第 28 卷 第 3 期　　物 理 学 报　　Vol. 28, No. 3
1979 年 5 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　May, 1979

激光向心压缩 D T 靶计算及激波与热波的解析解*

谭 维 翰

（中国科学院上海光学精密机械研究所）

提　　要

本文在分析激光一维双温度向心压缩 D T 靶计算的基础上，求得了与计算结果基本相符的激波与热波的解析解。

一、引　　言

激光向心聚爆是一个复杂的物理过程，它是由一多变量的非线性偏微分方程组来描述的. 我们参照文献[1—3]编制、调试了一维双温度非线性偏微分方程组的计算程序，并对各种激光波形、功率、能量以及靶的参数作了较大量的计算，所得结果与文献[4—6]中一维三温度程序计算结果比较，大致相近，但略有差别. 关于计算程序，主要是采用文献[2]中 Lagrange 差分隐格式及人为阻尼等方法，并在流体动力学方程中考虑到如下的物理过程：电子、离子双温度，电中性，逆韧致吸收激光能量，韧致辐射 X 光，电子与离子间热弛豫，电子费密简并，电子、离子的热导与粘性，热核燃烧，由热核燃烧释放的 α 粒子的自加热（略去中子的加热）.

关于不包括热导与粘性的强的球对称激波压缩的相似解，最早由 Guderley[7] 求得. 后来又有球对称均匀等熵压缩解[8]. 对于不考虑流体运动的球对称热导问题的相似解也是可以求得的. 可是在激光向心聚爆中热导与流体运动都是不可忽略的因素. 不论是均匀等熵压缩解，还是球对称热导解均不能较全面地反映激光向心聚爆的实际情况. 因此在流体动力学方程中必须将热导项考虑进去. 但粘性，韧致辐射，热核燃烧等仍须略去，否则太复杂，得不出相似解. 也不考虑电子与离子间的热弛豫与电子的费密简并. 对热波尚未到达的区域，连热导也可略去，就采用均匀等熵压缩解. 这样就能给出与计算机模拟大致相符的结果. 至于热核燃烧，那是非常迅速发展的过程，甚至连流体运动也是可以忽略的.

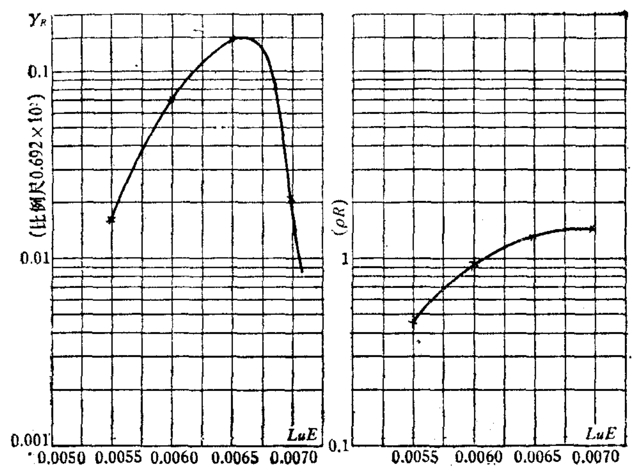
二、整形激光脉冲压缩 D T 靶计算结果

1. 表 1，表 2 分别列出靶的初始半径 $R_0 = 100\mu m$, $200\mu m$ 两组计算结果的主要参

* 1978 年 4 月 17 日收到.

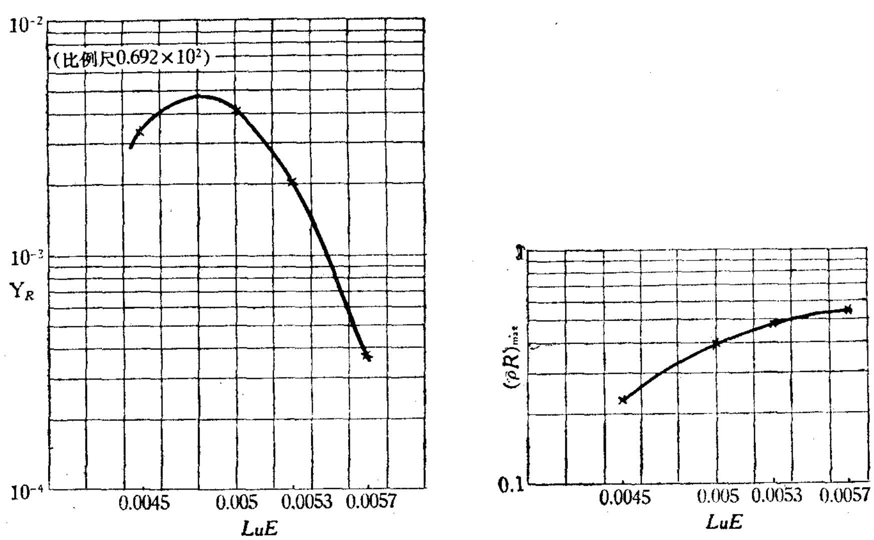
数．根据表中数据，作出增益 Y_R（热核聚变能与输入的激光能之比）对初始激光功率 $\dot{E}_0$ 的曲线（图 1，2）．激光功率 $\dot{E} = \dot{E}_0\left(1 - \frac{t}{t_0}\right)^{-15/8}$．这两种增益曲线，有一共同之点，即增益 Y_R 有一极大值，而且随 $\dot{E}_0$ 的变化是很尖锐的．对于 $R_0 = 200\mu\text{m}$ 情形，最大增益为 $Y_R = 11.2$．稍低于文献 [6] 报道的同类型的 $R_0 = 203\mu\text{m}$，$Y_R = 33$ 计算结果．对于 $R_0 = 100\mu\text{m}$ 情形，图 1 给出的最大增益 $Y_R = 0.35$，未能到达得失相当．如果改变脉冲波形，在能量输入到一半的地方，突然将脉冲功率参数由 $L_{uE} = 0.004$ 升到 0.008，并保持总能量近乎不变，这样便得 $Y_R = 1.3$（参阅图3）．这组数据列于表 2 中最后一栏．

