$\Omega_0 = 2\pi \times 0.66 \text{ MHz}, \quad (47)$$

与本文 STA 方案的峰值有效两光子 Rabi 频率保持一致; 同时取

$$\delta_0 = 2\pi \times 8.0 \text{ MHz}. \quad (48)$$

可以看到, 随着总演化时间 T_{ad} 的增加, 传统绝热方案的末态保真度逐渐提高; 当目标保真度阈值取为 $F = 0.99$ 时, 所需总时间约为 $T_{ad} = 8.79 \mu s$. 这一结果说明, 传统绝热方案并非不能实现较高保真度, 但需要显著长于本文 STA 方案的演化时间.

在此基础上, 进一步采用 Lindblad 主方程将系统耗散纳入动力学模型, 并在相同参数约束下比较 STA 方案与传统绝热方案在开放系统中的表现. 具体而言, STA 方案取总时间 $T = 1.00 \mu s$, 传统绝热方案取其达到 $F = 0.99$ 所需的代表性时间 $T_{ad} = 8.79 \mu s$, 其余系统参数、里德伯相互作用强度、单光子失谐以及驱动幅度约束均保持一致.

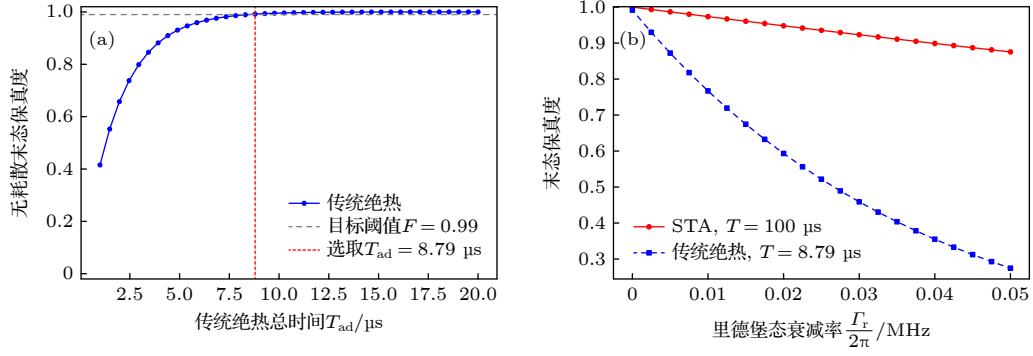


图 5 传统绝热方案与本文 STA 方案的公平比较 (a) 无耗散条件下, 传统绝热方案的末态保真度随总演化时间 T_{ad} 的变化. 虚线表示目标保真度阈值 $F = 0.99$, 对应所需总时间约为 $T_{ad} = 8.79 \mu s$; (b) 开放系统中两种方案末态保真度的比较, 其中 STA 方案取 $T = 1.00 \mu s$, 传统绝热方案取 $T_{ad} = 8.79 \mu s$. 可以看出, 随着里德伯态衰减率 Γ_r 的增大, STA 方案始终保持更高的末态保真度

Fig. 5. Fair comparison between the conventional adiabatic protocol and the present STA protocol: (a) Final-state fidelity of the conventional adiabatic protocol as a function of the total evolution time T_{ad} in the absence of dissipation. The dashed line denotes the target fidelity threshold $F = 0.99$, corresponding to the required duration $T_{ad} = 8.79 \mu s$; (b) comparison of the final-state fidelities between the two protocols in the open-system case. Here the STA duration is fixed at $T = 1.00 \mu s$, while the adiabatic duration is chosen as $T_{ad} = 8.79 \mu s$. It is seen that the STA protocol consistently maintains a higher final-state fidelity as the Rydberg decay rate Γ_r increases.

图 5(b) 给出了不同里德伯态衰减率 Γ_r 下两种方案的末态保真度. 可以看到, 随着 Γ_r 的增大, 两种方案的保真度均有所下降, 但传统绝热方案下降更为迅速. 这是因为传统绝热过程持续时间更长, 系统在演化过程中累积了更多的耗散损失; 相比之下, STA 方案能够在更短时间内完成目标态制备, 从而有效抑制退相干对末态保真度的影响.

上述结果表明, 本文方案的实际优势并不主要体现在理想闭系统中由边界条件保证的“构造性”高保真, 而是体现在存在耗散时仍能保持较高的目标态制备效率. 与传统绝热方案相比, STA 方案通过显著缩短演化时间, 有效降低了开放系统中的退相干累积, 因此更具有实际应用意义. 基于此, 下面进一步考察该方案在实验参数波动和噪声扰动下的鲁棒性.

3.4 实验参数误差与鲁棒性分析

在实际实验中, 原子热运动、光镊位置抖动以及激光强度和相位噪声都会影响控制精度. 为评估本文方案在非理想条件下的稳定性, 定义误差模型为

$$\begin{aligned} V' &= V(1 + \delta_V), \quad \Omega'(t) = \Omega(t)(1 + \delta_\Omega), \\ \Delta'(t) &= \Delta(t) + \delta_\Delta, \end{aligned} \quad (49)$$

