基于基线噪声方差估计的可调谐二极管激光吸收光谱正交包络偏置补偿方法*

涂兴华†，王帅帅

（南京邮电大学 电子与光学工程学院、柔性电子（未来技术）学院 光电传感工程研究中心，南京 210023）

摘 要

针对可调谐二极管激光吸收光谱正交包络的统计偏置问题，提出一种基于基线噪声方差估计的偏置补偿方法。该方法利用无吸收基线估计两路噪声方差，在平方幅值中去除相应的平均噪声贡献，再经过非负截断和开方得到补偿输出。蒙特卡洛仿真表明，该方法能够减小零输入附近的正向偏置。在此基础上，构建全正交 2f/1f 归一化特征，并通过仿真验证其对理想共同乘性光强变化的抑制作用。进一步研究调制度对二次谐波特征的影响，获得不同展宽条件下的最优调制度变化规律。CO_2 吸收实验结果表明，该方法能减小正交包络的基线偏置。

关键词：可调谐二极管激光吸收光谱，正交解调，统计补偿，调制度优化，痕量气体检测

基金: 国家自然科学基金（批准号：62374092）资助的课题.

† 通讯作者.E-mail: tuxh@njupt.edu.cn

1 引 言

可调谐二极管激光吸收光谱（Tunable Diode Laser Absorption Spectroscopy, TDLAS）利用窄线宽半导体激光器扫描目标分子的特征吸收线，具有组分选择性强、响应速度快、可原位非接触测量等特点，已广泛应用于过程工业、燃烧诊断和环境气体监测等领域[1]。其中，波长调制光谱（Wavelength Modulation Spectroscopy，WMS）通过在慢速波长扫描基础上叠加高频调制，并利用相敏检测提取谐波信号，可将弱吸收信息转移至较高频段，从而减弱低频噪声和背景漂移的影响，是提高 TDLAS 弱信号检测能力的重要技术手段。近年来，国内外针对 TDLAS-WMS 的研究逐渐由单纯谐波幅值提取向解调鲁棒性、归一化测量

录用稿件，非最终出版稿

和噪声抑制等方向发展。Wu 等提出基于 Hilbert 变换的 TDLAS 二次谐波解调方法，在无需额外参考信号的条件下实现谐波提取[2]；Du 等将波长稳定技术与 2f/1f 归一化方法结合，实现 CH_4和 CO_2同步检测，增强了系统对光强变化和波长漂移的适应能力[3]。李绍民和孙利群针对高吸收度条件下传统 WMS 适用性受限的问题改进了波长调制方法[4]；蒋源等在多组分气体遥测中采用 1f 归一化 WMS，以减小回波光强及目标反射特性变化对测量结果的影响[5]。与此同时，近年来在激光扫描策略、噪声抑制等方面也开展了大量研究[6-8]，并进一步发展了 2f/1f 光谱拟合方法[9]；国内学者还在波长调制直接吸收光谱测量、吸收函数反演及重叠谱线干扰抑制等方面取得了进展[10-12]。

已有研究从解调、归一化、扫描和噪声处理等方面改善了 WMS 的测量稳定性，但正交相敏检测还存在一个容易被忽略的问题：同相和正交分量在平方、求和并开方后形成幅值时，即使两路噪声本身均值为 0，低信噪比下仍可能产生正向统计偏置，表现为弱吸收区域的基线抬升和幅值高估。常规正交解调或 2f/1f 归一化主要用于相位失配和光强变化，并不能直接处理这种由包络运算带来的偏差。故本文从洛伦兹线型 WMS 正交解调模型出发，分析正交包络在低信噪比下的瑞利和莱斯统计特性，并利用基线噪声方差构造平方域噪声能量补偿。在弱吸收条件下，再将补偿后的二次谐波正交特征与一次谐波正交参考量结合，得到全正交 2f/1f 归一化复合特征。为明确正交二次谐波特征的调制参数选取依据，进一步分析二次谐波中心主峰（P_0）、旁瓣副峰（N_0）、主峰与旁瓣幅值和（S_0）及主旁瓣比（R_0）随调制度 m 的变化，用于比较不同调制度下的波形特征。

录用稿件，非最终出版稿

2 理论基础与解调原理

2.1 正交解调数学模型的构建

根据波长调制光谱理论，在碰撞展宽占主导且多普勒展宽可以忽略的条件下，气体吸收谱线可近似表示为洛伦兹（Lorentzian）线型。引入归一化频率 $x=(\bar{\nu}-\nu_0)/\gamma$和调制度 $m=a/\gamma$，可得到洛伦兹线型调制后的各阶谐波解析表达式[13]：

$$H_k^L(x,m)=\frac{2}{m^k}\mathrm{Re}\left\{i^k\frac{\left[\sqrt{(1-ix)^2+m^2}-(1-ix)\right]^k}{\sqrt{(1-ix)^2+m^2}}\right\} \tag{1}$$

其中，$\bar{\nu}$为激光中心频率，ν_0为气体中心吸收频率，γ为洛伦兹线型半高半宽，a 为调制幅度，k 为谐波阶次，i 为虚数单位，Re 表示取实部。

在实际测量中，光电探测、滤波放大及信号传输都会带来一定时延，这会影响探测信号的相位。设探测信号与参考信号的相位分别为ϕ和θ，对于传统单相锁相放大器（Lock-in Amplifier,LIA），参考信号$V_{\mathrm{ref}}(t)$与输入信号混频得到基带分量 X，其幅值由相位失配角$\Delta\theta=\phi-\theta$决定。当环境变化引起$\Delta\theta$漂移时，单相解调幅值会随着余弦因子的变化而变化，当相位失配角$\Delta\theta$接近$\pi/2$ 时，单相解调输出趋近于 0，可能形成检测盲区。