2. 比较 $R_0 = 200\,\mu\text{m}$，$100\,\mu\text{m}$ 增益 Y_R 为最大的两组数据，当靶的初始半径 R_0 由



(a)　　　　(b)

图 1



(a)　　　　(b)

图 2

表 1 $R_0 = 200\ \mu m$

$\dot{E}_0(10^8W)$	5.85	6.37	6.92	7.45
L_{uE}	0.0055	0.006	0.0065	0.007
$E(kJ)$	7.0	7.25	7.35	7.35
$\langle\rho R\rangle_{max}$	0.435	0.97	1.75	1.47
$\Delta M(\mu g)$	0.0435	0.120	0.246	0.0354
Y_R	2.02	5.4	11.0	1.73
$\tau(ns)$	25	25	25	25

表 2 $R_0 = 100\mu m$

$\dot{E}_0(10^8W)$	1.52	1.41	1.19	1.33	1.05
L_{uE}	0.0057	0.0053	0.0045	0.0050	0.00382
$E(kJ)$	1.03	1.03	1.01	1.03	1.03
$\langle\rho R\rangle_{max}$	0.54	0.475	0.226	0.398	0.65
$\Delta M(\mu g)$	0.79×10^{-4}	0.43×10^{-3}	0.708×10^{-3}	0.877×10^{-3}	0.397×10^{-2}
Y_R	0.0257	0.143	0.23	0.286	1.28
$\tau(ns)$	12.5	12.5	12.5	12.5	15

表中 ΔM 为热核燃烧质量，L_{uE} 为初始功率参数 ($\propto E_0$).

$200\mu m$ 减到 $100\mu m$ 时，输入激光能量由 $1kJ/\mu g$ 增至 $1.2kJ/\mu g$，但增益 Y_R 却减少很多.仔细分析这一变化的原因，发现韧致辐射的影响是主要的、这可以从各个参量的规一化看出来. 在计算中，我们采用靶的初始半径 R_0，激光脉冲宽度 t_0 以及靶的初始密度 ρ_0 作为规一化的长度、时间与密度. 流体的运动主要由激光功率参数 L_{uE}，ρ_0，及 $u_0=R_0/t_0$ 来决定.在不考虑粘性、热导、韧致辐射、电子与离子间的热弛豫等的影响情况下，让 R_0 与 t_0 成比例地变化，但保持 L_{uE}，ρ_0，u_0 不变，则运动是相似的. 在考虑到粘性、热导等的影响时，运动不再是相似的. 从系数的规一化容易得出当 L_{uE}，ρ_0，u_0 保持不变时，韧致辐射系数 $\propto R_0$，热导系数与粘性系数均 $\propto 1/R_0$. 这比例关系表明大靶的韧致辐射系数（经 ρ_0，R_0，t_0 规一化的，下同）大，而热导系数小. 韧致辐射系数大，起到放热的作用，有利于压缩；热导小，靶心不易过热，也是有利于压缩，有利于得到高的 $\langle\rho R\rangle$ 值，是实现高增益的重要条件. 实际计算检验了韧致辐射对增益的明显影响.

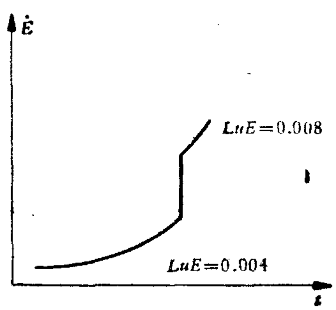
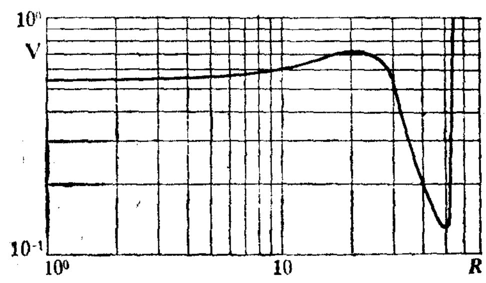
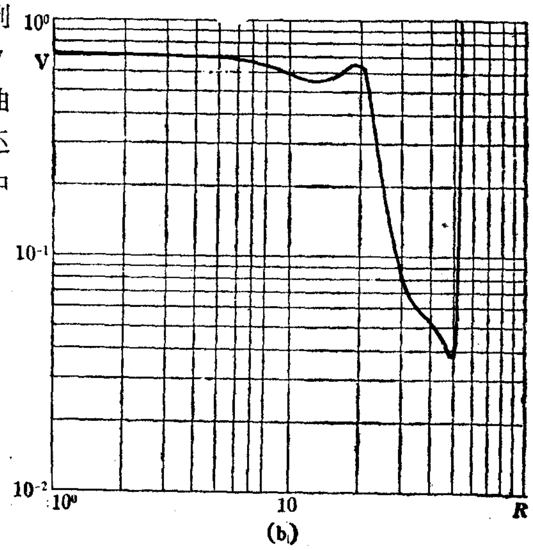


图 3

为了得到高增益 Y_R，还必须选择适当的初始功率 $\dot{E}_0$，使得在中心到达高密度的同时，温度也上升到 10—15 keV 的高温，满足点火条件. 图 4—7 给出 $R = 200\ \mu m$，$L_{uE} = 0.0065$ 这组计算，在不同时刻的比容与温度的空间分布曲线. 图 4 为由整形激光脉冲的陡峭部分产生的强激波向中心传播. 图 5 中温度和比容发生急剧变化的面为消融面，在

消融面内有一电子、离子的温度峰向内传播，这是强激波压缩的升温，不是热导引起的．在消融面外，由于电子的热导，电子温度分布近乎平缓，有热波的特点．但电子温度高，密度稀，电子与离子间的热弛豫时间长，不易到达平衡，故离子的温度还是低的．图 6，图 7 为点火前后电子及离子的温度、比容分布曲线．图 6 中心温度已达 10 keV，但密度峰还没有到达中心，中心密度约 400g/cm³，但在中





(a) $t = 23.5568$ns, $\varepsilon = 0.25$kJ　　(b) $t = 24.478$ns, $\varepsilon = 0.56$kJ

