

专题: 超冷原子分子物理

超冷原子光晶格体系中束缚态的拓扑泵浦*

赵晚霜¹⁾²⁾ 黄泊宁¹⁾²⁾ 柯勇贯^{2)†} 李朝红²⁾

1) (中山大学物理与天文学院, 量子工程与精密测量实验室, 珠海 519082)

2) (深圳大学物理与光电工程学院, 量子精密测量研究所, 深圳 518060)

(2026 年 4 月 9 日收到; 2026 年 5 月 2 日收到修改稿)

拓扑泵浦是受拓扑保护的定向粒子输运, 近年来在超冷原子、光子晶体等实验平台中已被广泛实现. 粒子间相互作用无处不在, 为拓扑泵浦带来了新的调控自由度. 为进一步探究相互作用系统中的拓扑输运规律, 本文研究了一维相互作用广义 Aubry-André-Harper 模型中两粒子束缚态的拓扑泵浦行为. 只考虑在位相互作用, 除同位束缚态拓扑泵浦外, 还存在一种新奇的邻位束缚态泵浦模式, 即两粒子始终保持相邻占据并作为整体进行拓扑泵浦. 在绝热周期驱动下, 两类束缚态均可作为复合准粒子实现量子化泵浦, 经过一个泵浦周期, 其质心位移取决于对应能带的陈数. 在开边界条件下, 系统中存在这两类束缚态的边缘模式, 可以通过边缘态-体态混合泵浦模式从系统一侧边缘输运到另一侧边缘. 本研究揭示了一种新颖的邻位束缚对拓扑泵浦输运模式, 丰富了两体拓扑泵浦的物理图像, 为相互作用系统中的拓扑输运研究提供了新的视角.

关键词: 多粒子拓扑泵浦, 邻位束缚态, 同位束缚态, 超冷原子**DOI:** 10.7498/aps.75.20260498**CSTR:** 32037.14.aps.75.20260498

1 引言

索利斯泵浦 (Thouless pumping), 作为实现量子化输运的一种重要机制, 长期以来备受关注^[1,2]. 在索利斯拓扑泵浦过程中, 缓慢且周期地改变系统的参数, 粒子也能实现量子化的定向传输, 其输运距离和方向取决于系统的非平庸拓扑不变量^[3,4]. 在一维晶格体系中, 考虑均匀占据某条能带的万尼尔 (Wannier) 态作为初态, 经过一个泵浦周期, 粒子的质心位移等于对应能带的陈数. 由于体边对应关系, 拓扑非平庸系统的能隙中存在拓扑边缘态. 粒子可以通过边缘态通道, 从系统一侧输运到系统另一侧, 这就是边缘态拓扑泵浦^[5-7]. 近些年来, 随着实验技术的快速发展, 索利斯泵浦、边缘态拓扑

泵浦都已经在包含超冷原子光晶格体系在内的多种实验平台上实现^[5-15]. 超冷原子光晶格体系不仅支持灵活的参数调制方式, 还可以精确调控粒子之间的相互作用, 为探索新颖的拓扑泵浦机制提供了优秀的平台^[10,11,16-18].

传统的拓扑泵浦研究聚焦于无相互作用的单粒子体系, 而粒子间的相互作用为传统的拓扑泵浦模式带来了新的自由度. 考虑粒子间相互作用, 拓扑泵浦理论被推广到多粒子体系^[19], 利用多粒子整体平移不变性, 可以构建多粒子布洛赫能带, 从而定义多粒子万尼尔态和多粒子陈数. 考虑某条多粒子能带上的万尼尔态作为初态, 经过一个泵浦周期, 多个粒子的质心位移等于对应能带上的陈数. 典型的多粒子体态拓扑泵浦模式包括束缚态的拓扑泵浦、拓扑共振隧穿、连续谱中束缚态的拓扑泵浦^[19-23].

* 国家自然科学基金 (批准号: 12275365, 12025509, 92476201)、国家重点研发计划 (批准号: 2022YFA1404104)、广东省量子科学战略专项 (批准号: GDZX2204003, GDZX2305006, GDZX2304007, GDZX2405002) 和广东省自然科学基金 (批准号: 2023A1515012099) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: keyg@szu.edu.cn

束缚态的拓扑泵浦表现为多个粒子始终被强相互作用束缚在一起作为一个整体移动, 而拓扑共振隧穿表现为粒子一个一个地依次做定向移动 [19,21,22]. 实验上, 束缚态的拓扑泵浦和拓扑共振隧穿已经在超冷原子光晶格体系 [24] 和超导量子比特线路体系 [25] 中实现. 与束缚态的拓扑泵浦与拓扑共振隧穿不同, 三粒子连续谱中束缚态在泵浦的过程中, 单粒子驻波的移动方向和两粒子束缚对的流动方向相反 [26]. 除了多粒子体态拓扑泵浦, 多粒子边缘束缚态也存在有趣的拓扑泵浦模式 [23,27], 特别是边缘态-体态混合泵浦模式, 即一侧的边缘态先转变为体态, 经过多个泵浦周期的拓扑泵浦之后, 再转变为另一侧的边缘态 [28].

相互作用带来了丰富的新奇关联物态, 这些新奇关联物态的拓扑泵浦机制仍有巨大的探索空间 [16,17]. 例如, 除了同位束缚态, 在位相互作用与双阱超晶格的配合还会带来邻位束缚态 [29], 其表现为粒子始终保持相邻格点分布. 然而, 如何实现邻位拓扑泵浦仍然不清楚. 本文基于相互作用广义 Aubry-André-Harper 模型研究束缚态的拓扑泵浦. 该模型可以用三束对打的激光形成的超晶格来实现. 三束激光形成的光晶格的晶格常数分别为 d , $2d$ 和 $3d$. 其中, 晶格常数为 d , $2d$ 的光晶格形成固定的双阱超晶格, 而晶格常数为 $3d$ 的光晶格相位随时间线性变化. 本文考虑原子间的排斥相互作用, 研究邻位束缚态和同位束缚态的拓扑泵浦, 包含体态和边缘态的拓扑泵浦. 当粒子均匀占据位于散射态能带中间的束缚带时, 两粒子形成的邻位束缚态始终作为一个整体做定向输运, 在一个周期正向输运整数个原胞长度, 如图 1(a) 所示. 当粒子均匀占据高能区的束缚态能带时, 两粒子形成的同位束缚态始终作为一个整体做定向输运, 在一个周期反向输运整数个原胞长度, 如图 1(b) 所示. 这两种输运模式下, 体束缚态的质心移动都取决于对应能带的陈数. 此外, 我们也发现了同位和邻位边缘束缚态经历混合泵浦模式, 从边缘态进入体态, 经过多个泵浦周期移动到系统另一侧边缘. 传统研究仅聚焦于高能区的同位束缚态的拓扑泵浦, 或是能量位于散射态的拓扑共振隧穿, 表现为邻位束缚态与同位束缚态会互相转换. 与之不同, 我们的结果表明, 散射态区域也能够发生束缚态的拓扑泵浦, 即邻位束缚态能量也在散射态的区域, 但是在输运的过程中始终保持相邻状态, 与前两种拓扑泵浦均不

同. 本研究拓展了多粒子拓扑泵浦的物理图像, 为理解相互作用体系中的最近邻束缚态的拓扑泵浦提供了新视角.

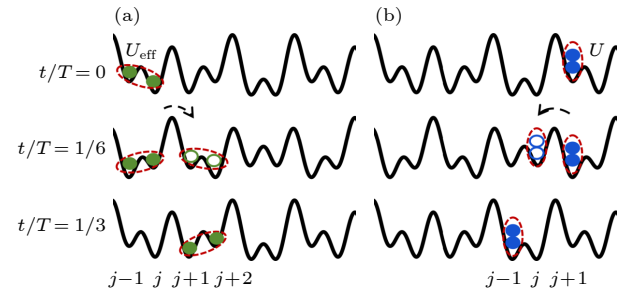


图 1 (a) 两粒子邻位束缚态和 (b) 两粒子同位束缚态的拓扑泵浦示意图

Fig. 1. Schematics for topological pumping of (a) two-particle nearest-neighbor bound state and (b) onsite bound state.

