

分布反馈染料激光器的半经典理论

潘少华 韩全生

(中国科学院物理研究所)

1981 年 4 月 24 日收到

提 要

本文运用半经典理论处理分布反馈染料激光器, 得出非线性耦合波方程以及相应的解析解和阈值关系, 对空间烧孔效应和模式竞争等物理问题作了分析.

一、引 言

对于分布反馈激光器的理论处理, 十年来主要是沿用线性耦合模理论^[1]. 但在实际情况中由于腔内光能密度很大, 由非线性效应引起的增益饱和、耦合饱和以及空间烧孔等都会给激光特性带来很大的影响. 近年来虽有少数作者考虑了非线性效应^[2-6], 但是他们都是处理单模运转, 而且是限于速率方程近似. 此外, 过去的理论考虑的对象都是理想的具有无限线宽的二能级(或三能级)系统, 或者象最近 Sargent 等人^[7]所考虑的那样, 把激活介质看成具有有限宽度的洛仑兹线型. 然而上述这些模型与象染料激光器那样的具有一定增益分布的宽带多模调频激光器比较还是有相当大差距的, 因而它们难以解决与模式的耦合和竞争等效应有关的物理问题, 更不能据此作定量分析. 本文从半经典理论出发, 即以麦克斯韦方程描述电磁场, 而以量子力学描述染料分子系统, 导出分布反馈激光器的耦合波方程, 随后求出方程的解析解和相应的阈值关系式. 并以此为依据, 着重对空间烧孔效应和模式竞争等问题作了分析, 说明了以往理论难以说明的实验现象.

二、耦合波方程

以 $R_n(z)$ 和 $S_n(z)$ 分别表示第 n 个模的正向波(沿 z 方向)和反向波(沿 $-z$ 方向)的场振幅, 则电场 E 可以表示为:

$$E(z, t) = \frac{1}{2} \sum_n [R_n(z)e^{ikz} + S_n(z)e^{-ikz}]e^{-i\nu_n t} + c.c., \quad (1)$$

式中 $c.c.$ 表示取共轭复数, k 是光栅波数(即布喇格波数), ν_n 是本征模频率. 介质中诱导极化强度 $P(z, t)$ 有类似的展开式

$$P(z, t) = \frac{1}{2} \sum_n [P_{R_n}(z)e^{ikz} + P_{S_n}(z)e^{-ikz}]e^{-i\nu_n t} + c.c.. \quad (2)$$

代入麦克斯韦标量波方程, 可以得出正向波和反向波的自治方程^[7]

$$\frac{dR_n}{dz} + (\alpha_{nL} - i\Delta_{n0}) R_n = \frac{ik}{2\epsilon} P_{R_n}, \quad (3a)$$

$$-\frac{dS_n}{dz} + (\alpha_{nL} - i\Delta_{n0}) S_n = \frac{ik}{2\epsilon} P_{S_n}, \quad (3b)$$

式中 α_{nL} 是寄生损耗系数, $\Delta_{n0} = k_n - k$ 是第 n 个模的波数和光栅波数之差, ϵ 是线性介质的介电常数. (3) 式是由 P_n 确定 E_n 的方程. 另一方面由 E_n 确定 P_n 的关系由量子力学方法求出, 与 (3) 式自洽地最终决定 E_n . 由量子力学方法求 P_n 的程序是, 将染料分子系统当作量子系综, 求解粒子数矩阵 $\rho(z, t)$ 的运动方程, 然后根据求矩阵迹的运算, 得出与微观量电偶极矩 μ 相对应的宏观极化强度 $P(z, t)$.

对于通常使用的激光染料来说, 激光上能级 1 的衰减率 γ_1 比激发的上能级簇 k 以及激光下能级簇 l 的衰减率 γ_k 和 γ_l 小得多, 它们的典型值为: $\gamma_1 \approx 2 \times 10^8 \text{sec}^{-1}$, $\gamma_k \approx \gamma_l \approx 10^{11} \text{sec}^{-1}$, 因而可以忽略能级簇 k 和 l 上的粒子数; 此外在实验中, 染料分子三重态吸收对激光运转的不利影响都设法排除, 例如加猝灭剂, 因而三重态的影响也可以忽略; 同时, 染料激光一般仅运转于基态吸收谱与荧光谱很少重叠的波长范围, 因而基态对辐射场的吸收可以不予考虑. 这时激光染料分子的能级可以简化为图 1, 图 1 中带箭头的虚线代表非辐射的快速弛豫, 带箭头的实线向上者是抽运, 向下者是受激发射. 根据上述典型染料激光器的这些特点, 由文献 [8] 的 (3) 式粒子数矩阵运动方程, 经过简化和运算, 我们求出粒子数矩阵元 ρ_{11} 的零阶和二阶以及 ρ_{1l} 的一阶和三阶表达式如下:

