

专题: 兰州大学物理系 (学院) 建立 80 周年

涡旋磁振子的拓扑物理、调控机制及应用研究进展*

王艳¹⁾²⁾ 袁绍华¹⁾ 李耀进²⁾ 于东星¹⁾ 贾成龙^{1)†}

1) (兰州大学物理科学与技术学院, 兰州 730000)

2) (兰州理工大学理学院, 兰州 730050)

(2026 年 5 月 11 日收到; 2026 年 6 月 9 日收到修改稿)

磁振子是磁有序系统中量子化的自旋波集体激发, 因其在信息传输与处理过程中几乎不产生欧姆损耗, 被认为是低能耗自旋电子学器件的重要信息载体. 将内禀轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 引入磁振子体系, 可赋予其除自旋角动量之外的额外自由度, 使传统磁振子转变为涡旋磁振子, 从而显著拓展磁振子体系的调控维度与功能空间. 本文系统综述了涡旋磁振子的基本物理特性、产生与探测方法, 以及其在信息处理和量子调控等领域的最新研究进展. 涡旋磁振子的产生主要可通过两种方式实现: 施加与传播方向垂直的径向电场进行激发; 利用磁螺旋相位板对磁振子波前进行相位调制. 其携带的 OAM 可借助自旋泵浦效应与逆自旋霍尔效应 (ISHE) 实现电学读出. 由于 OAM 本征值谱具有无界性, 相互正交的 OAM 态可用于构建高维量子比特, 为量子信息编码提供新的自由度. 进一步将 OAM 引入反铁磁体系, 则有望实现任意相移门、泡利门、Hadamard 门等通用量子门操作, 并为构建任意量子电路提供潜在平台. 涡旋磁振子的这些特性为发展下一代高效、低功耗信息处理技术提供了新的物理机制与实现路径.

关键词: 涡旋磁振子, 轨道角动量, 量子计算, 信息处理**DOI:** 10.7498/aps.75.20260667**CSTR:** 32037.14.aps.75.20260667

1 引言

自旋波是磁性材料中磁矩进动的集体激发, 其量子化准粒子称为磁振子, 每个磁振子携带 $\hbar$ 的自旋角动量^[1,2]. 自旋波和磁振子的研究一直是凝聚态物理学的重要组成部分, 并持续推动着磁学和自旋电子学的发展^[3-13]. 1930 年, Bloch^[1] 提出了自旋波及其量子化激发的物理概念. 自旋波可以通过铁磁、亚铁磁或反铁磁金属或绝缘体中的自旋晶格的基本激发获得. 1957 年, Brockhouse^[14] 通过非弹性中子散射实验对此给予了直接证实. 作为自旋波的最小能量量子, 磁振子兼具波粒二象性、电中性和无焦耳热等本征特性, 能够在长距离自旋信息传

输、数据存储和非布尔逻辑运算中显著降低能量消耗^[8-12].

当前, 磁振子自旋电子学研究的核心目标之一, 是实现纳米尺度下低能耗磁振子激发、操控与探测^[7-13]. 然而, 传统自旋波在纳米尺度难以精准操控相位梯度, 其相位易受外界扰动, 且缺乏拓扑保护. 为突破上述限制, 本文从拓扑保护的角度出发, 引入内禀轨道角动量 (OAM) 作为额外的调控自由度, 以期实现原理性的突破.

携带 OAM 的粒子/准粒子被称为涡旋粒子, 由大量涡旋粒子形成的束流称为涡旋波束^[15-37]. 涡旋波束的波前呈螺旋形, 波束中心的强度为零, 且存在相位奇点. 涡旋粒子的螺旋相结构由相因子 $e^{il\phi}$ 描述, 其波函数是量子力学轨道角动量算符

* 国家自然科学基金青年科学基金 (批准号: 12304145, 12304126, 12204497)、甘肃省青年科技基金 (批准号: 24JRRA195, 25JRRA107) 和国家自然科学基金 (批准号: 12474114) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: cljia@lzu.edu.cn

$\hat{L}_z = -i\hbar\partial/\partial\phi$ 的本征态, 对应本征值为 $l\hbar$. 在该量子态下, 粒子沿传播方向携带 $l\hbar$ 的内禀 OAM. 该 OAM 是量子化的, 其取值与坐标系的选取无关, 并且方向可以与粒子的动量方向平行. 因此, 沿着传播方向的 OAM 可视为涡旋粒子的内禀物理属性.

1974 年, Nye 和 Berry^[38] 在研究超声脉冲散射时, 首次发现并描述了波位错 (相位奇点) 现象, 揭示了涡旋波螺旋相位因子 $e^{il\phi}$ 的物理起源. 1992 年, 英国物理学家 Allen 等^[15] 首次从理论上明确了涡旋光束在近轴传播条件下携带内禀 OAM 的物理图像, 由此开启了涡旋光学研究的新时代^[16–22]. 考虑到在量子物理的框架下, 所有的微观粒子都可以用波函数来表示. 基于涡旋光子的研究基础, 1999 年, Hefner 和 Maston^[29] 首次提出了采用 4 块等大小的压电片产生涡旋声波的有源设计方案, 2004 年, Gspan 等^[31] 提出了第一个利用光声效应来产生涡旋声波的方法. 随后, 2007 年, Bliokh 等^[23] 在电子波的研究方面也有了新的重大突破: 将 OAM 性质考虑在电子的波函数中. 2019 年, 本课题组首次在理论上提出, 在圆柱形磁性绝缘体波导中自由传播的自旋波, 通过施加垂直于一致磁化方向的径向电场, 可激发出携带内禀 OAM 的涡旋自旋波^[34]. 此后, 进一步提出了利用磁螺旋相位板实现自旋波携带 OAM 的方案^[35].

过去数十年的研究表明, 具有特定相位空间结构的波可携带确定大小的内禀 OAM. 这一结论不仅适用于经典电磁波, 同样也适用于电子、中子、声子以及磁振子的量子动力学体系. 内禀 OAM 的研究揭示出微观粒子具有更丰富的内禀性质, 其重要意义在于, 可基于单个粒子的量子态构建高维希尔伯特空间, 从而为高维量子信息编码、多自由度调控以及拓扑自旋器件设计提供全新的物理载体与理论基础.

涡旋自旋波^[34] 携带的本征 OAM 自由度, 在对称保护和拓扑保护磁振子逻辑门的手性并行计算^[39] 等诸多领域都发挥着至关重要的作用. 类似于涡旋光束, 涡旋自旋波可以充当磁镊子用于操控磁性准粒子和拓扑磁结构^[40]; 在铁磁纳米圆盘中, 非共线磁结构与涡旋磁振子的非线性三磁振子相互作用, 可诱导产生携带 OAM 的涡旋磁振子频率梳, 赋予磁振子精密测量的能力^[41]. 涡旋磁振子的内禀 OAM 属性为磁振子通信提供了一个全新的自由度: 携带不同 OAM 量子数的涡旋自旋波彼此

正交, 可以用来加载不同的信号, 有望提高磁振子通信的信道容量, 在信息存储、通信和粒子操控等领域展现出广阔的应用前景.

