补充材料

结合盲信号分离算法的局部放电 TDOA/DOA 混合定位方法*

张泽宇[1)] 汤晓君[1)2)3†)] 李晓杉[1)] 刘崇智[1)] 周佳泓[1)]

1)（西安交通大学电气工程学院，西安 710049）

2)（西安交通大学仪器科学与技术学院，西安 710049）

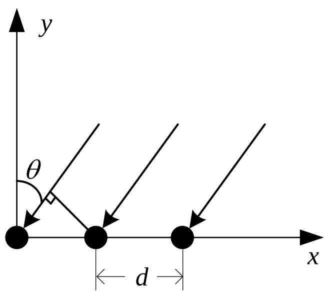
3)（西安交通大学精密微纳制造技术全国重点实验室，西安 710049）

(7)式和(4)式推导出(8)式的过程

如图 S1 所示直线形传感器接收模型，设有 n 个传感器阵元，阵元间距为 d，$d=\lambda/2$，其中 λ 为信号波长。以最左侧阵元为参考阵元，信号入射角度与 y 坐标的方位角为 θ。则可知，信号入射到第 j 个阵元与参考阵元的时间延迟为：

$$\tau_j=(x_j\sin\theta)/c=(i-1)d\sin\theta/c, \tag{S1}$$

式中，x_j 为第 j 个阵元相对于参考阵元的距离；c 为信号波速；$j=1,2,\cdots,n$。



图S1 直线形传感器接收模型

Fig.S1. Linear sensor model.

由(3)式可知，每个传感器接收到的信号是 $\exp(-\mathrm{i}\omega\tau_j)$ 与原始信号 $\boldsymbol{s}(t)$ 的乘积。对于 n 个传感器组成的线性阵列，其接收的信号为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_1(t)\\ \boldsymbol{x}_2(t)\\ \vdots\\ \boldsymbol{x}_n(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\exp(-\mathrm{i}\omega\tau_1)\\ \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_2)\\ \vdots\\ \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_n)\end{bmatrix}\boldsymbol{s}(t)+\begin{bmatrix}\boldsymbol{n}_1(t)\\ \boldsymbol{n}_2(t)\\ \vdots\\ \boldsymbol{n}_n(t)\end{bmatrix}. \tag{S2}$$

将(S2)式中 $[\exp(-\mathrm{i}\omega\tau_1),\ \ \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_2),\ \ \cdots,\ \ \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_n)]^{\mathrm{T}}$ 定义为导向矢量 $\boldsymbol{a}$，可表示为

$$\boldsymbol{a}=\left[\exp(-\mathrm{i}\omega\tau_1),\quad \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_2),\quad \cdots,\quad \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_n)\right]^{\mathrm{T}}, \tag{S3}$$

式中，该矢量有 n 个元素，元素依照图 S1 所示阵元顺序 $1,2,\cdots,n$ 依次排列，且矢量各元素与信号传播到阵元和参考阵元的时间差 τ_j 有关。

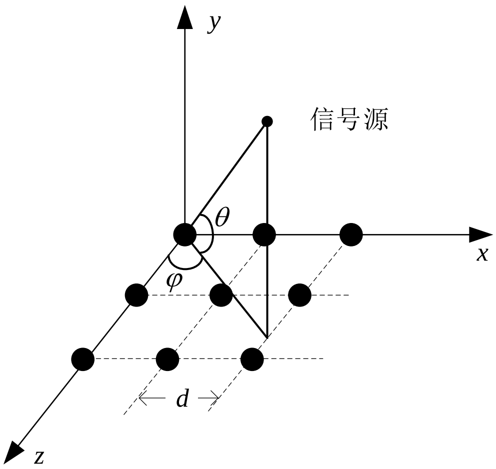
将信号波长 λ 与频率 ω 的关系式为 $\omega=2\pi c/\lambda$ 和(S1)式代入(S3)式，得到了导向矢量 $\boldsymbol{a}$ 的具体形式：

$$\boldsymbol{a}=\left[1,\quad \exp(-\mathrm{j}\pi\sin\theta_i),\quad \cdots,\quad \exp(-\mathrm{j}\pi\sin\theta_n)\right]^{\mathrm{T}}. \tag{S4}$$

对于图 S2 所示方形阵列，假设由 $n\times n$ 个阵元组成，以阵列坐上角阵元为参考点，信号以方位角 φ 与俯仰角 θ 入射到阵元，方位角 φ 表示信号源 PD 到参考点间的连线在 x-y 平面上投影与 x 轴夹角，俯仰角度 θ 是信号源 PD 到参考点间的连线与 x-y 平面的夹角，则信号传播到第 i 行 j 列的阵元与参考阵元的时延为

$$\tau_{ij}=(x_i\cos\varphi\cos\theta+y_j\sin\varphi\cos\theta)/c=\left[(i-1)\cos\varphi\cos\theta+(j-1)\sin\varphi\cos\theta\right]d/c, \tag{S5}$$

式中，x_j 和 y_j 表示第 i 行 j 列阵元距离 x 轴、y 轴的距离，$i=1,2,\cdots,n$，$j=1,2,\cdots,n$；c 表示信号传播速度。



图S2 方形阵列传感器接收模型

Fig. S2. Square array model.

由(S3)式可知，导向矢量与阵列的位置有关。依照图 S2 所示 $n\times n$ 个阵元，其导向矢量可以表示为

$$\boldsymbol{a}=\begin{bmatrix}\exp(-\mathrm{i}\omega\tau_1), & \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_2), & \cdots, & \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_n),\\ \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_{n+1}), & \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_{n+2}), & \cdots, & \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_{2n}),\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_{(n-1)n+1}), & \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_{(n-1)n+2}), & \cdots, & \exp(-\mathrm{i}\omega\tau_{n\times n})\end{bmatrix}. \tag{S6}$$

将$\omega = 2\pi c/\lambda$和(S5)式代入(S6)式，即可得

$$\boldsymbol{a}=\begin{bmatrix} 1 & \exp(-\mathrm{i}\pi\cos\varphi\cos\theta), & \cdots, & \exp\left[-\mathrm{i}\pi(n-1)\cos\varphi\cos\theta\right] \\ \exp(-\mathrm{i}\pi\sin\varphi\cos\theta), & \exp\left[-\mathrm{i}\pi(\cos\varphi+\sin\varphi)\cos\theta\right], & \cdots, & \exp\left[-\mathrm{i}\pi((n-1)\cos\varphi\cos\theta+\sin\varphi\cos\theta)\right] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \exp\left[-\mathrm{i}\pi(n-1)\sin\varphi\cos\theta\right], & \exp\left[-\mathrm{i}\pi(\cos\varphi\cos\theta+(n-1)\sin\varphi\cos\theta)\right], & \cdots, & \exp\left[-\mathrm{i}\pi(n-1)(\cos\varphi+\sin\varphi)\cos\theta\right] \end{bmatrix}. \tag{S7}$$

将(S7)式简化,即可得

$$\boldsymbol{a}=[1,\exp(-\mathrm{j}\pi\cos\varphi\sin\theta),\cdots,\exp(-\mathrm{j}\pi(n-1)(\cos\varphi+\sin\varphi)\cos\theta)]^{\mathrm{T}}. \tag{S8}$$

以上即为文中(7)式与(4)式联立推导出(8)式的过程。