$$\rho_{11}^{(0)}(z, t) = \gamma_1^{-1} \lambda(z, t) = N(z, t), \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \rho_{11}^{(2)}(z, t) = & -\frac{1}{4} \hbar^{-2} N(z, t) \sum_l |\mu_{1l}|^2 \sum_\rho \sum_\sigma (R_\rho^* e^{-ikz} \\ & + S_\rho^* e^{ikz})(R_\sigma e^{ikz} + S_\sigma e^{-ikz}) e^{i(\nu_\rho - \nu_\sigma)t} \\ & \times D_1(\nu_\rho - \nu_\sigma) [D(\omega_{1l} - \nu_\sigma) + D(\nu_\rho - \omega_{1l})], \end{aligned} \quad (4b)$$

$$\rho_{1l}^{(1)}(z, t) = -\frac{1}{2} i \hbar^{-1} \mu_{1l} N(z, t) \sum_\sigma (R_\sigma e^{ikz} + S_\sigma e^{-ikz}) e^{-i\nu_\sigma t} D(\omega_{1l} - \nu_\sigma), \quad (4c)$$

$$\begin{aligned} \rho_{1l}^{(3)}(z, t) = & \frac{1}{8} i \hbar^{-3} \mu_{1l} N(z, t) \sum_{\nu'} |\mu_{1\nu'}|^2 \sum_\mu \sum_\rho \sum_\sigma (R_\mu e^{ikz} + S_\mu e^{-ikz}) \\ & \times (R_\rho^* e^{-ikz} + S_\rho^* e^{ikz})(R_\sigma e^{ikz} + S_\sigma e^{-ikz}) e^{-i(\nu_\mu - \nu_\rho + \nu_\sigma)t} \\ & \times D(\omega_{1l} - \nu_\mu + \nu_\rho - \nu_\sigma) D_1(\nu_\rho - \nu_\sigma) \\ & \times [D(\omega_{1\nu'} - \nu_\sigma) + D(\nu_\rho - \omega_{1\nu'})], \end{aligned} \quad (4d)$$

式中 μ_{1l} 是电偶极矩矩阵元, 脚标 1 表示染料的激光上能级, l 表示染料的激光下能级簇, D_1 和 D 分别为

$$D(\omega_{1l} - \nu) = [i(\omega_{1l} - \nu) + \gamma_{1l}]^{-1}, \quad (5a)$$

$$D_1(\nu_\rho - \nu_\sigma) = [i(\nu_\rho - \nu_\sigma) + \gamma_1]^{-1}, \quad (5b)$$

$\lambda(z, t)$ 是单位体积内粒子泵入能级 1 的速率, $\gamma_{1l} = \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_l)$. $N(z, t)$ 可以包括

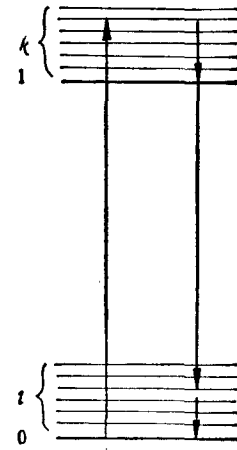


图 1 激光染料分子能级图

增益光栅效应。通常采用两束相干单色光的干涉场作为泵源, 以实现增益的周期性调制^[9], 这时如果是稳定激发或忽略随时间的变化, 可以将 $N(z)$ 写成如下形式:

$$N(z) = \bar{N}(1 + \xi \cos 2kz), \quad (6)$$

\bar{N} 是对 z 的平均值, 代表均匀泵; 上式中的第二项代表泵浦的调制成份, 简称调制泵, ξ 表示调制深度, 可以在零到 1 之间取值。

根据上述典型激光染料分子能级布居的特点, 粒子数矩阵的非对角元中只有 ρ_{ll} 有较大值, 其余近似为零, 故可以求出宏观极化强度如下:

$$\begin{aligned} P(z, t) &= \text{Tr}(\rho\mu) = \sum_l (\rho_{ll}^{(1)}\mu_{ll} + \rho_{ll}^{(3)}\mu_{ll}) + \text{c. c.} \\ &= -\frac{i}{2} \hbar^{-1} \bar{N}(1 + \xi \cos 2kz) \sum_l |\mu_{ll}|^2 \sum_\sigma (R_\sigma e^{ikz} + S_\sigma e^{-ikz}) e^{-i\nu_\sigma t} D(\omega_{ll} - \nu_\sigma) \\ &\quad + \frac{i}{8} \hbar^{-3} \bar{N}(1 + \xi \cos 2kz) \sum_l |\mu_{ll}|^2 \sum_{l'} |\mu_{ll'}|^2 \sum_\mu \sum_\rho \sum_\sigma (R_\mu e^{ikz} + S_\mu e^{-ikz}) \\ &\quad \times (R_\rho^* e^{-ikz} + S_\rho^* e^{ikz}) (R_\sigma e^{ikz} + S_\sigma e^{-ikz}) e^{-i(\nu_\mu - \nu_\rho + \nu_\sigma)t} \\ &\quad \times D(\omega_{ll} - \nu_\mu + \nu_\rho - \nu_\sigma) D_1(\nu_\rho - \nu_\sigma) [D(\omega_{ll'} - \nu_\sigma) + D(\nu_\rho - \omega_{ll'})] \\ &\quad + \text{c. c.} \end{aligned} \quad (7)$$