为了降低参考相位失配对谐波幅值提取的影响，可采用正交双相检测，WMS 谐波信号也可采用相量形式进行描述[14]。假设A_{abs}为无噪声条件下的有效二次谐波幅值，系统同步生成两路相互正交的参考信号，经相敏检波后，可得到同相分量 X 与正交分量 Y：$X=A_{\mathrm{abs}}\cos(\Delta\theta)$, $Y=-A_{\mathrm{abs}}\sin(\Delta\theta)$，通过矢量合成构建正交特征值$R_{2f}=\sqrt{X^2+Y^2}=A_{\mathrm{abs}}$，可降低参考相位失配对有效信号幅值提取结果的影响。

2.2 低信噪比下的非线性偏置机理与统计补偿

正交矢量合成能够降低参考相位失配对有效信号幅值提取的影响，但不能自动消除残余幅度调制（Residual Amplitude Modulation，RAM）产生的基线背景。为单独分析低信噪比条

录用稿件，非最终出版稿

件下随机噪声对正交包络幅值的影响，本文假设二次谐波RAM背景已通过无吸收区基线测量和静态扣除得到有效抑制，其残余影响在分析范围内可以忽略。系统经低通滤波后的同相与正交两路等效噪声，可近似视为相互独立、均值为0、方差为σ^2 的高斯随机噪声n_x 和n_y 。含噪正交特征值模型为：

$$R_{noisy}=\sqrt{(A_{abs}\cos\Delta\theta+n_x)^2+(-A_{abs}\sin\Delta\theta+n_y)^2} \tag{2}$$

在上述两路噪声相互独立、零均值且等方差的条件下，当不存在确定性有效信号时，经平方、求和及开方得到的正交包络服从瑞利（Rayleigh）分布；当存在非零确定性有效信号时，正交包络服从莱斯（Rician）分布[15]。当有效吸收信号趋近于 0 时，正交包络提取值为：

$$R_{noisy}|_{A_{abs}\to 0}=\sqrt{n_x^2+n_y^2} \tag{3}$$

此时正交包络服从瑞利分布，其数学期望不为 0，理论均值为：

$$E[R_{noisy}]=\sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}\approx 1.253\sigma \tag{4}$$

公式(4)表明，即使有效吸收信号为 0，正交包络的数学期望仍大于 0，因此，两路均值为 0 的随机噪声经过平方、求和及开方后，会在幅值域中形成非零正向输出，使无吸收区域出现基线抬升。对于低浓度气体检测，该非零基线可能会被误认为有效吸收信号，从而造成弱信号幅值高估。

当有效吸收信号不为 0 但幅值较小时，正交包络呈莱斯统计特性。此时包络中同时包含确定性信号和随机噪声，当信噪比较高时，噪声项所占比例较小，传统正交包络与真实幅值较为接近；随着有效信号的减弱，噪声能量占比逐渐增大，包络均值会逐渐偏离真实幅值，并出现明显的正偏。该偏差来自平方、求和和开方组成的非线性幅值合成过程，仅靠正交解调降低相位敏感性并不能消除它。

为了定量说明噪声对包络幅值的贡献，下面从平方幅值域进行分析。对式(2)中的含噪正交特征值取平方并求数学期望 E[·]：

录用稿件，非最终出版稿

$$\mathrm{E}\left[R_{\mathrm{noisy}}^2\right]=\mathrm{E}\left[A_{\mathrm{abs}}^2\cos^2\Delta\theta+2A_{\mathrm{abs}}\cos\Delta\theta\cdot\ n_{\mathrm{x}}+n_{\mathrm{x}}^2\right]$$

$$+\mathrm{E}\left[A_{\mathrm{abs}}^2\sin^2\Delta\theta-2A_{\mathrm{abs}}\sin\Delta\theta\cdot\ n_{\mathrm{y}}+n_{\mathrm{y}}^2\right] \tag{5}$$

两路噪声均值为 0，并假定其与有效信号相互独立，因此含单个噪声项的交叉项取期望后为 0。再利用 $\mathrm{E}[n_{\mathrm{x}}^2]=\mathrm{E}[n_{\mathrm{y}}^2]=\sigma^2$，化简可得：

$$\mathrm{E}\left[R_{\mathrm{noisy}}^2\right]=A_{\mathrm{abs}}^2(\cos^2\Delta\theta+\sin^2\Delta\theta)+2\sigma^2=A_{\mathrm{abs}}^2+2\sigma^2 \tag{6}$$

式（6）表明，当两路噪声方差相等时，平方幅值期望中的噪声项是 $2\sigma^2$；当两路噪声方差不相等时，令同相和正交通道的噪声方差分别为 σ_{x}^2 和 σ_{y}^2，则该噪声项可写为 $\sigma_{\mathrm{x}}^2+\sigma_{\mathrm{y}}^2$。实际测量中，真实噪声方差通常未知，需要由无吸收基线进行估计，得到两路样本方差 $\hat{\sigma}_{\mathrm{x}}^2$ 和 $\hat{\sigma}_{\mathrm{y}}^2$，并取其平均值 $\hat{\sigma}^2=(\hat{\sigma}_{\mathrm{x}}^2+\hat{\sigma}_{\mathrm{y}}^2)/2$。将 $2\hat{\sigma}^2$ 作为平方域噪声项的估计值，并构造补偿输出：

$$R_{\mathrm{comp}}=\sqrt{\max\left(R_{\mathrm{noisy}}^2-2\hat{\sigma}^2,\ 0\right)} \tag{7}$$

