

由於蒸發與凝結過程聲音在霧氣中 衰減的理論^{†*}

魏 榮 爵

(南京大學物理系)

一. 引 言

聲波在充有浮懸微粒的大氣中的傳播情形,無論在理論或實驗方面,均有過許多的研究結果^[1,2,3,4,5-8,9,10,11,12]. Epstein^[3] 與 Garvin^[4] 的理論除計算由黏滯效應而生的聲能耗損外,並計算熱傳導方面的消耗,為此方面比較完善的數學理論^{**}. 但此種理論不能適用於可蒸發的微粒. Knudsen, Wilson 及 Anderson 的實驗^[7]曾證明在低音頻時水霧的衰減反較較高音頻時為大,在礦物油霧中則反是. 又發現在極低音頻時有反常吸收的趨勢,此為 Epstein 等的理論所不能說明的.

由於聲波而產生的週期性的壓縮與疏散致使液體微滴的表面有蒸發及凝結

[†] 摘譯自論文“低音頻聲音在帶霧空氣中的吸收”中第一章(Y. T. Wei: “The Absorption of Sound in Foggy Air at Low Audible Frequencies”, Ph.D. Thesis, Physics Dept., University of California, Los Angeles (1950), Chap. I.)

^{*} 1952 年 12 月 11 日收到.

- [1] O'Brandt et al, *Zeit. f. Physik.* **104** (1936), 511.
- [2] ———, *Kolloid Zeit.* **81** (1937), 2.
- [3] Epstein, P. S., *Theodore von Kármán Anniversary Volume*, California Institute of Technology (1941), 162.
- [4] Garvin, W. W., *Ph. D. Thesis*, Calif. Inst. of Technology (1948).
- [5] Knudsen, V. O., *Journ. Acoust. Soc. Am.* **3** (1931), 126.
- [6] ———, *Journ. Acoust. Soc. Am.* **18** (1946), 90.
- [7] Knudsen, V. O., Wilson, J. V., and Anderson, N. S., *Journ. Acoust. Soc. Am.* **20** (1948), 849.
- [8] Laidler, T. J., Richardson, E. G., *Journ. Acoust. Soc. Am.* **9** (1938), 217.
- [9] Oswatitsch, K. L., *Physik. Zeit.* **42** (1941), 365.
- [10] Pfrim, H., *Akustische Zeit.* **6** (1941), 109.
- [11] C. J. T. Sewell, *Phil. Trans. Roy. Soc. London (A)* **210** (1910), 239.
- [12] Urlick, R. J., *J. Acoust. Soc. Am.* **20** (1948), 283.

^{**} 此方面的計算本文作者亦曾從事過,結果與 [4] 不同,容整理後發表.

的現象，Ostwald^[13] 曾有過實驗證明，以後 Mache^[14] 曾經推論：以為這種現象足以耗損聲能。Pfreim^[10] 並介紹熱函數及壓力改變中的“時滯”(time lag)，但是他的計算結果與實驗結果不符。至於針對蒸發及凝結手續而產生的聲能衰減的計算，祇有 Oswatitsch^[9] 從事過。他的計算結果預測：頻率為 0 及 ∞ 時，衰減皆為零，在低音頻或超低音頻 (infra-audible frequency) 時，衰減有極大值。此種現象又決定於微滴的濃度、大小、溫度等等因素。他又預測在衰減極大前的某頻率時，有 10% 左右的速變。然而奧氏的計算錯誤頗多。事實上此問題與聲的分子吸收的碰撞理論^[15] 有類似的地方。本此，本文作者曾重新計算。除此，並介紹下列幾點修改：(1) 空氣密度與微粒濃度的關係，(2) 液體水量與蒸氣水量改變的關係，(3) 微滴生長方程式的導出，(4) 擴散與傳導係數。

本文計算的理論根據是：聲波在霧氣中進行時，由於壓力改變而生的溫度改變，在低音頻時可使微滴表面水分子蒸發(密)或週圍汽分子凝結(疏)。由於此類手續需要一定有限時間完成，壓力波必走到密度波的前面。然在極高頻率時，則屬於“乾絕熱”(dry adiabatic) 此種手續不可能發生，而“弛豫時間”(relaxation time) 亦無意義。在超高 (ultra-high) 頻率時計算中霧滴生長方程式不能應用，然此種頻率並不在本問題考慮之列。為便利計算及聯繫實際起見，並假定霧滴直徑遠大於空氣分子直徑。

二. 基本方程式

設聲速 W 為一複數，而

$$W^2 = \frac{dP}{d\rho} = A + iB = c e^{i\phi}. \quad (1)$$

上式中 A 及 B 均為圓周頻率 ω 的實函數， ϕ 則為壓力波與密度波的相位差。

(1) 式之值可由聲波場的壓力 P 及溫度 T 或 ρ (即空氣的絕對溫度及密度) 的兩個偏微分方程式有共同解的條件中求得。此兩個偏微分方程式中的第一個可由歐拉氏方程式與連續方程式求得。

設一平面簡諧波係沿 x 方向進行，其質點速度為 u ，並由下式決定三個變

[13] Ostwald, W., *Chem. Zbl.* **1.1** (1908), 1104.

[14] Mache, H., *Met. Zeit.* **50** (1933), 393.

[15] Kneser, H. O., *Ann. d. Phys.* **5** (1943), 43, 及此作者在此方面的其餘論文。

化微量 π , σ 及 τ :

$$P = P_0(1 + \pi), \quad \rho = \rho_0(1 + \sigma), \quad T = T_0(1 + \tau). \quad (2)$$

因為通常波動的振幅為無限小,故可以假定 $\pi \ll 1$, $\sigma \ll 1$, $\therefore \tau \ll 1$.

故歐拉氏方程式為

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{P_0}{\rho_0} \frac{\partial \pi}{\partial x}. \quad (3)$$

連續方程式為

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = - \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (4)$$

設潮濕空氣為理想氣體則

$$\sigma = \pi - \tau. \quad (5)$$

由 (3), (4), (5) 中消去 u 及 σ ,

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial t^2} - \frac{P_0}{\rho_0} \frac{\partial^2 \pi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2}. \quad (A)$$

欲得 π 與 τ 之間的第二個關係,則吾人必考慮以下的幾種關係.

