

研究简报

暴涨宇宙中原生黑洞的形成

刘 辽

(北京师范大学物理系)

1985 年 1 月 10 日收到

提 要

本文指出,在暴涨宇宙阶段,当出现非均匀相变以形成真真空泡时,由于重力塌缩,在我们的观测宇宙中,可能形成质量下限为 $10^4 g$ 的原生黑洞. 这种黑洞与早先 Carr, Hawking 和吴忠超等人所讨论过的有所不同. 它们应伴有 t'Hooft-Polyakov 磁单极,这可能是一个具有观测意义的结果.

原生黑洞的形成问题是极早期宇宙中一个有趣的问题. 最早 Carr 和 Hawking 等人曾在标准大爆炸宇宙模型中讨论了以理想流体为物质源,由于密度涨落所产生的原生黑洞^[1],最近吴忠超在暴涨宇宙模型中讨论了以 Higgs 场的真空势能为物质源,由于密度涨落所产生的原生黑洞^[2]. 我们指出,在 SU₃GUT 的不均匀相变中所产生的真真空泡也有可能出现重力塌缩而形成原生黑洞. 它的质量下限为 $10^4 g$. 在观测宇宙中的这种原生黑洞必将伴随有 t'Hooft-Polyakov 磁单极的存在.

取 Higgs 场的有效势为^[3]

$$V_{\text{eff}}(\varphi) = \frac{1}{2} (m^2 + \xi R + C T^2) \varphi^2 + \frac{1}{4} \alpha' \varphi^4 \left(\ln \frac{\varphi^2}{\varphi_0^2} - \frac{1}{2} + \frac{m^2}{\alpha^2 \varphi_0^2} \right) + \frac{1}{8} \alpha^2 \varphi_0^4 - \frac{1}{4} m^2 \varphi_0^2. \quad (1)$$

式中 φ_0 是零温平直空间令 $V_{\text{eff}}(\varphi_0) = 0$ 的 Higgs 场的期待值, m 和 ξ 系 Higgs 场重整化质量和共形参数, R 是背景时空的曲率标量,在暴涨相中 $R = 12H^2$, $H^{-1} = \left(\frac{\Lambda}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} = 2\pi k T_H$, 即 de Sitter 时空的事件视界半径,其中 T_H 即 de Sitter 时空的 Hawking 温度, Λ 即宇宙因子; $\rho_0 = \frac{c^4 \Lambda}{8\pi G}$ 代表假真空的势能密度; $\alpha = \frac{5}{8\pi} g^2$, g 即 SU₃GUT 规范耦合常数.

Hawking 和 Moss 曾指出,当 $H^{-1} \leq \left[\frac{1}{2} (m^2 + \xi R) \right]^{-\frac{1}{2}}$ 时,存在均匀相变,这时整个宇宙从假真空 $\varphi = 0$ 跃迁到势垒最高点

$$\varphi = \varphi_1 \simeq \frac{m}{\alpha \left[\ln \left(\frac{\alpha^2 \sigma^2}{m^2} \right) \right]^{1/2}}. \quad (2)$$

然后沿着势垒滚动下来,以达到真真空 $\varphi = \sigma$.

欲在滚动相中有足够长的暴涨(指数膨胀)时间,以保证观测宇宙的均匀和各向同性,应假设^[4]

$$m^2 H^{-2} \leq 5 \times 10^{-3} \quad (3)$$

及

$$\alpha \leq 10^{-6}. \quad (4)$$

按 SU_cGUT, 在 $T = T_H \simeq 10^9 \text{ GeV}$ 时, $\alpha \simeq 0.17$, 显然与(3)式不符合,解决矛盾的一个可能途径是求助于超对称大统一理论,否则我们只好又回到非均匀相变去.

Hawking 和 Moss 曾指出,当 $H^{-1} > \left[\frac{1}{2} (m^2 + \xi R) \right]^{-\frac{1}{2}}$ 时,存在非均匀泡解,我们考虑如图 1 中(2)所示由 $\varphi = 0$ 到 $\varphi = \sigma$ 的隧道效应,此时泡不经过指数膨胀阶段,真空能 will 很快热化为物质能,结果是在假真空背景上出现了一些均匀密度为 ρ_0 的物质球,在泡外(物质球外),我们近似有 Schwarzschild-de Sitter 真空解

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r} - \frac{\Lambda}{3} r^2 \right) dt^2 - \left(1 - \frac{2m}{r} - \frac{\Lambda}{3} r^2 \right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2. \quad (5)$$

在 $\Lambda > 0$, $9\Lambda m^2 < 1$ 的条件下,度规存在两个事件视界 $r^+ \simeq r_g = 2m$ 和 $r^{++} \simeq \sqrt{\frac{3}{\Lambda}}$. 它们分别代表泡(物质球)和 de Sitter 时空的事件视界.