上式中 Tr 表示求矩阵迹。这里需要说明的是, $\rho_{ll}^{(2)}$ 是受激发射所导致的激光上能级粒子数的减少, $\rho_{ll}^{(3)}$ 是由 $\rho_{ll}^{(2)}$ 而来的三阶非线性修正项, (7) 式右端第二项即反映这种非线性饱和效应。

将(7)式与 $P(z, t)$ 的展开式(2)联立, 并考虑到 $\nu_\mu - \nu_\rho + \nu_\sigma \approx \nu_n$ 的那些分量由于快变化而对于电场的贡献平均为零, 因此可以只保留 $\nu_\mu - \nu_\rho + \nu_\sigma = \nu_n$ 的那些项(即若 $\mu = n$, 则 $\nu_\rho = \nu_\sigma$; 若 $\sigma = n$, 则 $\nu_\rho = \nu_\mu$), 可以求出极化强度的傅里叶分量

$$P_{R_n} = -i \hbar^{-1} \pi \bar{N} g(\nu_n) |\mu(\nu_n)|^2 (1 + iI_n)(d_{\alpha n} R_n + d_{\kappa n} S_n), \quad (8a)$$

$$P_{S_n} = -i \hbar^{-1} \pi \bar{N} g(\nu_n) |\mu(\nu_n)|^2 (1 + iI_n)(d_{\alpha n} S_n + d'_{\kappa n} R_n), \quad (8b)$$

其中 $d_{\alpha n}$ 对应于波的增益, $d_{\kappa n}$ 和 $d'_{\kappa n}$ 对应于波的反馈。

$$d_{\alpha n} = 1 - \sum_\rho q_{n\rho} (|R_\rho|^2 + |S_\rho|^2 + \xi \cos \varphi_\rho |R_\rho| |S_\rho|), \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} d_{\kappa n} &= \frac{\xi}{2} - \sum_\rho q_{n\rho} \frac{\xi}{2} (|R_\rho|^2 + |S_\rho|^2) \\ &\quad - \sum_\rho q_{n\rho} e^{i\varphi_\rho} |R_\rho| |S_\rho|, \end{aligned} \quad (9b)$$

$$d'_{\kappa n}(\varphi_\rho) = d_{\kappa n}(-\varphi_\rho), \quad (9c)$$

$q_{n\rho}$ 是饱和系数,

$$\begin{aligned} q_{n\rho} &= \frac{1}{2} \hbar^{-2} \sum_{l'} |\mu_{ll'}|^2 \left\{ \gamma_l^{-1} \gamma_{l'}^{-1} \mathcal{L}(\omega_{ll'} - \nu_\rho) + \frac{1}{2} (1 - \delta_{n\rho}) D_1(\nu_\rho - \nu_n) \right. \\ &\quad \left. \times [D(\omega_{ll'} - \nu_n) + D(\nu_\rho - \omega_{ll'})] \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

φ_n 是 R_n 波和 S_n 波的相对相角, 定义为

$$R_n S_n^* = |R_n| |S_n| e^{i\varphi_n}. \quad (11)$$

由于染料激光下能级实际上是个准连续区, 所以在上述计算中已将对 l 的求和用积分的方法算出, 即

$$\begin{aligned} \sum_l |\mu_{1l}|^2 \gamma_{1l}^{-1} \mathcal{L}(\omega_{1l} - \nu) &= g(\nu) \gamma_{1l}^{-1} |\mu(\nu)|^2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} \mathcal{L}(\omega_{1l} - \nu) d\omega_{1l} \\ &= \pi g(\nu) |\mu(\nu)|^2, \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} \sum_l |\mu_{1l}|^2 D(\omega_{1l} - \nu) &= g(\nu) |\mu(\nu)|^2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} D(\omega_{1l} - \nu) d\omega_{1l} \\ &= \pi g(\nu) |\mu(\nu)|^2 (1 + iI), \end{aligned} \quad (12b)$$

其中 $g(\nu)$ 是能级簇 l 的能级密度 $\frac{dn}{dE}$ 乘以 \hbar ; $I = \frac{1}{\pi} \ln \left| \frac{\omega_1 - \nu}{\omega_2 - \nu} \right|$, ω_1 和 ω_2 分别对应于准连续区的上下限.

(9a) 式右端第一项反映零场增益, 第二项为增益饱和, 其中平方项反映均匀泵下的增益饱和效应, 交叉项反映调制泵下的增益饱和效应. (9b) 和 (9c) 式右端的第一项是线性反馈, 来源于泵浦调制对波的反馈作用; 第二项是其饱和修正; 第三项是空间烧孔的反馈效应.