本综述聚焦铁磁、反铁磁体系中涡旋磁振子的相关研究, 系统梳理其不同磁性体系中的共性规律与差异特性. 围绕涡旋磁振子的研究脉络, 全文内容安排如下: 第 2 节阐明涡旋磁振子的物理起源、基本理论模型, 以及不同磁性体系中的行为差异与关键物理效应; 第 3 节讨论涡旋磁振子激发与探测相关的核心实验与理论方法; 第 4 节结合涡旋磁振子的物理特性, 介绍其在量子信息中的主要应用; 第 5 节总结领域内未解决科学问题, 并展望未来发展方向.

2 涡旋磁振子的基本物理特性

涡旋磁振子是磁性材料中具有螺旋波前的自旋波 (如图 1 所示), 携带沿传播方向的确定 OAM. 其 OAM 的取值由拓扑荷 l 量化, 原则上, l 可正可负、取值无界, 可构成独立信息维度. 一般来说, 反铁磁材料中的磁振子^[42,43] 与铁磁材料中的磁振子在性质上是不同的: 1) 反铁磁材料中具有两种相反手性的简并自旋波本征模式, 即右旋和左旋磁振子, 而铁磁磁振子总是右旋的. 结合这两种偏振态, 可以产生任意偏振态, 从而提供了一种基于偏振态的信息编码方法. 2) 反铁磁材料由于净磁矩和退磁场很小而具有抗外磁场干扰、无交叉串扰、传播速度快的优势, 可为超高速信息处理提供平台.

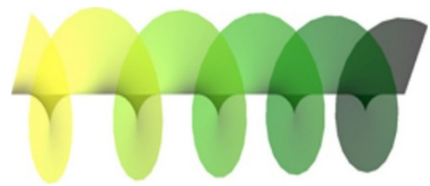


图 1 涡旋磁振子束的波阵面形态示意图

Fig. 1. Schematic illustration of the helical wavefront of twisted magnons.

2.1 铁磁体中的涡旋磁振子

激发涡旋自旋波模式的典型铁磁/亚铁磁体系有 CoFeB 纳米盘、YIG 纳米线等. 下文以细长圆柱形状 YIG 波导为例来进行说明: 对于磁有序系统, 单位磁矩进动引起横向激发的能量远低于格点磁矩期望值发生变化的纵向激发. 因此, 我们考察

由海森伯运动方程决定的横向自旋动力学. 设格点 i 上的局域磁矩为 $\mathbf{M}_i$, 单位磁矩 $\mathbf{m}_i = \mathbf{M}_i/M$, 则 $d\mathbf{m}_i/dt = -i/\hbar [\mathbf{m}_i, H]$. 海森伯哈密顿量为

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{M}_j - \frac{K_s}{2} \sum_i (\hat{e}_z \cdot \mathbf{M}_i)^2 - \sum_i \mathbf{B} \cdot \mathbf{M}_i. \quad (1)$$

$J_{ij} > 0$ 表示近邻格点 (i, j) 之间的交换耦合强度, $K_s > 0$ 为磁各向异性贡献项, 包含形状各向异性. 沿波导方向施加 (该方向定义为 z 轴) 的外磁场 $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$. 通过将格点磁矩进行连续化处理并作近似 $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) \approx \hat{e}_z + \tilde{\mathbf{m}}(\mathbf{r}, t)$ (其中 $\tilde{\mathbf{m}}(\mathbf{r}, t) = (m_x, m_y, 0)$), 再结合铁磁系统中净磁矩导致仅允许右旋圆偏振自旋波存在的特性, 可以得到自旋波波函数的形式 $\psi(\mathbf{r}, t) = m_x(\mathbf{r}, t) - im_y(\mathbf{r}, t)$, 该波函数满足薛定谔方程:

$$i\hbar \partial_t \psi(\mathbf{r}, t) = H_m \psi(\mathbf{r}, t). \quad (2)$$

(2) 式中 $H_m = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_j^*} + V(r)$, $m_j^* = \hbar/2\gamma JMa^2$. 在柱坐标系下, 该方程的解为非衍射 Bessel 解:

$$\psi_l(\mathbf{r}, t) \propto J_l(k_\perp r) \exp(il\phi + ik_z z) \exp(-i\omega t), \quad (3)$$

$J_l(k_\perp r)$ 为 l 阶第一类 Bessel 函数. (3) 式描述的携带 OAM 的涡旋磁振子波的能量远低于局域化拓扑激发的磁化涡旋的能量. 选取自旋极化沿着 z 方向的磁振子流 $\mathbf{J}_{m_z}$ 展开分析, 该物理量本质为环绕 z 轴旋转的概率流密度, 具体形式为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{m_z} &= \hbar \text{Re} \left[\psi(\mathbf{r}, t) \frac{\mathbf{p}}{m_j^*} \psi^*(\mathbf{r}, t) \right] \\ &\propto \left(\frac{l}{\rho} \hat{e}_\phi + k_z \hat{e}_z \right) \rho_l(r). \end{aligned} \quad (4)$$

这表明自旋波沿波导轴线做螺旋式绕轴传播. 进一步, 通过施加垂直于传播轴的面内电场 $\mathbf{E}$, 可诱导涡旋型矢量势, 使磁振子体系等效为垂直磁场下的朗道量子化体系: 在这种情况下, 涡旋磁振子本征态为拉盖尔涡旋模式 $\psi_{l,\zeta}^L$, 磁振子朗道能级由轴向波矢 k_z 、拓扑荷 l 、径向量子数 ζ 、拉莫尔频率共同决定; 磁振子的 OAM 与角向旋转行为同时受拓扑荷 l 和电场手性调控.

2.2 反铁磁体中的涡旋磁振子

涡旋反铁磁磁振子存在的典型体系有 NiO 纳米线、van der Waals 反铁磁体 (如 MnPS₃) 等. 如

图 2 所示, 反铁磁体系包含两套磁子晶格 A (向上箭头) 与晶格 B (向下箭头) 并且具有简并的左手 ψ^+ 与右手 ψ^- 自旋波本征模式. 引入交错场 $\mathbf{n} = (\mathbf{S}_A - \mathbf{S}_B)/(2S)$ 和内禀磁化强度 $\mathbf{m} = (\mathbf{S}_A + \mathbf{S}_B)/(2S)$ 矢量, 在各向同性的反铁磁交换相互作用强度 J 很大并且远大于各向异性性能 K_s 时, 系统总的拉格朗日密度可写为 [44-46]

$$\begin{aligned} L &= \rho_s \mathbf{m} \cdot (\partial_t \mathbf{n} \times \mathbf{n}) - \frac{\mathbf{m}^2}{2\chi_m} - \frac{A}{2} (\partial_\mu \mathbf{n} \cdot \partial_\mu \mathbf{n}) \\ &\quad - \xi_s \sum_\mu \mathbf{m} \cdot \partial_\mu \mathbf{n} + \frac{K_s}{2} n_z^2, \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\rho_s = 2S$ 为单胞内交错自旋角动量的大小, χ_m 为磁化率, $A = 2\zeta a^2 JS^2$ 为交换刚度, $\xi_s = 2\zeta a JS^2$ 为宇称破缺项的幅值. 在无强外磁场条件下, 自旋密度场 $\mathbf{m}$ 是从属变量 ($|\mathbf{m}| \ll 1$), 其时空演化规律完全遵循交错反铁磁序的时间和空间演变规律 [44-46]:

$$\frac{\mathbf{m}}{\chi_m} = \rho_s (\partial_t \mathbf{n} \times \mathbf{n}) - \xi_s \partial_\mu \mathbf{n}. \quad (6)$$

