

《量子网络中基于弹性散射的微波光子传输调控》 的补充材料

马俊^{1) #} 欧阳鹏辉^{1) #} 柴亚强¹⁾ 蒋青权²⁾ 贺青³⁾ 韦联福^{1) 2) †}

1) (西南交通大学信息科学与技术学院, 信息量子技术实验室, 成都 610031)

2) (西华师范大学物理与天文学院, 南充 637002)

3) (中国工程物理研究院, 电子工程研究所, 绵阳 621900)

S1 微波信号的阻抗散射

本补充材料基于传输线理论, 讨论不同嵌入结构LC回路阻抗器件对微波信号的弹性散射, 证明其结果与正文中利用实空间的散射波分析方法等价。一般地, 传输线中传播的微波信号可表示为:

$$V(x, \omega) = V_0^+ e^{ikx} + V_0^- e^{-ikx}, \quad (\text{S1})$$

其中 V_0^+ 与 V_0^- 为向右/左传播的电压波的幅度, $k = \omega/v$ 微波信号的波矢。

S1.1 串联阻抗散射

在 $x = 0$ 处的LC回路, 可看作是连接两根特征阻抗均为 Z_0 的半无限长传输线的阻抗为 $Z(\omega)$ 的器件。对从左端传输线入射的微波信号, 由于该阻抗器件的反射/透射可分为沿左/右传输线传播。假设入射微波, 反射微波和透射微波分别为 $V_{1R}e^{ikx}$, $V_{1L}e^{-ikx}$ 和 $V_{2R}e^{ikx}$; 那么根据电流连续条件, 左边传输线上的电流应与右边传输线上的电流相等, 即:

$$\frac{V_{1R}e^{ikx} - V_{1L}e^{-ikx}}{Z_0} = \frac{V_{2R}e^{ikx}}{Z_0}, \quad (\text{S2})$$

在 $x=0$ 处的总电压和总电流满足如下关系:

$$V_{1R}e^{ikx} + V_{1L}e^{-ikx} - V_{2R}e^{ikx} = \frac{V_{1R}e^{ikx} - V_{1L}e^{-ikx}}{Z_0} Z(\omega). \quad (\text{S3})$$

联立 (S2) 与 (S3) 式, 可求得该阻抗器件对入射微波的反射概率幅 r_0 与透射概率幅 t_0 :

$$r_0 = \frac{V_{1L}}{V_{1R}} = \frac{Z(\omega)}{Z(\omega) + 2Z_0}, \quad t_0 = \frac{V_{2R}}{V_{1R}} = \frac{2Z_0}{Z(\omega) + 2Z_0}, \quad (\text{S4})$$

将串联嵌入传输线的LC回路阻抗: $Z_{LC}(\omega) = 1 - \omega^2 LC / i\omega L$, 代入上式便可得到得到LC回路串联嵌入传输线时对微波光子的反射概率幅 r_1 与透射概率幅 t_1 :

$$r_1 = \frac{1}{1 + 2i \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} - 1 \right)}, \quad t_1 = \frac{2i \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} - 1 \right)}{1 + 2i \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} - 1 \right)}, \quad (\text{S5})$$

其中 $Z_0 = \sqrt{L_0/C_0}$ 为传输线特征阻抗, $Z_{LC} = \sqrt{L/C}$ 为 LC 回路特征阻抗, $\omega_{LC} = \sqrt{1/LC}$ 为 LC 回路的谐振频率。因此串联嵌入传输线的 LC 回路, 对传输线中传输微波信号的反射系数 $|r_1|^2$ 和透射系数 $|t_1|^2$ 分别是:

$$|r_1|^2 = \frac{4a^2 + 1}{(4a^2 + 1)^2}, \quad |t_1|^2 = \frac{16a^4 + 4a^2}{(4a^2 + 1)^2}, \quad a = \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} - 1 \right). \quad (S6)$$

这与正文中 (10) 式一致。

S1.2 并联阻抗散射

当在 $x = 0$ 处, 两根半无限长传输线通过并联一个阻抗 $Z(\omega)$ 连接时, 该连接节点处的电压连续性条件为:

$$V_{1R}e^{ikx} + V_{1L}e^{-ikx} = V_{2R}e^{ikx}, \quad (S7)$$

根据电流连续性条件, 左边传输线流进该节点的电流应等于阻抗上的电流与从节点流进右边传输线的电流之和, 即:

$$\frac{V_{1R}e^{ikx} - V_{1L}e^{-ikx}}{Z_0} = \frac{V_{2R}e^{ikx}}{Z_0} + \frac{V_{2R}e^{ikx}}{Z(\omega)}. \quad (S8)$$

联立 (S7) 和 (S8) 式, 可解出该阻抗器件对入射微波信号的反射概率幅与透射概率幅:

$$r_0 = \frac{-Z_0}{2Z(\omega) + Z_0}, \quad t_0 = \frac{2Z(\omega)}{2Z(\omega) + Z_0}. \quad (S9)$$

将该并联嵌入传输线的 LC 回路阻抗 $Z_{LC}(\omega) = 1 - \omega^2 LC / i\omega L$, 代入上式即可得到并联 LC 回路嵌入到传输线对微波光子的反射概率幅 r_2 和透射概率幅 t_2 :

$$r_2 = \frac{-\frac{i}{2} \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} - 1 \right)}{1 + \frac{i}{2} \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} - 1 \right)}, \quad t_2 = \frac{1}{1 + \frac{i}{2} \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} - 1 \right)}, \quad (S10)$$

因此反射系数 $|r_2|^2$ 和透射系数 $|t_2|^2$ 为:

$$|r_2|^2 = \frac{a^4 + 4a^2}{(a^2 + 4)^2}, \quad |t_2|^2 = \frac{4a^2 + 16}{(a^2 + 4)^2}. \quad (S11)$$

与正文中的 (17) 式一致。

以上结果表明, 在弹性散射情况下, 线性 LC 回路对微波信号的散射特性, 与利用方程 (S1) 所描述的微波光子散射特性一致。