扣除估计的噪声方差用于校正平方域的平均噪声偏移。非负截断与开方会改变输出统计特性，因此补偿幅值不一定是无偏估计。相关统计特性将在第 3.2 节中进一步分析。

在实际系统中，可通过通入零气或选取扫描中的无吸收区域来获得两路基线，并保持测量条件一致。如果基线中存在随扫描位置缓慢变化的背景，可在相同条件下重复采集无吸收参考信号，对齐扫描位置后，分别对两路参考信号取平均，并用所得到的参考背景来扣除对应通道的背景；若扣除后仍存在缓慢变化的残差，则在无吸收区域内，用低阶多项式拟合背景趋势，并由去趋势后的残差分别估计两路噪声方差。

如果仍有缓慢变化的背景被计入方差估计，会使噪声方差被高估，从而导致补偿输出偏低，因此基线总波动不能直接视为随机噪声。当增益、滤波带宽或噪声水平发生变化时，应重新估计两路方差。

录用稿件，非最终出版稿

2.3 全正交 2f/1f 归一化复合模型

当半导体激光器注入电流进行调制时，通常会引起频率调制（Frequency Modulation，FM）和强度调制（Intensity Modulation，IM），两种调制共同参与 WMS 谐波信号的形成，其幅值和相位关系会影响谐波响应[16]。为构建能够表征入射光强变化的归一化参考量，本文选取注入电流调制产生的一次谐波强度调制分量。在弱吸收且忽略高次强度调制项的条件下，激光瞬时光强可近似表示为：

$$I(t)=I_0[1+i_1\cos(\omega t+\varphi_I)] \tag{8}$$

其中，I_0为平均入射光强，i_1为一次谐波相对强度调制系数，ω为调制角频率，φ_I为强度调制分量的初始相位。在激光器工作点及调制参数保持稳定时，i_1可近似视为常数。

式(8)仅保留了激光强度调制的一次谐波分量。实际透射探测信号的 1f 还可能包含气体吸收产生的一次谐波以及强度调制与吸收之间的耦合项[17]。本文仅考虑弱吸收条件，并假设激光强度调制一次谐波在归一化参考信号中占主导，吸收 1f 及相关耦合项相对于该背景分量较小，可近似忽略。同时，假设一次谐波强度调制参考具有较高信噪比，其正交包络统计偏置相对于有效一次谐波幅值可以忽略。在该近似条件下，实际 1f 正交特征可表示为：

$$R_{1f}=\sqrt{X_{1f}^2+Y_{1f}^2}\approx K_1 I_0 i_1 \tag{9}$$

式(9)中，K_1为一次谐波解调通道的综合响应系数。由于采用正交矢量合成，R_{1f}对参考相位失配具有较低敏感性，可作为入射光强变化的归一化参考量。

已有研究采用一次谐波对二次谐波进行归一化，并将 1f 归一化 WMS-2f 方法用于气体参数测量[18-19]。在此基础上，本文定义归一化特征$S_{\text{norm}}=\frac{R_{\text{comp}}}{R_{1f}}$。在上述近似条件下，且补偿后的二次谐波残余幅值偏差在允许误差范围内，其平均响应可近似表示为：

$$E[S_{\text{norm}}]\approx\frac{K_2 I_0 C\left|H_2^L(x,m)\right|}{K_1 I_0 i_1}=\frac{K_2}{K_1}\frac{\left|H_2^L(x,m)\right|}{i_1}C \tag{10}$$

式(10)中，C 为待测目标气体的浓度，K_2为二次谐波通道综合响应系数。令：

录用稿件，非最终出版稿

$$\Gamma(x,m)=\frac{K_2}{K_1}\frac{\left|H_2^L(x,m)\right|}{i_1} \tag{11}$$

可得

$$E[S_{\text{norm}}] \approx \Gamma(x,m)C \tag{12}$$

由式(10)可知，一次谐波特征值与二次谐波特征值中共同包含的平均入射光强因子I_0在运算中被抵消。因此，当光路衰减可以近似表示为作用于一次谐波和二次谐波的共同乘性因子时，该归一化特征能够减弱入射光强变化对二次谐波幅值的直接影响。

一次谐波和二次谐波综合响应系数K_1和K_2不一定完全相同。比值运算不能消除全部通道增益，而是并入综合系数$\Gamma(x,m)$中。在温度、压力、光程、调制度及特征提取位置固定，一次谐波参考具有较高信噪比、通道增益比保持稳定时，归一化特征的均值与待测气体浓度近似呈线性关系。

3 仿真与实验结果讨论

为验证所提理论及特征提取算法的有效性，基于 MATLAB 仿真平台建立系统的数值计算模型，并结合 CO_2 实测数据考察包络补偿效果。

3.1 洛伦兹线型正交波形特征参量的变化规律

在 TDLAS-WMS 中，调制度 m 是影响二次谐波幅值及线型特征的重要参数。经典可调谐二极管激光二次谐波检测理论已经讨论了调制度与二次谐波响应之间的关系[20]。本节针对洛伦兹线型正交波形定义相关特征参量：定义中心主峰幅值为 P_0，整流后的旁瓣副峰最大值为N_0，主旁瓣比$R_0=P_0/N_0$，幅值和$S_0=P_0+N_0$。在此基础上，讨论P_0,N_0,R_0,S_0随 m 的变化规律。洛伦兹线型正交二次谐波波形及本文定义的参数如图 1 所示。