将 P_{R_n} 和 P_{S_n} 的表达式 (8a) 和 (8b) 分别代入方程 (3a) 和 (3b), 即可求出正向波和反向波场振幅的耦合波方程

$$\frac{dR_n}{dz} = \alpha_n R_n - i\kappa_n S_n, \quad (13a)$$

$$-\frac{dS_n}{dz} = \alpha_n S_n - i\kappa'_n R_n, \quad (13b)$$

其中 α_n 是复值增益系数, 其实部代表净增益, 虚部代表频率牵移,

$$\alpha_n = -(\alpha_{nL} - i\Delta_{n0}) + \bar{N}\rho(\nu_n)d_{an}. \quad (14a)$$

κ_n 和 κ'_n 是复值反馈系数,

$$\kappa_n = i\bar{N}\rho(\nu_n)d_{kn}, \quad (14b)$$

$$\kappa'_n = i\bar{N}\rho(\nu_n)d'_{kn}, \quad (14c)$$

其中 $\bar{N}\rho(\nu_n)$ 是线性增益系数,

$$\rho(\nu_n) = \frac{\pi k}{2\hbar\epsilon} g(\nu_n) |\mu(\nu_n)|^2 (1 + iI_n). \quad (15)$$

上述(15)式和(10)式分别表示的线性增益系数和饱和系数描述了染料分子系统能级的增益分布和饱和效应的频率特征.

三、耦合波方程的解析解

以 $R_n^{(0)}$, $S_n^{(0)}$, $\alpha_n^{(0)}$, $\kappa_n^{(0)}$ 分别表示各个量的线性值, 以 r_n , s_n , $\Delta\alpha_n$, $\Delta\kappa_n$ 分别表示各个量的三阶非线性修正值. 将

$$R_n = R_n^{(0)} + r_n, \quad (16a)$$

$$S_n = S_n^{(0)} + s_n \quad (16b)$$

代入耦合波方程(13), 弃去五阶小量, 有如下方程:

$$\frac{dr_n}{dz} = \alpha_n^{(0)} r_n - i\kappa_n^{(0)} s_n + \Delta\alpha_n R_n^{(0)} - i\Delta\kappa_n S_n^{(0)}, \quad (17a)$$

$$-\frac{ds_n}{dz} = \alpha_n^{(0)} s_n - i\kappa_n^{(0)} r_n + \Delta\alpha_n S_n^{(0)} - i\Delta\kappa_n' R_n^{(0)}. \quad (17b)$$

由(14a)至(14c)式可得

$$\alpha_n^{(0)} = -(\alpha_{nL} - i\Delta_{n0}) + \bar{N}\rho(v_n), \quad (18a)$$

$$\kappa_n^{(0)} = i\frac{\xi}{2}\bar{N}\rho(v_n), \quad (18b)$$

$$\Delta\alpha_n = -\rho(v_n)\bar{N}\sum_{\rho} q_{n\rho}(|R_{\rho}^{(0)}|^2 + |S_{\rho}^{(0)}|^2 + \xi\cos\varphi_{\rho}|R_{\rho}^{(0)}||S_{\rho}^{(0)}|), \quad (18c)$$

$$\Delta\kappa_n = -i\rho(v_n)\bar{N}\sum_{\rho} q_{n\rho}\left[\frac{\xi}{2}(|R_{\rho}^{(0)}|^2 + |S_{\rho}^{(0)}|^2) + e^{i\varphi_{\rho}}|R_{\rho}^{(0)}||S_{\rho}^{(0)}|\right], \quad (18d)$$

$$\Delta\kappa_n'(\varphi_{\rho}) = \Delta\kappa_n(-\varphi_{\rho}). \quad (18e)$$

由于 $\Delta\alpha_n$ 和 $\Delta\kappa_n$ 来源于极化强度的三阶修正,故可让 $\Delta\alpha_n$ 和 $\Delta\kappa_n$ 表达式中的 $R_{\rho}^{(0)}$ 和 $S_{\rho}^{(0)}$ 用如下形式的线性耦合波方程的解^[7],即零场近似解代入:

$$R_{\rho}^{(0)} = C_{\rho}\sinh\gamma_{\rho}z, \quad (19a)$$

$$S_{\rho}^{(0)} = \mp C_{\rho}\sinh\gamma_{\rho}(L-z), \quad (19b)$$

式中 C_{ρ} 是待定常数,若以 W_{ρ} 表示激光器第 ρ 个模的输出功率流密度,则

$$C_{\rho} = 2\left(\frac{2\pi W_{\rho}}{c}\right)^{\frac{1}{2}}\operatorname{csch}\gamma_{\rho}L, \quad (20)$$

其中 c 是光速.这里我们延用了线性理论中关于分布反馈激光器周期性调制结构对称性的假设,即(19)式是在对称性条件 $|E(z)|^2 = |E(L-z)|^2$ 下的二组线性解,它们对应于 φ 分别取 π 和 0 ,故下文表达式中将 φ 的下标略去.将(19)式代入(18c)和(18d)式, $\Delta\alpha_n$ 和 $\Delta\kappa_n$ 可以化为如下形式:

$$\Delta\alpha_n = -\rho(v_n)\bar{N}\sum_{\rho} q_{n\rho}C_{\rho}^2[\sigma_{\rho}^a\cosh\gamma_{\rho}(2z-L) + \sigma_{\rho}^b], \quad (21a)$$

$$\Delta\kappa_n = -i\rho(v_n)\bar{N}\sum_{\rho} q_{n\rho}C_{\rho}^2[\sigma_{\rho}^c\cosh\gamma_{\rho}(2z-L) + \sigma_{\rho}^d], \quad (21b)$$