图　4

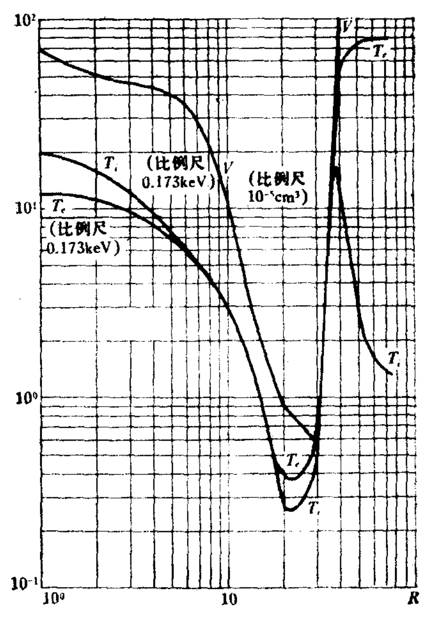


图 5　$t = 24.9658$ns, $\varepsilon = 6.23$kJ

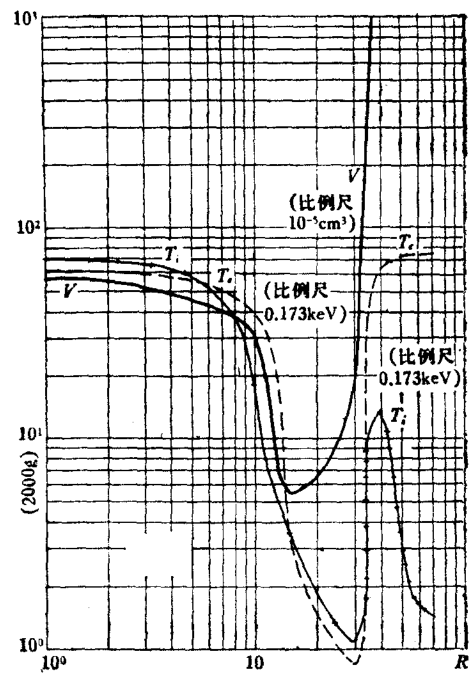


图 6　$t = 24.980$ns, $\varepsilon = 7.35$kJ

心的外围有一峰值为 4000g/cm³ 的高密度圈包围过来．这时虽未点火，但点火即将发生．α 粒子的自加热还不十分明显，但已有所表现，即离子温度在靶心部分略高于电子温度．（α 粒子能量在电子、离子间进行分配，电子温度愈高，愈有利于离子．平均分配能量的电

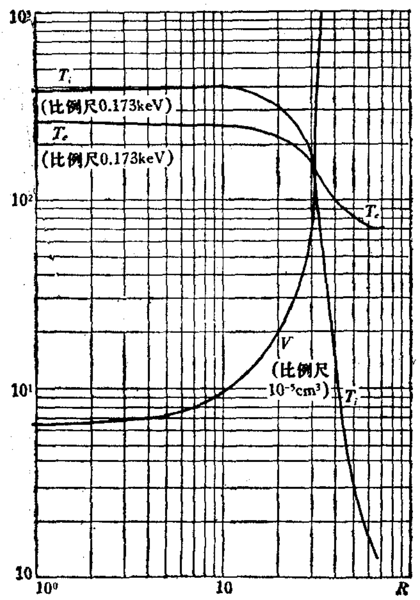


图 7　$t = 24.984\text{ns}$, $\varepsilon = 7.35\text{kJ}$

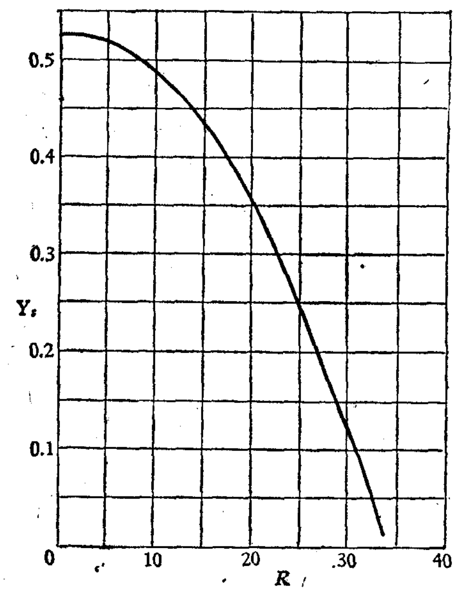


图　8

子温度是 32keV，现在尚未到达此温度，电子分配的能量比离子多，但韧致辐射损失大，净得能量不如离子多）图 7 的密度峰已移至中心 $\rho(0) = 3400\text{g/cm}^3$，由中心向外变化平滑；在 $R = \frac{32}{64} \times 200\mu\text{m}$（靶分为 64 壳层，热核球占 32 壳层），即消融面附近，密度急剧下降；在消融面内为一密度近乎均匀分布的高密度的热核球．这时点火已很久，α 粒子自加热效应很明显，电子及离子温度分别为 47keV，68keV，近乎均匀分布，但在消融面附近发生急剧变化．图 8 中，我们还给出了聚变反应率（即已反应的 D T 分子数与初始的 D T 分子数之比）Y_s 与 R 的变化曲线，在中心部分有 52% 的分子数已经反应了． 但向外扩展，反应率 Y_s 逐渐下降，在第 32 层外，反应率 Y_s 很低，可略去．对于热核球的反应率可按公式[6]进行估算：

$$\frac{\langle \rho R\rangle}{6 + \langle \rho R\rangle}\left(\frac{32}{64}\right)^3 = \frac{1.75}{6 + 1.75}\,\frac{1}{8} = 0.028.$$

比实际计算的反应率亦即热核燃烧质量 ΔM 与靶质量之比 $\frac{0.246}{7.16} \simeq 0.035$ 稍偏低．

3. 上面定性分析了点火前后热核球的温度与比容分布．在消融面附近及以外，热波与激波的传播也表现出强的规律性．作为下节的准备，图 9 给出表 2 中 $L_{uE} = 0.0045$ 一组计算的电子温度 E_E，电子压力 p_E，比容 V，流体速度 u 关于球的径向坐标 r（欧拉坐标）的计算曲线（时间 $t = 12.4837\text{ns}$，崩塌时间 $t_0 = 12.5\text{ns}$）．由这组曲线，可看出如下几点：