录用稿件，非最终出版稿

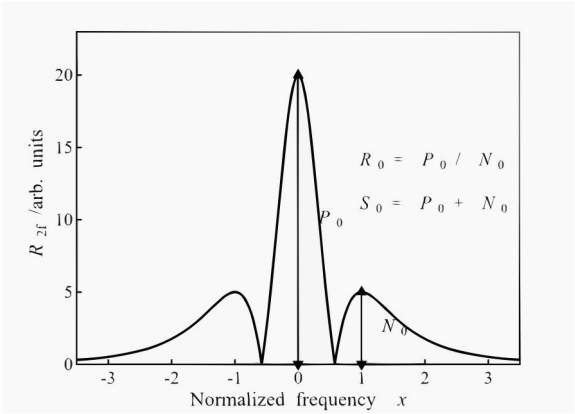


图 1 洛伦兹线型正交二次谐波波形及其参数

Fig. 1. Lorentzian orthogonal second harmonic waveform and its parameters

根据上述特征参量定义，计算P_0、N_0、R_0和S_0随调制度 m 的变化，结果如图 2 所示。

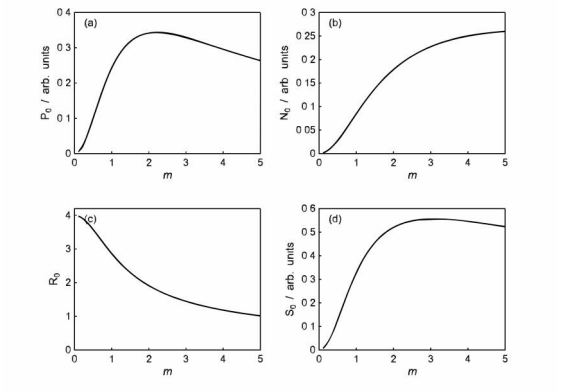


图 2 洛伦兹线型正交二次谐波特征参数随调制度的变化。 (a) P_0与 m 的关系图； (b) N_0与 m 的关系图； (c) R_0与m的关系图； (d) S_0与 m 的关系图

Fig. 2. Variation of Lorentzian orthogonal second-harmonic features with modulation index. (a)P_0 versus m; (b)N_0 versus m; (c)R_0 versus m; (d)S_0 versus m

从图 2 可知，中心主峰P_0随 m 增加呈现先升后降的趋势，在 m≈2.2 时达到理论最大值。这表明在理想正交条件下，矢量合成未改变中心主峰随调制度变化的最优位置。旁瓣副峰N_0随 m 增大而上升。由于中心主峰在达到最大值后逐渐降低，而旁瓣副峰仍继续增大，主旁瓣比R_0随调制度增大而下降。主峰与旁瓣幅值和S_0先增大后减小，在 m≈3.1 处达到峰值点。

对于无邻近谱线干扰的单组分气体检测，可在 m≈2.2 附近获得较大的中心主峰响应。在本文采用的洛伦兹谱线模型中，主旁瓣比随调制度增大而下降，因此从特征指标上推测，较小调制度可能有利于限制旁瓣对邻近谱线的影响。对于无邻近谱线干扰的低幅值信号检测，可在 m≈3.1 附近获得较大的主峰与旁瓣幅值和。不同检测场景下的调制度选取见表 1。

录用稿件，非最终出版稿

表 1 洛伦兹线型下不同应用场景的调制度选取方案

Table 1. Selection of modulation indices for different application scenarios under a Lorentzian profile

应用场景	候选调制度 m	选取依据	设计目标
无邻近谱线干扰的单组分气体检测	≈2.2	中心主峰幅值	获得较大的中心主峰响应
无邻近谱线干扰的低幅值信号检测	≈3.1	主峰与旁瓣幅值和	获得较大的主峰与旁瓣幅值和

在实际低压或高温环境中，多普勒展宽的影响可能增强，因此采用 Voigt 线型进一步分析展宽比例变化对最优调制度的影响。假设多普勒和洛伦兹的半高半宽分别为γ_D和γ_L，定义展宽比 $r=\gamma_D/\gamma_L$，调制度仍取 $m=a/\gamma_L$。在弱吸收、纯频率调制下，对不同展宽比构造 Voigt 线型，通过数值积分计算二次谐波响应。最后扫描调制度 m，分别搜索中心主峰P_0和主峰与旁瓣幅值和S_0的极大值，所得最优调制度见表 2。

表 2 不同展宽比下P_0和S_0对应的最优调制度

Table 2. Optimal modulation indices for P_0 and S_0 at different broadening ratios

展宽比 $r=\gamma_D/\gamma_L$	P_0对应的最优调制度	S_0对应的最优调制度
0	2.197	3.091
0.5	2.588	3.484
1.0	3.418	4.347
2.0	5.387	6.507

由表 2 可知，P_0 和 S_0 对应的最优调制度随着展宽比增大而增大。由于调制度 m 由调制幅度和洛伦兹半宽共同决定，故实际调制幅度还要结合谱线展宽进行确定。