其中 δ_V 描述由原子间距波动引起的里德伯相互作用相对误差, δ_Ω 表示驱动幅度误差, δ_Δ 表示附加失谐误差. 多普勒频移可视为附加失谐的一种典型

来源, 而激光线宽噪声则通过相位扩散过程进入动力学模型. 具体而言, 将驱动场写为 $\Omega(t)e^{i\phi(t)}$, 其中随机相位 $\phi(t)$ 满足相位扩散近似:

$$\langle \dot{\phi}(t)\dot{\phi}(t') \rangle = 2D\delta(t - t'), \quad (50)$$

式中的 D 与激光线宽对应. 这里有限线宽的影响作为独立相干噪声源单独评估, 因此采用随机相位轨迹下的纯态平均描述, 而未与前述主方程耗散过程同时叠加. 这种处理有助于分离激光相位噪声对相干控制性能的独立影响, 避免不同误差源叠加后难以辨别其主导贡献. 对于每一条随机轨迹, 系统仍按照含时薛定谔方程进行纯态演化, 并将末态相对于目标 Bell 型纠缠态的投影定义为该轨迹对应的保真度. 最终, 通过对所有随机轨迹的保真度取平均, 得到有限线宽条件下的平均末态保真度. 在数值计算中, 对于每一个线宽参数点, 均采样 1000 条随机相位轨迹. 图中的误差条表示平均值的标准误差. 进一步的轨迹数收敛性检验表明, 本文所采用的采样数已足以保证统计结果收敛, 相关结果见补充材料 C (online).

图 6 展示了不同实验误差下的数值结果. 图 6(a) 表明, 在较宽的相互作用误差范围内, 末态保真度始终保持接近于 1. 这是因为本文方案工作在深度里德伯阻塞区 $V \gg \Omega_{\text{eff}}$, 适度的相互作用波动不会显著改变有效两态子空间中的动力学轨迹. 图 6(b) 给出了多普勒失谐对保真度的影响. 可以看到, 在 50 kHz 量级的多普勒失谐范围内, 末态保真度仍

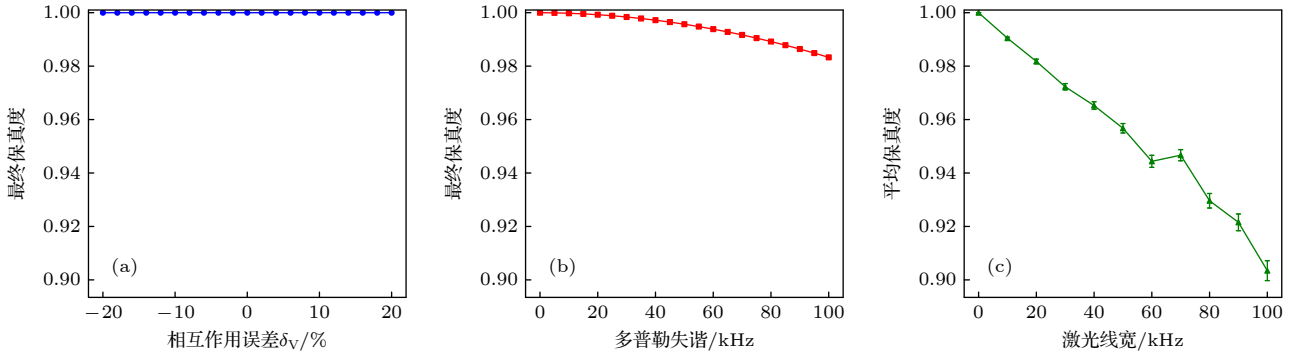


图6 不同实验误差下的鲁棒性分析 (a) 末态保真度随里德伯相互作用相对误差 δ_V 的变化; (b) 末态保真度随多普勒失谐的变化; (c) 有限激光线宽条件下经 Monte Carlo 平均得到的末态保真度, 误差条表示 Monte Carlo 平均的标准误差

Fig. 6. Robustness analysis under different experimental imperfections: (a) Final state fidelity as a function of the relative error of Rydberg interaction δ_V ; (b) final-state fidelity as a function of the Doppler detuning; (c) final state fidelity obtained by Monte Carlo averaging under finite laser linewidth, with error bars representing the standard error of the Monte Carlo average.

保持在约 0.995 附近, 说明所设计脉冲对热运动引起的附加失谐具有较好的容忍度. 图 6(c) 给出了激光线宽噪声下经 Monte Carlo 平均得到的末态保真度. 随着激光线宽增大, 平均保真度逐渐下降, 说明相位扩散噪声会削弱有限时间相干控制过程; 尽管如此, 在几十 kHz 量级的激光线宽范围内, 该方案仍保持较高平均保真度, 表明其对有限激光相位噪声具有一定容忍度.

为了进一步评估方案对驱动误差与失谐误差的综合容忍度, 图 7 给出了末态保真度 F 随相对 Rabi 振幅误差 δ_Ω 和归一化失谐差 $\delta_\Delta/\Omega_{\max}$ 变化的二维分布, 其中 $\Omega_{\max}$ 表示本文 STA 方案的峰值有效两光子 Rabi 频率. 与采用传统绝热方案参考频率进行归一化的方式相比, 这里采用自身的特征耦合尺度作为归一化基准, 因而更能直接反映所提 STA 控制协议对静态失谐偏差的固有容忍度. 图中横坐标采用百分比形式表示相对 Rabi 振幅误差, 纵坐标表示以 $\Omega_{\max}$ 归一化后的附加失谐误差. 可以看到, 高保真区域围绕零误差点分布, 并在失谐方向上保持较明显的延展, 表明本文设计的 STA 脉冲对静态失谐差具有较强鲁棒性; 同时, 在约 $\pm 10\%$ 的 Rabi 振幅误差范围内, 末态保真度仍可保持在较高水平. 图中的白色虚线分别对应于 $F = 0.990$ 和 $F = 0.999$ 的等值线, 它们进一步刻画了高保真工作区域的范围.