2 理论模型

2.1 相互作用广义 Aubry-André-Harper 模型

考虑相互作用广义 Aubry-André-Harper(AAH) 模型, 其中 N 个全同玻色子位于具有 M 个格点的一维晶格中. 系统中同时存在空间周期调制的隧穿强度、时空周期调制的在位势能以及粒子间的相互作用. 系统的哈密顿量可以表示为

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \hat{H}_J + \hat{H}_V + \hat{H}_U, \\ \hat{H}_J &= - \sum_j [J_0 - (-1)^j \gamma] (\hat{a}_j^\dagger \hat{a}_{j+1} + \text{H.c.}), \\ \hat{H}_V &= \sum_j [V_0 + \delta \cos(2\pi\beta j + \omega t)] \hat{n}_j, \\ \hat{H}_U &= \frac{U}{2} \sum_j \hat{n}_j (\hat{n}_j - 1),\end{aligned}\quad (1)$$

其中, $\hat{a}_j^\dagger$ ($\hat{a}_j$) 是第 j 个格点上玻色粒子的产生湮灭算符, $\hat{n}_j = \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j$ 是第 j 个格点上的粒子数算符. $\hat{H}_J$ 是系统隧穿项, 其中 J_0 和 γ 分别为粒子的平均隧穿强度和周期调制强度, $(2j-1 \leftrightarrow 2j)$ 格点间的隧穿强度为 $J_1 = J_0 + \gamma$, $(2j \leftrightarrow 2j+1)$ 格点间的隧穿强度为 $J_2 = J_0 - \gamma$. $\hat{H}_V$ 是系统在位势项, 其中 V_0 是系统整体在位势强度, δ 为周期调制强度, 有理数 $\beta = 1/3$ 是空间调制频率, ω 是时间调制频率, 其对应的时间调制周期为 $T = 2\pi/\omega$. 由于 $\hat{H}_J$ 的空间调制周期为 2, $\hat{H}_V$ 的空间调制周期为 3, 所

以整个体系的空间周期为 $a = 6$, 这意味着一个原胞包含 6 个格点. H_U 是粒子间相互作用项, U 是粒子的相互作用强度. 这里考虑排斥在位相互作用 ($U > 0$), 当且仅当两粒子占据同一个格点时, 粒子间存在相互作用. 该理论模型可在超冷原子光晶格体系中实现, 具体实现方案见附录 A.

考虑 $N = 2$ 个粒子, 在强相互作用下, 两个粒子同位分布时会形成束缚态^[30–32]. 除了同位束缚态之外, 体系还存在邻位束缚态. 接下来, 通过微扰理论得到有效哈密顿量, 来理解邻位束缚态的产生机制. 考虑 $U \gg J_0, \gamma, V_0, \delta$, 此时 H_J 和 H_V 可以视作 H_U 的微扰. H_U 的两种简并本征态为 $|2\rangle_j$ 和 $|1\rangle_i|1\rangle_j$, 分别具有简并能量 $E_j = U$ 和 $E_{i,j} = 0$. 这里 $|2\rangle_j$ 是福克态 $|0, \dots, n_j = 2, \dots, 0\rangle$ 的缩写,

$|1\rangle_i|1\rangle_j$ 是福克态 $|0, \dots, n_i = 1, \dots, n_j = 1, \dots, 0\rangle$ 的缩写. $|1\rangle_i|1\rangle_j$ 张成系统的一个子空间 $\mathcal{U}$, $|2\rangle_j$ 张成互补子空间 $\mathcal{V}$, 对应的投影算符可以分别定义为

$$\begin{aligned}\hat{P} &= \sum_{i \neq j} |1\rangle_i|1\rangle_j \langle 1|_i \langle 1|_j, \\ \hat{S} &= \sum_j \frac{1}{E_{i,j} - E_j} |2\rangle_j \langle 2|_j.\end{aligned}\quad (2)$$

根据二阶简并微扰理论^[33–35], 子空间 $\mathcal{U}$ 的有效哈密顿量为

$$\hat{H}_{\text{eff}} = \hat{P} \hat{H} \hat{P} + \hat{P} (\hat{H}_J + \hat{H}_V) \hat{S} (\hat{H}_J + \hat{H}_V) \hat{P}, \quad (3)$$

这里只关注体态性质, 忽略边缘效应 (假设格点数 M 趋向于无穷大), 经过一系列化简, 可以得到有效哈密顿量为

$$\begin{aligned}\hat{H}_{\text{eff}} = & - \sum_{i \neq j, i \neq j+1} [J_0 - (-1)^j \gamma] (|1\rangle_i|1\rangle_j \langle 1|_i \langle 1|_{j+1} + \text{H.c.}) \\ & - \sum_j \frac{2 [J_0 - (-1)^j \gamma] [J_0 - (-1)^{j+1} \gamma]}{U} (|1\rangle_{j+2}|1\rangle_{j+1} \langle 1|_j \langle 1|_{j+1} + \text{H.c.}) \\ & + \sum_{i \neq j} [2V_0 + \delta \cos(2\pi\beta i + \omega t) + \delta \cos(2\pi\beta j + \omega t)] |1\rangle_i|1\rangle_j \langle 1|_i \langle 1|_j \\ & - \sum_j \frac{4 [J_0 - (-1)^j \gamma]^2}{U} |1\rangle_j|1\rangle_{j+1} \langle 1|_j \langle 1|_{j+1},\end{aligned}\quad (4)$$

其中, 第一项为单粒子隧穿项, 第二项为邻位两粒子的隧穿项, 第三项为时空周期调制的在位能, 第四项为两粒子最近邻相互作用项. 可以发现, 当一个粒子位于另一个粒子的最近邻格点时, 仍然存在有效的两粒子最近邻相互作用, $U_{\text{eff}} = 4[J_0 - (-1)^j \gamma]^2 / U$, 以及有效的隧穿强度, $J_{\text{eff}} = 2[J_0 - (-1)^j \gamma] [J_0 - (-1)^{j+1} \gamma] / U$. 它们构成了一种涌现的有效“缺陷”, 因此, 可以预期系统中能够存在邻位束缚态. 在单粒子隧穿强度中考虑对隧穿的交替调制, 如 $J_1 = J_0 + \gamma > J_2 = J_0 - \gamma$, 则相比于 $\gamma = 0$ 的情况, 隧穿强度为 J_1 的两个邻近格点上的邻位粒子具有更强的最近邻相互作用 $4J_1^2 / U$, 向两侧跃迁具有更小的隧穿强度 J_2 , 促进了邻位束缚态的出现; 当 $\gamma = 0$ 时, 隧穿项会破坏原子的邻位束缚对, 使得邻位束缚态不存在. 对于随时空调制的在位能项, 该项打破了时空反演对称性, 能够控制邻位束缚态的质心移动. 因此, 邻位束缚态是相互作用与空间调制的隧穿强度共同影响的结果.

2.2 邻位和同位束缚态

考虑粒子间相互作用, 尽管单个粒子的平移不变性被打破, 然而多个粒子整体的平移不变性仍然存在, 此时多粒子质心准动量 κ 成为系统的好量子数. 哈密顿量可按质心准动量分块对角化 $\hat{H}(t) = \oplus H(\kappa, t)$, 其中 $H(\kappa, t)$ 为 (t, κ) 空间的哈密顿量, 其本征态满足 $\hat{H}(\kappa, t) |\psi_n(\kappa, t)\rangle = E_n(\kappa, t) |\psi_n(\kappa, t)\rangle$. $E_n(\kappa, t)$ 随质心准动量和时间连续变化, 构成了多粒子布洛赫 (Bloch) 能带^[36–38]. 图 2(a) 展示了系统在初始时刻 ($t = 0$) 的两粒子布洛赫能带, 其显著分为两个能量区域. 能量高的区域对应两粒子同位束缚态. 图 2(b) 展示了一个典型同位束缚态的二阶关联函数 $C_{ij}^{(2)} = \langle \psi | \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \hat{a}_i | \psi \rangle$. 为了便于展示, 这里只展示其中一部分, 其对角分布表明, 两个粒子被束缚在一起, 始终处于同位分布状态. 能量低的区域对应两粒子散射态, 一般来说, 两个粒子处于非同位分布, 且两粒子间的距离不固定. 然而, 可以发现其中存在主要保持邻位分布的两粒子态,