3.2 补偿幅值的偏置与截断统计特性

在 TDLAS 系统低信噪比工作区间，为验证基于基线噪声方差估计的统计补偿方法，设置同相与正交两路高斯噪声的真实标准差均为$\sigma=2$，选取 10000 个无有效吸收信号的基线样本，用于估计两路噪声方差。把有效二次谐波幅值从 0 至 15 划分为 35 个采样点，每个幅值点进行 10000 次独立蒙特卡洛计算，得到传统正交包络与补偿特征的均值。结果如图 3 所示。横坐标为理论无噪条件下的二次谐波特征幅值，用于表示输入有效信号强度。

录用稿件，非最终

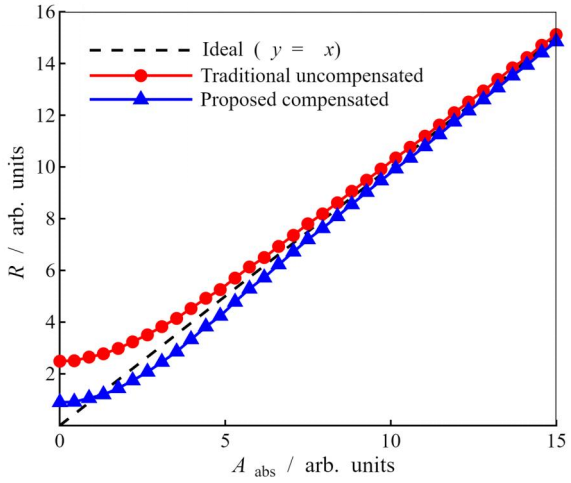


图 3 低信噪比条件下传统正交特征值与补偿算法提取值对比

Fig. 3. Comparison between the conventional orthogonal feature and the statistically compensated feature under low signal-to-noise ratio conditions

由图 3 可知，传统正交包络在零输入时的均值约为 2.51，与瑞利分布的理论一致。该补偿能够减小零输入附近的正向偏置，但在部分非零幅值区出现了低估现象，为进一步分析这一现象，下面分别考察截断对平方域分布的影响，以及截断和开方后均值与方差的变化。

为单独考察截断与开方的统计影响，以下采用两路独立、等方差且方差已知的高斯噪声作为基准，标准差 $\sigma=2$。定义幅噪比 $\rho=A_{\mathrm{abs}}/\sigma$，在 0 ~ 5 范围内以 0.1 为步长取值，每点进行 100000 次蒙特卡洛计算。两种方法共用相同的噪声样本。定义截断前的归一化平方幅值 $U=\frac{R_{\mathrm{noisy}}^2}{\sigma^2}-2$，截断后为 $U_+=max(U,\mathbf{0})$，最终补偿幅值为 $R_{\mathrm{comp}}=\sigma\sqrt{U_+}$。图 4 (a)、(b)比较 $\rho=1$ 和 3 时 U 与 U_+ 的经验累积分布；图 4 (c)、(d)分别给出传统包络与补偿幅值的归一化均值偏差 $B=\frac{E[R]-A_{\mathrm{abs}}}{\sigma}$ 和归一化方差 $V=\frac{\mathrm{Var}(R)}{\sigma^2}$，统计量由样本估计，其中 Var()表示方差。

录用稿件，非最终出版稿

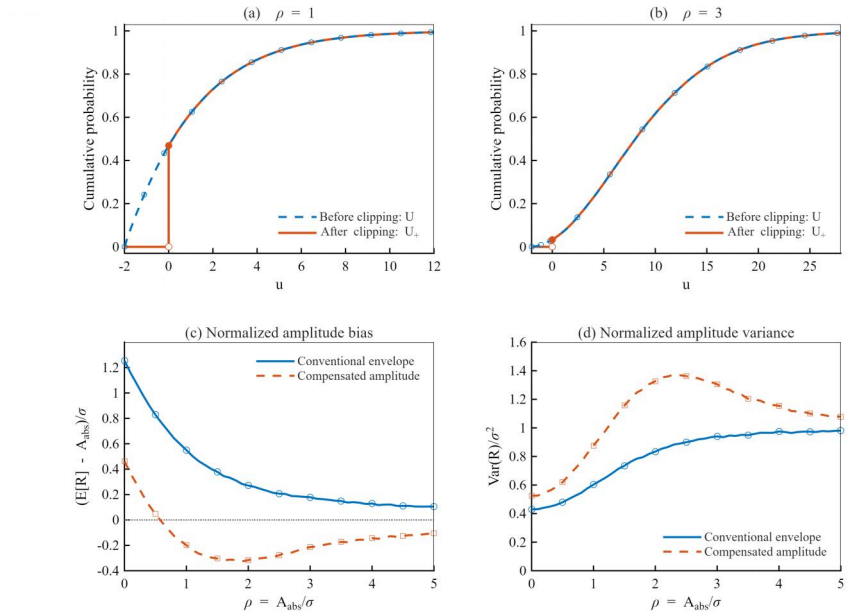


图 4 非负截断与开方的统计影响。(a) ρ=1 时截断前后的平方域累积分布；(b) ρ=3 时截断前后的平方域累积分布；(c)传统包络与补偿幅值的归一化均值偏差；(d)传统包络与补偿幅值的归一化方差。

Fig. 4. Effects of nonnegative clipping and square-root reconstruction. (a) Squared-domain distributions before and after clipping at ρ = 1; (b) corresponding distributions at ρ = 3; (c) normalized mean bias of conventional and compensated amplitudes; (d) normalized variance of the conventional and compensated amplitudes.