（1）电子温度 E_E 具有很明显的热波传播曲线的特点． 在 $r = 10^{-2}\text{cm}$ 以外为坪区，电子温度已到达 10 keV． 在 $r = 1.002 \times 10^{-3}\text{cm}$ 附近为热波波头，电子温度下降到约 10eV．再往内温度又上升到 1keV 左右，然后较缓慢地下降．

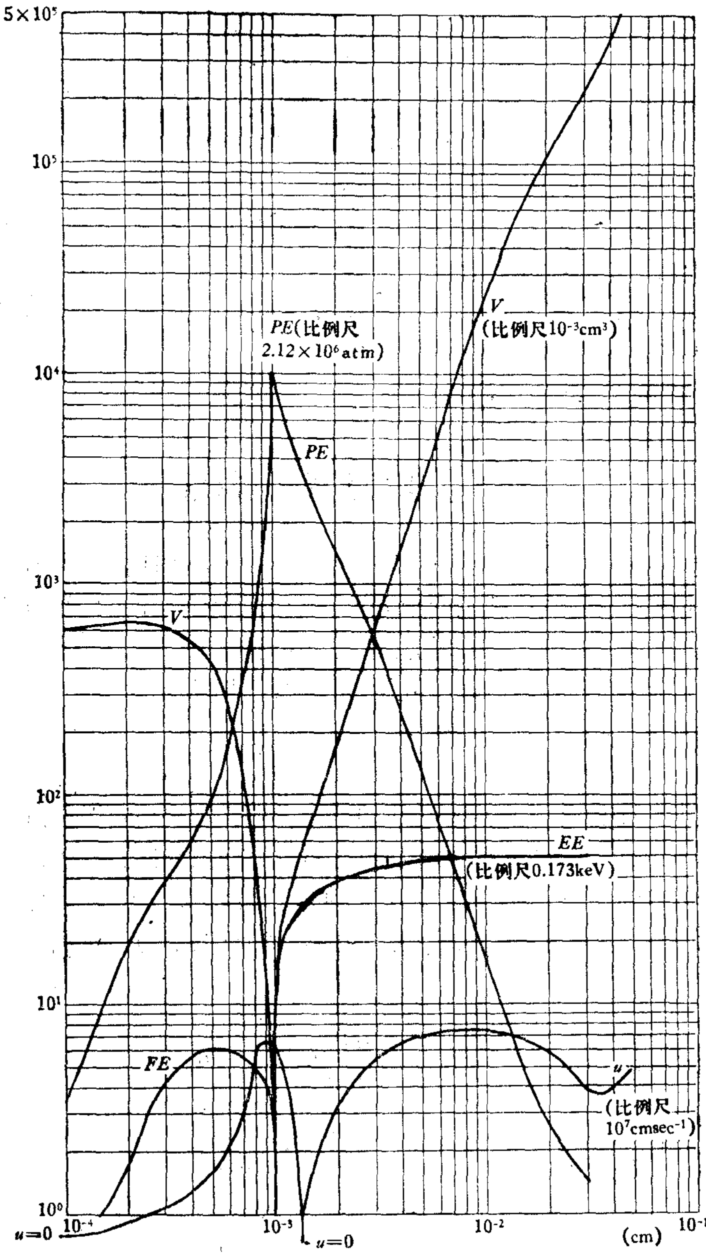


图 9

(2) 流体速度 u 的曲线，在 $r = 1.2 \times 10^{-3}$cm 处出现零点． 在这以外为离心运动，在 10^{-2}cm 附近有极大值 8×10^7cm/sec，再往外稍下降，但变化平稳．零点以内为向心运动，在 $r = 0.9 \times 10^{-3}$cm 附近有一峰值 7×10^7cm/sec． 再往内，向心运动的速度又下降了．

(3) 电子压力 p_E 在 $r = 10^{-3}$cm 处有极大值 10^4（单位为 2.12×10^6atm)，在这极大值以外，压力差不多按 r^{-3} 下降． 在极大值以内 p_E 迅速下降，在中心附近下降到 1 左

右.

(4) 比容的变化在 $r=1.002\times10^{-3}$cm 处有极小值 0.823×10^{-3}(密度为$0.212/(0.823\times10^{-3})$g/cm^3). 往外$V$的变化差不多 $\propto r^3$, 在靠近极小值处变化稍陡些, 在靠近边缘处变化稍平缓些. V在边缘处的值为 0.54×10^3. 由极小值向内比容增加, 在 $r=0.6\times10^{-3}$cm 后变化平稳,近于 0.66, 密度略高于固体密度.

(5) 压力 p_E, 密度 $\rho=1/V$ 的极大值与热波波前的位置是重合的即 $r=1.002\times10^{-3}$cm 附近. 由此向内密度表现出跳变,内部密度近乎均匀, 且压缩很低, 流体速度 u 的零点出现在热波波稍外面 $r=1.2\times10^{-3}$cm 处. 于是由热波波前划分为内、外两个区域. 在外面为热导区,应计及热导;在内面为热波波前尚未到达的区域. 下面我们主要研究热波波前已到达的热导区的相似解.

三、热波的经验相似解

在热导区应包括热导项与激光加热项. 由于方程的非线性, 要求出一方面能反映数值计算特点,另一方面又能严格满足能量方程、运动方程、连续方程的自洽相似解是很难的. 我们的做法是在数值计算所提供的经验关系的基础上,

1) 电子温度的空间分布用热波来近似,满足热导方程;

2) 比容 $V\propto r^m$, $2.5\leqslant m\leqslant 3$;

3) 压力 $p\propto r^{-m'}$ $2.5\leqslant m'\leqslant 3$;

4)流体速度 u 的零点在热波波前附近,但当 r 很大时, u 趋向于定值.