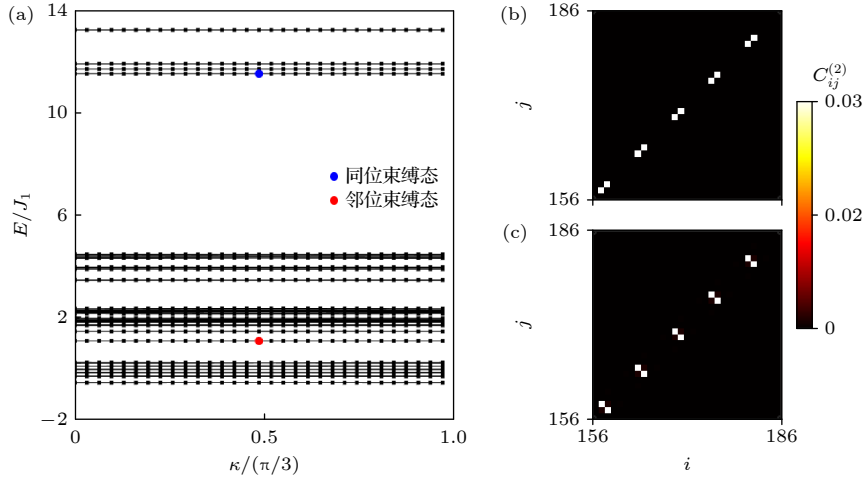


图 2 同位和邻位束缚态 (a) 0 时刻的两粒子布洛赫能带; (b) 同位束缚态的二阶关联函数, 其能量在图 (a) 中的对应位置用蓝色圆圈标记; (c) 邻位束缚态的二阶关联函数, 其能量在图 (a) 中的对应位置用红色圆圈标记. 参数选取为 $J_1 = 1$, $J_2 = 0.1$, $M = 186$, $U = 10$, $\delta = 0.5$, $\beta = 1/3$, $V_0 = 1$, $\omega t = 0$

Fig. 2. Onsite and nearest-neighbor bound states: (a) The two-particle Bloch bands at time $t = 0$; second-order correlation functions of (b) onsite bound state and (c) nearest-neighbor bound state, which are marked by blue dot and red dot in panel (a) respectively. The parameters are set as $J_1 = 1$, $J_2 = 0.1$, $M = 186$, $U = 10$, $\delta = 0.5$, $\beta = 1/3$, $V_0 = 1$, $\omega t = 0$.

如图 2(c) 所示, 其次对角分布表明两个粒子被束缚在一起, 处于邻位分布状态, 这就是邻位束缚态. 系统参数设置为 $J_1 = 1$, $J_2 = 0.1$, $M = 186$, $U = 10$, $\delta = 0.5$, $\beta = 1/3$, $V_0 = 1$, $\omega t = 0$. 上述两种束缚态在空间结构上存在差异, 从而导致了不同的拓扑输运行为. 接下来将分别对同位和邻位束缚态的拓扑泵浦图像进行阐述.

3 束缚态的拓扑泵浦

对于一个绝热周期驱动的平移不变相互作用系统, 考虑初态均匀填充第 n 条多粒子布洛赫能带, 本文研究其在绝热动力学演化过程中的质心位移. 根据多粒子拓扑泵浦理论, 由于质心准动量 κ 与驱动时间 t 构成了二维参数空间 (κ, t) , 可以定义该二维参数空间的拓扑不变量 (多粒子陈数), 用来刻画量子化的拓扑输运. 第 n 条多粒子布洛赫能带的陈数 C_n 定义为该参数空间内的贝里 (Berry) 曲率的积分

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\kappa \int_0^T dt \mathcal{F}_n(\kappa, t), \quad (5)$$

其中贝里曲率 $\mathcal{F}_n(\kappa, t)$ 定义为

$$\mathcal{F}_n(\kappa, t) = i \langle \langle \partial_t u_n(\kappa, t) | \partial_\kappa u_n(\kappa, t) \rangle \rangle - \langle \langle \partial_\kappa u_n(\kappa, t) | \partial_t u_n(\kappa, t) \rangle \rangle, \quad (6)$$

其中 $|u_n(\kappa, t)\rangle$ 是多粒子布洛赫态 $|\psi_n(\kappa, t)\rangle$ 的周期

性部分. 选取初态为初始时刻第 n 条能带上的万尼尔态

$$|W_n(R)\rangle = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{\kappa} e^{-i\kappa R} |\psi_n(\kappa)\rangle, \quad (7)$$

其等概率地占据对应的布洛赫能带, 且以第 R 个原胞为中心, 当系统绝热地完成一个完整泵浦周期时, 粒子的质心位移满足 $\Delta P = C_n a$, 其中 a 是原胞长度, L 是原胞数. 本节将基于多粒子拓扑泵浦理论分别讨论邻位束缚态和同位束缚态的拓扑泵浦.

3.1 邻位束缚态的拓扑泵浦

本节考虑两种不同的邻位束缚态的泵浦动力学: 两粒子位于内部相邻两格点以及边缘邻近相邻两格点. 在第一种情况下, 邻位体束缚态的泵浦动力学完全由多粒子拓扑泵浦理论来理解. 而在第二种情况下, 邻位边缘束缚态的泵浦动力学则表现出边缘-体混合拓扑泵浦的模式. 接下来展开分析这两种邻位束缚态的拓扑泵浦.

3.1.1 邻位体束缚态的拓扑泵浦

先分析邻位束缚态对应能带的拓扑性质. 考虑周期性边界条件, 图 3(a) 展示了系统在 (质心准动量, 时间) 空间的两粒子能带, 其中洋红色标记的能带对应邻位束缚态, 该能带的陈数为 $C_n = 1$, 其为邻位束缚态提供了一条拓扑泵浦通道. 接下来,

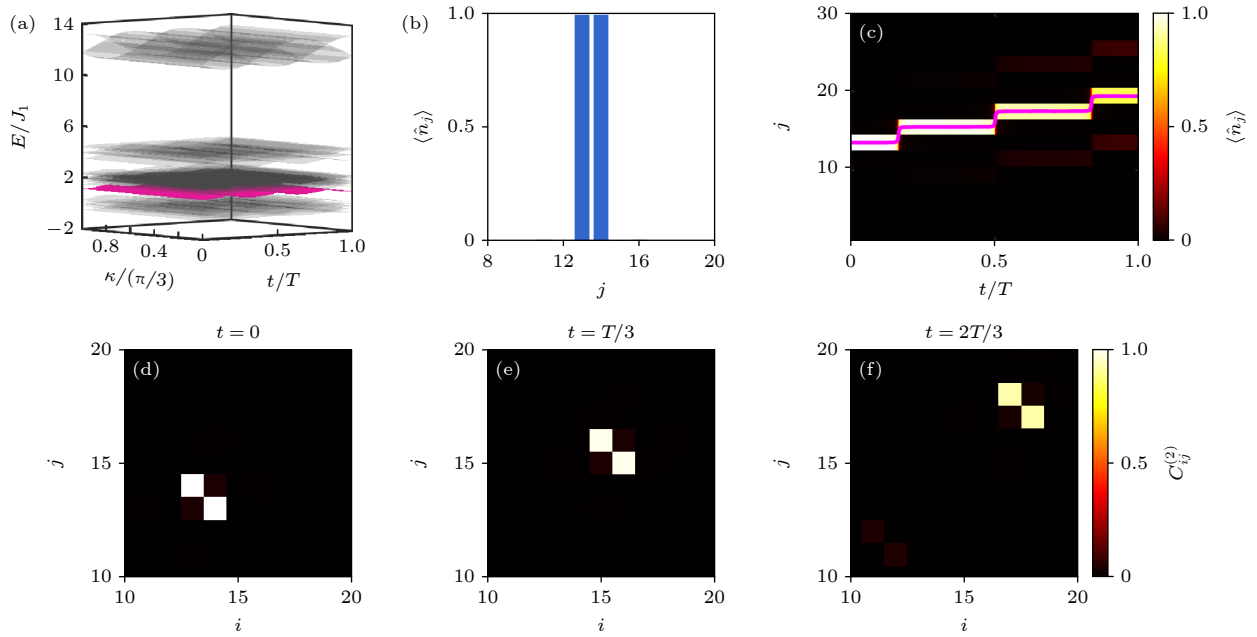


图3 邻位体束缚态的拓扑泵浦 (a) (κ, t) 空间下的两粒子能带, 洋红色标记能带对应邻位束缚态; (b) 邻位束缚态能带上的最大局域万尼尔态的粒子数密度分布; (c) 一个泵浦周期中, 粒子数密度分布随时间演化, 洋红色实线表示粒子质心位置随时间演化; 一个泵浦周期中, (d) $t = 0$, (e) $t = T/3$, (f) $t = 2T/3$ 时刻演化瞬时态的二阶关联函数. 系统参数选取为 $J_1 = 1$, $J_2 = 0.1$, $M = 30$, $U = 10$, $\delta = 0.5$, $\beta = 1/3$, $V_0 = 1$, $\omega = 0.0001$

Fig. 3. Topological pumping of the nearest-neighbor bulk bound state; (a) Two-particle band in (κ, t) space, where the band marked in magenta corresponds to the nearest-neighbor bound state; (b) the density distribution of maximally localized Wannier state in the nearest-neighbor bound state band; (c) the density distribution as a function of time during a pumping cycle, and the magenta solid line represents the center-of-mass position as a function of time; The second-order correlation functions of the evolved states at (d) $t = 0$, (e) $t = T/3$, and (f) $t = 2T/3$ during the pumping cycle. The parameters are set as $J_1 = 1$, $J_2 = 0.1$, $M = 30$, $U = 10$, $\delta = 0.5$, $\beta = 1/3$, $V_0 = 1$, $\omega = 0.0001$.