将磁矩 $\mathbf{m}$ 消去后, 可以得到关于反铁磁自旋波态矢量 $|\psi_n\rangle = (n_x + in_y, n_x - in_y)^T$ 的二分量克莱因-

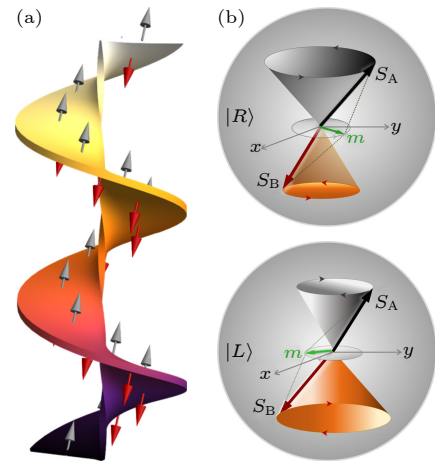


图 2 反铁磁波导中涡旋磁振子束的示意图 [39] (a) 沿圆柱形反铁磁波导传播的涡旋磁振子束, 体系包含两套磁子晶格 A (向上箭头) 与晶格 B (向下箭头); (b) 简并的左手与右手自旋波本征模式 ψ^+ , ψ^- , 分别主要由子晶格 A、子晶格 B 贡献主导

Fig. 2. Schematic representation of twisted magnon beams in an antiferromagnetic waveguide [39]: (a) Twisted magnon beams propagating along a cylindrical antiferromagnetic waveguide with two magnetic sublattices, A (up arrows) and B (down arrows); (b) degenerate left- and right-handed spin wave modes, ψ^+ and ψ^- dominated by the sublattice A and B, respectively.

戈登方程:

$$\left(\partial_z^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2\right) |\psi_n\rangle = K_z |\psi_n\rangle, \quad (7)$$

其中 $\psi_n^+ = n_x + in_y$ 和 $\psi_n^- = n_x - in_y$ 分别对应简并的左手和右手自旋波本征模式.

在无限长圆柱形反铁磁管中, 采用柱坐标 $\mathbf{r} = (r, \phi, z)$ 描述, 上述克莱因-戈登方程存在无衍射的贝塞尔解: $\psi_n(\mathbf{r}, t) \propto J_l(k_\perp r) \exp(il\phi + ik_z z) \times \exp(-i\omega t)$. 当圆柱形波导的横向尺寸远小于磁振子波长时, 可采用近轴近似, 从而得到自旋波所满足的类薛定谔方程:

$$i \frac{\partial \psi_n}{\partial z} = - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + k^2 \right] \psi_n$$

因此, 理论研究表明携带 OAM 的涡旋反铁磁模式可以存在.

2.3 关键物理效应

2.3.1 轨道角动量守恒

铁磁材料中磁化进动的 Gilbert 阻尼由形如 $\alpha \mathbf{m} \times \partial \mathbf{m} / \partial t$ 的项主导. 在 (2) 式中, 该阻尼效应等价于将时间导数 ∂_t 替换为 $(1 + i\alpha) \partial_t$, 磁振子密度随时间衰减, 满足 $\rho_l(t) = \rho_l(t_0) \exp[-2\alpha\omega(t - t_0)]$. 然而, 磁振子的 OAM 通过对轨道角动量算符 $\hat{L}$ 在波导横截面 S 上进行面积平均得到, 即 $\langle L \rangle = \hat{e}_z \left(\int l \rho_l(t) dS \right) / \left(\int \rho_l(t) dS \right) = l \hat{e}_z$. 可见, 阻尼会造成磁振子密度衰减 (类比光子体系中的光强衰减), 但该衰减过程与角动量量子数 l 无关, 亦即与 OAM 无关. 换言之, 在磁化动力学演化过程中, OAM 不受 Gilbert 阻尼影响, 始终保持守恒. 和铁磁模式一致, 反铁磁材料中磁振子密度随着时间衰减, 轨道角动量 l 对阻尼却具有鲁棒性. 这个性质使得涡旋磁振子在低损耗、高稳定信息传输中具有天然优势.

2.3.2 法拉第效应

铁磁和反铁磁材料中均存在法拉第效应, 这里以反铁磁材料为例对该效应进行说明. 如图 3 所示, 在手性磁各向异性 (DMI) 存在情况下, DMI 会调控磁振子的纵向波矢, 进而产生附加相位差 $\delta\phi(z) \propto D l_0 z / k$, 因此, 两涡旋磁振子束干涉图案会随传播发生旋转 (即法拉第效应). l_0 为反铁磁纳米管的长度, 可以取较大值, 在 DMI 作用极其微

弱情况下, 也能够实现 $\delta\phi(z) = \pi$ 的相位条件, 以此获得任意目标相移.

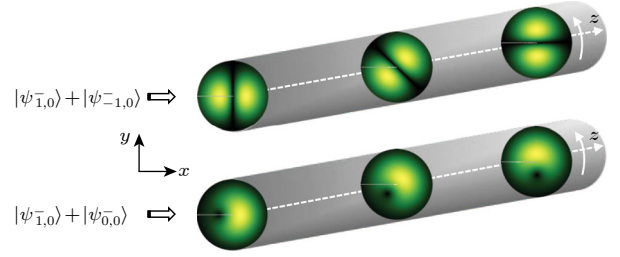


图 3 法拉第效应^[39], 在具有界面诱导 DMI 的反铁磁波导中, 轨道角动量平衡叠加态 ($|\psi_{1,0}^- \rangle + |\psi_{-1,0}^- \rangle$) 与轨道角动量非平衡叠加态 ($|\psi_{1,0}^- \rangle + |\psi_{0,0}^- \rangle$) 的干涉图样随传播发生旋转

Fig. 3. Faraday effects^[39], propagation of the interference patterns of the OAM-balanced ($|\psi_{1,0}^- \rangle + |\psi_{-1,0}^- \rangle$) and OAM-unbalanced ($|\psi_{1,0}^- \rangle + |\psi_{0,0}^- \rangle$) superpositions along a antiferromagnetic waveguide with the interfacial-induced DMI.

2.3.3 磁振子霍尔效应

类比电子波包模型, 构建中心位于 $(\mathbf{p}_c, \mathbf{r}_c)$ 的磁振子波包. 结合前文分析可知, 磁振子运动轨迹会绕 z 轴螺旋行进. 沿弯曲轨迹建立局域坐标系后, 会在动量空间中形成非对易几何与协变导数: $D_i = \partial / \partial p_i + A_i^g(\mathbf{p})$, 其中 $\mathbf{A}^g(\mathbf{p}) = i \langle \psi_{l,\zeta}^L | \partial / \partial \mathbf{p} | \psi_{l,\zeta}^L \rangle$ 为 Berry 联络. 相应的 Berry 规范场 $\mathbf{B}_g = \partial / \partial \mathbf{p} \times \mathbf{A}^g(\mathbf{p})$ 会诱导波包中心发生偏转. 由于局域 z 轴始终沿动量 $\mathbf{p}$ 方向, 复矢量 $\hat{e}_x + i\hat{e}_y$ 与 $\mathbf{p}$ 正交, 并随动量变化在单位球面上运动, 最终形成磁单极型规范场 $\mathbf{B}_g = -l\mathbf{p} / p^3$ ^[15]. 结合磁振子轨道运动关系 $e^{il\phi} = (\hat{e}_x + i\hat{e}_y)^l$, 由此可推导出哈密顿运动方程:

$$\frac{d\mathbf{r}_c}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_c} - \hbar \dot{\mathbf{p}}_c \times \mathbf{B}_g = \frac{\mathbf{p}_c}{m_j^*} + \hbar l \dot{\mathbf{p}}_c \times \frac{\mathbf{p}_c}{p_c^3}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{p}_c}{dt} &= - \frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}_c} \\ &= - \frac{\partial V(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}_c} - \frac{q_m}{cm_j^*} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_c} [\mathbf{p}_c \cdot (\mathbf{E} \times \hat{e}_z)]. \end{aligned} \quad (9)$$