适当选择 E, V, p 的函数形式, 尽可能做到 (那怕是近似地) 满足能量、运动、连续方程, 然后再进一步检验这些解与数值计算结果的符合情况. 在计及热导、激光加热项W(对离子的能量弛豫及韧致辐射损耗均包括在内). 涉及电子的能量、运动、连续及状态方程为

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial r}\right)\ln V^{-1}+\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{2u}{r}=0,\\
&\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial r}\right)u=-V\left(\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\partial p_i}{\partial r}\right),\\
&\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial r}\right)E=-(\gamma-1)E\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial r}\right)\ln V\\
&\qquad+\frac{aV}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}E^n r^2\frac{\partial}{\partial r}E+W,\\
&E=\frac{pV}{\gamma-1},
\end{aligned}\tag{1}$$

E, p 为电子的比内能, 压力; p_i 为离子的压力; V为比容、能量方程右端第二项为热导项. 对于 E, 我们将它写成 $E=\varepsilon(t)f(\xi)$, $\xi=r/R$ 为下面将要讨论的相似变量, $f(\xi)$ 表示热波的空间分布,按经验关系 1, 它满足如下的热导方程:

$$\eta \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{aV_0 r^3}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(E^n r^2 \frac{\partial f}{\partial r}\right), \quad E = \varepsilon(t) f(\xi). \tag{2}$$

上式中 $\varepsilon(t)$ 为热波振幅．至于比容 V，按经验关系 2 取为

$$V = V_0 r^3 g(\xi), \tag{3}$$

V_0 为常数，$g(\xi)$ 为修正因子，当 $\xi \to$ 很大时，$g(\xi) \to 1$．应用 (2)，(3) 式能量方程可写为

$$f \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \varepsilon\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r}\right) f = -(\gamma - 1)\varepsilon f\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r}\right) \ln V + \eta g \varepsilon \frac{\partial f}{\partial t} + W. \tag{4}$$

加热项的存在，会使得热波的振幅 $\varepsilon(t)$ 愈来愈大，同时也会影响到比容 V．由于 $\xi \to$ 很大时，V 趋近于与 t 无关的函数 $V_0 r^3$，故可略去W对 V 的影响．在 (4) 式中假定：

$$W = f \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}. \tag{5}$$

由 (3)，(4)，(5) 式并解出 u，便得

$$u = \dot{R}\xi \frac{(1 - \eta g)\frac{\dot{f}}{f} + (\gamma - 1)\frac{\dot{g}}{g}}{\frac{\dot{f}}{f} + (\gamma - 1)\left[\frac{\dot{g}}{g} + \frac{3}{\xi}\right]}. \tag{6}$$

(6) 式中 $\dot{f} = \frac{df}{d\xi}$，$\dot{g} = \frac{dg}{d\xi}$．$u$ 的表式 (6) 是从能量方程出发得到的．如将 (3) 式代到连续方程中，便得

$$-\left[\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r}\right](\ln V_0 r^3 + \ln g) + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} = 0. \tag{7}$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} = \left(-\frac{r\dot{R}}{R^2} + \frac{u}{R}\right)\frac{d \ln g}{d\xi},$$

$$u = \dot{R}\xi(1 - c(t)g). \tag{8}$$

函数 g 的选取，应使 (6) 和 (8) 式给出的 u 近似地自洽，这将在后面详细讨论．现在先解方程 (2)．令 $\bar{a} = \frac{aV_0}{\eta}$，则 (2) 式可写为

$$\frac{\partial}{\partial t} f = \bar{a} r \frac{\partial}{\partial r}\left(E^n r^2 \frac{\partial}{\partial r} f\right). \tag{9}$$

$\bar{a}$ 的因次为 $(\mathrm{erg/g})^{-n}\mathrm{cm}^{-1}\mathrm{sec}^{-1}$，引进常数参量 Q，它的因次为 $(\mathrm{erg/g})\mathrm{sec}^{q}$．于是相似变量为

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{r}{(Q^n \bar{a}(t_0 - t)^{1-nq})^{-1}} = \frac{r}{R}, \\ R &= Q^{-n}\bar{a}^{-1}(t_0 - t)^{nq-1} = A(t_0 - t)^{nq-1}, \\ \varepsilon(t) &= Q(t_0 - t)^{-q}, \\ E &= Q(t_0 - t)^{-q} f(\xi). \end{aligned} \tag{10}$$

上式中 t_0 为崩塌时间，又注意到

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln \xi = \frac{(nq - 1)}{(t_0 - t)}. \tag{11}$$

将 (10), (11) 式代入 (9) 式，便得

$$(nq-1)\frac{d}{d\ln\xi}f(\xi)=\frac{d}{d\ln\xi}f^n(\xi)\xi^2\frac{df(\xi)}{d\xi}.$$

$$f(\xi)=\begin{cases}[n(nq-1)(\xi_0^{-1}-\xi^{-1})]^{1/n} & 当\ \xi>\xi_0,\\ 0 & 当\ \xi<\xi_0.\end{cases} \tag{12}$$

当 ξ 较大时，$f(\xi)\to[n(nq-1)\xi_0^{-1}]^{1/n}$.

我们选取

$$cg(\xi)=1+\frac{\alpha}{\xi}-\frac{\beta}{\xi^2},\quad c=1, \tag{13}$$

于是由 (8) 式得

$$u_1=-\dot{R}(\alpha-\beta\xi^{-1}). \tag{14}$$

由 (6), (10), (13) 式得(令 $\xi_0=1$)

$$u_2=\dot{R}\xi\frac{1-\eta\times(1+\alpha\xi^{-1}-\beta\xi^{-2})-n(\gamma-1)\dfrac{(\alpha-2\beta\xi^{-1})(1-\xi^{-1})}{1+\alpha\xi^{-1}-\beta\xi^{-2}}}{1+(\gamma-1)\left(3\xi-\dfrac{\alpha-2\beta\xi^{-1}}{1+\alpha\xi^{-1}-\beta\xi^{-2}}\right)(1-\xi^{-1})}. \tag{15}$$

由 (15), (14) 式给出的流速 u_1, u_2 显然是不一致的. 但可选择参数 α, β, η 等使得 u_1, u_2 近似地自洽. 首先当 $\xi\to\infty$ 时，u_1, u_2 趋近于同一极限.

$$u=-\dot{R}\alpha=\dot{R}\frac{1-\eta-(\gamma-1)n\alpha}{3(\gamma-1)n}.$$

于是

$$\alpha=\frac{\eta-1}{2(\gamma-1)n}. \tag{16}$$

将 η 取为 6，按(14)至(16)式，可算出 $-u_1/\dot{R}$, $-u_2/\dot{R}$ 的曲线如图 10. 当 ξ 很大时，曲线趋于接近. u_1, u_2 的零点分别在 $\xi=1$, 1.5 附近，与数值计算 u 的零点在 1.2 附近为相近.