构造邻位体束缚态拓扑泵浦所需的初态, 即位于该邻位束缚态能带上的多粒子万尼尔态. 由于万尼尔态具有相位自由度, 实践中一般考虑最大局域的万尼尔态. 可以方便地通过求投影位置算符 $\hat{P}\hat{x}\hat{P}$ 的本征态得到^[26,39], 这里 $\hat{P} = \sum_{\kappa} |\psi_n(\kappa)\rangle\langle\psi_n(\kappa)|$ 是对应能带上的投影算符, $\hat{x} = \frac{1}{N} \sum_j j \hat{n}_j$ 是粒子的质心位置算符. 图3(b)展示了初始时刻 ($t = 0$) 该能带上的一个最大局域万尼尔态的粒子数密度分布 $\langle \hat{n}_j \rangle = \langle \psi | \hat{n}_j | \psi \rangle$, 粒子局域地占据两个相邻格点. 选取这一状态作为初态, 考虑绝热演化动力学过程 $|\psi(t)\rangle = \mathcal{T} \times \exp\left[-i \int_0^t \hat{H}(\tau) d\tau\right] |\psi(0)\rangle$, 这里 $\mathcal{T}$ 是编时算符, 图3(c)展示了这一动力学过程中粒子数密度分布随时间的演化, 其中洋红色实线表示粒子质心位置 $X(t) = \langle \psi(t) | \hat{x} | \psi(t) \rangle$ 随时间的演化. 经过一个泵浦周期, 粒子质心移动了 $[\Delta P = X(T) - X(0) \approx 6]$ 个格点, 即1个原胞, 等于对应能带的陈数. 在整个泵浦过程中, 粒子始终保持邻位束缚状态, 作为一个整体移动. 如图3(d)—(f)所

示, 任取动力学过程中三个时刻 $t = 0, T/3, 2T/3$ 的演化瞬时态, 其二阶关联函数始终主要表现为次对角线分布. 系统参数选取为 $J_1 = 1$, $J_2 = 0.1$, $M = 30$, $U = 10$, $\delta = 0.5$, $\beta = 1/3$, $V_0 = 1$, $\omega = 0.0001$.

3.1.2 邻位边缘束缚态的拓扑泵浦

接下来考虑邻位边缘束缚态的拓扑泵浦. 首先分析邻位边缘束缚态的输运通道. 图4(a)展示了系统在开边界条件下的能量随时间的变化. 此时, 由于体边对应关系, 系统中存在邻位边缘束缚态, 其粒子数密度分布如图4(b)所示. 为了找到可能的演化通道, 考虑该邻位边缘束缚态作为初始态, 利用波函数最大重叠投影法^[40,41], 从初态出发, 计算前一时刻 $|\psi_n(t)\rangle$ 和当前时刻所有本征态 $|\psi_n(t + dt)\rangle$ 之间的投影 $|\langle \psi_n(t) | \psi_n(t + dt) \rangle|^2$, 选取权重最大的态作为 $t + dt$ 时刻的目标态, 由此得到一条演化通道, 如图4(a)中红色实线所示. 选择这一邻位边缘束缚态作为演化初态, 考虑动力学演化

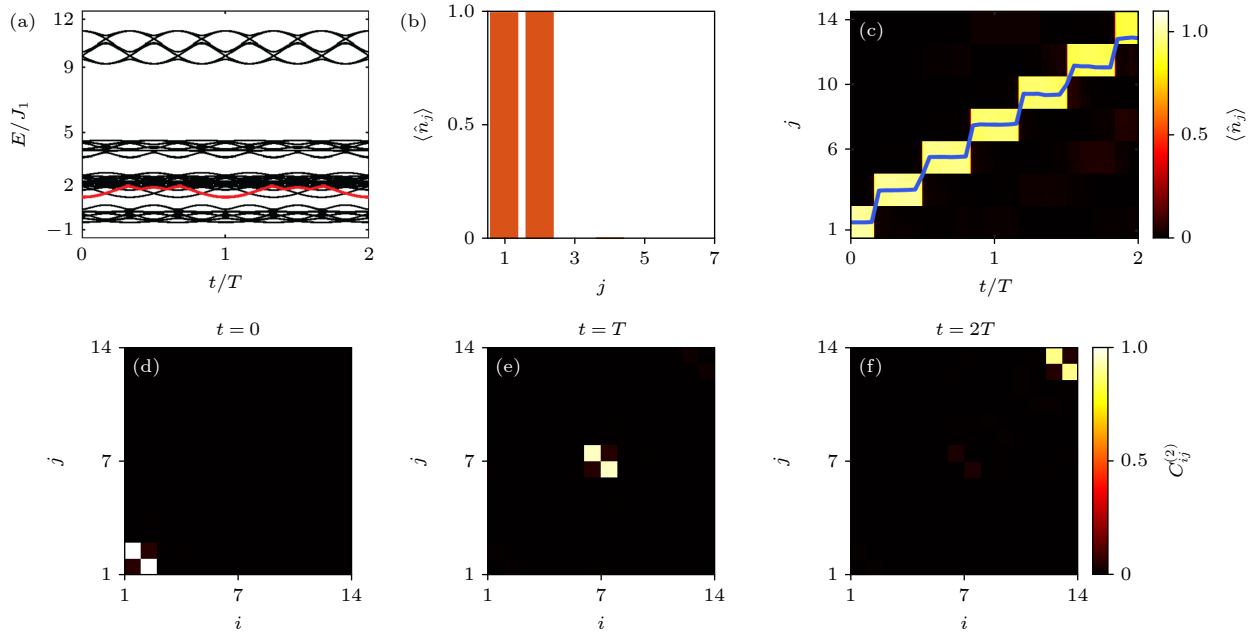


图4 邻位边缘束缚态的拓扑泵浦 (a) 开边界条件下的两粒子能谱随时间的变化, 红色实线表示邻位边缘束缚态的演化通道; (b) $t=0$ 时刻邻位边缘束缚态的粒子数密度分布; (c) 泵浦过程中粒子数密度分布随时间演化, 蓝色实线表示粒子质心位置随时间演化; 泵浦过程中 (d) $t=0$, (e) $t=T$, 和 (f) $t=2T$ 时刻的二阶关联函数. 系统参数为 $J_1=1$, $J_2=0.1$, $M=14$, $U=8$, $\delta=0.5$, $\beta=1/3$, $V_0=1$, $\omega=0.0001$

Fig. 4. Topological pumping of the nearest-neighbor edge bound state; (a) Two-particle energy spectrum as a function of time under open boundary condition, and the red solid line indicate the evolution channel of the nearest-neighbor edge bound state. (b) the density distribution of the nearest-neighbor edge bound state at the time $t=0$; (c) the density distribution as a function of time during the pumping process, and the blue solid line represents the center-of-mass position as a function of time; The second-order correlation functions of the evolved states at (d) $t=0$, (e) $t=T$, and (f) $t=2T$ during the pumping process. The parameters are $J_1=1$, $J_2=0.1$, $M=14$, $U=8$, $\delta=0.5$, $\beta=1/3$, $V_0=1$, $\omega=0.0001$.