其中

$$\sigma_{\rho}^a = \frac{1}{2}(2\cosh\gamma_{\rho}L - \xi\cos\varphi), \quad (22a)$$

$$\sigma_{\rho}^b = \frac{1}{2}(\xi\cos\varphi\cosh\gamma_{\rho}L - 2), \quad (22b)$$

$$\sigma_{\rho}^c = \frac{1}{2}(\xi\cosh\gamma_{\rho}L - e^{i\varphi}), \quad (22c)$$

$$\sigma_{\rho}^d = \frac{1}{2}(e^{i\varphi}\cosh\gamma_{\rho}L - \xi). \quad (22d)$$

将(21b)式与(18d)式对比, 显然可见, 在 σ_ρ^b 和 σ_ρ^d 的表达式(22c)和(22d)中包含 ξ 的项来源于(18d)式中的平方项, 是描写反馈饱和的因子, 而包含 $e^{i\varphi}$ 的项来源于(18d)式中的交叉项, 是描写空间烧孔的因子.

(17)式是常系数一阶线性非齐次方程组, 其解有如下形式:

$$r_n = C(z) e^{\gamma_n z} + C'(z) e^{-\gamma_n z}, \quad (23a)$$

$$s_n = C(z) \frac{i}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n - \alpha_n^{(0)}) e^{\gamma_n z} - C'(z) \frac{i}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n + \alpha_n^{(0)}) e^{-\gamma_n z}. \quad (23b)$$

(16)式中的 $R_n^{(0)}$ 和 $S_n^{(0)}$ 有同样的形式, 只是 C 和 C' 为两个常数. 由待定系数法求出 $C(z)$ 和 $C'(z)$, 利用关系式(16), 可以求出:

$$R_n(z) = C \left[1 - \tau_n(z) - \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n - \alpha_n^{(0)}) \tau_n'(z) \right] e^{\gamma_n z} + C' \left[1 + \tau_n(z) + \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n + \alpha_n^{(0)}) \bar{\tau}_n'(z) \right] e^{-\gamma_n z}, \quad (24a)$$

$$S_n(z) = Ci \left[\frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n - \alpha_n^{(0)}) (1 - \tau_n(z)) + \tau_n'(z) \right] e^{\gamma_n z} - C'i \left[\frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n + \alpha_n^{(0)}) (1 + \tau_n(z)) - \bar{\tau}_n'(z) \right] e^{-\gamma_n z}, \quad (24b)$$

其中

$$\tau_n(z) = \frac{1}{2} \rho(\nu_n) \bar{N} \gamma_n^{-1} \sum_\rho q_{n\rho} C_\rho^2 [2(\alpha_n^{(0)} \sigma_\rho^b + i\kappa_n^{(0)} \sigma_\rho^d) z + \gamma_\rho^{-1} (\alpha_n^{(0)} \sigma_\rho^a + i\kappa_n^{(0)} \sigma_\rho^c) \sinh \gamma_\rho (2z - L)], \quad (25a)$$

$$\tau_n'(z) = \frac{1}{2} \rho(\nu_n) \bar{N} \gamma_n^{-1} \left\{ q_{nn} C_n^2 (\kappa_n^{(0)} \sigma_n^a - i\alpha_n^{(0)} \sigma_n^c) z e^{\gamma_n (L-2z)} + \frac{1}{2} \sum_\rho' (\gamma_n - \gamma_\rho)^{-1} q_{n\rho} C_\rho^2 (\kappa_n^{(0)} \sigma_\rho^a - i\alpha_n^{(0)} \sigma_\rho^c) e^{\gamma_\rho (L-2z)} + \frac{1}{2} \sum_\rho q_{n\rho} C_\rho^2 [2\gamma_n^{-1} (\kappa_n^{(0)} \sigma_\rho^b - i\alpha_n^{(0)} \sigma_\rho^d) + (\gamma_n + \gamma_\rho)^{-1} (\kappa_n^{(0)} \sigma_\rho^a - i\alpha_n^{(0)} \sigma_\rho^c) e^{-\gamma_\rho (L-2z)}] \right\}, \quad (25b)$$

$$\bar{\tau}_n'(\gamma_n, \gamma_\rho) = \tau_n'(-\gamma_n, -\gamma_\rho). \quad (25c)$$

利用边界条件

$$R_n(0) = 0, \quad (26)$$

由(24a)式可以得出

$$C' = -C \left[1 - \tau_n(0) - \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n - \alpha_n^{(0)}) \tau_n'(0) \right] \times \left[1 + \tau_n(0) + \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n + \alpha_n^{(0)}) \bar{\tau}_n'(0) \right]^{-1}. \quad (27)$$

上式代回(24a)式, 由于耦合波方程是三阶非线性近似的, 故这里只需精确到 τ 的一阶, 于是可得

$$R_n(z) = C_0 \left\{ \sinh \gamma_n z - [\tau_n(z) - \tau_n(0)] \cosh \gamma_n z \right\}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n - \alpha_n^{(0)}) [\tau'_n(z) - \tau'_n(0)] e^{\gamma_n z} \\
& - \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n + \alpha_n^{(0)}) [\bar{\tau}'_n(z) - \bar{\tau}'_n(0)] e^{-\gamma_n z} \}, \quad (28a)
\end{aligned}$$