除了全局振幅误差和静态失谐偏差外, 实际实验中两个原子所受激光驱动也可能并不完全相同, 例如由于聚焦光斑不均匀、光镊位置偏差或局域光强漂移等因素, 会导致两个原子的有效耦合强度存在不对称性. 为此, 本文进一步引入双原子耦合不

对称模型:

$$\Omega_A(t) = \Omega(t)(1 + \epsilon), \quad \Omega_B(t) = \Omega(t)(1 - \epsilon), \quad (51)$$

其中 ϵ 描述两原子间的相对耦合不对称程度. 图 8(a) 给出了目标 Bell 型纠缠态末态保真度以及反对称单激发态泄漏随 ϵ 的变化. 可以看到, 在适度耦合不对称范围内, 目标态保真度仍保持较高水平, 但随着不对称程度增大, 系统会逐渐产生反对称态

$$|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|gr\rangle - |rg\rangle) \quad (52)$$

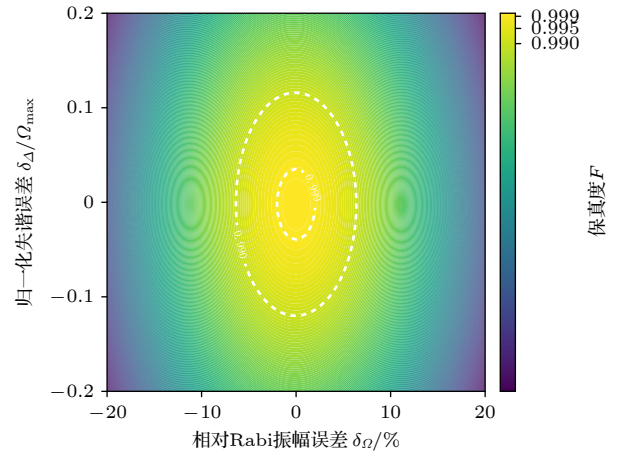


图7 STA 方案在相对 Rabi 振幅误差 δ_Ω 与归一化失谐误差 $\delta_\Delta/\Omega_{\max}$ 下的二维鲁棒性分布, 其中 $\Omega_{\max}$ 为本文 STA 方案的峰值有效两光子 Rabi 频率. 横坐标以百分比形式给出. 白色虚线分别对应保真度 $F = 0.990$ 和 $F = 0.999$ 的等值线

Fig. 7. Two-dimensional robustness map of the STA scheme versus the relative Rabi-amplitude error δ_Ω and the normalized detuning error $\delta_\Delta/\Omega_{\max}$, where $\Omega_{\max}$ denotes the peak effective two-photon Rabi frequency of the STA protocol. The horizontal axis is given in percentage. The white dashed curves represent the contours of fidelity $F = 0.990$ and $F = 0.999$, respectively.

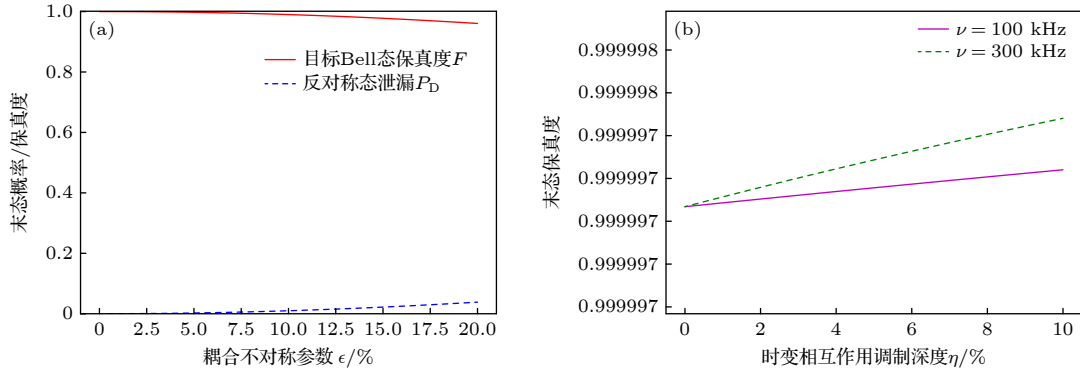


图 8 在更贴近实验条件的两类非理想因素下, 本文方案的鲁棒性分析结果 (a) 在两原子耦合不对称条件下, 目标 Bell 型纠缠态末态保真度及反对称单激发态泄漏随不对称参数 ϵ 的变化, 其中 $\Omega_A(t) = \Omega(t)(1 + \epsilon)$, $\Omega_B(t) = \Omega(t)(1 - \epsilon)$; (b) 在时变里德伯相互作用条件下, 末态保真度随调制深度 η 的变化, 其中采用模型 $V(t) = V_0[1 + \eta \sin(2\pi\nu t + \phi)]$, 并给出了两个代表性调制频率下的结果

Fig. 8. Presents the robustness analysis of the proposed scheme under two types of nonideal effects that are closer to realistic experimental conditions: (a) Under asymmetric atom-laser couplings, the final fidelity of the target Bell state and the leakage to the anti-symmetric singly excited state are shown as functions of the asymmetry parameter ϵ , where $\Omega_A(t) = \Omega(t)(1 + \epsilon)$ and $\Omega_B(t) = \Omega(t)(1 - \epsilon)$; (b) under a time-dependent Rydberg interaction, the final-state fidelity is plotted as a function of the modulation depth η , using the model $V(t) = V_0[1 + \eta \sin(2\pi\nu t + \phi)]$, with results shown for two representative modulation frequencies.