(8) 式中 $\hbar l \dot{\mathbf{p}}_c \times \frac{\mathbf{p}_c}{p_c^3}$ 为反常速度项, 方向与动量 $\mathbf{p}_c$ 垂直, 驱动波包产生横向运动. 对应的横向偏移量可写为: $\delta \mathbf{r}_c = \hbar l \int_L (\mathbf{p}_c \times d\mathbf{p}_c) / p_c^3$, 该偏移量由动量空间积分回路和 OAM 取值 l 共同决定. l 可取较大数值, 因此即便在微弱外驱动力下, 也能实现磁振子束的大幅横向偏转, 这就是磁振子霍尔效应.

3 涡旋磁振子的产生和探测

激发涡旋自旋波的两种主要方法如图 4 所示, 图 4(a) 为在圆柱形铁磁/反铁磁波导管中施加垂直于传播方向的径向电场; 图 4(b) 为传统自旋波通过人工构建的螺旋相位板, 生成具有螺旋波前的涡旋磁振子束. 如图 4(a) 所示, 考虑一根均匀带电的细导线, 其线电荷密度为 λ_e , 位于一个铁磁圆柱形波导的轴线上, 且处于 $z \in [d_1, d_2]$ 区域内. 在 $z \in [d_1, d_2]$ 范围内的铁磁纳米线中, 径向电场为 $\mathbf{E}(r) = \frac{\lambda_e}{2\pi\epsilon r} \hat{e}_r$ (其中 ϵ 是铁磁材料的电容率). 对于 z 方向极化的磁振子, 磁振子与径向电场 $\mathbf{E}(r)$ 的相互作用等效为矢势 $\mathbf{A}_e(r) = -\mathbf{E} \times \hat{e}_z / c = \frac{\lambda_e}{2\pi\epsilon c r} \hat{e}_\phi$, 这与沿闭合路径 C 上运动的磁矩所获得的狄拉克相位 $\Phi_D = -\frac{q_m}{\hbar} \int_C \mathbf{A}_e(r) \cdot d\mathbf{r}$ 密切相关, 从而产生一个具有量子化数 $l = \frac{q_m \lambda_e}{2\pi\hbar\epsilon c}$ 的 $e^{il\phi}$ 相位结构. 因此, 通过施加垂直于一致磁化方向的径向电场, 可以激发出携带 OAM 的涡旋自旋波. 如图 4(b) 所示, 还可以利用两种磁材料的自旋波速度差异, 通过微纳加工制备 Py/YIG 异质结构磁螺旋相位板. 平面自旋波通过螺旋相位板之后转化为涡旋磁振子.

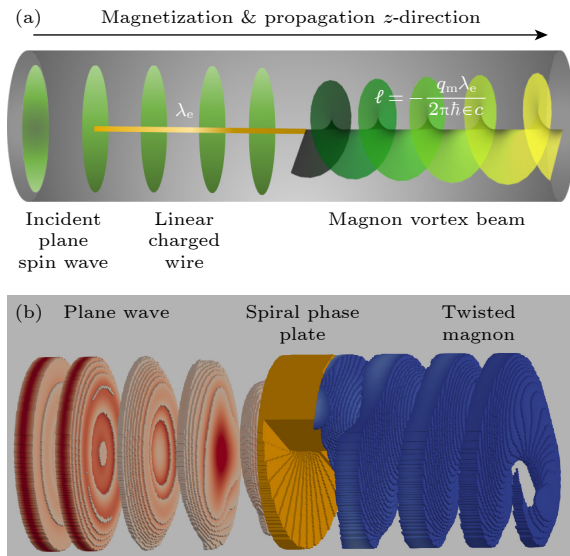


图 4 利用 (a) Aharonov-Casher 效应^[34] 和 (b) 磁螺旋相位板生成涡旋自旋波束的示意图^[35]

Fig. 4. Schematics for generating twisted magnon beams based on (a) Aharonov-Casher effect^[34] and (b) a magnonic spiral phase plate^[35].

如图 5 所示, 涡旋磁振子信号可通过自旋泵浦和逆自旋霍尔效应转换为电信号进行读出. 泵浦自

旋流的 3 个分量的表达式为

$$I^x \propto -\partial_t m_y \propto -\omega \cos(\omega t - l\phi), \quad (10)$$

$$I^y \propto \partial_t m_x \propto -\omega \sin(\omega t - l\phi), \quad (11)$$

$$I^z \propto \text{Im}[\psi_l \partial_t \psi_l^*] \propto \omega. \quad (12)$$

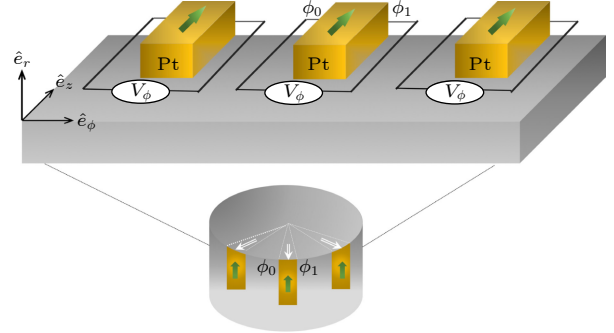


图 5 角分辨逆自旋霍尔效应 (ISHE) 测量^[39], 通过方位角分辨逆自旋霍尔效应检测泵浦自旋流, 在波导末端, 沿 z 方向极化的自旋 (绿色箭头) 沿着径向注入 Pt 层中, 进而产生方位角相关逆自旋霍尔电压 V_ϕ

Fig. 5. Angular resolved ISHE measurement^[39], detections of the pumped spin current by the ϕ -resolved ISHE, at the waveguide end, the z -polarized spins (green arrows) radially pumped into a narrow Pt layers result in an inverse spin Hall voltage V_ϕ .

从 (12) 式可以看出, 泵浦自旋流的 z 分量与涡旋磁振子的本征频率 ω 成正比. 而通过引入偶极场打开 $\psi_{\pm l}$ 的简并后, 可以使 $\psi_{\pm l}$ 具有不同的本征频率. 因此 $\psi_{\pm l}$ 所激发出的泵浦自旋流的强度以及逆自旋霍尔电压也会不同, 这提供了实验上利用电压信号区分涡旋磁振子不同 OAM 模式的方法.