其中

$$C_0 = C \left[1 - \tau_n(0) - \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n - \alpha_n^{(0)}) \tau'_n(0) \right]. \quad (29)$$

经过适当的变换,并利用对称性条件

$$R_n(L) = \mp S_n(0), \quad (30)$$

可以求出

$$\begin{aligned}
S_n(z) = \mp C_0 \{ & \sinh \gamma_n(L-z) - [\tau_n(L-z) - \tau_n(L)] \cosh \gamma_n(L-z) \\
& - \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n - \alpha_n^{(0)}) [\tau'_n(L-z) - \tau'_n(L)] e^{\gamma_n(L-z)} \\
& - \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n + \alpha_n^{(0)}) [\bar{\tau}'_n(L-z) - \bar{\tau}'_n(L)] e^{-\gamma_n(L-z)} \}. \quad (28b)
\end{aligned}$$

(28a) 式和 (28b) 式即是非线性耦合波方程 (13) 的两组解析解. 显然, 当不考虑非线性效应, 即饱和修正项 τ 为零时, (28) 式还原到线性方程的解 (19) 式的形式.

四、阈值方程和某些物理分析

在分布反馈腔中, 阈值条件反应为当输入为零时存在着有限的输出, 也就是说, 在 (26) 式的条件下 $R_n(L)$ 和 $S_n(0)$ 为有限值. 运用对称条件 (30) 式, 可以由 (24) 式求出

$$\begin{aligned}
C' = -C \{ & \left[1 - \tau_n(L) - \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n - \alpha_n^{(0)}) \tau'_n(L) \right] e^{\gamma_n L} \pm i \left[\tau'_n(0) \right. \\
& + \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n - \alpha_n^{(0)}) (1 - \tau_n(0)) \left. \right] \left\{ \left[1 + \tau_n(L) \right. \right. \\
& + \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n + \alpha_n^{(0)}) \bar{\tau}'_n(L) \left. \right] e^{-\gamma_n L} \mp i \left[-\bar{\tau}'_n(0) \right. \\
& + \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} (\gamma_n + \alpha_n^{(0)}) (1 + \tau_n(0)) \left. \right] \left. \right\}^{-1}. \quad (31)
\end{aligned}$$

联合 (27) 和 (31) 式可以得出如下关系:

$$\begin{aligned}
& [1 + \tau_n(0) - \tau_n(L)] \left\{ 1 - \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} [(\gamma_n - \alpha_n^{(0)}) \tau'_n(L) - (\gamma_n + \alpha_n^{(0)}) \bar{\tau}'_n(0)] \right\} e^{\gamma_n L} \\
& - [1 - \tau_n(0) + \tau_n(L)] \left\{ 1 - \frac{1}{\kappa_n^{(0)}} [(\gamma_n - \alpha_n^{(0)}) \tau'_n(0) - (\gamma_n + \alpha_n^{(0)}) \bar{\tau}'_n(L)] \right\} e^{-\gamma_n L} \\
& = \mp i \frac{2}{\kappa_n^{(0)}} \gamma_n [1 - \tau_n^2(0) + \tau'_n(0) \bar{\tau}'_n(0)]. \quad (32)
\end{aligned}$$

这就是耦合波方程存在定态解所要满足的关系式, 也就是阈值方程. 显然, 如果不考虑非线性效应即 τ 为零时, (32) 式还原到线性阈值方程^[1].

对于我们所研究的分布反馈染料激光器来说, 由于染料分子浓度大, 属于高增益介质, 其增益一般要比由人工调制以及非线性诱导调制所引起的反馈大很多, 因此可以作高增益近似. 此时让 $\alpha_n^{(0)} \gg \kappa_n^{(0)}$, (32)式可以简化为

$$\left[1 + \frac{2}{\kappa_n^{(0)}} \gamma_n \tilde{r}_n(0)\right] e^{\gamma_n L} - \left[1 + \frac{2}{\kappa_n^{(0)}} \gamma_n \tilde{r}_n(L)\right] e^{-\gamma_n L} = \mp i \frac{2\gamma_n}{\kappa_n^{(0)}}, \quad (33)$$

式中

$$\begin{aligned} \tilde{r}_n(z) = & -\frac{i}{2} \rho(v_n) \bar{N} \left[-q_{nn} C_{nn}^2 \sigma_n^c e^{-\gamma_n(L-2z)} \right. \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\rho}' q_{n\rho} C_{\rho}^2 (\gamma_n - \gamma_{\rho})^{-1} \sigma_{\rho}^c e^{-\gamma_{\rho}(L-2z)} \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\rho} q_{n\rho} C_{\rho}^2 (\gamma_n + \gamma_{\rho})^{-1} \sigma_{\rho}^c e^{\gamma_{\rho}(L-2z)} \\ & \left. + \sum_{\rho} q_{n\rho} C_{\rho}^2 \gamma_n^{-1} \sigma_{\rho}^d \right]. \end{aligned} \quad (34)$$