图 4(a)、(b)表明，非负截断将 U 小于 0 的样本集中到零点，使累积分布在零点发生跃变。ρ=1 和 ρ=3 时，样本置零比例分别为 46.91%和 3.37%，表明截断对平方域分布的影响随着幅噪比的升高而减弱。由于截断同时改变了平方域的统计特性，最终幅值的影响还需要根据开方后的结果进行评价。

由图 4 (c)、 (d) 可得，零输入时，传统包络与补偿输出的样本均值分别约为 2.51 和 0.93，归一化方差分别为 0.431 和 0.525。结果表明，补偿降低了零输入正偏，但输出方差有所增加。ρ=1 时，归一化均值偏差由 0.551 变为−0.199，绝对偏差减小；ρ=2 时，则由 0.271 变为−0.316，绝对偏差有所增大，且有 18.17%的样本被置零，说明补偿在该幅噪比下产生了低估。ρ = 5 时，置零比例约为 0.009%，截断影响明显减弱。上述结果表明，补偿能够减小零输入附近的正向偏置，但对非零信号绝对偏差的改善程度随幅噪比变化。

录用稿件，非最终出版稿

3.3 理想共同乘性光强衰减条件下的归一化特征仿真

考虑到实际测量中光路能量可能突然下降，仿真将入射总光强设置为阶跃变化，以观察归一化复合特征对光强尺度变化的响应。设定在 t = 5 s 处引入 40%的入射光强阶跃衰减。为单独考察归一化比值的作用，假设一次谐波和二次谐波同时受到相同的光强尺度因子影响，而调制参数、通道增益比和噪声水平保持不变。该设置对应理想的共同乘性光强衰减，用于评估复合特征对这类光强变化的敏感程度。

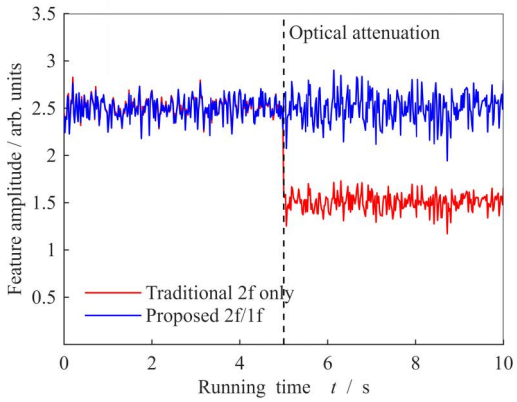


图 5 共同光强阶跃衰减条件下未归一化正交特征与归一化复合特征的响应对比

Fig. 5. Comparison of the responses of the unnormalized orthogonal feature and the normalized composite feature under common light-intensity step attenuation

由图 5 可见，在 t = 5 s 之前，两种特征均保持稳定。在入射光强发生阶跃衰减后，仅采用未归一化的正交提取方法时，幅值发生约 40%的下降，从而可能引起表观浓度偏差。采用一次谐波归一化后，由于一次谐波和二次谐波中共同包含的光强尺度因子在比值运算中被抵消，因此在本文设定的理想共同乘性衰减条件下，其输出均值未随入射光强的阶跃变化而发生明显改变，仍稳定在目标值附近。结果表明，当一次谐波与二次谐波受到近似同比例的光强衰减，且通道增益比和调制状态保持稳定时，该复合特征对共同光强尺度因子具有较低敏感性。

3.4 实测二次谐波信号的包络偏置补偿

实验采用中心波长为 1578 nm、蝶形封装的分布反馈半导体激光器，对 CO_2 吸收信号进行测量。将频率为 10 Hz 的扫描信号与频率为 1 kHz 的正弦调制信号叠加，驱动激光器，

录用稿件，非最终出版稿

使激光波长在扫描吸收谱线的同时受到周期性调制。对探测信号进行二次谐波正交解调，同步采集同相分量 X 和正交分量 Y，共获得 63 个扫描周期的数据，用于后续背景估计、噪声方差估计及包络偏置补偿。选取每个周期第 3050—3450 数据点作为无吸收窗口，利用该区域来估计局部背景与噪声方差。对于每个周期的 X、Y 通道数据，分别采用二阶和一阶多项式拟合背景并扣除缓慢变化背景，将背景外推至第 4000 点，用于相邻弱吸收区间的背景扣除。计算无吸收窗口两路残差的方差，并对 63 个周期的方差求平均，得到用于补偿的两路方差 $\hat{\sigma}_x^2$ 和 $\hat{\sigma}_y^2$。将两路方差代入式(7)，计算各周期的补偿包络，并对相同扫描位置的数据取平均，得到最终补偿结果。处理结果如图 6 所示。其中图(a)、(b)为同一周期下的 X、Y 波形，图(c)为无吸收区域的背景拟合，图(d)为无吸收区域和吸收信号区域补偿前后的平均正交包络。