的泄漏. 这是由于理想情况下的交换对称驱动被破坏后, 体系不再严格限制在对称单激发子空间内. 尽管如此, 在实验上可接受的不对称范围内, 该方案仍表现出较好的鲁棒性.

进一步地, 考虑到光镊中原子的残余热运动会引起原子间距离随时间微小变化, 从而导致里德伯相互作用在单次演化过程中呈现弱时变特征, 本文采用如下模型进行描述:

$$V(t) = V_0 [1 + \eta \sin(2\pi\nu t + \phi)], \quad (53)$$

其中 η 为相互作用调制深度, ν 为调制频率, ϕ 为初始相位. 图 8(b) 给出了不同代表性调制频率下末态保真度随 η 的变化关系. 结果表明, 在本文考虑的微弱扰动范围内, 只要位置波动所对应的相互作用调制深度保持在较小范围内, 时变里德伯相互作用对目标 Bell 型纠缠态制备结果保真度的影响仍较有限. 这说明本文方案不仅对静态相互作用误差具有鲁棒性, 对更贴近实验实际的弱时变相互作用扰动同样具有较好的容忍能力.

4 实验参数选取与可行性讨论

4.1 ^{171}Yb 能级选择与激发路径

为了将上述理论控制方案应用于具体实验平台, 下面对 ^{171}Yb 体系中的能级选择与激发方式进行讨论. 本文选取 ^{171}Yb 的 $^1\text{S}_0$ 基态核自旋态作为量子比特编码, 即

$$|g_0\rangle = |^1\text{S}_0, m_I = -1/2\rangle, \quad |g_1\rangle = |^1\text{S}_0, m_I = +1/2\rangle. \quad (54)$$

由于该编码主要依赖核自旋自由度, 因此对外部磁场噪声具有较强抑制作用, 同时避免了碱金属原子中较复杂的超精细结构耦合问题^[27,28,32-34].

在里德伯激发方面, 本文考虑将高主量子数三重态 $n^3\text{S}_1$ 作为目标里德伯态, 例如 $n \approx 70$ 时可提供足够强的范德瓦耳斯相互作用, 从而满足强阻塞条件. 实验上可采用双光子梯形激发路径, 经由窄线宽中间态 $^3\text{P}_1$ 实现从 $^1\text{S}_0$ 到 $n^3\text{S}_1$ 的耦合. 一种可行的波长组合为: 第一步使用 556 nm 激光驱动 $^1\text{S}_0 \leftrightarrow ^3\text{P}_1$ 跃迁, 第二步使用紫外激光驱动 $^3\text{P}_1 \leftrightarrow n^3\text{S}_1$ 跃迁^[25-27,31-34]. 这一方案与现有 ^{171}Yb 光镊和窄线宽激光技术的发展方向具有较好的兼容性.

为避免理论符号化简掩盖具体实验实现路径, 这里给出一条与本文模型相一致的可行子能级示例. 可取参与里德伯激发的有效基态为

$$|g\rangle \equiv \left| ^1\text{S}_0, F = \frac{1}{2}, m_F = +\frac{1}{2} \right\rangle, \quad (55)$$

例如, 在弱偏置磁场下, 采用 π 偏振光耦合到

$$\left| ^3\text{P}_1, F' = \frac{1}{2}, m_F = +\frac{1}{2} \right\rangle \quad \left| n^3\text{S}_1, F'' = \frac{1}{2}, m_F = +\frac{1}{2} \right\rangle. \quad (56)$$

上述路径满足电偶极跃迁选择定则 $\Delta m_F = 0$, 同时可借助 Zeeman 分辨与频率选择, 使另一核自旋

编码态在演化过程中作为旁观态保留. 需要强调的是, 本文理论分析并不依赖某一唯一的子能级实现方式, 而只要求实验上存在一条可通过偏振与频率选择实现的有效双光子激发路径. 因而, 文中所记的 $|g\rangle$ 可理解为在实验中经过态选择后参与里德伯耦合的有效基态.

需要指出的是, 本文采用的参数区间与现有 ^{171}Yb 中性原子实验平台具有较好的兼容性^[31–33,35–38]. 一方面, 对于主量子数 $n \sim 70$ 附近的 ^{171}Yb 里德伯态, 在典型微米量级原子间距下可实现百 MHz 量级的有效相互作用强度, 从而满足强阻塞条件 $V \gg \Omega_{\text{eff}}$. 另一方面, 本文方案所需峰值有效两光子 Rabi 频率仅约为 $2\pi \times 0.66$ MHz, 处于亚 MHz 至 MHz 量级, 显著低于许多直接快速驱动方案对大功率激光的需求, 有利于减小激光功率负担及附加 AC Stark 频移. 与此同时, 由于控制过程中采用共振驱动而非频率扫描, 实验上只需通过声光调制器或电光调制器对激光振幅进行整形即可实现所设计的脉冲波形, 从而降低了控制复杂度. 综合来看, 本文提出的控制协议在当前实验参数范围内具有一定实现可行性.

4.2 有效驱动强度与时间尺度分析

在实验实现上, 本文使用的单原子有效两光子 Rabi 频率满足

$$\Omega(t) \approx \Omega_1(t)\Omega_2(t)/(2\Delta_m). \quad (57)$$

相应地, 在对称单激发子空间中, 集体有效耦合满足 $\Omega_{\text{eff}}(t) = \sqrt{2}\Omega(t)$. 关于完整模型中对称单光子脉冲的映射方式及相应实验参数的量级估算, 详见补充材料 B ([online](#)).