三. 空氣密度與微滴濃度的關係

Brandt, Hiedmann 及 Freund^[1,2] 曾證明在穩定聲波場中,浮懸微粒亦參加振動,其位移與空氣質點位移之比可以求出. 設 ρ_3 = 微滴的密度, η = 空氣的黏滯係數,其式為:

$$\frac{x_p}{x_a} = \left[1 + \left(\frac{2}{9} \frac{\rho_3 \xi^2 \omega}{\eta} \right)^2 \right]^{-1/2} e^{i\theta}. \quad (6)$$

上式中

$$\theta = \cos^{-1} \left| \frac{x_p}{x_a} \right|. \quad (7)$$

因此空氣分子及微滴的振幅差與相位差是由頻率的增高或微滴的半徑的增加而增大.

$$\therefore \rho = \rho_0 \left(1 - \frac{\partial x_a}{\partial x} \right), \quad (8.1)$$

而設在聲場中霧滴濃度爲 n ，平衡密度爲 n_0 ，則

$$n = n_0 \left(1 - \frac{\partial x_p}{\partial x} \right). \quad (8.2)$$

故單位空氣質量中的微滴數爲

$$\frac{n}{\rho} = \frac{n_0}{\rho_0} \left(1 - \frac{\partial x_p}{\partial x} \right) / \left(1 - \frac{\partial x_a}{\partial x} \right). \quad (9)$$

以 (6) 式代入 (9) 式，

$$\therefore \frac{n}{\rho} = \frac{n_0}{\rho_0} \left(1 - \left\{ e^{i\theta} \left[1 + \left(\frac{2}{9} \frac{\rho_3 \xi^2 \omega}{\eta} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \frac{\partial x_a}{\partial x} \right) / \left(1 - \frac{\partial x_a}{\partial x} \right).$$

對平面簡諧波而言，

$$\frac{\partial x_a}{\partial x} = - \frac{u}{W}.$$

此時始假定無速變，

又因
$$dP = -K_e \frac{\partial x_a}{\partial x} = \frac{K_e}{W} u,$$

K_e 爲容積彈性係數 $= \kappa P_0$ ，而 κ 即 c_p/c_v 。

$$\therefore \pi = \frac{dP}{P_0} = \frac{K_e}{P_0 W} u.$$

$$\text{或} \quad \frac{\partial x_a}{\partial x} = - \frac{P_0}{K_e} \pi = - \frac{1}{\kappa} \pi.$$

$$\therefore \frac{n}{\rho} = \frac{n_0}{\rho_0} (1 - S \pi). \quad (10)$$

(10) 式中

$$S = \frac{1}{\kappa} \left\{ 1 - e^{i\theta} \left[1 + \left(\frac{2}{9} \frac{\xi^2 \omega}{\eta} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \quad (11)$$

對無限小之壓力改變與水霧滴而言 ($\rho_3=1$)，(10) 式恆真。

(10) 式中有兩種特殊情形：在極低頻率時，

$$\frac{n}{\rho} \simeq \frac{n_0}{\rho_0}; \quad (10a)$$

在極高頻率時,

$$n \simeq n_0. \quad (10b)$$

四. 微滴生長的方程式

Houghton^[16] 曾以為霧滴生長這個問題性質與 Jeffreys^[17] 所計算過的氣體擴散問題類似。然而他祇把霧滴的表面當作平面來計算, 如果把滴面祇作球面, 而把霧滴當作一個球體的分子源, 則

$$\frac{\partial V}{\partial t} = D \nabla^2 V = D \left[\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V}{\partial r} \right]. \quad (12)$$

上式中 V = 水蒸汽濃度, D = 水蒸汽對空氣的擴散係數, r = 半徑坐標.

在本問題中, 我們不能假定 $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$, 因情形和氣象學中所遇到的問題不同, 然而在球表面的附近, 我們得假定似穩狀態的存在^[9], 即

$$\left| \frac{\partial V}{\partial t} \right| \ll \left| \frac{2D}{r} \frac{\partial V}{\partial r} \right|.$$

上列條件在我們考慮一段比聲波脈動週期為短的時間中是正確的。因此 (12) 可寫為:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V}{\partial r} = 0. \quad (13)$$

其邊際條件為: $V = V_\xi$, 在 $r = \xi$ 處;

$V = V_\infty$, 在 $r \rightarrow \infty$.

$$\therefore V = -\frac{\xi}{r} [V_\infty - V_\xi] + V_\infty. \quad (13.1)$$

因為每單位時間中滴的質量增加率等於水蒸汽沿滴面外法線方向轉換量的負值

[16] Houghton, H. G., *Journ. App. Phys.* **2** (1931), 467.

[17] Jeffreys, H., *Phil. Mag.* **35** (1935), 270.

$$\therefore \frac{dM_\xi}{dt} = \iint_S D \rho \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_\xi dS.$$

又因 $\left[\frac{\partial V}{\partial r} \right]_\xi = \frac{1}{\xi} [V_\infty - V_\xi]$, $\rho V_\xi = \rho_{2\xi}$ 及 $\rho V_\infty = \rho_{2\infty}$,

$$\therefore \frac{dM_\xi}{dt} = 4\pi\xi D [\rho_{2\infty} - \rho_{2\xi}]. \quad (14)$$

(14) 式又可寫為

$$\frac{dM_\xi}{dt} = 4\pi\xi D [\rho_2 - \rho_{2\xi}]. \quad (15)$$

(12) 式的非穩態解亦可由下列邊際條件中求得:

$$\left. \begin{aligned} V &= V_\xi, & \text{在 } r = \xi \text{ 處;} \\ V &= V_\infty, & \text{在 } r \rightarrow \infty. \end{aligned} \right\} t \text{ 可取任何值}$$

其解為

$$V(r, t) = V_\infty + \frac{\xi(V_\xi - V_\infty)}{r} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{r-\xi}{2\sqrt{D}t}} e^{-\beta^2} d\beta \right],$$

而 $\frac{dM_\xi}{dt} = 4\pi\xi^2 D \left[\frac{1}{\xi} + \frac{1}{\sqrt{\pi D} t} \right] (\rho_2 - \rho_{2\xi}). \quad (16)$

$\frac{dM_\xi}{dt}$ 之值恆為有限, 由於當 $t \rightarrow 0$ 時, $\rho_2 - \rho_\xi = \rho(V_\infty - V_\infty) = 0$.