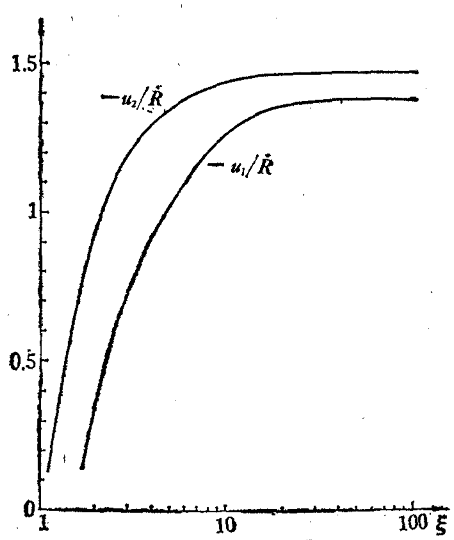


图 10

关于运动方程的验证，将 u 的表式 (14) 代入运动方程得

$$\beta\frac{\dot{R}^2}{R}\left[\xi^{-1}g(\xi)-\frac{\ddot{R}R}{\beta\dot{R}^2}(\alpha-\beta\xi^{-1})\right]=-V_0r^3g(\xi)\frac{\partial}{\partial r}(p+p_i). \tag{17}$$

按 (10) 和 (13) 式，并对 r 积分，便得

$$p+p_i=\frac{\beta\dot{R}^2}{3V_0R^3}\xi^{-3}\left[1-\frac{3(nq-2)}{\beta(nq-1)}\left(\xi^2-\frac{\xi^3}{\Delta}\ln\frac{1+\dfrac{2\beta}{\Delta-\alpha}\xi^{-1}}{1-\dfrac{2\beta}{\Delta+\alpha}\xi^{-1}}\right)\right],$$

$$\Delta=\sqrt{\alpha^2+4\beta}. \tag{18}$$

当 ξ 很大时，

$$p + p_i \simeq \frac{\beta \dot{R}^2}{3V_0} r^{-3}\left[1 + \frac{3(nq-2)}{\beta\Delta(nq-1)}\left(\frac{\left(\frac{2\beta}{\Delta+\alpha}\right)^3 + \left(\frac{2\beta}{\Delta-\alpha}\right)^3}{3} + \frac{\left(\frac{2\beta}{\Delta+\alpha}\right)^2 - \left(\frac{2\beta}{\Delta-\alpha}\right)^2}{2}\xi\right)\right]. \tag{19}$$

由 (3) 和 (10) 式及电子的状态方程 $p=(\gamma-1)E/V$，当 ξ 很大时，得出

$$p \simeq \frac{\gamma-1}{V_0}(n(nq-1))^{1/n}\varepsilon(t)r^{-3}. \tag{20}$$

将 (20) 式与 (18)，(19) 式比较，得出

$$\dot{R} \propto \varepsilon^{1/2}, \quad R \propto (1-t/t_0)^{1-q/2}. \tag{21}$$

(19)式中方括号内与 ξ 成正比的较小的修正项，可以看成是离子压力 p_i 的影响。图 11 给出 $p+p_i$ 的数值计算曲线(点线)与按 (19) 式的计算曲线的比较。关于 R 的 (10)，(21) 式的自洽性，在下面讨论。