$\tilde{r}_n(z)$ 中只含有 σ_{ρ}^c 和 σ_{ρ}^d 而没有 σ_{ρ}^a 和 σ_{ρ}^b , 这是由于在从(32)式简化到(33)式的过程中考虑到 $\kappa_n^{(0)} \ll \alpha_n^{(0)}$, 已经把 \tilde{r}_n 中含有 $\kappa_n^{(0)}$ 的项略去. 上文已经说明, σ^c 和 σ^d 反映了反馈饱和效应和空间烧孔的反馈效应, 所以从阈值方程(33)可以看出, 在高增益近似下, 反馈系数 $\kappa_n^{(0)}$ 的非线性修正对阈值行为起着主要的作用.

考虑到加进高阶小量不影响方程的结果, (33)式又可写成

$$\tilde{\kappa}_n \sinh \Gamma_n L = \mp i \Gamma_n, \quad (35)$$

其中

$$\tilde{\kappa}_n = \kappa_n^{(0)} + \Delta \tilde{\kappa}_n, \quad (36a)$$

$$\Delta \tilde{\kappa}_n = \gamma_n [\tilde{r}_n(0) e^{\gamma_n L} - \tilde{r}_n(L) e^{-\gamma_n L}] \operatorname{csch} \gamma_n L, \quad (36b)$$

$$\Gamma_n^2 = \alpha_n^{(0)2} + \tilde{\kappa}_n^2. \quad (36c)$$

由(35)和(36c)式可得

$$\frac{\Gamma_n - \alpha_n^{(0)}}{\Gamma_n + \alpha_n^{(0)}} e^{2\Gamma_n L} = -1. \quad (37a)$$

利用 $\alpha_n^{(0)} \gg \tilde{\kappa}_n$ 条件于(36c)式, 再代入上式得

$$\frac{\tilde{\kappa}_n^2}{4\alpha_n^{(0)2}} e^{2\alpha_n^{(0)}L} = -1. \quad (37b)$$

由此方程的振幅等式可以得出阈值增益关系, 即

$$\frac{e^{2\alpha_n^{(0)}L}}{\alpha_n^{(0)2} + \Delta_{n0}^2} = \frac{4}{|\tilde{\kappa}_n|^2}, \quad (38)$$

其中 $\alpha_n^{(0)}$ 是 $\alpha_n^{(0)}$ 的实部, 即线性纯增益系数, 由(18a)和(15)式可知,

$$\alpha_n^{(0)} = \frac{\pi k}{2\hbar\epsilon} g(v_n) |\mu(v_n)|^2 \bar{N} - \alpha_{nL}. \quad (39)$$

阈值关系式(38)与线性理论中的相应关系形式相同, 但(38)式中的 $\tilde{\kappa}_n$ 包含了反馈饱和效应和空间烧孔效应, 它们都将给器件的阈值特性带来影响.

由线性理论已知^[1], 基模 ($n=0$) 阈值最低. 基模起振后可以认为 $C_0 \gg C_n (n \neq 0)$, 这时由(36b)式以及 $|\gamma_n - \gamma_0| \ll \gamma_0$ 的条件可求出 $\Delta \tilde{\kappa}_n$ 单强模近似的表达式,

$$\Delta \tilde{\kappa}_n = -i\rho(\nu_n)\bar{N}q_{n0}C_0^2 \left[\sigma_0^c \cosh \gamma_0 L \left(\frac{1}{2} + \gamma_0 L \operatorname{csch} 2\gamma_0 L \right) + \sigma_0^d \right]$$

$$\text{包括 } n = 0. \quad (40a)$$

将 σ^c 和 σ^d 的表达式 (22c) 和 (22d) 代入上式得

$$\Delta \tilde{\kappa}_n = -\frac{i}{4} \rho(\nu_n)\bar{N}q_{n0}C_0^2 B \quad \text{包括 } n = 0, \quad (40b)$$

式中

$$B = 2\xi \left[\cosh^2 \gamma_0 L \left(\frac{1}{2} + \gamma_0 L \operatorname{csch} 2\gamma_0 L \right) - 1 \right] + e^{i\varphi} (\cosh \gamma_0 L - \gamma_0 L \operatorname{csch} \gamma_0 L). \quad (41)$$

根据上节所作的说明, 显然 B 因子中第一项描写反馈饱和, 第二项描写空间烧孔. 图 2 是

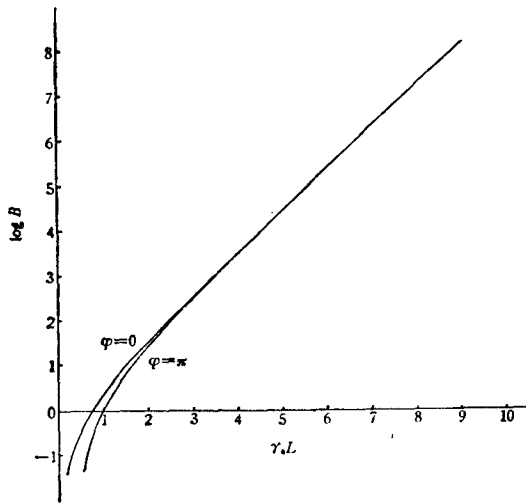


图 2 $(B = \Delta \tilde{\kappa}_n \left[-\frac{i}{4} \rho(\nu_n)\bar{N}q_{n0}C_0^2 \right]^{-1})$