霧滴半徑恆 $\lesssim 10^{-3}$ 厘米, 故含 t 的項恆 $\ll \frac{1}{\xi}$ (除非在超高頻率時). 因此, 為便利於計算起見, 我們應用 (15) 而不用 (16). 又如介紹下列關係:

$$\begin{aligned} P_2 &= P_{20} (1 + \pi_2), & P_{2\xi} &= P_{20} (1 + \pi_{2\xi}), \\ T &= T_0 (1 + \tau), & T_\xi &= T_0 (1 + \tau_\xi), \\ \rho_2 &= \rho_{20} (1 + \sigma_2), & \rho_{2\xi} &= \rho_{20} (1 + \sigma_{2\xi}). \end{aligned} \quad (17)$$

π_2, τ, σ_2 所代表的是離開滴面較遠處的水蒸汽壓力、溫度及密度的變化, 而 $\pi_{2\xi}, \tau_\xi, \sigma_{2\xi}$ 所代表的是在滴面的水汽壓力、溫度和密度的變化. 應用氣體定律

$$\sigma_2 = \pi_2 - \tau, \quad \sigma_{2\xi} = \pi_{2\xi} - \tau_\xi. \quad (17.1)$$

(15) 可寫成:

$$\frac{dM_{\xi}}{dt} = 4 \pi \xi D \rho_{20} (\pi - \pi_{2\xi} + \tau_{\xi} - \tau). \quad (18)$$

在討論微滴問題中,如其大小與水分子平均自由路徑相若或更小時,我們應當以補償擴散係數 Δ 代替 D ^[18].

$$\therefore \frac{dM_{\xi}}{dt} = 4 \pi \xi \Delta \rho_{20} (\pi_{2\xi} - \pi_{2\xi} + \tau_{\xi} - \tau), \quad (I)$$

而

$$\frac{1}{\Delta} = \left(\frac{\xi}{D (\xi - 0.7 \lambda_w)} + \frac{1}{\xi} \sqrt{\frac{2 \pi \rho_{20}}{P_{20}}} \right). \quad (19)$$

五. 熱的均衡方程式

熱能的守恆的條件是:

$$\begin{aligned} & \text{凝結所放出的熱量} + \text{增加液體水中所包含的熱量} \\ & = \text{水滴中存儲的熱量} + \text{水滴中所傳導出的熱量}. \end{aligned}$$

上恆等式中第二項與第三項之差為與水滴溫度改變時率有關的項,即:

$$\gamma \frac{dM_{\xi}}{dt} = 4 \pi \xi k (T_{\xi} - T) + M_{\xi} c_3 \frac{dT_{\xi}}{dt}. \quad (20)$$

$M_{\xi} c_3 \frac{dT_{\xi}}{dt}$ 一項的值甚小,常為氣象學者^[19]與雲室(cloud chamber)工作者^[20]所忽略.

$$\therefore \gamma \frac{dM_{\xi}}{dt} = 4 \pi \xi k (T_{\xi} - T). \quad (21)$$

應用熱力學第一定律於單位質量空氣中的微滴,則

$$\begin{aligned} 4 \pi \xi k (T_{\xi} - T) \frac{n}{\rho} &= c_v \frac{dT}{dt} - \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} \\ &= c_p \frac{dT}{dt} - (c_p - c_v) \frac{T}{P} \frac{dP}{dt}. \end{aligned} \quad (22)$$

從(10)式得知以 $\frac{n_0}{\rho_0}$ 代替 $\frac{n}{\rho}$ 僅使上式引入第二級的微量,因此

[18] Langmuir, I., General Electric Co. Schenectady (1944).

[19] Howell, W. E., Ph. D. Thesis, Met. Dept. M.I.T. (1948).

[20] Hazen, W. E., Ph. D. Thesis, Physics Dept., Univ. of Calif. (1941).

$$4 \pi \xi k (T_\xi - T) \frac{n_0}{\xi_0} = c_p \frac{dT}{dt} - (c_p - c_v) \frac{T}{P} \frac{dP}{dt}. \quad (23)$$

對微滴而言,通常的熱傳導率 k 也不能應用。我們可以假定,當分子與微滴碰撞時其溫度的改變係與微滴的初溫與末溫的差成比例。此補償熱傳導率 K 可由分子運動論求得^[19]:

$$\frac{1}{K} = \left[\frac{\xi}{k} (\xi - 0.7 \lambda_a) + \left(\frac{4}{\xi \rho_0 c_p f_a} \right) \sqrt{\frac{\rho_{20}}{3 P_{20}}} \right]. \quad (24)$$

又以 π 及 τ 代替 P 及 T , 並在小振幅聲波的假定下,全微分各式可以偏微分來代替之,如此, (20), (21) 及 (23) 式可寫成:

$$\gamma \frac{dM_\xi}{dt} = 4 \pi \xi K T_0 (\tau_\xi - \tau) + M_\xi c_3 T_0 \frac{\partial \tau_\xi}{\partial t}, \quad (II)$$

$$\gamma \frac{dM_\xi}{dt} = 4 \pi \xi K T_0 (\tau_\xi - \tau), \quad (II')$$

$$4 \pi \xi K T_0 (\tau_\xi - \tau) \frac{n_0}{\rho_0} = c_p T_0 \frac{\partial \tau}{\partial t} - (c_p - c_v) T_0 \frac{\partial \pi}{\partial t}. \quad (III)$$

六. 液態水量的改變與蒸汽態水量改變的關係

蒸汽濃度 (亦即每單位質量空氣中水蒸汽之量) 可由下式表示:

$$V = \frac{\rho_2}{\rho} = \frac{m_2}{m} \frac{P_2}{P}. \quad (25)$$

假定水滴是隨波而振動 (即在極低頻率時), 則每單位質量的空氣中總的液態水量加總的蒸汽態水量必為常數, 即

$$\frac{n \rho_3 M_\xi + \rho_2}{\rho} = \text{常數}. \quad (26a)$$

在極高頻率時, 則每單位體積的總的液態水量加總的蒸汽態水量為常數, 即

$$n \rho_3 M_\xi + \rho_2 = \text{常數}. \quad (26b)$$

設 $\rho_3 = 1$, 則由 (26a) 及 (26b) 得

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\rho_2}{\rho} \right) = - \frac{d}{dt} \left(\frac{n M_\xi}{\rho} \right) = - \frac{n_0}{\rho_0} \frac{dM_\xi}{dt}, \quad \dots \text{低頻} \quad (27a)$$

$$\frac{d}{dt} \rho_2 = - \frac{d}{dt} (n M_\xi) = - n_0 \frac{dM_\xi}{dt}. \quad \cdots \text{高頻 (27b)}$$

由 (27a) 及 (25),

$$\therefore - \frac{n_0}{\rho_0} \frac{dM_\xi}{dt} = \frac{dV}{dt} = \frac{m_2}{m} \left[\frac{P_{20}}{P_0} \left(\frac{\partial \pi_2}{\partial t} - \frac{\partial \pi}{\partial t} \right) \right],$$

或
$$\frac{dM_\xi}{dt} = \frac{\rho_0 m_2 P_{20}}{n_0 m P_0} \left[\frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{\partial \pi_2}{\partial t} \right]. \quad \cdots \text{低頻 (IVa)}$$

由 (25),
$$\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\rho_2}{\rho} \right) = \frac{\rho_{20}}{\rho_0} \left[\frac{\partial \sigma_2}{\partial t} - \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right]. \quad (28)$$

由 (27b)
$$\frac{dM_\xi}{dt} = - \frac{\rho_{20}}{n_0} \frac{\partial \sigma_2}{\partial t}. \quad (29)$$

從 (28), (29),
$$\frac{dV}{dt} = - \left[\frac{n_0}{\rho_0} \frac{dM_\xi}{dt} + \frac{\rho_{20}}{\rho_0} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right].$$