过程 $|\psi(t)\rangle = \mathcal{T} \exp \left[-i \int_0^t \hat{H}(\tau) d\tau \right] |\psi(0)\rangle$, 粒子数密度分布随时间的演化如图 4(c) 所示, 其中蓝色实线对应粒子质心位置随时间演化. 在演化过程中, 粒子从局域左端的邻位边缘束缚态转变为邻位体束缚态, 再进行体态的拓扑泵浦, 最后再由邻位体束缚态转变为局域在右端的邻位边缘束缚态. 经过两个泵浦周期, 粒子从系统的一侧边缘输运到系统的另一侧边缘. 实际上, 这一模式对应的是相互作用系统中的混合泵浦模式^[28]. 图 4(d)—(f) 分别展示了 $t=0, T, 2T$ 时刻演化瞬时态的二阶关联函数, 在整个泵浦过程中, 两粒子的邻位关系始终保持. 系统参数选取为 $J_1=1$, $J_2=0.1$, $M=14$, $U=8$, $\delta=0.5$, $\beta=1/3$, $V_0=1$, $\omega=0.0001$.

3.2 同位束缚态的拓扑泵浦

为了给邻位束缚态的拓扑泵浦提供一个参照, 本节也考虑同位束缚态的拓扑泵浦, 包括同位体束缚态的拓扑泵浦和同位边缘束缚态的拓扑泵浦.

3.2.1 同位体束缚态的拓扑泵浦

先分析同位束缚态能带对应的拓扑特性. 考虑周期性边界条件, 图 5(a) 展示了三维视角下 (κ, t) 空间的两粒子能带, 其中洋红色标记的为六条同位束缚态能带中, 能量第三高的同位束缚态单能带, 对应的陈数为 $C_n=1$. 图 5(b) 展示了初始时刻 ($t=0$) 利用投影位置算符得到的该能带上的最大局域万尼尔态, 该初态主要由不同格点上同位束缚对相干叠加构成, 此时该能带上的投影算符表示为 $\hat{P} = \sum_{\kappa} |\psi_n(\kappa)\rangle \langle \psi_n(\kappa)|$. 选取这一状态作为初态, 考虑动力学过程 $|\psi(t)\rangle = \mathcal{T} \exp \left[-i \int_0^t \hat{H}(\tau) d\tau \right] |\psi(0)\rangle$, 图 5(c) 展示了这一动力学过程中粒子数密度分布随时间的演化, 其中洋红色实线表示粒子质心位置随时间的演化. 经过一个泵浦周期, 粒子质心移动了 $\Delta P \approx 6$ 个格点, 即 1 个原胞, 对应于该条能带的陈数. 在整个泵浦过程中, 粒子始终保持同位束缚状态, 作为一个整体移动. 如图 5(d)—(f) 所示, 任取动力学过程中三个时刻 $t=0, T/3, 2T/3$ 的

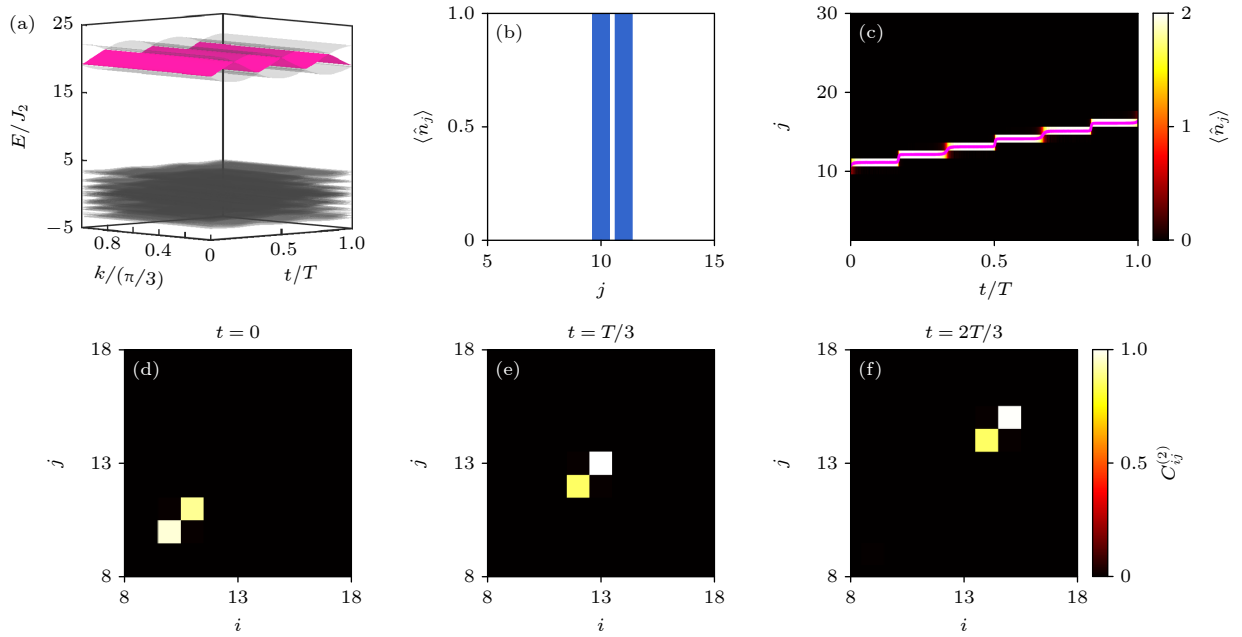


图5 同位体束缚态的拓扑泵浦 (a) (κ, t) 空间下的两粒子能带, 洋红色标记能量第三高的同位束缚态占据的能带; (b) 该同位束缚态能带上的最大局域万尼尔态的粒子数密度分布; (c) 一个泵浦周期中, 粒子数密度分布随时间演化, 洋红色实线表示粒子质心位置随时间演化; 一个泵浦周期中, (d) $t=0$, (e) $t=T/3$, (f) $t=2T/3$ 时刻演化瞬时态的二阶关联函数. 系统参数选取为 $J_1=0.5$, $J_2=1$, $M=30$, $U=20$, $\delta=1$, $V_0=0$, $\beta=1/3$, $\omega=0.0001$

Fig. 5. Topological pumping of the onsite bulk bound state. (a) Two-particle bands in (κ, t) space. The magenta band denotes the single onsite bound-state band used to construct the initial state, which is the third-highest among the six onsite bound-state bands. (b) The density distribution of the maximally localized Wannier state in the third-highest onsite bound state bands. (c) The density distribution as a function of time during a pumping cycle, and the magenta solid line represents the center-of-mass position as a function of time. The second-order correlation functions of the evolved states at (d) $t=0$, (e) $t=T/3$, and (f) $t=2T/3$ during the pumping cycle. The parameters are set as $J_1=0.5$, $J_2=1$, $M=30$, $U=20$, $\delta=1$, $V_0=0$, $\beta=1/3$, $\omega=0.0001$.

演化瞬时态, 其二阶关联函数始终表现为对角线分布. 系统参数选取为 $J_1=0.5$, $J_2=1$, $M=30$, $U=20$, $\delta=1$, $V_0=0$, $\beta=1/3$, $\omega=0.0001$.

3.2.2 同位边缘束缚态的拓扑泵浦

接下来, 转到开边界条件下研究同位边缘束缚态的拓扑泵浦. 图 6(a) 展示了系统开边界条件下的两粒子能量随时间的变化. 此时, 由于体边对应关系, 系统中存在同位边缘束缚态, 选取其中一个边缘态, 其粒子数密度分布如图 6(b) 所示. 尽管粒子数密度分布在两个格点上, 实际上, 两粒子仍具有相同分布, 主要占据态为叠加态 $|\psi\rangle = (1/\sqrt{2}) \times (|2_i\rangle + |2_j\rangle)$. 类似地, 利用波函数最大重叠投影法可以找到相应演化通道, 如图 6(a) 中红色实线所示. 选择这一同位边缘束缚态作为演化初态, 考虑动力学演化过程 $|\psi(t)\rangle = \mathcal{T} \exp \left[-i \int_0^t \hat{H}(\tau) d\tau \right] |\psi(0)\rangle$, 粒子数密度分布随时间的演化如图 6(c) 所示, 其中蓝色实线对应粒子质心位置随时间演化. 在演化过程中, 粒子从左端的同位边缘束缚态转变为同位

体束缚态, 依据体态的拓扑泵浦进行拓扑输运, 最后再转变为右端的同位边缘束缚态. 经过两个泵浦周期, 粒子从系统的一侧边缘输运到系统的另一侧边缘. 图 6(d)–(f) 分别展示了 $t=0$, T , $2T$ 时刻演化瞬时态的二阶关联函数, 主要表现出对角分布. 在整个泵浦过程中, 两粒子的同位状态始终保持. 系统参数选取为 $J_1=1$, $J_2=0.1$, $M=14$, $U=5$, $\delta=0.5$, $\beta=1/3$, $V=1$, $\omega=0.00001$.