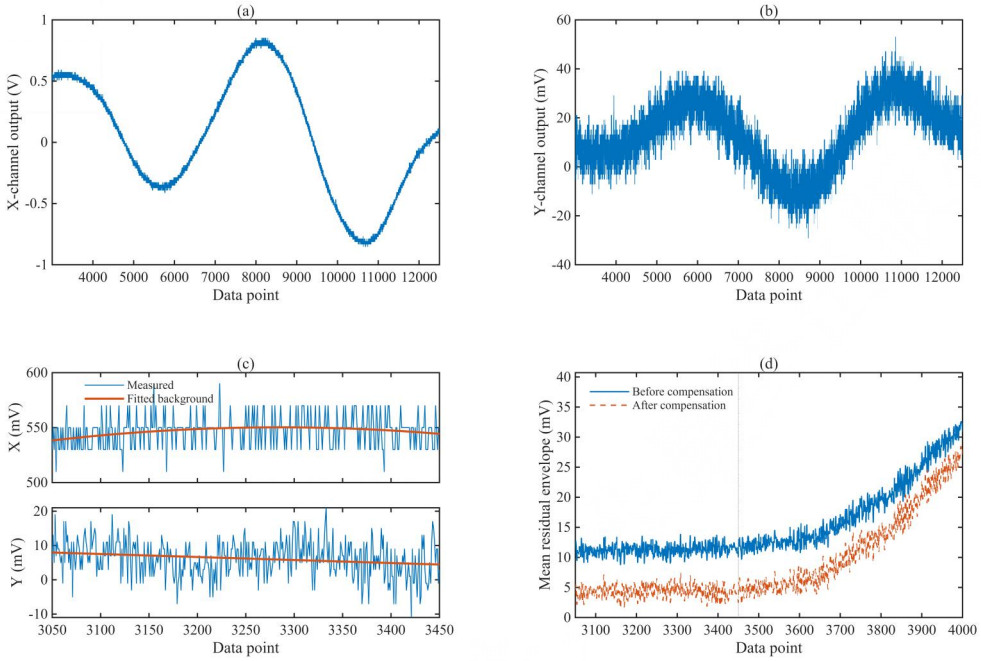


图 6 实验数据的正交通道波形、背景拟合及正交包络补偿结果。（a） X 通道单周期原始波形；（b） Y 通道单周期原始波形；（c） 无吸收窗口的背景拟合；（d） 补偿前后的平均正交包络。

Fig. 6. Experimental quadrature-channel waveforms, background fitting, and quadrature envelope compensation results. (a) Raw X-channel waveform over a single scan cycle; (b) raw Y-channel waveform over the same scan cycle; (c) background fitting in the absorption-free window; (d) mean quadrature envelopes before and after compensation.

由图 6(c)可见，窗口内存在缓慢变化的背景，故先对两路信号进行背景拟合与扣除，再由残差估计噪声方差。处理后可得到 X、Y 通道的等效噪声方差分别为 148.936 mV^2 和 28.909 mV^2。图 6(d)为 63 个扫描周期在相同扫描位置上的平均正交包络。在 3050—3450 点无吸收窗口内，补偿前后的平均包络分别为 11.252mV 和 4.291mV，降低约 61.87%。表明该窗口的正向偏置得到改善；在相邻弱吸收区间，补偿后的包络仍呈现随扫描位置上升的变化趋势，但幅值低于补偿前的结果。在包含无吸收窗口和相邻弱吸收区间的第 3050—4000 点范围内，补偿前后的平均包络分别为 15.348 mV 和 8.827 mV，降低约 42.49%。结合 3.2 节分析，补偿对幅值偏差的影响随幅噪比变化。

4 结　论

本文分析了 TDLAS 正交包络在低信噪比下的正向统计偏置，并提出了基于基线噪声方差估计的平方域噪声能量补偿方法。仿真表明，该方法能够减小零输入附近的正向偏置。非负截断与开方后的残余幅值偏差随幅噪比变化，部分非零幅值区间存在低估，所以用于定量测量时，需要评估补偿后的残余幅值偏差是否满足测量要求。在偏置补偿的基础上，进一步构建了全正交 2f/1f 归一化特征。在本文模型假设下，对理想共同乘性衰减进行了仿真。当入射光强降低 40%后，归一化输出均值无明显阶跃变化，表明该特征能够减弱此类光强变化对输出均值的影响。洛伦兹线型下，中心主峰幅值在 m≈2.2 时达到最大，主峰与旁瓣幅值和在 m≈3.1 时达到最大。混合展宽计算表明，在所考察范围内，多普勒展宽占比增大时，最优调制度也逐渐增大，实际调制幅度应结合谱线展宽确定。CO_2 吸收实验结果表明，无吸收窗口内，平均正交包络由 11.252mV 降至 4.291mV，验证了该方法能够降低正交包络的基线偏置。

录用稿件，非最终出版稿

参考文献

[1] Lin S, Chang J, Sun J, Xu P 2022 Front. Phys. **10** 853966

[2] Wu J, Chen H, Kang G, Li X 2022 PLoS ONE **17** e0278724

[3] Du Y, Liu N, Wu X, Liu K, Li J 2024 Spectrochim. Acta A Mol. Biomol. Spectrosc. **305** 123453

[4] Li S M, Sun L Q 2023 Acta Phys. Sin. **72** 010701 (in Chinese) [李绍民，孙利群 2023 物理学报 **72** 010701]

[5] Jiang Y, Zheng R J, Xu X K, Ren L Y, Zhao G, Zhao Y T, Ma W G 2023 Acta Photonica Sin. **52** 0352114 (in Chinese) [蒋源，郑睿健，续新科，任隆样，赵刚，赵延霆，马维光 2023 光子学报 **52** 0352114]

[6] Deng B, Sima C, Xiao Y, Wang X, Ai Y, Li T, Lu P, Liu D 2022 Opt. Lasers Eng. **151** 106906