4 涡旋磁振子的应用研究

4.1 低能耗高稳定信息传输

磁振子作为磁有序系统集体激发的量子, 由于其传播不涉及电子的运动, 因此不会受到电阻作用产生焦耳热损耗. 然而, 在其传播过程中依然会受到 Gilbert 阻尼的影响使其振幅随着传播的时间和距离指数衰减 (如图 6 所示). 而涡旋磁振子的 OAM 由于受拓扑保护, 不会随着传播衰减^[33,47]. 在低功耗高稳定性自旋电子器件、磁振子逻辑计算和信息传输等方面展现出了极大潜力以及研究价值.

4.2 量子信息载体

利用携带不同 OAM 的涡旋磁振子模式, 可以构造量子计算的基本信息单位——量子比特^[48,49].

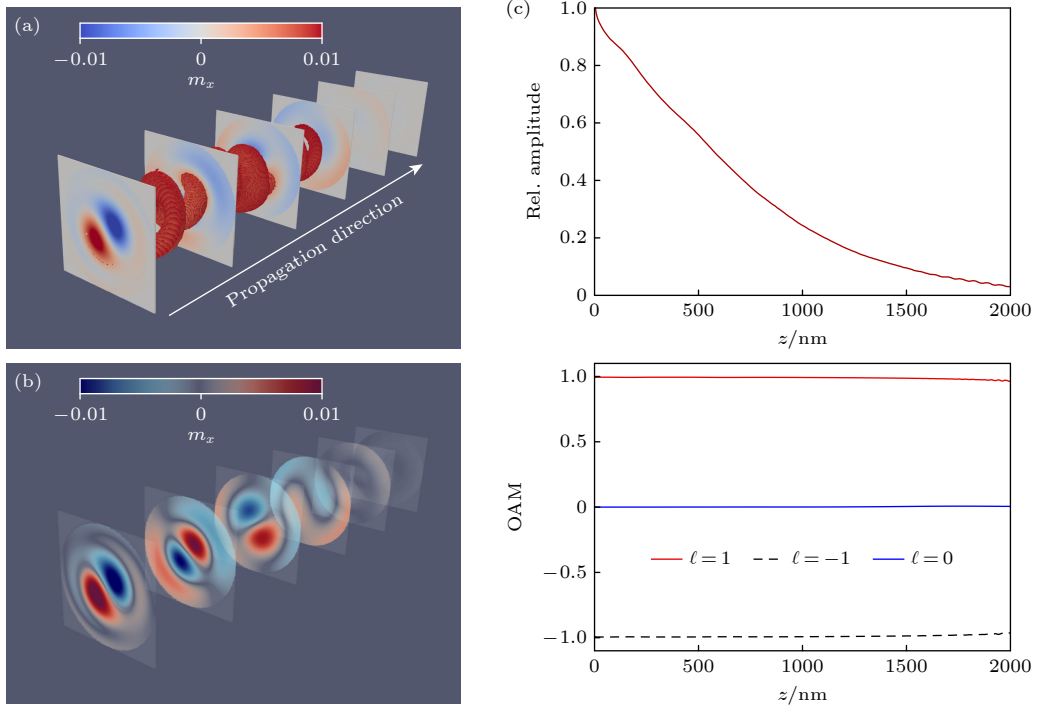


图 6 涡旋磁振子在圆柱形波导中的传播^[34] (a) 涡旋磁子束中磁化 x 分量的瞬时图像; (b) 激发模式沿波导的涡旋构型; (c) 自旋波振幅及轨道角动量沿 z 方向的分布

Fig. 6. Propagation of twisted magnons along a cylindrical waveguide^[34]: (a) Snapshot of the x -component magnetization of a twisted magnon beam; (b) vortex configuration of the excitation modes along the waveguide; (c) spatial distribution of the spin wave amplitude and orbital angular momentum along the z direction.

在二维 FeB 圆盘中, 通过施加具有特定空间结构的激发场: $B_x(t) = B_0(x) \text{sinc}(\omega t) \hat{e}_x$, 其中对于左、右半盘, $B_0(x)$ 分别为 -1 mT 和 $+1$ mT, 可以激发出携带 OAM 分别为 $+1$ 和 -1 的涡旋磁振子态 ψ_1 和 ψ_{-1} . 通过引入磁偶极相互作用或者 DMI 破坏空间反演对称性, 打破了 ψ_1 和 ψ_{-1} 两个状态之间的能量简并, 从而可以对这两个态进行分别激发^[50].

在量子计算中, 单个量子比特是量子态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的任意叠加态: $|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|1\rangle + \sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi}|0\rangle$. 该状态表现为三维空间中的一个球面, 即布洛赫球. 对于涡旋磁振子, 可分别将 OAM 为 -1 和 1 的状态看作是 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$, 从而构造出基于涡旋磁振子的布洛赫球. 对于两个本征态的叠加态, 可以通过同时施加频率为 $\omega_{\pm 1}$ 的简谐磁场: $B_x(t) = B_1(x) \sin(\omega_1 t) + B_{\bar{1}}(x) \sin(\omega_{\bar{1}} t + \phi)$ 激发出来, 其中 ϕ 为激发场两部分之间初相的相位差.

通过调整 $B_1(x)$ 与 $B_{\bar{1}}(x)$ 之间的比值, 可激发出任意比例的叠加态 $|\nu\rangle = \xi_R |\psi_1\rangle + \xi_L e^{i\phi} |\psi_{\bar{1}}\rangle$, 其中 ξ_R 和 ξ_L 为归一化的比例系数, 对应于量子比特中的 $\cos(\theta/2)$ 和 $\sin(\theta/2)$, 且 $\xi_R/\xi_L = B_1/B_{\bar{1}}$. 此时,

自旋流和轨道角动量的期望值分别为

$$\langle I_v^z \rangle = \xi_R^2 \omega_1 + \xi_L^2 \omega_{\bar{1}}, \quad (13)$$

$$\langle \mathcal{L}_z \rangle = \frac{|\xi_R| - |\xi_L|}{|\xi_R| + |\xi_L|}. \quad (14)$$

将 $\langle I_v^z \rangle$ 约化到 $[-1, 1]$ 的范围:

$$\Delta I_v^z = 2 \frac{\langle I_v^z \rangle - \langle I_{-1}^z \rangle}{\langle I_1^z \rangle - \langle I_{-1}^z \rangle} - 1. \quad (15)$$

就可以用来一对一确定 OAM 以及状态在布洛赫球 z 方向的位置 (图 7(b)). 在 ϕ 方向上的位置可以通过对 I_x 或者 I_y 进行傅里叶变换后, 通过相位谱读出, 从而构造出完整的布洛赫球 (图 7(a)).

4.3 磁振子逻辑器件

将两个铁磁圆盘通过反铁磁 RKKY 相互作用耦合在一起, 形成人工反铁磁结构 (SyAFM). 对于反铁磁系统, 其本身就具有两种手性, 分别表示为^[51]

$$\psi_R = \begin{pmatrix} \cosh \frac{\beta}{2} \\ -e^{i\varphi} \sinh \frac{\beta}{2} \end{pmatrix}, \quad \psi_L = \begin{pmatrix} -\sinh \frac{\beta}{2} \\ e^{i\varphi} \cosh \frac{\beta}{2} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

其中 β 是与材料的参数相关的物理量: $\tanh \beta = J\sqrt{1+\alpha^2}/(2Ak^2+2K_z+J)$, 而 φ 与 Gilbert 阻尼系数 α 相关: $\tan \varphi = \alpha$. 在单个铁磁盘中所产生的涡旋磁振子与铁磁圆盘中的结果类似, 但所造成的劈裂情况与铁磁盘中正好相反: 在人工反铁磁系统中, $l=1$ 对应的能量更小.