因此, 只要适当增大中间态失谐 Δ_m , 即可在抑制中间态布居和自发辐射散射的同时获得所需的有效耦合. 根据本文数值结果, 所需峰值有效两光子 Rabi 频率仅约为 $2\pi \times 0.66$ MHz, 明显低于许多依赖强驱动的快速量子门方案. 这意味着实验上无需采用极高功率的紫外激光场即可完成目标操作, 从而有助于降低功率噪声和附加 AC Stark 频移带来的误差.

对于本文在完整模型数值中采用的对称单光子脉冲映射, 峰值单光子 Rabi 频率约为

$$\Omega_{1,\text{max}}/2\pi = \Omega_{2,\text{max}}/2\pi \approx 19.9 \text{ MHz}, \quad (58)$$

其中取 $\Delta_m = 2\pi \times 300$ MHz. 在该参数下, 中间态

峰值占据约为

$$P_{\text{e,max}}^{(\text{est})} \approx \frac{\Omega_{\text{max}}}{\Delta_m} \approx 2.2 \times 10^{-3}, \quad (59)$$

而中间态散射概率估计约为

$$p_{\text{sc}}^{(\text{e})} \approx 1.3 \times 10^{-3}, \quad (60)$$

说明大失谐条件下中间态真实占据和散射均受到有效抑制.

进一步地, 556 nm 窄线跃迁 $^1\text{S}_0 \leftrightarrow ^3\text{P}_1$ 所需功率可以作简单量级估算. 该跃迁的自然线宽为 $\Gamma/2\pi \approx 182$ kHz, 饱和强度 $I_{\text{sat}} \approx 0.14$ mW/cm²^[55,56]. 若取典型聚焦束腰 $w_{556} \sim 3$ μm , 则由饱和强度估算可知, 达到 (58) 式所示单光子 Rabi 频率所需功率处于微瓦量级; 即使考虑 Clebsch-Gordan 系数、偏振失配及实验裕量, 其需求通常仍可控制在数 μW 量级. 对于第二步紫外激光驱动 $^3\text{P}_1 \leftrightarrow n^3\text{S}_1$ 跃迁, 在典型 $w_{\text{UV}} \sim 3-5$ μm 的聚焦条件下, 按典型偶极矩量级估算, 实现 $\Omega_{2,\text{max}}/2\pi \approx 19.9$ MHz 所需 UV 功率可处于数十毫瓦量级. 这里给出的功率需求均应理解为实验量级估算, 而非唯一确定值; 具体数值会随主量子数 n 、偏振以及跃迁偶极矩而变化^[57]. 上述参数量级与现有 ^{171}Yb 光镊平台和类碱土里德伯光镊实验条件相兼容^[35–38].

另一方面, 本文取里德伯相互作用强度 $V = 2\pi \times 120$ MHz. 若选取典型光镊间距

$$R \approx 4 \mu\text{m}, \quad (61)$$

则由 $V = C_6/R^6$ ^[13] 可对所需相互作用系数量级作出估算. 这里将 V 以角频率形式表示, 因此 $V/2\pi$ 对应普通频率单位, 从而有

$$\frac{C_6}{h} = \frac{V}{2\pi} R^6 \approx 4.9 \times 10^2 \text{ GHz} \cdot \mu\text{m}^6. \quad (62)$$

该结果表明, 本文所取参数对应的 C_6/h 处于约 10^2-10^3 GHz $\cdot \mu\text{m}^6$ 量级, 与文献中高主量子数里德伯态可达到的强相互作用范围相符, 因此本文所采用的 V 值具有合理的物理基础^[58].

从时间尺度上看, 本文提出的控制过程总演化时间约为 1 μs . 对于 $n \approx 70$ 的 ^{171}Yb 里德伯态, 其自然寿命修正后的有效寿命通常仍明显长于该操作时间^[13,19,45,59]. 因此, 本文方案有助于在退相干效应充分积累之前完成纠缠态制备. 此外, 由于本文采用对称双光子驱动并在实验前对双光子共振点进行标定, 整个控制过程可在有效共振工作点附近运行, 实验中无需进行复杂的频率扫描, 仅需借

助声光调制器或电光调制器对激光振幅进行波形整形即可,从而有望简化实验控制要求.

关于本文共振 STA 方案对实验设置的基本要求,还可进一步概括如下:其一,需要满足大失谐条件

$$|\Delta_m| \gg \Omega_1, \Omega_2, \Gamma_e, \quad (63)$$

以保证中间态可绝热消除,并抑制真实占据和散射;其二,实验上应尽量采用近似对称的双光子驱动脉冲,以减小差分 AC Stark 位移对有效双光子共振条件的破坏;其三,在正式施加控制脉冲前,可通过双光子谱线测量或 Ramsey 标定将裸双光子失谐 δ_{2ph} 调至最优工作点附近;其四,只要残余有效失谐保持在小于有效耦合尺度的范围内,方案仍可维持较高末态保真度.结合本文对失谐偏差、多普勒频移和激光线宽的数值分析可见,在典型实验参数范围内,该共振 STA 方案对小幅残余失谐仍具有一定容忍度.

4.3 实验非理想因素讨论

除了里德伯态寿命和激光控制精度外,实验中还会受到原子残余热运动、多普勒频移及光镊位置波动等因素的影响.本文前述鲁棒性分析表明,在典型冷原子实验参数范围内,这些非理想因素不会显著降低目标态保真度.特别是在深度里德伯阻塞条件下,适度的原子间距波动仅会引起有限的相互作用涨落,而不会破坏整体控制路径.