但
$$\frac{dV}{dt} = \frac{m_2 P_{20}}{m P_0} \left[\frac{\partial \pi_2}{\partial t} - \frac{\partial \pi}{\partial t} \right], \quad \sigma = \pi - \tau, \quad \frac{\rho_{20}}{\rho_0} = \frac{m_2 P_{20}}{m P_0},$$

$$\therefore \frac{dM_\xi}{dt} = \frac{\rho_0 m_2 P_{20}}{n_0 m P_0} \left[\frac{\partial \tau}{\partial t} - \frac{\partial \pi_2}{\partial t} \right]. \quad \cdots \text{高頻 (IVb)}$$

在中間頻率, (26a) 與 (26b) 均不真. 由 (6) 及 (8) 我們可以導出

$$(n \rho_3 M_\xi + \rho_2) / \left(1 - \frac{\partial x_p}{\partial x} \right) = \text{常數},$$

或

$$(n \rho_3 M_\xi + \rho_2) / \left(1 + \sigma e^{i\theta} \left[1 + \left[\left(\frac{2}{9} \right) \frac{\xi^2 \omega}{\eta} \right]^2 \right]^{-1/2} \right) = \text{常數}. \quad (26c)$$

n 之值係由 (10) 式表示. (26a) 與 (26b) 為 (26c) 中的兩個特例.

七. 速變與吸收公式的導出

如欲在 (I), (II), (III), (IV) 四式中消去 M_ξ , π_2 , $\pi_{2\xi}$, 及 τ_ξ 而得 π 與

τ 間的新的關係，必需一個新的方程式。此式可由 $\pi_{2\xi}$ 與 τ_ξ 的時間導微式間的關係求出：

$$\frac{\partial \pi_{2\xi}}{\partial t} = \frac{T_0}{P_{20}} \left(\frac{\partial P_2}{\partial T} \right)_0 \frac{\partial \tau_\xi}{\partial t}. \quad (\text{V.1})$$

(一) 近似解：假定 $\frac{\partial \tau_\xi}{\partial t} = 0$ ，並應用低頻時所得數學結果。

如假定微滴溫度的改變時率可以忽略並限制於低頻率，則我們有下列各式：

$$\frac{dM_\xi}{dt} = 4\pi\xi\Delta\rho_{20}[\pi_2 - \pi_{2\xi} + \tau_\xi - \tau], \quad (\text{I})$$

$$\gamma \frac{dM_\xi}{dt} = 4\pi\xi K T_0 [\tau_\xi - \tau], \quad (\text{II}')$$

$$4\pi\xi K T_0 [\tau_\xi - \tau] \frac{n_0}{\rho_0} = c_p T_0 \frac{\partial \tau}{\partial t} - [c_p - c_v] T_0 \frac{\partial \pi}{\partial t}, \quad (\text{III})$$

$$\frac{dM_\xi}{dt} = \frac{\rho_0 m_2 P_{20}}{n_0 m P_0} \left[\frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{\partial \pi_2}{\partial t} \right]. \quad (\text{IVa})$$

由 (I) 及 (II')，

$$\frac{\gamma \Delta}{K} \frac{\rho_{20}}{T_0} [\pi_2 - \pi_{2\xi} + \tau_\xi - \tau] = \tau_\xi - \tau. \quad (30)$$

由 (III)，

$$4\pi\xi K n_0 \frac{T_0}{P_0} [\tau_\xi - \tau] = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{\partial \tau}{\partial t} - \frac{\partial \pi}{\partial t}. \quad (31)$$

由 (I) 及 (IVa)，

$$4\pi\xi\Delta n_0 [\pi_2 - \pi_{2\xi} - \tau_\xi - \tau] = \frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{\partial \pi_2}{\partial t}. \quad (32)$$

用 (31) 及 (32) 可將 (30) 寫成：

$$\lambda_f \left[\frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{\partial \pi_2}{\partial t} \right] = \frac{\partial \tau}{\partial t} - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\partial \pi}{\partial t}. \quad (33)$$

上式中

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}, \quad \lambda_f = \frac{\gamma}{c_p T_0} \frac{\rho_{20}}{\rho_0} \quad (\text{無量綱的量}). \quad (34)$$

並設

$$\lambda_D = c_p \rho_0 \frac{\Delta}{K} \quad (\text{無量綱的量}), \quad (35)$$

$$\omega^* = 4\pi \Delta n_0 \xi \text{ (秒}^{-1}\text{)}. \quad (36)$$

則 (31) 變成

$$\omega^* \frac{1}{\lambda_D} [\tau_\xi - \tau] = \frac{\partial \tau}{\partial t} - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\partial \pi}{\partial t}. \quad (37)$$

因此 (32) 式可寫為：

$$\omega^* [\pi_2 - \pi_{2\xi} + \tau_\xi - \tau] = \frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{\partial \pi_2}{\partial t}. \quad (38)$$

由 (34), (V.1) 可寫為：

$$\frac{\partial \pi_{2\xi}}{\partial t} = \frac{\lambda_s}{\lambda_f} \frac{\partial \tau_\xi}{\partial t}. \quad (V)$$

而 λ_s 之值為

$$\lambda_s = \frac{\gamma \rho_{20}}{c_p P_{20} \rho_0} \left(\frac{dP_2}{dT} \right)_0. \quad (39)$$

求 (38) 式的時間導微式, 並以 (37) 式中的 $(\tau_\xi - \tau)$ 值代入：

$$\therefore \omega^* \frac{\lambda_s}{\lambda_f} \frac{\partial \tau_\xi}{\partial t} = \omega^* \frac{\partial \pi_2}{\partial t} - \frac{\partial^2 \pi}{\partial t^2} \left[1 + \lambda_D \frac{\kappa - 1}{\kappa} \right] + \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial t^2} + \lambda_D \frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2}. \quad (40)$$

由 (35) 及 (V) 可消去 (40) 式中的 $\frac{\partial \tau_\xi}{\partial t}$,

$$\begin{aligned} \omega^* \frac{\partial \pi_2}{\partial t} + \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial t^2} &= \frac{\lambda_s}{\lambda_f} \lambda_D \left[\frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2} - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\partial^2 \pi}{\partial t^2} \right] + \\ &+ \frac{\lambda_s}{\lambda_f} \omega^* \frac{\partial \tau}{\partial t} + \frac{\partial^2 \pi}{\partial t^2} \left[1 + \lambda_D \frac{\kappa - 1}{\kappa} \right] - \lambda_D \frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (41)$$