当调制深度取适度值 ($\xi = 0.9$) 时 $\log B$ 与 $\gamma_0 L$ 的关系曲线, 横坐标用 $\gamma_0 L$ 的一般取值范围. 从图 2 中可以看出, 在 $\gamma_0 L$ 稍大一些 (例如 $\gamma_0 L = 2-3$) 以后, $\log B$ 与 $\gamma_0 L$ 近乎成直线关系, 且 $\varphi = 0$ 和 $\varphi = \pi$ 的两条曲线基本已重合.

下面我们对 $\Delta \tilde{\kappa}_n$ 在阈值方程 (38) 式中所起的作用作进一步分析. 首先考虑均匀泵浦的情况, 即 $\xi = 0$. 这时应当假定激光器有一固有的周期性调制 (疏密调制或边界刻槽), 因而在 (18b) 式的右端要加上相应的固有反馈系数值 $\pi \Delta n / \lambda_0^{(1)}$, Δn 是折射率调制振幅. 因为此时反馈饱和已不复存在, 对反馈系数的非

线性修正 $\Delta \tilde{\kappa}_n$ 完全是由烧孔效应所致. 由 (40) 式可以看出, 如果忽略 $\rho(\nu_n)$ 中的虚部 i , $\Delta \tilde{\kappa}_n$ 与 $\kappa^{(0)}$ ($= \pi \Delta n / \lambda_0$) 有 $\pm \pi/2$ 的相位差. 也就是说, 空间烧孔效应是按平方和规律 ($|\tilde{\kappa}_n| = (\kappa^{(0)2} + |\Delta \tilde{\kappa}_n|^2)^{1/2}$) 增加耦合. 由 (38) 式可以得出结论, 烧孔效应使得模的阈值增益 $\alpha_n^{(0)}$ 降低. 当固有的调制减弱时, 空间烧孔效应所起的作用将相对增强.

另一种情况是, 激光器没有固有的折射率周期性调制, 而是靠相干光束的干涉场作为泵源以诱导增益的空间调制, 这时实验中是尽可能地让 ξ 接近 1. 从图 2 中 $\varphi = 0$ 与 $\varphi = \pi$ 的两条曲线十分接近得知, 当 $\xi \approx 1$ 时, B 因子中空间烧孔项的作用很小, 可以忽略. 计算 (41) 式右端第一项可知, 这时 B 恒为正值, 因此对比 (40) 与 (18b) 式可以看出, $\Delta \tilde{\kappa}_n$ 与 $\kappa^{(0)}$ 总是反号的, 即饱和效应使得 $|\tilde{\kappa}_n|$ 减小, 从而由 (38) 式决定的阈值增益 $\alpha_n^{(0)}$ 将增大. 且由于 B 值随着 $\gamma_0 L$ 指数式地增大, 这种作用可以相当大. 另外, 从 (40) 式可见, 由于 $\Delta \tilde{\kappa}_n$ 与 C_0^2 成正比, 因此可以得出结论, 上述效应将随着基模强度的增加而越加显著, 反映出基模对高序模强烈的抑制效应, 这就是这类分布反馈激光器由于模式之间的耦合和竞争而很难观察到高序模^[9] 的原因.

总之,非线性效应的作用,对于分布反馈染料激光器来说,若为固有的折射率周期性调制结构,空间烧孔效应可以降低模的阈值;若为诱导增益调制,饱和效应增加模的阈值,且由于模式竞争的结果,有可能完全抑制住高序模的出现。

参 考 文 献

- [1] H. Kogelnik and C. V. Shank, *J. Appl. Phys.*, **43**(1972), 2327.
- [2] K. O. Hill and A. Watanabe, *Appl. Opt.*, **14**(1975), 950.
- [3] H. A. Haus, *Appl. Opt.*, **14**(1975), 2650.
- [4] S. Solimeno and G. Mastrocinque, *J. Phys. A*, **9**(1976), 1309.
- [5] K. O. Hill and R. I. MacDonald, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-12**(1976), 716.
- [6] M. Sargent III, *Appl. Phys.*, **9**(1976), 127.
- [7] M. Sargent III, W. H. Swantner and J. D. Thomas, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-16**(1980), 465.
- [8] 潘少华, 物理学报, **30**(1981), 1067.
- [9] Zs. Bor, *Opt. Comm.*, **29**(1979), 103.

SEMICLASSICAL THEORY OF DISTRIBUTED FEEDBACK DYE LASERS

PAN SHAO-HUA HAN QUAN-SHENG
(*Institute of Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

Using semiclassical theory to treat the distributed feedback dye laser, we obtain nonlinear wave-coupling equations and the corresponding analytical solutions as well as the threshold relation. Some physical phenomena such as spatial hole burning and mode-competition are analyzed.