4 总结与讨论

本文考虑相互作用广义 Aubry-André-Harper 模型, 研究了邻位和同位两种两粒子束缚态的拓扑泵浦行为, 在整个泵浦过程中两粒子分别始终保持邻位或同位状态, 作为一个整体移动. 对于体束缚态的拓扑泵浦, 经过一个泵浦周期, 两粒子的质心位移等于对应两粒子能带的陈数. 对于边缘束缚态的拓扑泵浦, 粒子从边缘态进入体态, 经过多个泵浦周期到达系统另一侧边缘. 实验上, 鉴于当前超

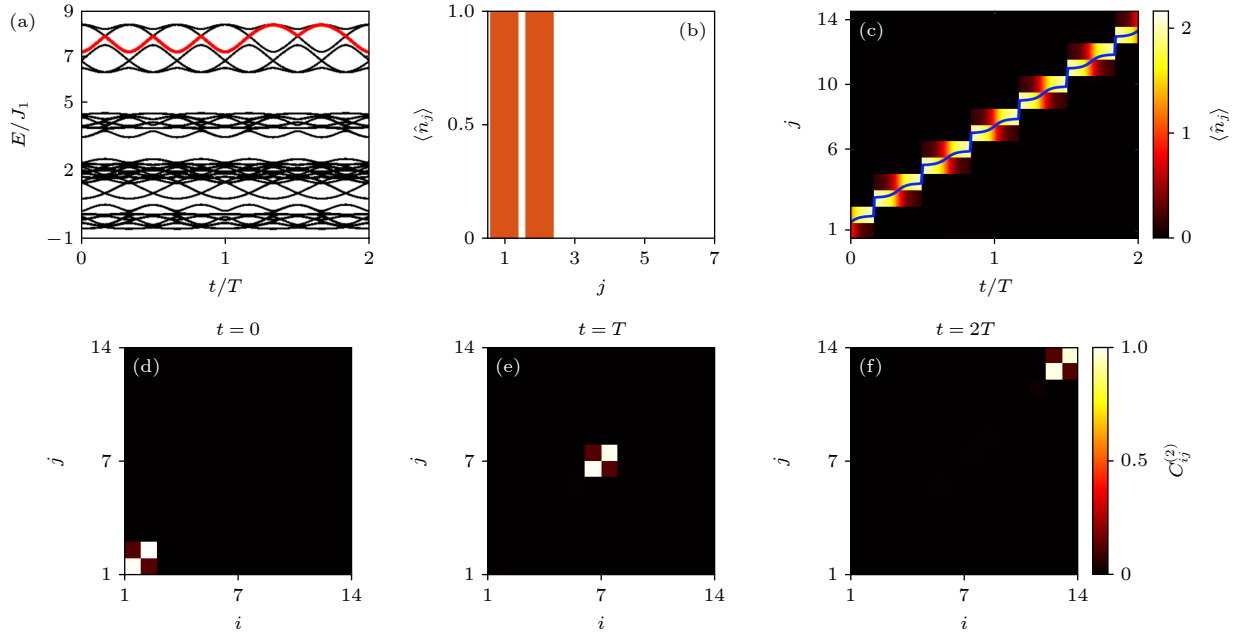


图6 同位边缘束缚态的拓扑泵浦 (a) 开边界条件下的两粒子能谱随时间的变化, 红色实线表示同位边缘束缚态的演化通道; (b) $t=0$ 时刻一个同位边缘束缚态的粒子数密度分布; (c) 泵浦过程中粒子数密度分布随时间演化, 蓝色实线表示粒子质心位置随时间演化; 泵浦过程中 (d) $t=0$, (e) $t=T$, 和 (f) $t=2T$ 时刻的二阶关联函数. 系统参数为 $J_1=1$, $J_2=0.1$, $M=14$, $U=5$, $\delta=0.5$, $\beta=1/3$, $V_0=1$, $\omega=0.00001$.

Fig. 6. Topological pumping of the onsite edge bound state: (a) Two-particle energy spectrum as a function of time under open boundary conditions, and the red solid line indicates evolution channel of the onsite edge bound state; (b) the density distribution of an onsite edge bound state at time $t=0$; (c) the density distribution as a function of time during the pumping process, and the blue solid line represents the center-of-mass position as a function of time; The second-order correlation functions of the evolved states at (d) $t=0$, (e) $t=T$, and (f) $t=2T$ during the pumping process. The parameters are $J_1=1$, $J_2=0.1$, $M=14$, $U=5$, $\delta=0.5$, $\beta=1/3$, $V_0=1$, $\omega=0.00001$.

冷原子气体在光晶格中的高度可控性, 结合费什巴赫 (Feshbach) 共振调节相互作用^[42,43] 以及高分辨率的原位成像技术^[44,45], 本文所预言的邻位束缚态及其拓扑输运行为, 在当前的实验平台上具备可观测性与实现潜力. 在实验中, 邻位束缚态和同位束缚态可以通过观测二者的密度关联函数来区分^[30]. 具体而言, 对于邻位束缚态, 其粒子密度关联函数占据次对角线, 而同位束缚态则占据主对角线. 下一步, 可以考虑更多粒子系统中新奇关联物态的拓扑泵浦, 例如三粒子系统中的两体-单体束缚态^[46] 的拓扑泵浦. 同时, 除了整数拓扑泵浦, 还可以在相互作用系统中考虑分数拓扑泵浦以及更高维度的拓扑泵浦等. 本文的工作丰富了多粒子拓扑泵浦的物理图像, 为相互作用系统中的拓扑物态研究提供了新视角.

附录A 相互作用广义 Aubry-André-Harper 紧束缚模型的推导

为了建立相互作用广义 Aubry-André-Harper 紧束缚

模型与冷原子光晶格体系之间的联系, 从连续模型出发, 写出超晶格中相互作用玻色子的哈密顿量

$$\hat{H} = \int dx \hat{\psi}^\dagger(x) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \partial_x^2 + V(x, t) \right] \hat{\psi}(x) + \frac{g}{2} \int dx \hat{\psi}^\dagger(x) \hat{\psi}^\dagger(x) \hat{\psi}(x) \hat{\psi}(x), \quad (A1)$$

其中玻色子场算符 $\hat{\psi}^\dagger(x)$ [$\hat{\psi}(x)$] 在位置 x 处产生 (湮灭) 一个玻色子, m 代表粒子的质量, g 是与散射强度相关的相互作用因子. 考虑三束对打的激光形成晶格常数为 d , $2d$, $3d$ 的光晶格. 总的势能可以表示为

$$V(x, t) = -V_1 \cos^2\left(\frac{\pi}{d}x\right) - V_2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2d}x - \frac{\pi}{4}\right) - V_3 \cos^2\left(\frac{\pi}{3d}x + \frac{\omega t}{2}\right), \quad (A2)$$

其中, V_l 是晶格常数为 ld 的晶格势强度. 为了方便起见, 考虑一个无量纲化的变换 $x' = \pi x/d$, 在 x' 下, 哈密顿量的无相互作用部分表示为

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \partial_x^2 + V(x, t) = -\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{V_1}{2} \cos(2x') - \frac{V_2}{2} \cos\left(x' - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{V_3}{2} \cos\left(\frac{2}{3}x' + \omega t\right), \quad (A3)$$

这里 V_1 的单位为反冲能量 $E_r = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2}$, 且考虑 $V_3 \ll V_1 \sim V_2$.