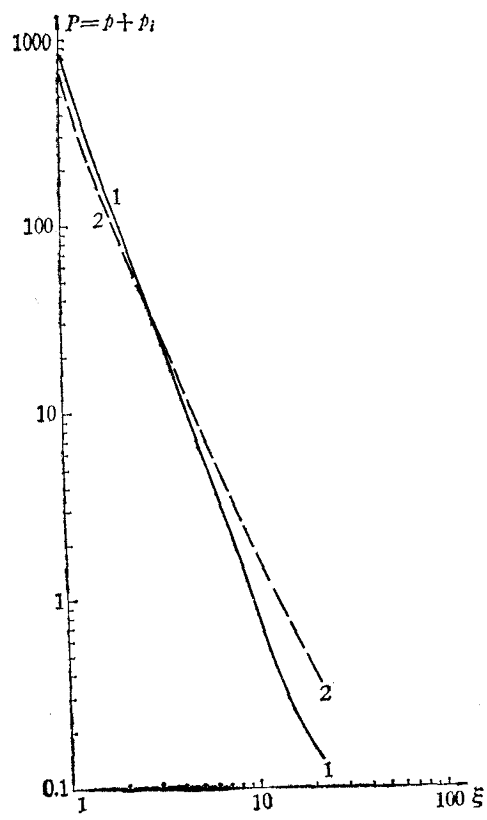


图 11

1——计算机模拟曲线；2——相似解曲线；
p——电子压力；　p_i——离子压力

四、理论结果与计算机计算结果的比较

现从下面三个方面进行比较。

1. 按 (10) 和 (12) 式，当 $\xi\to$ 很大时，

$$E=\varepsilon(t)f(\xi)\propto(t_0-t)^{-q},$$

$$\ln E \propto -q\ln(t_0-t),$$

用靶的最外层电子温度的对数 $\ln EE$ 对

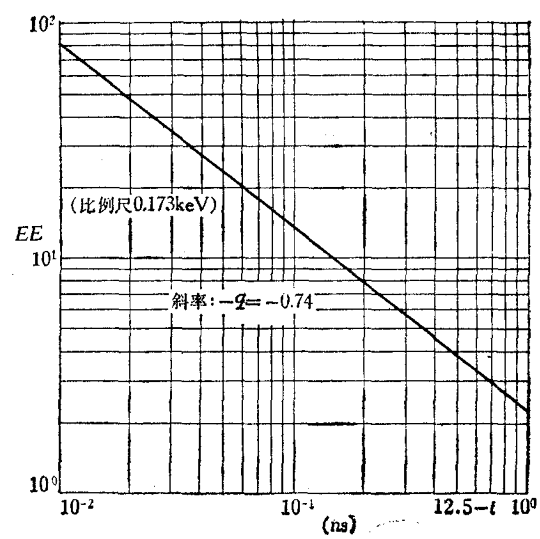


图 12

$\ln(12.5-t)$ 作图 12，求出 $q=0.74$，与理论值(表 2 $L_{uE}=0.0045$ 一组计算中取的参数 $q=\frac{15}{8}-1=0.86$，$n=\frac{5}{2}=2.5$) 0.86 相比略小些，这可能是韧致辐射损失、电子对离子的能量弛豫等的影响，使得实际能量增率下降了.

2. 由(10)和(12)式当 t 固定时，$E\propto(\xi_0^{-1}-\xi^{-1})^{1/n}\propto(R_T^{-1}-r^{-1})^{1/n}$，$R_T=\xi_0 R=A\xi_0(t_0-t)^{nq-1}$ 为热波波前坐标，将 $\ln E$ 对 $\ln(R_T^{-1}-r^{-1})$ 作图 13，便求出 $n=2.38$，与理论值 2.5 甚为接近.

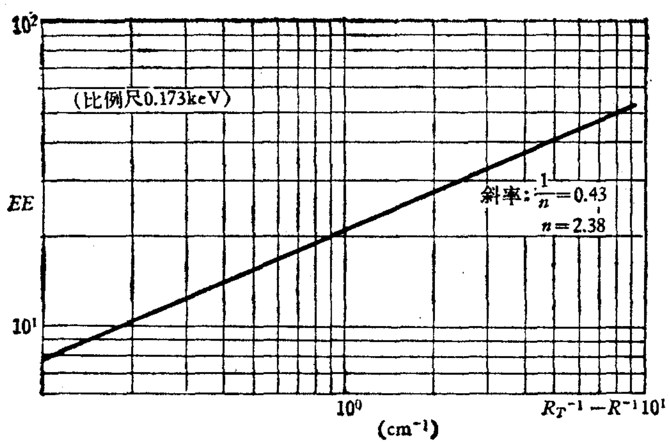


图　13

3. 按 R_T 的表式，求热波波前 $\ln R_T$ 对 $\ln(12.5-t)$. 作图 14，这曲线已与直线有偏离，前一段斜率较小，后一段斜率为 0.65，与(10)式理论值 $nq-1=2.38\times0.74-1=0.76$ 相比，也稍小些，与(24)式的 $1-q/2=0.63$ 相比，较接近.

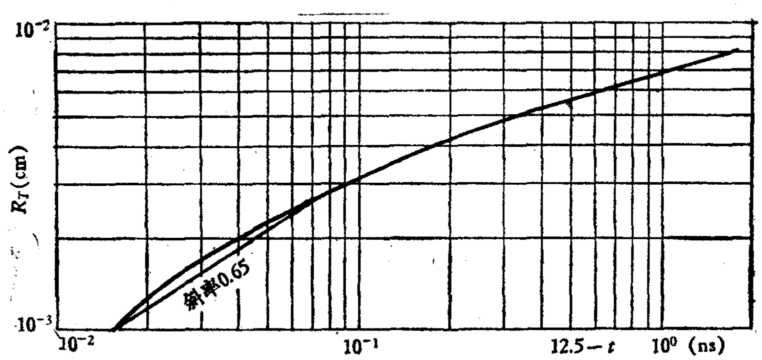


图　14

按计算机数值计算结果定出的参数 $Q=16.5$，$\eta=5.2$，与上面取的 $\eta=6$ 是相近的.

小结一下，我们是在数值计算所提供的经验关系基础上，假定了电子温度的空间分布(2)式及比容分布(3)式，然后讨论由(2)和(3)式及连续方程、能量方程给出的速度 u_1，u_2 的自洽性(图 10)，再将 u_1 代入运动方程，验证了自洽性(图 11). 故称之为经验相似解. 总的来说，在 $\xi\to$ 很大的区域是自洽的，在 ξ 较小的区域，自洽性要差些. 这主要

是由附录一中（A 1）至（A 12）式所描述的物理过程要比正文（1）式所描述的复杂得多，在简化的热波传播的物图象上求得的解，只能是近似的。

附 录 一

一维双温度流体动力学方程

下面用 $r, u, \rho, \rho_0, V=1/\rho, V_0=1/\rho_0$ 等分别表示流体体积元的空间位置、速度、密度、初始密度、比容、初始比容。R 表示 Lagrange 坐标、$T_e, T_i, p_e, p_i, m_e, m_i, \mu_e, \mu_i, K_e, K_i$ 分别表示电子，离子的温度、压力、质量、粘性系数、热导系数。又定义 $E_e=\frac{3}{2}\frac{kT_e}{m_i}$, $E_i=\frac{3}{2}\frac{kT_i}{m_i}$, k 为玻耳兹曼常数。τ_{ei} 为电子与离子间的热弛豫时间。于是流体动力学方程可写为

$$\frac{\partial r}{\partial t}=u. \tag{A1}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}=&-V_0\frac{r^2}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}(p_i+p_e)+\frac{V_0}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(\left(\frac{4}{3}\mu_e+\frac{4}{3}\mu_i\right)\frac{V_0}{V}\frac{r^4}{R^2}\frac{\partial u}{\partial R}\right)\\&-\frac{8}{3}(\mu_e+\mu_i)\frac{Vu}{r^2}-\frac{4}{3}\frac{V_0ru}{R^2}\frac{\partial(\mu_e+\mu_i)}{\partial R}.\end{aligned} \tag{A2}$$