在激发涡旋磁振子时, 会同时等概率的激发两种手性的磁振子, 使得这两种手性的磁振子等概率叠加在一起. 两种手性的叠加所导致的结果就是对于携带相同 OAM 的涡旋磁振子, 其磁矩的进动不再是圆偏振, 而变为椭圆偏振 (如图 8(a)). 其中椭圆的半长轴 a 和半短轴 b 分别为

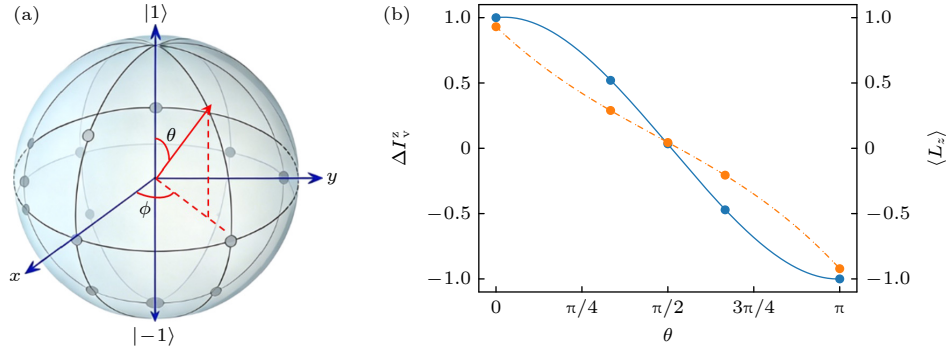


图 7 (a) 涡旋磁振子构造的布洛赫球; (b) ΔI_ν^z (深蓝色) 与 $\langle L_z \rangle$ (橙色) 随布洛赫球的极角 θ 的变化关系, 其中深蓝点与橙色点来自模拟的数据, 实线与虚线来自于理论计算

Fig. 7. (a) Bloch sphere constructed from twisted magnons; (b) the dependence of ΔI_ν^z (dark blue) and $\langle L_z \rangle$ (orange) on the polar angle θ of the Bloch sphere, the dark blue and orange dots represent simulated data, while the solid and dashed line correspond to theoretical calculations.

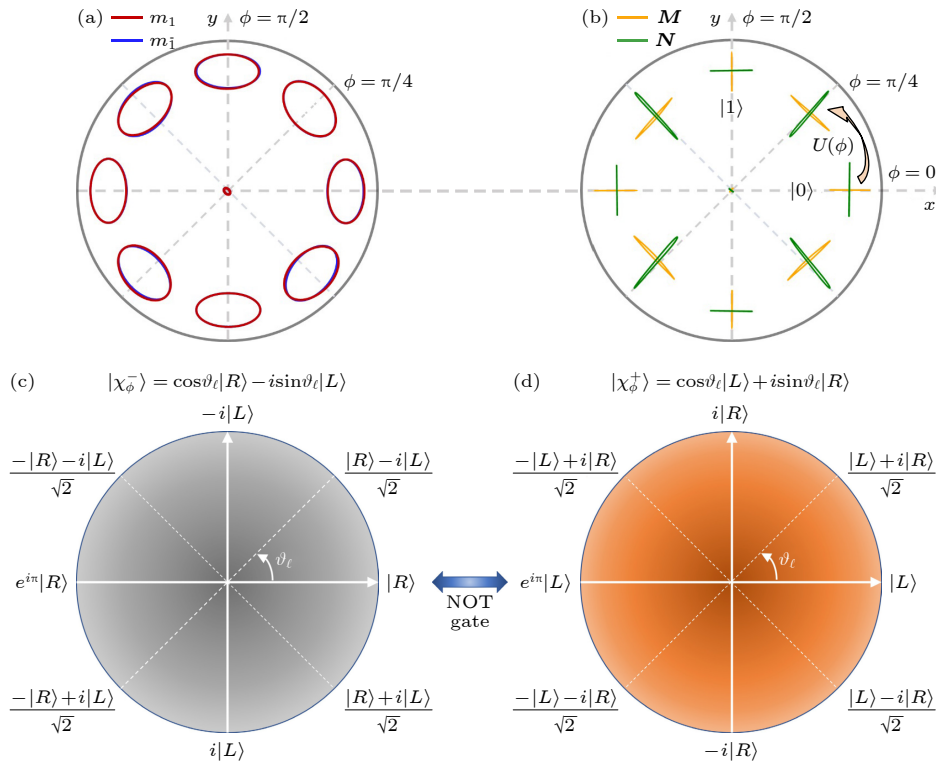


图 8 位于人工反铁磁上层 m_1 和下层 $m_{\bar{1}}$ 的磁矩 (a) 以及净磁矩和奈尔矢量 (b) 的进动路线随方位角的变化示意图; 幺正变换 $U(\phi)$ 表示为涡旋磁振子沿方位角方向的移动^[52]; (c), (d) 基于具有相反拓扑荷 l 、轨道角动量平衡的涡旋反铁磁手性磁振子态实现的逻辑门

Fig. 8. Schematic illustration of the precession trajectories of magnetic moments in the upper layer m_1 and lower layers $m_{\bar{1}}$ of Sy-AFM (a), as well as the net magnetic moment and Néel vector (b), as a function of azimuthal angle; the unitary transformation $U(\phi)$ represents the azimuthal propagation of the vortex magnon^[52]; (c), (d) logic gates realized by the OAM-balanced twisted AFM chiral magnon states with opposite topological charge l .

$$a = \cosh \frac{\beta}{2} + \sinh \frac{\beta}{2}, \quad (17)$$

$$b = \cosh \frac{\beta}{2} - \sinh \frac{\beta}{2}. \quad (18)$$

最终会使得反铁磁磁子的奈尔矢量 $\mathbf{N}(t)$ 和净磁矩 $\mathbf{M}(t)$ 的进动变为线偏振, 并且其偏振方向会随着所处位置的方位角变化:

$$\mathbf{M}(t) \propto \cos(l\phi) \cos(\omega t) \hat{e}_x - \sin(l\phi) \cos(\omega t) \hat{e}_y, \quad (19)$$

$$\mathbf{N}(t) \propto \sin(l\phi) \sin(\omega t) \hat{e}_x - \cos(l\phi) \cos(\omega t) \hat{e}_y. \quad (20)$$

如图 8(b) 所示, 如果定义奈尔矢量沿 y 方向偏振的态为 $|0\rangle$, 沿 x 方向的态为 $|1\rangle$, 那么沿角度的运动就等价于进行了么正变换 $U(\phi)$. 那么 $\pi/2$ 的角度移动可以对应逻辑操作中的非门, 可以将 $|0\rangle$ 映射到 $|1\rangle$. 而如果相位角只移动 $\pi/4$, 就可以将 $|0\rangle$ 映射到 $(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$, 对应于 Hadamard 门^[52]. 图 8(c), (d) 是基于具有相反拓扑荷、OAM 平衡的涡旋反铁磁手性磁振子态实现非门的示意图. 原则上, 有了非门和 Hadamard 门, 就可以近似实现任意量子电路.