对于足够深的晶格, $-\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{V_1}{2}\cos(2x')$ 的最低能带的万
 尼尔态 $|w_j\rangle$ 构成一组正交基, 其波函数 $w_j(x')$ 局域在第 j
 个晶格点位上. 用万尼尔正交基展开场算符 $\hat{\psi}(x') =$
 $\sum_j w_j(x')\hat{a}_j$, 并代入哈密顿量可得

$$\hat{H}' = \sum_{\langle i,j \rangle} \langle w_i | -\frac{\hbar^2}{2m} \partial_x^2 + V(x,t) | w_j \rangle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \frac{U}{2} \sum_j \hat{n}_j(\hat{n}_j - 1), \quad (\text{A4})$$

其中相互作用强度为 $U = g \int |w_j(x')|^4 dx'$, 单位为 E_r 且尺
 寸因子被吸收. 由于晶格足够深, 可以只考虑最近邻隧穿和
 在位势能的贡献. 最近邻隧穿系数为

$$\begin{aligned} & \langle w_j | -\frac{\hbar^2}{2m} \partial_x^2 + V(x,t) | w_{j+1} \rangle \\ &= -J_0 - (-1)^j \frac{V_2}{2} \int w_0(x' + \pi/2) \cos(x') w_0(x' - \pi/2) dx', \quad (\text{A5}) \end{aligned}$$

其中

$$J_0 = \langle w_j | \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{V_1}{2} \cos(2x') | w_{j+1} \rangle. \quad (\text{A6})$$

由于 $V_3 \ll V_1 \sim V_2$, 这里忽略了小项 $-\frac{V_3}{2} \int w_0(x' + \frac{\pi}{2}) \times$
 $\cos(\frac{2}{3}x') w_0(x' - \frac{\pi}{2}) dx' \cos(\frac{2\pi j}{3} + \frac{\pi}{3} + \omega t)$. 令

$$\gamma = -\frac{V_2}{2} \int w_0(x' + \pi/2) \cos(x') w_0(x' - \pi/2) dx', \quad (\text{A7})$$

于是可以得到隧穿系数为 $-J_0 + (-1)^j \gamma$. 在位势能为

$$\begin{aligned} & \langle w_j | -\frac{\hbar^2}{2m} \partial_x^2 + V(x,t) | w_j \rangle \\ &= V_0 - \frac{V_3}{2} \int w_0(x') \cos(\frac{2}{3}x') w_0(x') dx' \cos(\frac{2\pi j}{3} + \omega t), \quad (\text{A8}) \end{aligned}$$

其中

$$V_0 = -\langle w_j | \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{V_1}{2} \cos(2x') | w_j \rangle, \quad (\text{A9})$$

令

$$\delta = -\frac{V_3}{2} \int w_0(x') \cos(\frac{2}{3}x') w_0(x') dx', \quad (\text{A10})$$

于是可以得到在位势能强度 $V_0 + \delta \cos(\frac{2\pi j}{3} + \omega t)$. 注意: 由
 晶格常数为 $2d$ 的晶格贡献的在位能对于奇偶格点都是相同
 的, 这里整体不考虑. 由此得到相互作用广义 Aubry-André-
 Harper 紧束缚模型

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \sum_j \left[(-J_0 + (-1)^j \gamma) \hat{a}_{j+1}^\dagger \hat{a}_j + \text{H.c.} \right] \\ & + \sum_j [V_0 + \delta \cos(2\pi\beta j + \omega t)] \hat{n}_j \\ & + \frac{U}{2} \sum_j \hat{n}_j(\hat{n}_j - 1). \quad (\text{A11}) \end{aligned}$$

参考文献

- [1] Thouless D J 1983 *Phys. Rev. B* **27** 6083
- [2] Citro R, Aidelsburger M 2023 *Nat. Rev. Phys.* **5** 87
- [3] King-Smith R D, Vanderbilt D 1993 *Phys. Rev. B* **47** 1651
- [4] Xiao D, Chang M C, Niu Q 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1959
- [5] Kraus Y E, Lahini Y, Ringel Z, Verbin M, Zilberberg O 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 106402
- [6] Xia Y, Riva E, Rosa M I N, Cazzulani G, Erturk A, Braghin F, Ruzzene M 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 095501
- [7] Cheng Q, Wang H, Ke Y, Chen T, Yu Y, Kivshar Y S, Lee C, Pan Y 2022 *Nat. Commun.* **13** 249
- [8] Verbin M, Zilberberg O, Lahini Y, Kraus Y E, Silberberg Y 2015 *Phys. Rev. B* **91** 064201
- [9] Lu H I, Schemmer M, Aycock L M, Genkina D, Sugawa S, Spielman I B 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 200402
- [10] Nakajima S, Tomita T, Taie S, Ichinose T, Ozawa H, Wang L, Troyer M, Takahashi Y 2016 *Nat. Phys.* **12** 296
- [11] Lohse M, Schweizer C, Zilberberg O, Aidelsburger M, Bloch I 2016 *Nat. Phys.* **12** 350
- [12] Cerjan A, Wang M, Huang S, Chen K P, Rechtsman M C 2020 *Light: Sci. Appl.* **9** 178
- [13] Grinberg I H, Lin M, Harris C, Benalcazar W A, Peterson C W, Hughes T L, Bahl G 2020 *Nat. Commun.* **11** 974
- [14] Sun Y K, Zhang X L, Yu F, Tian Z N, Chen Q D, Sun H B 2022 *Nat. Phys.* **18** 1080
- [15] You O, Liang S, Xie B, Gao W, Ye W, Zhu J, Zhang S 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 244302
- [16] Viebahn K, Walter A S, Bertok E, Zhu Z, Gächter M, Aligia A A, Heidrich-Meisner F, Esslinger T 2024 *Phys. Rev. X* **14** 021049
- [17] Zhu Z, Kiefer Y, Jele S, Gächter M, Bisson G, Viebahn K, Esslinger T 2025 *Phys. Rev. X* **15** 041032
- [18] Yuan T, Dai H N, Chen Y A 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 160302 (in Chinese) [苑涛, 戴汉宁, 陈宇翱 2023 物理学报 **72** 160302]
- [19] Ke Y, Qin X, Kivshar Y S, Lee C 2017 *Phys. Rev. A* **95** 063630
- [20] Lin L, Ke Y, Lee C 2020 *Phys. Rev. A* **101** 023620
- [21] Liu W, Hu S, Zhang L, Ke Y, Lee C 2023 *Phys. Rev. Res.* **5** 013020
- [22] Ke Y, Lee C 2023 *Nat. Phys.* **19** 1387
- [23] Huang B, Ke Y, Liu W, Lee C 2024 *Phys. Scr.* **99** 065997
- [24] Walter A S, Zhu Z, Gächter M, Minguzzi J, Roschinski S, Sandholzer K, Viebahn K, Esslinger T 2023 *Nat. Phys.* **19** 1471
- [25] Tao Z, Huang W, Niu J, Zhang L, Ke Y, Gu X, Lin L, Qiu J, Sun X, Yang X 2025 *Front. Phys.* **20** 033202
- [26] Huang B, Ke Y, Zhong H, Kivshar Y S, Lee C 2024 *Phys. Rev. Lett.* **133** 140202
- [27] Qi L, Han N, Hu S, He A L 2023 *Phys. Rev. A* **108** 032402
- [28] You X, Xiao L, Huang B, Ke Y, Lee C 2025 *Phys. Rev. A* **111** 033306
- [29] Di Liberto M, Recati A, Carusotto I, Menotti C 2016 *Phys. Rev. A* **94** 062704
- [30] Winkler K, Thalhammer G, Lang F, Grimm R, Hecker Denschlag J, Daley A, Kantian A, Büchler H, Zoller P 2006 *Nature* **441** 853
- [31] Valiente M, Petrosyan D 2008 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **41** 161002
- [32] Preiss P M, Ma R, Tai M E, Lukin A, Rispoli M, Zupancic P, Lahini Y, Islam R, Greiner M 2015 *Science* **347** 1229
- [33] Takahashi M 1977 *J. Phys. C: Solid State Phys.* **10** 1289
- [34] Bravyi S, DiVincenzo D P, Loss D 2011 *Ann. Phys.* **326** 2793
- [35] Qin X, Ke Y, Guan X, Li Z, Andrei N, Lee C 2014 *Phys. Rev. A* **90** 062301
- [36] Qin X, Mei F, Ke Y, Zhang L, Lee C 2017 *Phys. Rev. B* **96** 195134