此外,需要进一步说明本文所制备纠缠态在量子信息处理中的定位.本文直接得到的是基态-里德伯态对称单激发 Bell 型纠缠态,它可作为后续逻辑纠缠制备的中间资源态.若实验目标是获得完全存储于长寿命核自旋基态中的逻辑 Bell 态,则可在本文控制协议结束后,利用附加的相干退激发或受控态映射脉冲,将 $|r\rangle$ 选择性转移到另一稳定基态(例如另一核自旋编码态或辅助长寿命基态),从而实现从 $(|gr\rangle + |rg\rangle)/\sqrt{2}$ 到逻辑 Bell 态的转换.由于本文方案已经在微秒时间尺度内完成主要纠缠资源态的快速制备,因此可为后续在较低退相干累积条件下实施相干映射留下时间窗口.

5 结 论

本文提出了一种基于 Lewis-Riesenfeld 不变

量的绝热捷径控制方案,用于 ^{171}Yb 中性原子里德伯阻塞体系中的快速纠缠态制备.本文直接制备的目标态为基态 $|g\rangle$ 与里德伯态 $|r\rangle$ 构成的对称单激发 Bell 型纠缠态,而非已经完全存储在长寿命核自旋逻辑基底中的最终逻辑 Bell 态.

数值结果表明,在总演化时间 $T = 1 \mu\text{s}$ 、里德伯相互作用强度 $V = 2\pi \times 120 \text{ MHz}$ 的参数下,本文方案仅需峰值单原子有效两光子 Rabi 频率约 $2\pi \times 0.66 \text{ MHz}$,即可实现保真度高于 0.999 的基态-里德伯态对称单激发 Bell 型纠缠态制备.进一步的开放系统比较表明,与传统绝热方案相比,所提 STA 协议可在显著更短的演化时间内完成目标态转移,从而减少耗散累积,并保持更高的末态保真度.

从实验实现角度看,本文方案具有两个突出特点:其一,仅需较低的峰值有效两光子 Rabi 频率,处于 MHz 量级,有助于降低中间态散射 AC Stark 频移带来的误差;其二,整个控制过程在有效共振工作点附近运行,无需复杂的时变失谐扫描,因此在 ^{171}Yb 光镊阵列平台上具有较好的实验可行性.未来可进一步结合开放系统主方程与原子运动效应,并将该方案推广到多原子并行纠缠制备情形,从而拓展其在中性原子量子信息处理中的应用.若进一步结合实验中的相干态映射步骤,本文所制备的基态-里德伯态 Bell 型纠缠态可作为实现长寿命逻辑 Bell 态制备的前置纠缠资源.

参考文献

- [1] Preskill J 2018 *Quantum* **2** 79
- [2] Kaufman A M, Ni K K 2021 *Nat. Phys.* **17** 1324
- [3] Henriot L, Béguin L, Signoles A, Lahaye T, Browaeys A, Raymond G O, Jurczak C 2020 *Quantum* **4** 327
- [4] Browaeys A, Lahaye T 2020 *Nat. Phys.* **16** 132
- [5] Ebadi S, Wang T T, Levine H, Keesling A, Semeghini G, Omran A, Bluvstein D, Samajdar R, Pichler H, Ho W W, Choi S, Sachdev S, Greiner M, Vuletić V, Lukin M D 2021 *Nature* **595** 227
- [6] Endres M, Bernien H, Keesling A, Levine H, Anschuetz E R, Krajenbrink A, Senko C, Vuletić V, Greiner M, Lukin M D 2016 *Science* **354** 1024
- [7] Barredo D, de Léséleuc S, Lienhard V, Lahaye T, Browaeys A 2016 *Science* **354** 1021
- [8] Bernien H, Schwartz S, Keesling A, Levine H, Omran A, Pichler H, Choi S, Zibrov A S, Endres M, Greiner M, Vuletić V, Lukin M D 2017 *Nature* **551** 579
- [9] Wilk T, Gaëtan A, Evellin C, Wolters J, Miroshnichenko Y, Grangier P, Browaeys A 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 010502
- [10] Isenhower L, Urban E, Zhang X L, Gill A T, Henage T, Johnson T A, Walker T G, Saffman M 2010 *Phys. Rev. Lett.*