但 $\frac{\partial \pi_2}{\partial t}$ 及 $\frac{\partial^2 \pi}{\partial t^2}$ 可由 (33) 及 (41) 中消去, 最後結果為：

$$\begin{aligned} \frac{\kappa - 1}{\kappa} [1 + \lambda_s \lambda_D - \lambda_f \lambda_D] \frac{\partial^2 \pi}{\partial t^2} + \omega^* \left[\lambda_f + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \right] \frac{\partial \pi}{\partial t} &= \\ = [1 + \lambda_s \lambda_D - \lambda_f \lambda_D] \frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2} + \omega^* [1 + \lambda_s] \frac{\partial \tau}{\partial t}. \end{aligned} \quad (B'a)$$

由 (B'a) 及 (A), 設解為

$$\pi = \pi_0 e^{i\omega \left[t - \frac{x}{u} \right]}, \quad \tau = \tau_0 e^{i\omega \left[t - \frac{x}{u} \right]}, \quad (42)$$

而

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{W'} + \frac{i}{W''}, \quad (43)$$

$W' =$ 相位速度,

$$\alpha_e = 2 \frac{\omega}{W''} \quad (\text{音強的衰減, 以單位距離中奈披 (Nepers) 爲單位}). \quad (44)$$

由 (A) 及 (B'a) 有共解的條件而得:

$$\begin{aligned} \frac{W^2}{\kappa \frac{P_0}{\rho_0}} &= \frac{(1+\lambda_s) + i(1+\lambda_s \lambda_D - \lambda_f \lambda_D) \frac{\omega}{\omega^*}}{1 + \kappa(\lambda_s - \lambda_f) + i(1+\lambda_s \lambda_D - \lambda_f \lambda_D)} = \\ &= \frac{(1+\lambda_s)(1+\kappa \bar{\lambda}_s - \bar{\lambda}_f) + \left(\frac{\omega}{\omega^*}\right)(1+\lambda_s \lambda_D - \lambda_f \lambda_D)^2}{(1+\kappa \bar{\lambda}_s - \bar{\lambda}_f)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega^*}\right)^2(1+\lambda_s \lambda_D - \lambda_f \lambda_D)^2} + \\ &\quad + i \frac{\frac{\omega}{\omega^*}(1+\lambda_s \lambda_D)^2(\kappa \lambda_s - \kappa \lambda_f - \lambda_s)^2}{(1+\kappa \bar{\lambda}_s - \bar{\lambda}_f)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega^*}\right)^2(1+\lambda_s \lambda_D - \lambda_f \lambda_D)^2}, \end{aligned} \quad (C'a)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} W^2 = \kappa \frac{P_0}{\rho_0} \frac{1 + \lambda_s}{1 + \kappa(\lambda_s - \lambda_f)}, \quad (C'a-1)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} W^2 = \kappa \frac{P_0}{\rho_0}. \quad (C'a-2)$$

設 (C'a-1) 之值爲 W_0^2 , (C'a-2) 之值爲 W_∞^2 , 二者均可視爲常數, 並介紹

$$\omega' = \frac{1 + \kappa(\lambda_s - \lambda_f)}{1 + \lambda_s \lambda_D - \lambda_f \lambda_D} \omega^* \quad (\text{量綱: 秒}^{-1}). \quad (45)$$

如是, (C'a) 可寫爲

$$W^2 = W_\infty^2 \left[1 + \frac{1 - \left(\frac{W_0}{W_\infty}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2} + i \frac{1 - \left(\frac{W_0}{W_\infty}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2} \frac{\omega}{\omega'} \right]. \quad (D'a)$$

上式如寫成

$$W^2 = W_\infty^2 [R + iJ], \quad (46)$$

由圖 1 知其虛數部份 $J \ll$ 實數部份 R .

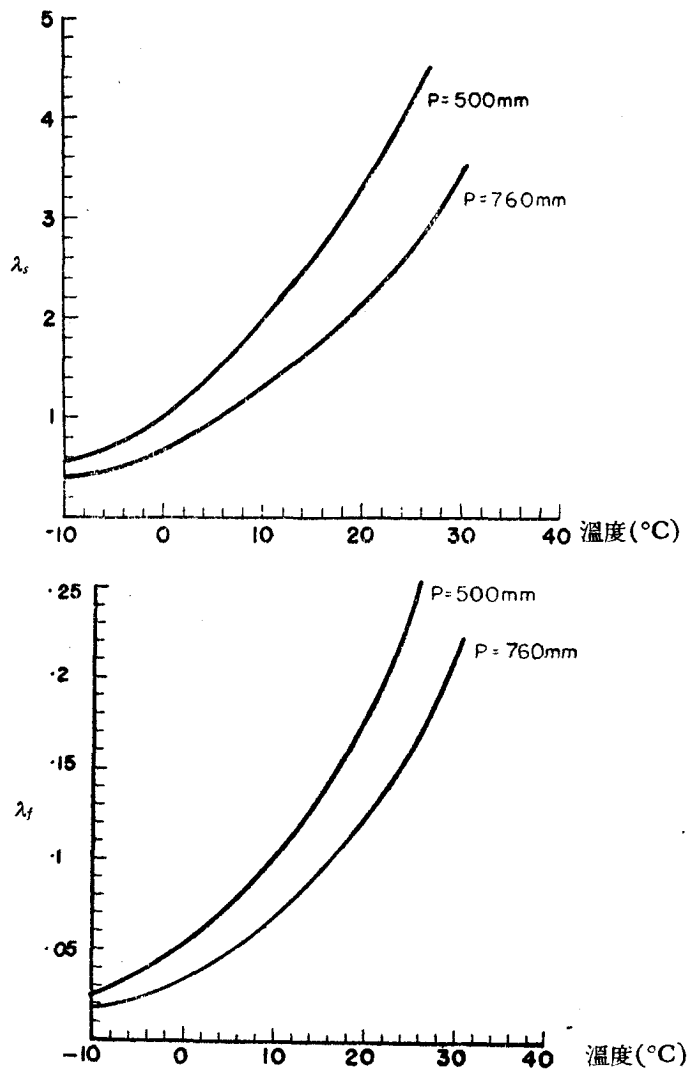


圖 1. λ_r, λ_i 與溫度的關係

由 (43) 及 (46), 知

$$W'^2 = W_\infty^2 R; \quad W''^2 = \frac{4R^3}{J^2} W_\infty^2. \quad (46')$$

$$\therefore W'^2 = W_\infty^2 \left[1 - \frac{1 - \left(\frac{W_0}{W_\infty} \right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega'} \right)^2} \right]. \quad (\text{E'a})$$

然由 (1) 式的假設,

$$W^2 = \frac{dP}{d\rho} = \frac{P_0}{\rho_0} \frac{d\pi}{d\sigma} = W_\infty^2 (R + iJ). \quad (\text{F})$$

故每單位距離的衰減 α_c 為

$$\alpha_c = 2 \frac{\omega}{W''} = \frac{\omega}{W'} \tan \phi, \quad (\text{G})$$

而

$$\tan \phi = \frac{1 - \left(\frac{W_0}{W_\infty} \right)^2}{\left(\frac{W_0}{W_\infty} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega'} \right)^2} \cdot \frac{\omega}{\omega'}. \quad (\text{G'a})$$

每單位時間的衰減 α'_c 為

$$\alpha'_c = W' \alpha_c = \omega \tan \phi. \quad (\text{H})$$

同樣, 單位波長的衰減 α''_c 為

$$\alpha''_c = 2\pi \tan \phi. \quad (\text{i})$$

(二) 近似解: 假定 $\frac{\partial \tau_\xi}{\partial t} = 0$, 並應用高頻時所得數學結果.