- [37] Qin X, Mei F, Ke Y, Zhang L, Lee C 2018 *New J. Phys.* **20** 013003
 [38] Lin L, Ke Y, Lee C 2023 *Phys. Rev. B* **107** 125161
 [39] Marzari N, Vanderbilt D 1997 *Phys. Rev. B* **56** 12847
 [40] Fukui T, Hatsugai Y, Suzuki H 2005 *J. Phys. Soc. Jpn.* **74** 1674
 [41] Soluyanov A A, Vanderbilt D 2011 *Phys. Rev. B* **83** 235401
 [42] Bloch I, Dalibard J, Zwerger W 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 885
 [43] Chin C, Grimm R, Julienne P, Tiesinga E 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1225
 [44] Bakr W S, Gillen J I, Peng A, Fölling S, Greiner M 2009 *Nature* **462** 74
 [45] Sherson J F, Weitenberg C, Endres M, Cheneau M, Bloch I, Kuhr S 2010 *Nature* **467** 68
 [46] Valiente M, Petrosyan D, Saenz A 2010 *Phys. Rev. A* **81** 011601

SPECIAL TOPIC—Ultracold atomic and molecular physics

Topological pumping of bound states in ultracold atomic optical lattice^{*}

ZHAO Wanshuang¹⁾²⁾ HUANG Boning¹⁾²⁾ KE Yongguan^{2)†} LEE Chaohong²⁾

1) (*Laboratory of Quantum Engineering and Quantum Metrology, School of Physics and Astronomy,
Sun Yat-Sen University (Zhuhai Campus), Zhuhai 519082, China*)

2) (*Institute of Quantum Precision Measurement, College of Physics and Optoelectronic Engineering,
Shenzhen University, Shenzhen 518060, China*)

(Received 9 April 2026; revised manuscript received 2 May 2026)

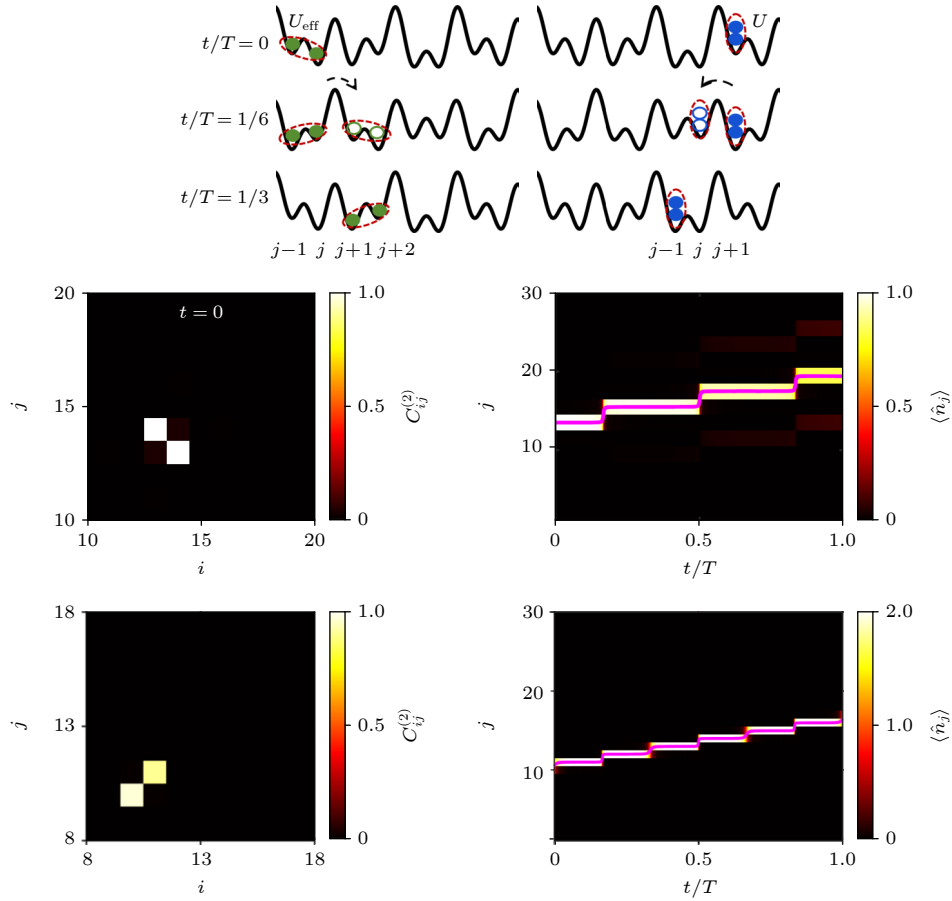
Abstract

Topological pumping, as the topologically protected unidirectional transport of particles, has been widely realized in experimental platforms such as ultracold atoms and photonic crystals in recent years. Since interactions between particles are ubiquitous in realistic systems, they provide additional degrees of freedom for controlling topological transport. To further explore the role of interactions in topological pumping, we investigate topological pumping of two-particle bound states in a one-dimensional interacting generalized Aubry-André-Harper model. The Hamiltonian consists of modulated onsite potentials, alternating tunneling amplitudes, and onsite interactions. Such a Hamiltonian can be realized by superimposing three optical lattices with different lattice constants d , $2d$, and $3d$. The periodic driving is introduced through a time-dependent phase in the optical lattice with lattice constant $3d$, which generates an adiabatic pumping cycle. We identify two types of bound states, the usual onsite bound pair and a nearest-neighbor bound pair. For repulsive interactions, the onsite bound pair lies in the high-energy sector and exhibits dominant diagonal correlations in the two-body density correlation function, while the nearest-neighbor bound pair lies in the lower-energy region, with dominant correlations on the first off-diagonals. The nearest-neighbor bound states emerge from the interplay between onsite interactions and the spatial modulation of tunneling amplitudes. Under adiabatic evolution, both types of bound states behave as composite quasiparticles and exhibit quantized pumping. For the nearest-neighbor bound state, the two particles predominantly occupy adjacent lattice sites and are transported collectively during the pumping cycle. In the case of onsite bound state, the two particles occupying the same site are transported as a whole. In both cases, the center-of-mass displacements over one pumping

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12275365, 12025509, 92476201), the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2022YFA1404104), the Guangdong Provincial Quantum Science Strategic Initiative, China (Grant Nos. GDZX2204003, GDZX2305006, GDZX2304007, GDZX2405002), and the Natural Science Foundation of Guangdong Province, China (Grant No. 2023A1515012099).

† Corresponding author. E-mail: keyg@szu.edu.cn

cycle are determined by the Chern numbers of the corresponding two-body energy bands. Under open boundary conditions, edge modes associated with both types of bound states are observed. These states can be transported from one boundary to the other through an edge-bulk hybrid pumping process. Our work shows that the topological pumping of the nearest-neighbor bound pair, distinct from conventional pumping of the onsite bound pair, enriches the physical picture of few-body topological pumping.



Keywords: multiparticle topological pumping, nearest-neighbor bound state, onsite bound state, ultracold atoms

DOI: [10.7498/aps.75.20260498](https://doi.org/10.7498/aps.75.20260498)

CSTR: [32037.14.aps.75.20260498](https://cstr.org/urn:urn:csdn:32037.14.aps.75.20260498)

超冷原子光晶格体系中束缚态的拓扑泵浦

赵晚霜 黄泊宁 柯勇贯 李朝红

Topological pumping of bound states in ultracold atomic optical lattice

ZHAO Wanshuang HUANG Boning KE Yongguan LEE Chaohong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 200316 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20260498

CSTR: 32037.14.aps.75.20260498

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20260498>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

超冷原子动量光晶格中的非线性拓扑泵浦

Nonlinear topological pumping in momentum space lattice of ultracold atoms

物理学报. 2023, 72(16): 160302 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230740>

基于准连续域束缚态的强圆二色性超表面

Strong circular dichroism chiral metasurfaces generated by quasi bound state in continuum domain

物理学报. 2024, 73(17): 178102 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240834>

少电子离子束缚态电子 g 因子精密测量

Precise measurements of electron g factors in bound states of few-electron ions

物理学报. 2024, 73(20): 203103 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240683>

标量-拉曼复合光晶格中超冷原子的拓扑性质

Ground state topological properties of ultracold atoms in composite scalar-Raman optical lattices

物理学报. 2025, 74(18): 180303 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250692>

束缚态特征温度方法及应用

Bound-state characteristic temperature method and its applications

物理学报. 2022, 71(8): 085201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212115>

高阶矩阵非线性薛定谔方程中孤子相互作用与束缚态调控

Control of solitonic interactions and bound-states in the higher-order matrix nonlinear Schrödinger equation

物理学报. 2026, 75(12): 085201 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251591>