104 010503

- [11] Levine H, Keesling A, Omran A, Bernien H, Schwartz S, Zibrov A S, Endres M, Greiner M, Vuletić V, Lukin M D 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 123603
- [12] Graham T M, Song Y, Scott J, Poole C, Phung D, Biswas A, Scholl P, Saffinan M 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 230501
- [13] Saffinan M, Walker T G, Mølmer K 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 2313
- [14] Jaksch D, Cirac J I, Zoller P, Rolston S L, Côté R, Lukin M D 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2208
- [15] Lukin M D, Fleischhauer M, Côté R, Duan L M, Jaksch D, Cirac J I, Zoller P 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 037901
- [16] Saffinan M 2016 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **49** 202001
- [17] Adams C S, Pritchard J D, Shaffer J P 2020 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **53** 012002
- [18] Zhang Z Y, Zhang T Y, Liu Z K, Ding D S, Shi B S 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 180301 (in Chinese) [张正源, 张天乙, 刘宗凯, 丁冬生, 史保森 2020 物理学报 **69** 180301]
- [19] Morgado M, Whitlock S 2021 *AVS Quantum Sci.* **3** 023501
- [20] Maller K M, Lichtman M T, Xia T, Sun Y, Piotrowicz M J, Carr A W, Isenhower L, Saffinan M 2015 *Phys. Rev. A* **92** 022336
- [21] Evered S J, Bluvstein D, Kalinowski M, Ebadi S, Manovitz T, Zhou H, Li S H, Geim A A, Wang T T, Maskara N, Levine H, Semeghini G, Greiner M, Vuletić V, Lukin M D 2023 *Nature* **622** 268
- [22] Bai W J, Yan D, Han H Y, Hua S, Gu K H 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 014202 (in Chinese) [白文杰, 严冬, 韩海燕, 华硕, 谷开慧 2022 物理学报 **71** 014202]
- [23] Su S L 2018 *Chin. Phys. B* **27** 110304
- [24] Wang C, Liu B B, Yun M R, Zhu X Y, Su S L 2024 *Int. J. Theor. Phys.* **63** 229
- [25] Xu J Z, Sun L N, Wei J F, Du Y L, Luo R, Yan L L, Feng M, Su S L 2022 *Chin. Phys. Lett.* **39** 090301
- [26] Guo F Q, Wu J L, Zhu X Y, Jin Z, Zeng Y, Zhang S, Yan L L, Feng M, Su S L 2020 *Phys. Rev. A* **102** 062410
- [27] Daley A J, Ye J, Zoller P 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 170504
- [28] Gorshkov A V, Hermele M, Gurarie V, Xu C, Julienne P S, Ye J, Zoller P, Demler E, Lukin M D, Rey A M 2010 *Nat. Phys.* **6** 289
- [29] Derevianko A, Katori H 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 331
- [30] Ludlow A D, Boyd M M, Ye J, Peik E, Schmidt P O 2015 *Rev. Mod. Phys.* **87** 637
- [31] Madjarov I S, Covey J P, Shaw A L, Choi J, Kale A, Cooper A, Pichler H, Schkolnik V, Williams J R, Endres M 2020 *Nat. Phys.* **16** 857
- [32] Saskin S, Wilson J T, Grinkemeyer B, Thompson J D 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 143002
- [33] Jenkins A, Lis J W, Senoo A, McGrew W F, Kaufman A M 2022 *Phys. Rev. X* **12** 021027
- [34] Cooper A, Covey J P, Madjarov I S, Porsev S G, Safronova M S, Endres M 2018 *Phys. Rev. X* **8** 041055
- [35] Ma S, Burgers A P, Liu G Y, Wilson J, Zhang B, Thompson J D 2022 *Phys. Rev. X* **12** 021028
- [36] Ma S, Liu G, Peng P, Zhang B, Jandura S, Claes J, Burgers A P, Pupillo G, Puri S, Thompson J D 2023 *Nature* **622** 279
- [37] Wilson J T, Saskin S, Grinkemeyer B, Meng Y, Thompson J D 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 033201
- [38] Scholl P, Williams H J, Bornet G, Wallner F, Barredo D, Lienhard V, Signoles A, Hainaut C, Franz T, Geier S, Tebben A, Salzinger A, Zürn G, Lahaye T, Weidemüller M, Browaeys A 2022 *PRX Quantum* **3** 020303
- [39] Bergmann K, Theuer H, Shore B W 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 1003
- [40] Vitanov N V, Rangelov A A, Shore B W, Bergmann K 2017 *Rev. Mod. Phys.* **89** 015006
- [41] Theis L S, Motzoi F, Wilhelm F K, Saffinan M 2016 *Phys. Rev. A* **94** 032306
- [42] Guéry-Odelin D, Ruschhaupt A, Kiely A, Torrontegui E, Martínez-Garaot S, Muga J G 2019 *Rev. Mod. Phys.* **91** 045001
- [43] Torrontegui E, Ibáñez S, Martínez-Garaot S, Modugno M, del Campo A, Guéry-Odelin D, Ruschhaupt A, Chen X, Muga J G 2013 *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **62** 117
- [44] Berry M V 2009 *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** 365303
- [45] Demirplak M, Rice S A 2003 *J. Phys. Chem. A* **107** 9937
- [46] Demirplak M, Rice S A 2005 *J. Phys. Chem. B* **109** 6838
- [47] Lewis H R, Riesenfeld W B 1969 *J. Math. Phys.* **10** 1458
- [48] Chen X, Ruschhaupt A, Schmidt S, del Campo A, Guéry-Odelin D, Muga J G 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 063002
- [49] Chen X, Torrontegui E, Muga J G 2011 *Phys. Rev. A* **83** 062116
- [50] Ruschhaupt A, Chen X, Alonso D, Muga J G 2012 *New J. Phys.* **14** 093040
- [51] Bason M G, Viteau M, Malossi N, Huillery P, Arimondo E, Ciampini D, Fazio R, Giovannetti V, Mannella R, Morsch O 2012 *Nat. Phys.* **8** 147
- [52] del Campo A 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 100502
- [53] Kang Y H, Chen Y H, Wu Q C, Huang B H, Song J, Xia Y 2016 *Sci. Rep.* **6** 36737
- [54] Zhang C L, Liu W W 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 160302 (in Chinese) [张春玲, 刘文武 2018 物理学报 **67** 160302]
- [55] Kuwamoto T, Honda K, Takahashi Y, Yabuzaki T 1999 *Phys. Rev. A* **60** R745
- [56] Takasu Y, Maki K, Komori K, Takano T, Honda K, Kumakura M, Yabuzaki T, Takahashi Y 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 040404
- [57] Halter C, Miethke A, Sillus C, Hegde A, Görlitz A 2023 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **56** 055001
- [58] Walker T G, Saffinan M 2008 *Phys. Rev. A* **77** 032723
- [59] Beterov I I, Tretyakov D B, Entin V M, Ekers A, Bezuglov N N, Ryabtsev I I, Miculis K, Mahrov B, Ferber R, Auzinsh M, Schmieder H 2009 *Phys. Rev. A* **79** 052504