在此種情況下求速變與吸收的公式, 我們需要應用 (I), (II') (III) (IVb) 及 (V). 最後的計算結果如下:

$$\frac{W'^2}{\kappa \frac{P_0}{\rho_0}} = \frac{1 + \lambda_s - \lambda_f + i(1 + \lambda_s \lambda_D - \lambda_f \lambda_D) \frac{\omega}{\omega^*}}{1 + \kappa(\lambda_s - \lambda_f) + i(1 + \lambda_s \lambda_f - \lambda_f \lambda_D) \frac{\omega}{\omega^*}} \quad (\text{C'b})$$

相當於 (D'a) 則有

$$W^2 = W_\infty^2 \left[1 - \frac{1 - \left(\frac{W'_0}{W_\infty} \right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega'} \right)^2} + i \frac{1 - \left(\frac{W'_0}{W_\infty} \right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega'} \right)^2} \frac{\omega}{\omega'} \right]. \quad (\text{D'b})$$

W_∞ 之值如 (一) 中所得, 而 W_0 則略有不同, 今以 W'_0 表示之,

$$W_0'^2 = W_\infty^2 \frac{1 + \lambda_s - \lambda_f}{1 + \kappa(\lambda_s - \lambda_f)} \quad (\text{D'b-1})$$

故在 (一) 與 (二) 兩種不同假定中我們所計算出來的衰減係數的百分誤差為 $\frac{100\lambda_f}{1+\lambda_s-\lambda_f} \%$ 。在溫度 $\sim 20^\circ\text{C}$ 及正常氣壓情形, 此誤差恆小於 10%。但如在高溫與低壓時, 則此值可能甚大, 由圖 1 中 λ_s 及 λ_f 與溫度與壓力的關係可以看出。

(三) 近似解: 假定 $\frac{\partial \tau_\xi}{\partial t} = 0$, 應用於一般頻率。

此種較普遍的情況可由 (I)、(II'), (III), (16c), 及 (V) 中得之。最後的計算結果如下:

$$W^2 = W_\infty^2 \left[1 - \frac{1 - \frac{R(W_0''^2)}{W_\infty^2} - \frac{J(W_0''^2)}{W_\infty^2} \frac{\omega}{\omega'}}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2} - i \frac{\left(1 - \frac{R(W_0''^2)}{W_\infty^2}\right) \frac{\omega}{\omega'} + \frac{J(W_0''^2)}{W_\infty^2}}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2} \right]. \quad (\text{C'})$$

W_0 在此種情況中為複數, 故以 W_0'' 表示之, $R(W_0''^2)$ 為 $W_0''^2$ 的實數部份, $J(W_0''^2)$ 為其虛數部份。

$$W_0''^2 = R(W_0''^2) + J(W_0''^2) = \\ = W_0'^2 - (W_0' - W_0^2) \frac{\frac{2}{9} \frac{\xi^2 \omega}{\eta}}{1 + \frac{2}{9} \left(\frac{\xi^2 \omega}{\eta}\right)^2} - i(W_0'^2 - W_0^2) \frac{\frac{2}{9} \frac{\xi^2 \omega}{\eta}}{1 + \left(\frac{2}{9} \frac{\xi^2 \omega}{\eta}\right)^2}. \quad (\text{D'})$$

(四) 普遍解:

如 (II) 式中 $\frac{\partial \tau_\xi}{\partial t}$ 不略去, 計算比較繁複: 為使之簡化起見另有一近似假定, 即: 每單位體積中所包含的液體質量遠較空氣質量為小, 在一般實際問題中, 此假定均真。如此, 我們可以略去凡有 g_{30}' 為係數的而較以其他為係數的同級或較低的偏微分式 W^2 之值如下:

$$W^2 = W_\infty^2 \left[1 - \frac{\left(1 - \frac{R(W_0^2)}{W_\infty^2}\right) \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 g'_{30}\right) - \frac{J(W_0^2)}{W_\infty^2} \frac{\omega}{\omega'}}{\left[1 - \frac{\omega}{\omega'} g'_{30}\right]^2 + \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2} + \right. \\ \left. + i \frac{\left(1 - \frac{R(W_0^2)}{W_\infty^2}\right) \frac{\omega}{\omega'} + \frac{J(W_0'^2)}{W_\infty^2} \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 g'_{30}\right)}{\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 g'_{30}\right]^2 + \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2} \right]. \quad (C)$$

g'_{30} 之值爲:

$$g'_{30} = \frac{1 + \kappa(\lambda_s - \lambda_f)}{(1 + \lambda_s \lambda_D - \lambda_f \lambda_D)^2} \frac{c_3}{c_p} \lambda_D g_{30}. \quad (47)$$

表示 α_e , α'_e 及 α''_e 的公式如前, 但 $\tan \phi$ 之值爲:

$$\tan \phi = \frac{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 g'_{30}\right] \frac{J(W_0'^2)}{W_\infty^2} + \left[1 - \frac{R(W_0'^2)}{W_\infty^2}\right] \frac{\omega}{\omega'}}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 g'_{30}\right] \left[\frac{R(W_0'^2)}{W_\infty^2} - \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 g'_{30}\right] + \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 + \frac{J(W_0'')}{W_\infty^2} \frac{\omega}{\omega'}}. \quad (D)$$

(D) 式可化簡成

$$\tan \phi = \frac{\left[1 - \left(\frac{W_0}{W_\infty}\right)^2\right] \frac{\omega}{\omega'}}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 g'_{30}\right]^2 - \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 g'_{30}\right] \left[1 - \left(\frac{W_0}{W_\infty}\right)^2\right] + \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2}. \quad (D_1)$$

相當於 $W_0'' \rightarrow W_0$ 時; 又可化簡成

$$\tan \phi = \frac{\left[1 - \left(\frac{W_0'}{W_\infty}\right)^2\right] \frac{\omega}{\omega'}}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 g'_{30}\right]^2 - \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 g'_{30}\right] \left[1 - \left(\frac{W_0'}{W_\infty}\right)^2\right] + \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2}. \quad (D_2)$$

相當於 $W_0'' \rightarrow W_0'$ 時.