涡旋磁振子所有可能的极化状态之间的映射是通过 OAM 自由度并行实现的, 且不会破坏反铁磁系统本身的时间反演和子格交换对称性. 此外涡旋磁振子的状态受合理的形变以及 Gilbert 阻尼的影响较小, 为利用受拓扑保护的涡旋磁振子 OAM 进行并行磁振子计算提供了可能.

5 研究挑战与未来展望

当前, 涡旋磁振子体系的研究仍面临若干核心科学问题与核心瓶颈. 一是磁螺旋相位板尚需突破纳米尺度高精度制备工艺限制; 二是弱磁振子信号的空间分辨探测技术灵敏度不足; 三是电场调控方案难以实现低能耗与高速响应的协同优化; 四是温度热涨落效应易诱发拓扑模式的杂化和失稳, 制约体系的稳定性.

面向领域前沿发展趋势, 未来研究可从基础理论、器件技术与应用场景 3 个层面系统推进. 基础物理层面, 深入剖析强关联体系中涡旋磁振子的演化规律, 揭示拓扑序与多体相互作用的耦合机制, 阐明高功率条件下 OAM 模态的非线性耦合效应, 并进一步探究外场调控驱动的 OAM 拓扑相变物理本质. 技术与器件层面, 发展超快激光激发、单

模磁振子高灵敏探测等前沿实验手段, 推进多功能磁振子器件集成设计, 实现信息传输与逻辑运算的一体化融合; 同时, 可充分发挥二维磁性材料的优势, 开发原子级厚度的低维涡旋磁振子功能器件. 应用拓展层面, 基于涡旋磁振子的拓扑特性, 攻关量子磁振子学的关键技术, 构建基于拓扑磁振子的量子计算架构; 研发太赫兹频段高性能拓扑磁振子振荡器, 满足高频电子器件发展需求; 此外, 探索低功耗磁振子传感技术, 拓展其在生物医学检测领域的实用化场景.

参考文献

- [1] Bloch F 1930 *Z. Phys.* **61** 206
- [2] Dyson F J 1956 *Phys. Rev.* **102** 1217
- [3] Chumak A V, Vasyuchka V I, Serga A A, Hillebrands B 2015 *Nat. Phys.* **11** 453
- [4] Chumak A V, Schultheiss H 2017 *J. Phys. D* **50** 300201
- [5] Serga A A, Chumak A V, Hillebrands B 2010 *J. Phys. D* **43** 264002
- [6] Li Y, Zhang W, Tyberkevych V, Kwok W K, Hoffmann A, Novosad V 2020 *J. Appl. Phys.* **128** 130902
- [7] Dieny B, Prejbeanu I L, Garello K, Gambardella P, Freitas P, Lehdorff R, Raberg W, Ebels U, Demokritov S O, Akerman J, Deac A, Pirro P, Adelmann C, Anane A, Chumak A V, Hirohata A, Mangin S, Valenzuela Sergio O, Onbasli M C, d'Aquino M, Prenat G, Finocchio G, Lopez-Diaz L, Chantrell R, Chubykalo-Fesenko O, Bortolotti P 2020 *Nat. Electron.* **3** 446
- [8] Barman A, Gubbiotti G, Ladak S, Adeyeye A O, Krawczyk M, Gräfe J, Adelmann C, Cotofana S, Naeemi A, Vasyuchka V I, Hillebrands B, Nikitov S A, et al. 2021 *J. Phys.: Condens. Matter* **33** 413001
- [9] Mahmoud A, Ciubotaru F, Vanderveken F, Chumak A V, Hamdioui S, Adelmann C, Cotofana S 2020 *J. Appl. Phys.* **128** 161101
- [10] Yuan H Y, Cao Y, Kamra A, Duine R A, Yan P 2022 *Phys. Rep.* **965** 1
- [11] Pirro P, Vasyuchka V I, Serga A A, Hillebrands B 2021 *Nat. Rev. Mater.* **6** 1114
- [12] Sheng J M, Mei J W, Wang L, Xu X Y, Jiang W R, Xu L, Ge H, Zhao N, Li T T, Candini A, Xi B, Zhao J Z, Fu Y, Yang J, Zhang Y Z, Biasiol G, Wang S M, Zhu J L, Miao P, Tong X, Yu D P, Mole R, Cui Y, Ma L, Zhang Z T, Ouyang Z W, Tong W, Podlesnyak A, Wang L, Ye F, Yu D H, Yu W Q, Wu L S, Wang Z T 2025 *Nat. Mater.* **24** 544
- [13] Devitt C, Tiwari S, Zivasatienraj B, Bhawe S A 2026 *Nature* **650** 599
- [14] Brockhouse B N 1957 *Phys. Rev.* **106** 859
- [15] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [16] Courtial D, Robertson D A, Dholakia K, Padgett M J 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 4828
- [17] Bliokh K Y 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 043901
- [18] Rosales-Guzmán C, Hermosa N, Belmonte A, Torres J P 2014 *Opt. Express* **22** 16504
- [19] Wang X W, Nie Z Q, Liang Y, Wang J, Li T, Jia B H 2018

- Nanophotonics* **7** 1533
- [20] Shen Y J, Wang X J, Xie Z W, Min C J, Fu X, Liu Q, Gong M L, Yuan X C 2019 *Light Sci. Appl.* **8** 90
- [21] Forbes A, De Oliveira M, Dennis M R 2021 *Nat. Photon.* **15** 253
- [22] Chen J, Wan C, Zhan Q 2021 *Adv. Photonics* **3** 064001
- [23] Bliokh K Y, Bliokh Y P, Savel'Ev S, Nori F 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 190404
- [24] Bliokh K Y, Ivanov I P, Guzzinati G, Clark L, Van Boxem R, Béché A, Juchtmans R, Alonso M A, Schattschneider P, Nori F, Verbeeck J 2017 *Phys. Rep.* **690** 1
- [25] Uchida M, Tonomura A 2010 *Nature* **464** 737
- [26] Verbeeck J, Tian H, Schattschneider P 2010 *Nature* **467** 301
- [27] McMorran B J, Agrawal A, Anderson I M, Herzing A A, Lezec H J, McClelland J J, Unguris J 2011 *Science* **331** 192
- [28] Dennis M R, O'Holleran K, Padgett M J 2009 *Prog. Opt.* **53** 293
- [29] Hefner B T, Marston P L 1999 *J. Acoust. Soc. Am.* **106** 3313
- [30] Fan X D, Zhang L 2021 *Phys. Rev. Res.* **3** 013251
- [31] Gspan S, Meyer A, Bernent S, et al. 2004 *J. Acoust. Soc. Am.* **115** 1142
- [32] Thomas J L, Marchiano R 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 244302
- [33] Clark C W, Barankov R, Huber M G, Arif M, Cory D G, Pushin D A 2015 *Nature* **525** 504
- [34] Jia C, Ma D, Schäffer A F, Berakdar J 2019 *Nat. Commun.* **10** 2077
- [35] Jia C L, Ma D C, Schäffer A F, Berakdar J 2019 *J. Opt.* **21** 124001
- [36] Wang Y, Jia C L, Zhang P M 2021 *Appl. Phys. Lett.* **118** 082405
- [37] Wang Y, Wang X, Jia C L 2023 *Appl. Phys. Lett.* **122** 012403
- [38] Nye J F, Berry M V 1974 *Proc. R. Soc. Lond. A* **336** 165
- [39] Jia C L, Chen M, Schäffer A F, Berakdar J 2021 *Npj Comput. Mater.* **7** 101
- [40] Jiang Y, Yuan H Y, Li Z X, Wang Z, Zhang H W, Cao Y, Yan P 2020 *Phys. Rev. Lett* **124** 217204
- [41] Wang Z, Yuan H Y, Cao Y, Yan P 2022 *Phys. Rev. Lett.* **129** 107203
- [42] Kittel C 1951 *Phys. Rev.* **82** 565
- [43] Keffer F, Kittel C 1952 *Phys. Rev.* **85** 329
- [44] Haldane F D M 1983 *Phys. Rev. Lett.* **50** 1153
- [45] Ivanov B A, Kolezhuk A K 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 1859
- [46] Tveten E G, Müller T, Linder J, Brataas A 2016 *Phys. Rev. B* **93** 104408
- [47] Chen M, Schäffer A F, Berakdar J, Jia C L 2020 *Appl. Phys. Lett.* **116** 172403
- [48] Yuan S H, Sui C W, Kang J Y, Jia C L 2022 *Appl. Phys. Lett.* **120** 132402
- [49] Wang Q K, Liu J, Lyu D W, Wang J 2024 *Light Sci. Appl.* **13** 10
- [50] Cho J, Miwa S, Yakushiji K, Tamaru S, Kubota H, Fukushima A, Fujimoto S, Tamura E, You C Y, Yuasa S, Suzuki Y 2016 *Phys. Rev. B* **94** 184411
- [51] Sui C W, Yuan S H, Wang X G, Berakdar J, Jia C L 2022 *New J. Phys.* **24** 023031
- [52] Wang X, Yuan S H, Sui C W, Wang Y, Jia C L 2024 *Appl. Phys. Lett.* **124** 072405