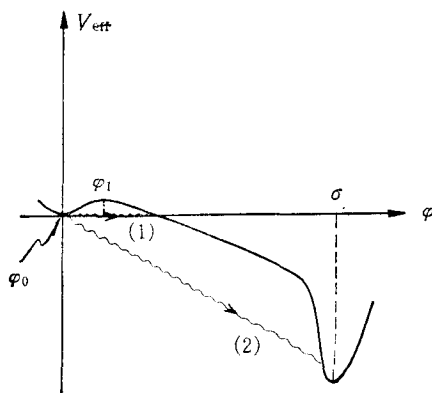


图 1

当泡的半径

$$r = \left(\frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{1/3} m^{1/3} \quad (6)$$

小于或等于泡的 Schwarzschild 半径

$$r_g = \frac{2G}{c^2} m \quad (7)$$

时,泡将塌缩为 Schwarzschild 黑洞.

由(6)和(7)式得形成原生黑洞的下限质量为

$$m_c = \left[\frac{3}{32\pi\rho_0} \frac{c^6}{G^3} \right]^{1/2} \simeq 10^4 g. \quad (8)$$

相应地原生黑洞的最小视界半径为

$$r_g \simeq 10^{-24} \text{cm}.$$

在以上的计算中,由 SU_5 GUT 我们采用了

$$\rho_0 = \frac{1}{2} B \sigma^4, \quad \sigma \simeq 1.2 \times 10^{15} \text{GeV},$$

$$B = \frac{5625}{1024\pi^2} g^4, \quad g = \sqrt{\frac{4\pi}{45}}.$$

由泡的经典理论知,仅当泡的体积能大于或等于表面能时,泡才能形成,这就要求泡的半径满足不等式^[5]

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \cdot \rho_0 \geq \frac{4\pi r^2 S_1}{\sqrt{1 - (\dot{r}/c)^2}}$$

或

$$r \geq r_c = \frac{3S_1}{\rho_0} \left[\left(1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} > \frac{3S_1}{\rho_0}. \quad (9)$$

式中 S_1 即泡壁单位面积的静能或表面张力, r 即泡的半径. 对于普通物质, S_1/ρ_0 的量级为 10^1 , $\dot{r} \ll c$, 故 r_c 的量级亦为 10^1cm . 可见泡的经典理论暗示我们,由不均匀相变通过如图 1 中(2)所示的隧道效应所形成的真空泡都将符合不等式

$$r \geq r_c \simeq 10^1 \text{cm},$$

即远大于形成原生黑洞的最小半径 10^{-24}cm , 这表示所有这些泡都将塌缩成为黑洞.

按照 Linde 等人所提出的新暴涨宇宙理论^[6],我们所在的观测宇宙应是从 $\varphi = 0$ 沿图 1 中(1)所示隧道效应而产生的泡. 泡在滚动相中有足够长的时间作指数膨胀,因而在滚动相结束时已大大超过目前观测宇宙的大小. 一个自然的结果是早在宇宙重新加热时,如上所述的原生黑洞已“湮灭在”我们的宇宙泡中了. 由于黑洞具有负热容量,凡温度高于观测宇宙(真真空泡)的原生黑洞,都将很快通过 Hawking 辐射蒸发掉,而温度低于观测宇宙的原生黑洞都将逐渐成长为大黑洞. 应着重指出的是,这些原生大黑洞与 Carr 和吴忠超等人所讨论的黑洞不同,它们一定伴随着 t'Hooft-Polyakov 磁单极的存在. 这可能是一个有观测意义的结果.

作者感谢与黄超光同志所进行的有益的讨论. 感谢 R. Matzner 教授和吴忠超博士的有益的讨论.

参 考 文 献

- [1] B. J. Carr and S. W., Hawking, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **168**(1974), 399.
- [2] 吴忠超, 中国科学(A 辑), (1)(1984), 77; *Phys. Rev.* **D30** (1984), 286.
- [3] S. W. Hawking and I. G. Moss, *Phys. Letters*, **110**B(1982), 35.
- [4] M. Sasaki, Proc. of Workshop on GUT and early universe, KEK, Tsukuba, Japan, (1983), p. 1-29.

[5] H. Aoyama, Slac-Pub-3007, (1982).

[6] A. D. Linde, *Phys. Letters*, **108B**(1982), 389.

PRIMORDIAL BLACK HOLE FORMATION IN INFLATIONARY PHASE

LIU LIAO

(*Department of Physics, Beijing Normal University*)

ABSTRACT

In the inflationary phase of our universe, the true vacuum bubbles, appearing during the non-homogeneous phase transition, may collapse into primordial black holes. The lowest mass limit of them is $10^4 g$, and they may accompanied by t'Hooft-polyakov monopoles. This result may have certain observational significance as compared with that of Carr, Hawking and Wu.