八. 吸收公式的討論

(一) 我們試觀察吸收公式 (G) 式在不同假定情況之值. 如 (D) 中的 g'_{30} 略去, 則其結果與 $\frac{\partial \tau_\epsilon}{\partial t}$ 在 (II) 中略去無異, 而

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \alpha_e = \lim_{\omega \rightarrow 0} \alpha'_e = \lim_{\omega \rightarrow 0} \alpha''_e = 0,$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \alpha_e = \frac{\omega'}{W_\infty} \left[1 - \left(\frac{W'_0}{W_\infty} \right)^2 \right],$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \alpha'_e = \omega' \left[1 - \left(\frac{W'_0}{W_\infty} \right)^2 \right],$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \alpha''_e = 0.$$

故 α_e 及 α'_e 在頻率 ∞ 時不但不為零且有極大值。至於 α''_e 的極大值則在

$$\frac{\omega}{\omega'} \simeq \frac{W_0}{W_\infty} \text{ 或 } f''_m \simeq \frac{\omega}{2\pi} \frac{W_0}{W_\infty}, \quad (\text{VI.1})$$

而

$$\alpha''_e \Big|_{\text{極大值}} \simeq \pi \left[1 - \left(\frac{W_0}{W_\infty} \right)^2 \right] \frac{W_\infty}{W_0}. \quad (\text{VI.2})$$

(二) 如果 g_{30}' 不略去，則在低頻時（即 $\frac{\omega}{\omega'}$ 甚小時）吸收曲線的性質與近似（圖 2）解幾乎無異，但當 g_{30}' 在分母中佔主要位置時則開始有區別，而

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \alpha_e = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \alpha'_e = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \alpha''_e = 0$$

在極大吸收時， $\frac{\omega}{\omega'}$ 之值並決定於滴的半徑的大小。對 (D_1) (D_2) 兩種特殊情況而言則甚易求得，其值為

$$\frac{\omega}{\omega'} \simeq \left[\frac{W_0}{g'_{30} W_\infty} \right]^{1/2} \text{ 或 } \frac{\omega}{\omega'} \simeq \left[\frac{W'_0}{g'_{30} W_\infty} \right]^{1/2}. \quad (48)$$

$$\therefore f'_m \simeq \frac{\omega'}{2\pi} \left[\frac{W_0}{g'_{30} W_\infty} \right]^{1/2} \text{ 或 } f'_m \simeq \frac{\omega'}{2\pi} \left[\frac{W'_0}{g'_{30} W_\infty} \right]^{1/2}. \quad (\text{VII.1})$$

上式指出 f'_m 的值因 g_{30}' 減少而增加。在實際情況下， $g_{30}' < 10^{-2}$ ，

$$\begin{aligned} \alpha'_e &= \frac{\omega' \left[1 - \left(\frac{W_0}{W_\infty} \right)^2 \right]}{1 - \left[2 \left(1 - \frac{W_0}{W_\infty} \right) - \left(1 - \left(\frac{W_0}{W_\infty} \right)^2 \right) \right] g'_{30}} \simeq \\ &\simeq \omega' \left[1 - \left(\frac{W_0}{W_\infty} \right)^2 \right] \text{ 奈披 / 秒}. \end{aligned} \quad (\text{VII.2})$$

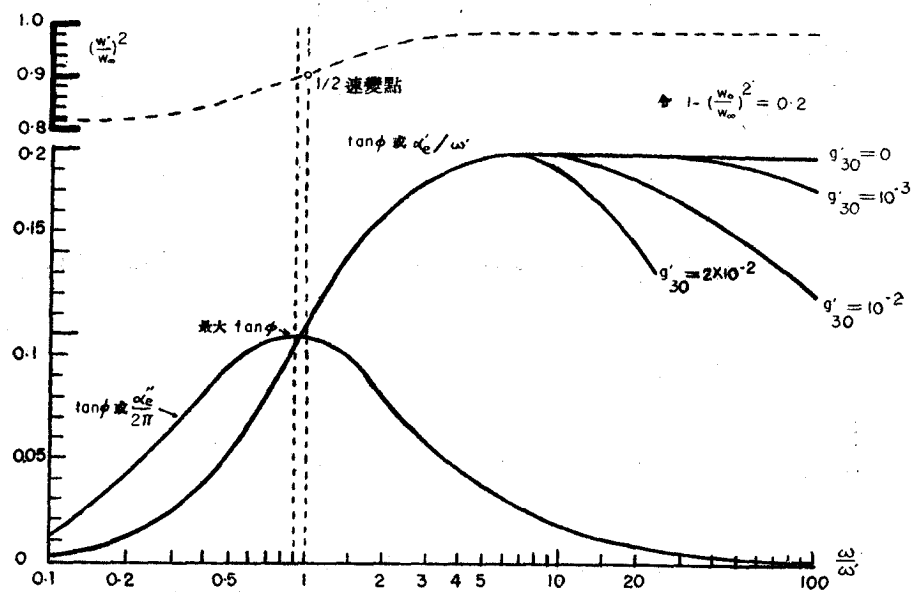


圖 2a. 連變 $\left(\frac{w'}{w_\infty}\right)^2$, 衰減/秒, 衰減/λ 與 $\frac{\omega}{\omega'}$ 的關係

α'_e (奈披/秒)

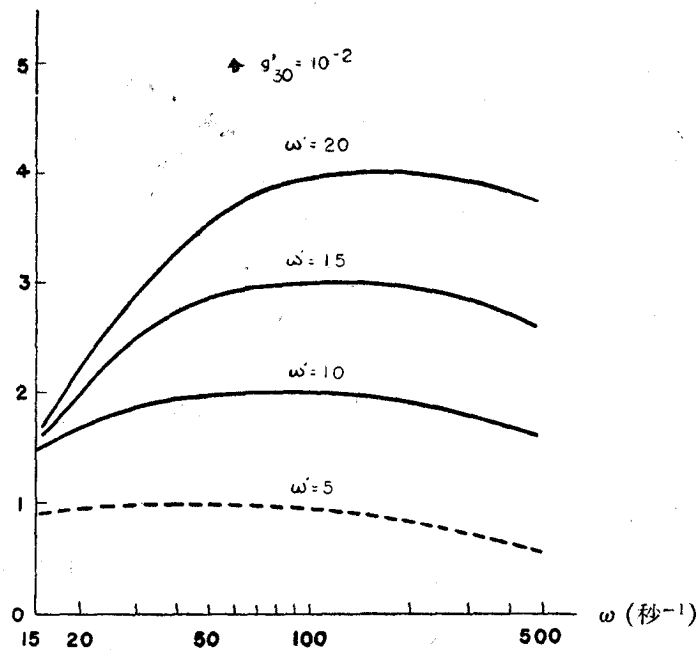


圖 2b. 衰減/秒 與 頻率的關係

故 α_e' 的合理的近似值為

$$\alpha_e' = \frac{\alpha_m' \Omega^2}{[1 - \Omega^2 g_{30}'] \left[1 - \Omega^2 g_{30}' - \frac{\alpha_m'}{\omega'} \right] + \Omega^2} \quad \text{奈披 / 秒} \quad (\text{VIII})$$