SPECIAL TOPIC—The 80th Anniversary of the School of Physical Science and Technology, Lanzhou University

Twisted magnons: Topological physics, regulation mechanisms, and applications^{*}

WANG Yan¹⁾²⁾ YUAN Shaohua¹⁾ LI Yaojin²⁾YU Dongxing¹⁾ JIA Chenglong¹⁾†

1) (*School of Physical Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*)

2) (*School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China*)

(Received 11 May 2026; revised manuscript received 9 June 2026)

Abstract

Magnons, the quanta of spin-wave excitations in magnetically ordered systems, enable low-power information transmission and processing with negligible Joule heating, making them a promising platform for spintronic applications. Beyond their spin angular momentum, magnons can also possess a well-defined intrinsic orbital angular momentum (OAM), which provides an additional degree of freedom and transforms conventional

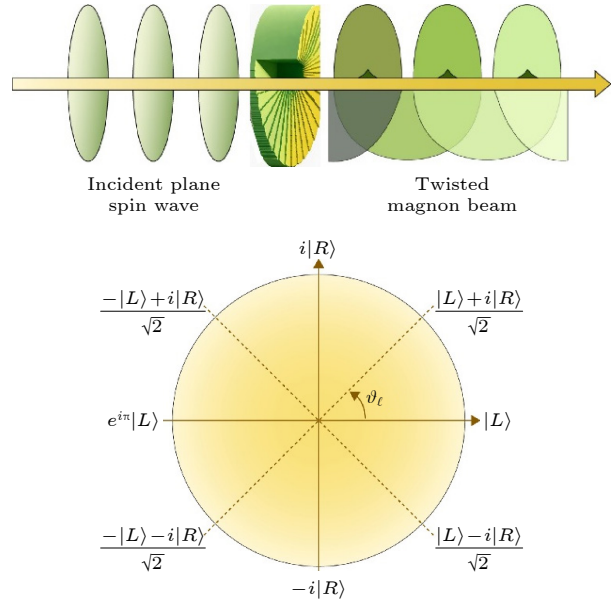
* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12304145, 12304126, 12204497), the Science-Technology Foundation for Young Scientist of Gansu Province, China (Grant Nos. 24JRRA195, 25JRRA107), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12474114).

† Corresponding author. E-mail: cljia@lzu.edu.cn

magnons into twisted magnons. The topological charge associated with OAM can be externally tuned and is robust against magnetic damping, thereby greatly enhancing the dimensionality, controllability, and functional versatility of magnonic systems. In this review, we systematically discuss the fundamental physical properties of twisted magnons, their generation and detection methods, and recent advances in their applications.

At present, two primary approaches have been proposed for generating twisted magnons: excitation by a radial electric field perpendicular to the propagation direction, and phase modulation using a magnetic spiral phase plate. In addition, coupling to an applied electric field through the Aharonov–Casher effect enables dynamic control of the topological charge. The OAM carried by twisted magnons can be electrically detected via spin pumping combined with the inverse spin Hall effect (ISHE). Owing to the unbounded spectrum of OAM eigenvalues, mutually orthogonal OAM states can be employed to construct high-dimensional qubits, offering a powerful new degree of freedom for quantum information encoding.

Furthermore, by exploiting the lifting of chiral degeneracy in ferromagnetic nanodisks through dynamic dipolar interactions and/or interfacial Dzyaloshinskii–Moriya interactions, magnonic Bloch spheres can be precisely initialized, manipulated, and electrically detected. Extending OAM to antiferromagnetic systems further enables symmetry-protected logic-gate operations, including phase-shift gates, Pauli gates, square-root-of-NOT gates, and Hadamard gates. These capabilities are expected to facilitate the construction of arbitrary quantum circuits and support multiplexed data transfer. Taken together, the unique properties of twisted magnons open new avenues for next-generation ultrafast information-processing technologies with high fidelity and low energy consumption.



Keywords: twisted magnon, orbital angular momentum, quantum computing, information processing

DOI: [10.7498/aps.75.20260667](https://doi.org/10.7498/aps.75.20260667)

CSTR: [32037.14.aps.75.20260667](https://cstr.org.cn/32037.14.aps.75.20260667)



涡旋磁振子的拓扑物理、调控机制及应用研究进展

王艳 袁绍华 李耀进 于东星 贾成龙

Twisted magnons: Topological physics, regulation mechanisms, and applications

WANG Yan YUAN Shaohua LI Yaojin YU Dongxing JIA Chenglong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 170708 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20260667

CSTR: 32037.14.aps.75.20260667

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20260667>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

轨道角动量量子光源的集成化研究

Research progress of integrated quantum light sources with orbital angular momentum

物理学报. 2024, 73(16): 164204 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240791>

三维空间轨道角动量全息

Three-dimensional spatial orbital angular momentum holography

物理学报. 2024, 73(9): 094202 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231822>

螺旋扭曲双包层-三芯光子晶体光纤用于轨道角动量的生成

Helically twisted double-cladding-three-core photonic crystal fiber for generation of orbital angular momentum

物理学报. 2023, 72(13): 134201 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222405>

轨道角动量复用三维加密全息图

Orbital angular momentum multiplexing three-dimensional encrypted hologram

物理学报. 2025, 74(6): 064205 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241444>

风控热晕对双模涡旋光束大气传输的轨道角动量和相位奇异性的影响

Influence of wind-dominated thermal blooming on orbital angular momentum and phase singularity of dual-mode vortex beams

物理学报. 2023, 72(16): 164202 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230684>

基于光束偏移器的光的轨道角动量分束器

Orbital angular momentum splitter of light based on beam displacer

物理学报. 2024, 73(7): 074201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231874>