$$\frac{\partial E_i}{\partial t}=-p_i\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{V_0}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(K_i\frac{2m_i}{3k}\frac{r^4}{R^2}\frac{V_0}{V}\frac{\partial E_i}{\partial R}\right)+\frac{4\mu_i}{3}V\left(\frac{V_0}{V}\frac{r^2}{R^2}\frac{\partial u}{\partial R}-\frac{u}{r}\right)^2+W_i+\frac{E_e-E_i}{\tau_{ei}}. \tag{A3}$$

$$\begin{aligned}\bar{c}\frac{\partial E_e}{\partial t}=&-\bar{p}_e\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{V_0}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(K_e\frac{2m_i}{3k}\frac{r^4}{R^2}\frac{V_0}{V}\frac{\partial E_e}{\partial R}\right)+\frac{4\mu_e}{3}V\left(\frac{V_0}{V}\frac{r^2}{R^2}\frac{\partial u}{\partial R}-\frac{u}{r}\right)^2\\&+W_e+\frac{E_i-E_e}{\tau_{ie}}-\frac{A}{\sqrt{\frac{2m_i}{3k}}}\frac{1}{V}E_e^{1/2}+L_{uE}Fct(y,SW)TS\cdot BKS\frac{V}{R^2}.\end{aligned} \tag{A4}$$

$$V=V_0\frac{r^2}{R^2}\frac{\partial r}{\partial R}. \tag{A5}$$

$$\bar{\xi}=\frac{KT_e}{\theta_F}=\frac{E_e}{\frac{3}{2m_i}\frac{h^2}{8m_e}\left(\frac{3}{2}\frac{1}{m_iV}\right)^{2/3}}. \tag{A6}$$

$$\bar{c}=\begin{cases}\frac{\pi^2}{3}\bar{\xi}-\frac{\pi^4}{10}\bar{\xi}^3 & \bar{\xi}<\xi_m,\\ 1-(6\sqrt{2\pi})^{-1}\bar{\xi}^{-3/2} & \xi_m<\bar{\xi}<\xi_M,\\ 1 & \bar{\xi}>\xi_M.\end{cases} \tag{A7}$$

$$\bar{p}=p_e-p_F\times\begin{cases}1-\frac{5}{12}\pi^2\bar{\xi}^2+\frac{3\pi^4}{16}\bar{\xi}^4 & \bar{\xi}<\xi_m,\\ \frac{5}{4\sqrt{2\pi}}\bar{\xi}^{-1/2} & \xi_m<\bar{\xi}<\xi_M,\\ 0 & \bar{\xi}>\xi_M.\end{cases} \tag{A8}$$

$$p_F=\frac{2}{5}\frac{\theta_F}{m_iV},$$

$$p_i=\frac{2}{3}\frac{E_i}{V}. \tag{A9}$$

$$p_e=\frac{2}{3}\frac{E_e}{V}\times\begin{cases}\frac{2}{5}\bar{\xi}^{-1}+\frac{\pi^2}{6}\bar{\xi}-\frac{\pi^4}{40}\bar{\xi}^3 & \bar{\xi}<\xi_m,\\ 1+(3\sqrt{2\pi})^{-1}\bar{\xi}^{-3/2} & \xi_m<\bar{\xi}<\xi_M,\\ 1 & \bar{\xi}>\xi_M.\end{cases} \tag{A10}$$

(A3), (A4) 式中的 W_e, W_i 两项为 α 粒子的自加热。它们可通过已反应的粒子数与总粒子数之比 y 及反应率 W 表示出来。

$$y=\frac{n_\alpha+n_n}{n_D+n_T+n_\alpha+n_n},\tag{A11}$$

$$W=\frac{dy}{dt}=\frac{n}{2}(1-y)^2\langle\sigma v\rangle,$$

$$W_i=(1-f)\frac{W}{m_i}E_\alpha,$$

$$W_e=f\frac{W}{m_i}E_\alpha,$$

$$f=\frac{32}{32+kT_e(\text{keV})}.\tag{A12}$$

E_α 为 α 粒子的能量,(A4)式的最后一项为激光加热项. L_{aE} 为激光功率参数,正比于激光的初始功率. $Fct(y,SW)$ 为激光波形, TS 为透过率, BKS 为逆轫致吸收系数. 对整形激光脉冲而言, $Fct(y,SW)=(1-t/t_0)^{-15/8}$. 热导、粘性、轫致辐射系数 K_e, K_i, μ_e, μ_i, A 等均参照文献 [1], α 粒子自由程参照文献 [5]. 在正文第三节用到的参数 q, n. q 由整形激光脉冲指数确定, $q=\frac{15}{8}-1$. n 由电子热导 $K_e\propto(kT_e)^{5/2}$, $n=\frac{5}{2}$.

参 考 文 献

[1] M. S. Chu, *Phys. of Fluids,* **15** (1972), 413.
[2] R. D. Richtmyer, Difference Methods for Inituial Value Problems (1967).
[3] K. A. Bruckner and S. Jorna, *Rev. Mod. Phys.,* **46** (1974), 325.
[4] J. S. Clarke, H. N. Fisher and R. J. Mason, *Bull. Am. Phys. Soc.,* **17** (1972), 1035.
[5] G. S. Fraley, *Phys. of Fluids,* **17** (1974), 474.
[6] R. J. Mason and R. L. Morse, *Phys. of Fluids,* **18** (1975), 814.
[7] V. G. Guderley, *Luftfahrt-Forschung*, **9** (1942), 302.
[8] R. E. Kidder, *Nuclear Fusion,* **14** (1974), 53.

COMPUTER SIMULATION OF LASER IMPLOSIVE COMPRESSION OF A D T TARGET AND ANALYTIC SOLUTIONS ON THE SHOCK WAVES AND THERMAL WAVES

TAN WEI-HAN

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

On the basis of analysing the results of a computer simulation of one-dimensional double-temperature laser implosive compression of a DT target, the author has found the analytic solutions on the shock waves and thermal waves which are in good agreement with the computer results.