上式中 Ω 代表 $\frac{\omega}{\omega'}$, α_m' 示 α' 極大值

圖 2a 是以 α_e' 及 α_e'' 作為 $\frac{\omega}{\omega'}$ 的函數的半對數圖示。 α_e' 與 g_{30}' 有關, α_e'' 則幾乎與之無關。 α_e'' 曲線對其極大值幾乎對稱 $\left(\frac{\omega}{\omega'} = \frac{W_0}{W_\infty} \right)$, 這和分子吸收的情況類似, 半數值的地域約佔五個音程。

速變 $\left(\frac{W'}{W_\infty} \right)^2$ 在圖中係用虛線表示, 虛線的迴折點在 $\frac{\omega}{\omega'} \simeq \sqrt{3/5}$ 處, $\frac{1}{2}$ 速變點則在 $\frac{\omega}{\omega'} = 1$ 處。 圖 2b 表示 α_e' 為 ω 函數的情況。 此圖中 g_{30}' 有一定值而以 ω' 為變數。 在實際的應用範圍內, λ_f 甚小, W_0' 與 W_0 相差甚微, 故各曲線所代表者可視為有普遍性意義的。 由 α_e'' 的曲線及 (VI.1) 式, 我們可以看出 $1/\omega'$ (量綱為秒) 有弛豫時間的意義。

附註：本文所用的數學符號

c_s : 水的比熱。

c_v : 含水空氣的常體積比熱。

c_p : 含水空氣的常壓力比熱。

D : 水蒸汽對空氣的擴散係數。

$$D = 0.219 \left(\frac{760}{p} \right) \left(\frac{T}{273} \right)^{1.853}$$

(p 表示以毫米的水銀柱高度)。

f_a : 空氣分子與液態水滴所碰撞的調節因子 (accommodation factor) = 0.7。

f_m' : 聲波在霧中每單位時間吸收最大值時的頻率。

f_m'' : 聲波在霧中每單位波長吸收最大值時的頻率。

g_{30} : 每單位體積內液態水質量與同體積空氣質量的比。

K : 補償熱傳導率 (compensated thermal conductivity)。

K_e : 空氣的容積彈性係數。

k : 熱傳導率 $\simeq 5.7 \times 10^{-5}$ 卡/厘米, 秒, $^{\circ}\text{C}$. (在 20°C 時)。

M_ϵ : 霧滴的質量。

m : 空氣的分子密度。

m_2 : 水的分子密度。

n : 在聲場中每單位體積內的霧滴數。

n_0 : 無聲場時每單位體積內的霧滴數。

P, T, ρ : 在聲場中的空氣壓力、絕對溫度及密度; P_0, T_0, ρ_0 代表非聲場中的各量;

P_s, ρ_s 蒸汽壓力與密度; $P_{2s}, T_{2s}, \rho_{2s}$, 在霧滴面之蒸汽壓力、絕對溫度與密

度; π, τ, σ , 代表 P, T, ρ 的微變量, 其下角如註有數字解釋相同; $\left(\frac{d\rho_s}{dt}\right)_0$

代表非聲場中 $\frac{d\rho_s}{dt}$ 之值; ρ_s , 液態水的密度; 其餘類推。

r : 半徑坐標。

s : 聲波的稠密, 由定義知 $s = -\frac{\partial x_a}{\partial x}$ 。

u : 聲波的質點速度。

V : 在濕空氣中的蒸汽濃度。

W : 聲波在霧中的複數速度, W, W'' 的定義 $\frac{1}{W} = \frac{1}{W'} + i \frac{1}{W''}$ 。

W_0 : 頻率為零時聲波在霧中的相位速度, 假定滴隨空氣分子振動。

W'_0 : 頻率為零時聲波在霧中的相位速度, 假定滴不隨空氣分子振動。

W_∞ : 頻率為無窮大時聲波在霧中的相位速度, 其值與通常乾燥空氣中聲速等。

x_a : 在聲場中空氣分子離開平衡地位的位移。

x_p : 在聲場中霧滴離開平衡地位的位移。

X_a, X_p : x_a 及 x_p 的絕對值。

α_s : 聲音強度每單位距離的衰減係數 (由於蒸發與凝結手續之故)。

α'_s : 聲音強度每單位時間的衰減係數 (由於蒸發與凝結手續之故)。

α''_s : 聲音強度每單位波長的衰減係數 (由於蒸發與凝結手續之故)。

γ : 水的凝結潛熱。

Δ : 水蒸汽在空氣中的補償擴散係數。

η : 空氣的黏滯係數。

θ : 空氣分子與霧滴位移間的相位角。

κ : $c_p / c_v = 1.405$ 。

λ : 聲的波長。

λ_a : 空氣分子的平均自由路程。

λ_w : 水分子的平均自由路程。

ξ : 霧滴的半徑。

ϕ : 密度波與壓力波間的相位角。

ω : 圓周頻率 $= 2\pi f$ 。

其餘數字符號文中都已敘明定義, 故不列入。

THEORY OF ATTENUATION OF SOUND IN FOGGY AIR DUE TO EVAPORATION AND CONDESATION PROCESSES*

WEI YUNG-CHIO (Y. T. WEI)

(Physics Department, Nanking University)

ABSTRACT

As sound waves traverse in clouds or foggy air the temperature change, which accompanies the pressure variation, would make the water molecules at the droplet's surface to evaporate or those in its close surroundings to condense according as there is condensation or rarefaction respectively. In general, the pressure waves always propagate ahead of the density waves since a finite time is required for this process to take place. However at very high frequencies, the periodic pressure varies too fast for this process to follow, the situation is essentially "dry adiabatic". Only at very low frequencies is the term "relaxation time" of any significance, so the "dispersion" and "absorption".

This problem has been handled, in the present paper, in some respect in an analogous way to that in the collision theory^[1] of molecular absorption of sound. The previous calculations due to Oswatitsch^[2] have been found to be erroneous, and special attention has been given to each of the following:

- (1) Relation between air density and particle concentration;
- (2) Relation between the change of the amount of liquid water and the amount of vapor;
- (3) Derivation of the equation of growth of droplet; and
- (4) Diffusion and heat conduction coefficients.

*Condensed from "The Absorption of sound in Foggy air at Low Audible Frequencies," Ph.D. Thesis, Physics Dept., Univ. of Calif., Los Angeles (1950), Chap. I.

[1] Kneser, H. O., *Ann. d. Phys.* **5** (1943), 13, and other works by the same author on this subject.

[2] Oswatitsch, K. L., *Physik. Zeit.* **12** (1941), 365.