[7] Mao M, Chang J, Sun J, Lin S, Wang Z 2023 Photonics **10** 674

[8] Wang F, Liang R, Xue Q, Wang Q, Wu J, Cheng Y, Sun J, Li Q 2022 Spectrochim. Acta A Mol. Biomol. Spectrosc. **280** 121561

[9] Luo L, Li T, Deng J, Zhao R, Wang J 2022 Sensors **22** 7430

[10] Wang Z, Du Y J, Ding Y J, Li Z, Peng Z M 2022 Acta Phys. Sin. **71** 044205 (in Chinese) [王振，杜艳君，丁艳军，李政，彭志敏 2022 物理学报 **71** 044205]

[11] Huang Z Q, Li Q Z, Zhang M, Peng Z M, Yang Q S 2023 Acta Phys. Sin. **72** 123301 (in Chinese) [黄知秋，李启正，张猛，彭志敏，杨乾锁 2023 物理学报 **72** 123301]

录用稿件，非最终出版稿

[12] Wang Q J, Sun P S, Zhang Z R, Zhang L W, Yang X, Wu B, Pang T, Xia H, Li Q Y 2021 Acta Phys. Sin. **70** 144203 (in Chinese) [王前进，孙鹏帅，张志荣，张乐文，杨曦，吴边，庞涛，夏滑，李启勇 2021 物理学报 **70** 144203]

[13] Arndt R 1965 J. Appl. Phys. **36** 2522

[14] McGettrick A J, Duffin K, Johnstone W, Stewart G, Moodie D G 2008 J. Lightw. Technol. **26** 432

[15] Proakis J G, Salehi M 2008 Digital Communications (5th Ed.) (New York: McGraw-Hill) pp48–50

[16] Li H, Rieker G B, Liu X, Jeffries J B, Hanson R K 2006 Appl. Opt. **45** 1052

[17] Kluczynski P, Gustafsson J, Lindberg A M, Axner O 2001 Spectrochim. Acta B At. Spectrosc. **56** 1277

[18] Rieker G B, Jeffries J B, Hanson R K 2009 Appl. Opt. **48** 5546

[19] Duque J E, Jaramillo M, López S, Torres P, Molina A 2023 Appl. Opt. **62** 108

[20] Reid J, Labrie D 1981 Appl. Phys. B **26** 203

Quadrature Envelope Bias Compensation for Tunable Diode Laser Absorption Spectroscopy Based on Baseline Noise Variance Estimation*

TU Xinghua† WANG Shuaishuai

(Optoelectronic Sensing Engineering Research Center, College of Electronic and Optical Engineering and College of Flexible Electronics (Future Technology), Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, *China)*

录用稿件，非最终出版稿

Abstract

In tunable diode laser absorption spectroscopy, quadrature demodulation reduces sensitivity to reference phase mismatch. At low signal-to-noise ratios, however, nonlinear combination of the in-phase and quadrature components introduces a positive envelope bias. This bias raises the baseline and leads to overestimation of weak absorption signals. A compensation method based on baseline noise variance estimation is proposed to address this effect.

The statistical analysis assumes that the residual amplitude modulation background has been sufficiently suppressed. For independent Gaussian noise components with zero mean and equal variance, the envelope follows a Rayleigh distribution at zero signal input and a Rician distribution at nonzero input. In the compensation procedure, the noise variance of each channel is estimated separately from an absorption-free baseline. The sum of the estimated variances is subtracted from the squared envelope. Negative results are then set to zero, and the square root is taken to reconstruct the amplitude.

Monte Carlo simulations with 10,000 trials per input amplitude evaluate the compensation using baseline-estimated variances. For a noise standard deviation of 2 in each channel, the conventional envelope has a mean of approximately 2.51 at zero input, consistent with the Rayleigh model. Compensation reduces the positive bias near zero input, although underestimation occurs at some nonzero amplitudes. A separate analysis uses known, equal noise variances and 100,000 trials per amplitude-to-noise ratio to examine clipping and amplitude reconstruction. The results show a concentration of probability at zero after clipping, together with changes in the output mean and variance. The residual amplitude bias should therefore be assessed against the requirements of quantitative measurements.

The compensated second-harmonic amplitude is further normalized by the first-harmonic quadrature amplitude. The model assumes weak absorption and a first-harmonic reference dominated by intensity modulation. The model further assumes that the reference has a high signal-to-noise ratio and that the gain ratio between the two harmonic channels remains stable. In a simulation of ideal common multiplicative attenuation, a 40% reduction in incident optical intensity causes no evident step change in the mean normalized output.

录用稿件，非最终出版稿

For a Lorentzian profile, the central peak amplitude reaches its maximum near a modulation index of 2.2. The sum of the central peak and sidelobe amplitudes reaches its maximum near 3.1. Voigt-profile calculations define the modulation index as the modulation amplitude divided by the Lorentzian half-width at half-maximum. Over the range examined, the optimal modulation indices for both features increase as the Doppler-to-Lorentzian width ratio increases. The actual modulation amplitude should therefore be selected with the spectral broadening conditions taken into account. Experimental CO_2 absorption measurements show a reduction in the residual quadrature envelope within the absorption-free window and illustrate the compensation response in the adjacent weak-absorption region.

Keywords: tunable diode laser absorption spectroscopy, quadrature demodulation, statistical compensation, modulation index optimization, trace gas detection

---

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62374092).

† Corresponding author. E-mail: tuxh@njupt.edu.cn

录用稿件，非最终出版稿