Fast preparation of Bell-type entangled states between the ground and Rydberg states of neutral ^{171}Yb atoms based on shortcut to adiabaticity via invariants

WANG Xiaofeng[†]

(*Department of Physics, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, China*)

(Received 13 March 2026; revised manuscript received 9 April 2026)

Abstract

Fast and high-fidelity entangled-state preparation in neutral-atom Rydberg systems is of central importance for quantum information processing, yet conventional adiabatic protocols generally rely on long evolution times and are therefore susceptible to decoherence and control imperfections. In this work, we propose a shortcut-to-adiabaticity protocol based on Lewis–Riesenfeld invariant inverse engineering for the rapid preparation of a symmetric singly excited Bell-type state in a two-atom ^{171}Yb Rydberg-blockade system. The target state is the ground–Rydberg entangled state $|B\rangle = (|gr\rangle + |rg\rangle)/\sqrt{2}$, which is generated from the initial state $|gg\rangle$.

Starting from the original two-atom three-level ladder system, we first perform adiabatic elimination of the intermediate state under the large single-photon detuning condition and further reduce the dynamics to an effective two-level model in the symmetric subspace spanned by $|G\rangle = |gg\rangle$ and $|B\rangle$. In the strong Rydberg blockade regime, the doubly excited state $|rr\rangle$ is far off resonance and contributes only as a higher-order leakage channel. On this basis, an analytical control pulse is derived by reverse engineering the Lewis–Riesenfeld invariant. By choosing a constant auxiliary phase $\beta = -\pi/2$, the general invariant-based control relations are simplified to a resonant shortcut protocol with vanishing effective detuning. A quintic polynomial ansatz for the auxiliary angle $\theta(t)$ is then adopted to satisfy the boundary conditions $\theta(0) = 0$ and $\theta(T) = \pi$, yielding a smooth single-peaked pulse with zero initial and final amplitudes, which is favorable for experimental implementation.

Numerical simulations show that, for a total operation time of $T = 1\ \mu\text{s}$ and a Rydberg interaction strength of $V = 2\pi \times 120\ \text{MHz}$, the effective two-level model yields a final fidelity above 0.999 for the target Bell state. The required peak effective two-photon Rabi frequency is only about $2\pi \times 0.66\ \text{MHz}$, indicating that the protocol can be implemented with relatively weak driving fields. To further assess the validity of the reduced model, we verify the protocol in the full two-atom three-level system. In the absence of dissipation, the final-state fidelity exceeds 0.9999, confirming the accuracy of the effective-model description. When the spontaneous decay of the intermediate state and the finite lifetime of the Rydberg state are included through a Lindblad master equation, the fidelity remains above 97%, demonstrating that the protocol retains good performance in the open-system setting. During the entire evolution, the intermediate-state population stays at the 10^{-3} level and the doubly excited Rydberg-state population remains at the 10^{-5} level, which validates both the adiabatic elimination and the strong-blockade approximation.

For a fair comparison with a conventional adiabatic protocol under the same peak-driving constraint, we find that the traditional adiabatic scheme requires a much longer evolution time of about $8.79\ \mu\text{s}$ to reach a fidelity of 0.99 in the ideal closed-system case, whereas the present shortcut protocol completes the state preparation within $1\ \mu\text{s}$. Owing to the shorter operation time, the proposed scheme significantly suppresses

[†] E-mail: andywangxiaofeng@163.com

Keywords: ^{171}Yb neutral atoms, Rydberg blockade, shortcut to adiabaticity, Lewis-Riesenfeld invariant, preparation of Bell-type entangled states

CSTR: 32037.14.aps.75.20260364

基于不变量绝热捷径的 ^{171}Yb 中性原子基态-里德伯态 Bell型纠缠态快速制备

王晓锋

Fast preparation of Bell-type entangled states between the ground and Rydberg states of neutral ^{171}Yb atoms based on shortcut to adiabaticity via invariants

WANG Xiaofeng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 160602 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20260364

CSTR: 32037.14.aps.75.20260364

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20260364>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于超绝热技术快速制备里德伯超级原子W态

Rapid preparation of Rydberg superatom W state using superadiabatic techniques

物理学报. 2025, 74(10): 100305 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241694>

双势阱中玻色-爱因斯坦凝聚体的绝热捷径动力学

Dynamics of shortcut to adiabaticity for Bose-Einstein condensates in a double-well potential

物理学报. 2026, 75(7): 100305 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251747>

基于物理信息神经网络的绝热捷径动力学分析

Dynamic analysis of shortcut to adiabaticity based on physical information neural network

物理学报. 2025, 74(11): 114204 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250147>

超级里德伯原子间的稳态关联集体激发与量子纠缠

Correlated collective excitation and quantum entanglement between two Rydberg superatoms in steady state

物理学报. 2023, 72(12): 124202 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222030>

超冷($36\text{D}_{5/2}+6\text{S}_{1/2}$)里德伯分子的制备及其电偶极矩的测量

Preparation of ultra-cold ($36\text{D}_{5/2}+6\text{S}_{1/2}$) Rydberg molecule and measurement of its permanent electric dipole moment

物理学报. 2023, 72(3): 033202 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221865>

超快强激光场中原子分子的里德伯态激发

Rydberg state excitation of atoms and molecules in ultrafast intense laser field

物理学报. 2022, 71(23): 233202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221258>